

Многофакторный анализ влияния заработной платы и инвестиций в основной капитал на среднегодовую численность занятого населения в Амурской области

Горайнова В.А., студент 2 курса направления подготовки 38.03.02-«Менеджмент организации», научный руководитель – Заломская Г.А., Амурский государственный университет, г. Благовещенск, Россия

Аннотация. Статья подготовлена на основе официальной статистической информации за 2000 - 2017 год, содержащей количественные оценки масштабов занятости в Амурской области, размер средней заработной платы на одного работника, а также размер инвестиций в основной капитал по области. В ней представлен подход, позволяющий определить влияние между факторными признаками (средняя заработная плата, инвестиции в основной капитал) и результативным признаком (среднегодовая численность занятых) с применением приёмов факторного анализа.

Ключевые слова: факторный анализ, область, занятость, средняя заработная плата, инвестиции в основной капитал, факторный признак, результативный признак

Multivariate analysis of the impact of wages and fixed investment on the average annual number of employed people in the Amur region

Goryaynova V.A., 2nd year student of the direction of preparation 38.03.02 "Management of the organization», supervisor – Zalomsкая G.A., Amur state University, Blagoveshchensk, Russia

Abstract. The article was prepared on the basis of official statistical information for 2000 - 2017, containing quantitative estimates of the scale of employment in the Amur region, the average wage per employee, as well as the amount of investment in fixed capital in the region. It presents an approach that allows to determine the impact

between the factor characteristics (average wage, investment in fixed capital) and the effective feature (average annual number of employees) using the methods of factor analysis.

Keywords: factor analysis, region, employment, average salary, investment in fixed capital, factor sign, productive sign

Социально-экономические явления и процессы развиваются под влиянием не одного, а множества факторов, поэтому в статистике часто обращаются к многофакторному корреляционно-регрессионному анализу. Корреляционно-регрессионный анализ представляет собой исследование зависимости результативного показателя (непосредственно характеризующего изучаемое социально-экономическое явление или процесс) от факторных показателей (характеристик признаков-факторов, влияющих на изменение результативного показателя).

Актуально провести факторный анализ в Амурской области именно по факторным признакам: средняя заработная плата, инвестиции в основной капитал, и результативному – среднегодовая численность занятых, так как существенное преимущество области - географическое положение, дающее возможность наладить тесные экономические связи не только межрегионального значения с субъектами ДФО, но и международную производственную кооперацию с соседним Китаем и странами АТР. Известно, что развитие экономики напрямую зависит от объема инвестиций в основной капитал. Темп роста инвестиций составил 102,6% (РФ - 103,2%), область занимает 7-е место в России по объему инвестиций в расчете на душу населения. Также в области активно проводятся мероприятия по созданию новых рабочих мест. В динамике средней заработной платы на одного работника в Амурской области за 2000-2017 год наблюдается тенденция на увеличение размера средней заработной платы.

В связи с этим представляет интерес в проведении факторного анализа среднегодовой численности занятых, средней заработной платы на одного работника и размером инвестиций в основной капитал в Амурской области.

Прежде чем перейти к многофакторному анализу необходимо определить факторные и результирующие признаки. Первый факторный признак – среднемесячная заработная плата в Амурской области за 2000-2017гг. (x_1), второй факторный признак – инвестиции в основной капитал в Амурской области (x_2). Результирующим признаком будет являться среднегодовая численность занятых в Амурской области за 2000-2017гг. (y). По данным Аурстата, представленным в таблице 1 выявим зависимость между факторными и результирующими признаками.

Год	Зарплата x_1 , руб.	Инвестиции x_2 , млн руб.	Занятые y , тыс.чел.
2000	2232,2	4051,3	425,0
2001	3147,0	14163,8	426,0
2002	4692,2	13631,9	428,7
2003	5930,2	18216,9	425,8
2004	7353,7	22032,0	423,8
2005	9391,8	23742,5	424,2
2006	11110,8	28650,9	425,7
2007	13534,4	45683,2	427,7
2008	16665,0	66055,5	428,3
2009	19019,0	65625,3	428,1
2010	21207,5	83892,1	437,9
2011	24202,1	118296,5	438,3
2012	26789,0	113089,9	430,1
2013	30541,7	102003,5	425,5
2014	32396,5	76375,7	424,9
2015	32901,7	102214,0	393,2
2016	33836,8	129816,1	395,5
2017	37367,7	186624,1	390,6
Итого	332319,3	1214165,2	7599,3
Средние значения	18462,2	67453,6	422,2

Таблица 1. Стохастическая связь между численностью занятого населения, заработной платы и инвестициями

Для нахождения параметров уравнения $y_{x_1x_2} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$ произведем вычисления вспомогательных величин, которые запишем в таблице 2.

y^2	x_1^2	x_2^2	yx_1	yx_2	x_1x_2	$y_{x_1x_2}$	$y - y_{x_1x_2}$	$(y - y_{x_1x_2})^2$
180625,0	4982716,8	16413031,7	948685,0	1721802,5	9043311,9	432,3	-7,3	52,8
181476,0	9903609,0	200613230,4	1340622,0	6033778,8	44573478,6	431,4	-5,4	29,1
183783,7	22016740,8	185828697,6	2011546,1	5843995,5	63963601,2	430,8	-2,1	4,4
181305,6	35167272,0	331855445,6	2525079,2	7756756,0	108029860,4	430,1	-4,3	18,3

Продолжение таблицы

179606,4	54076903,7	485409024,0	3116498,1	9337161,6	162016718,4	429,3	-5,5	30,4
179945,6	88205907,2	563706306,3	3984001,6	10071568,5	222984811,5	428,4	-4,2	17,8
181220,5	123449876,6	820874070,8	4729867,6	12196688,1	318334419,7	427,5	-1,8	3,2
182927,3	183179983,4	2086954762,2	5788662,9	19538704,6	618294702,1	425,7	2,0	4,2
183440,9	277722225,0	4363329080,3	7137619,5	28291570,7	1100814907,5	423,4	4,9	24,1
183269,6	361722361,0	4306680000,1	8142033,9	28094190,9	1248127580,7	422,5	5,6	31,7
191756,4	449758056,3	7037884442,4	9286764,3	36736350,6	1779141710,8	420,7	17,2	296,4
