

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ИНДИВИДУАЛЬНОГО ЗАДАНИЯ № 1. ВЕКТОРЫ.

1. Даны векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{d} , \vec{k} . Выполните следующие действия над векторами:

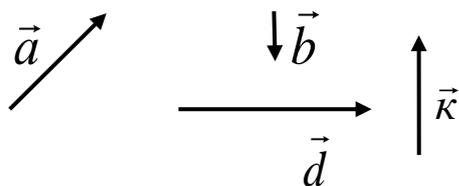
а) сложите векторы \vec{a} и \vec{b} по правилу треугольника.

б) сложите векторы \vec{a} и \vec{b} по правилу параллелограмма.

в) вычтите вектор \vec{b} из вектора \vec{a} .

г) сложите векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{d} .

д) сложите векторы \vec{k} и \vec{b} .



Решение:

а) Сложим векторы \vec{a} и \vec{b} по правилу треугольника. С помощью параллельного переноса совместим начало второго вектора с концом первого. Тогда вектор \vec{c} , направленный из начала первого вектора в конец второго и будет являться суммой векторов \vec{a} и \vec{b} .



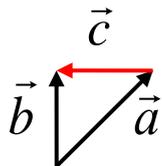
б) Сложим векторы \vec{a} и \vec{b} по правилу параллелограмма. С помощью параллельного переноса совместим начала векторов \vec{a} и \vec{b} . Достроим до параллелограмма. Суммой векторов \vec{a} и \vec{b} будет третий вектор \vec{c} , который является диагональю параллелограмма. Начало вектора \vec{c} должно находиться в той же точке, что и начала векторов \vec{a} и \vec{b} .



в) Вычтем вектор \vec{b} из вектора \vec{a} .

$$\vec{f} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}).$$

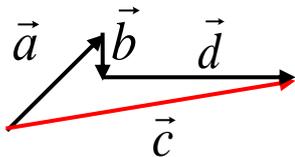
Модули векторов \vec{b} и $(-\vec{b})$ равны, а их направления противоположны.



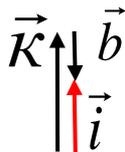
Если векторы \vec{a} и \vec{b} отложены от одной и той же точки, то разность $\vec{a} - \vec{b}$ изобразится вектором \vec{f} , проведенным из конца «вычитаемого» вектора к концу «уменьшаемого» вектора.

г) Сложим векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{d} .

Пользуясь правилом треугольника, можно сложить любое число векторов. Складываемые векторы надо расположить так, чтобы конец первого вектора совпал с началом второго, конец второго – с началом третьего и т.д. Сумма всех векторов есть вектор, направленный из начала первого вектора к концу последнего.



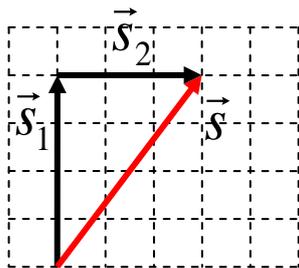
д) сложим векторы \vec{K} и \vec{b} .



Совместим начало второго вектора с концом первого. Тогда вектор \vec{i} , направленный из начала первого вектора в конец второго и будет являться суммой векторов \vec{K} и \vec{b} .

2. Автомобиль проехал по улице 400 м, затем свернул вправо и проехал ещё 300 м по переулку. Найдите путь автомобиля и его перемещение.

Решение:



Перемещение: $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$

Модуль перемещения: $S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2}$

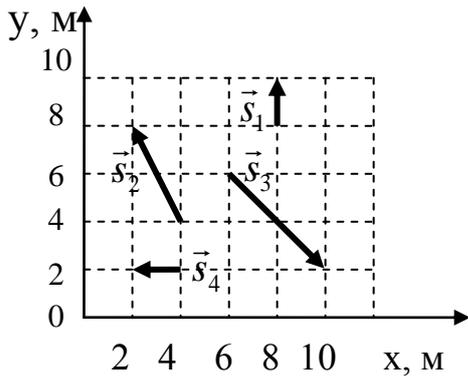
$S = \sqrt{400^2 + 300^2} = 500 \text{ (м)}$

Путь (длина траектории): $\ell = S_1 + S_2$

$\ell = 400 \text{ м} + 300 \text{ м} = 700 \text{ м}$

Ответ: $S = 500 \text{ м}$, $\ell = 700 \text{ м}$.

3. Найти проекции векторов перемещения на оси координат и их модули.



Решение:

Проекция вектора на ось считается положительной, если вектор сонаправлен с этой осью, и отрицательной, если вектор направлен противоположно оси.

Проекцией вектора на какую-либо ось называется длина отрезка между проекциями начала и конца вектора на эту ось, взятая со знаком «+» или «-».

Проекция вектора на ось равна разности координат конца и начала вектора.

$$S_x = x - x_0$$

$$S_y = y - y_0$$

Модуль вектора \vec{S} определим по формуле: $S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$

а) $S_{1x} = 0$ м, $S_{1y} = 10 - 8 = 2$ (м)

$$S_1 = \sqrt{0^2 + 2^2} = 2 \text{ (м)}$$

б) $S_{2x} = 2 - 4 = -2$ (м), $S_{2y} = 8 - 4 = 4$ (м)

$$S_2 = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ (м)}$$

в) $S_{3x} = 10 - 6 = 4$ (м), $S_{3y} = 2 - 6 = -4$ (м)

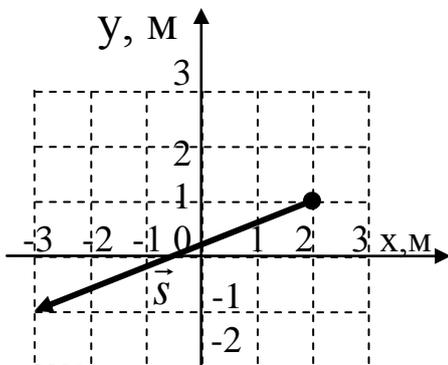
$$S_3 = \sqrt{4^2 + (-4)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ (м)}$$

г) $S_{4x} = 2 - 4 = -2$ (м), $S_{4y} = 0$ м

$$S_4 = \sqrt{(-2)^2 + 0^2} = 2 \text{ (м)}$$

4. Тело переместилось из точки с координатами $x_1 = 2$ м, $y_1 = 1$ м в точку с координатами $x_2 = -3$ м, $y_2 = -1$ м. Сделать чертеж, найти перемещение и его проекции на оси координат.

Решение:



$$S_x = x - x_0$$

$$S_y = y - y_0$$

$$S_x = -3 - 2 = -5 \text{ (м)}$$

$$S_y = -1 - 1 = -2 \text{ (м)}$$

$$S = \sqrt{(-5)^2 + (-2)^2} = \sqrt{29} \text{ (м)}$$

Ответ: $S_x = -5$ м, $S_y = -2$ м,

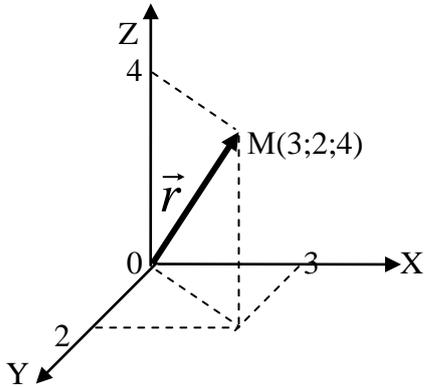
$$S = \sqrt{29} \text{ м.}$$

5. Постройте радиус-вектор точки $M(3;2;4)$ и определите его модуль.

Дано: $M(3;2;4)$

Найти: \vec{r}

Решение: Вектор, проведенный из начала системы отсчета в данную точку, называется **радиус-вектором** этой точки.



$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$r = \sqrt{3^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 4 + 16} = \sqrt{29}$$

Ответ: $r = \sqrt{29}$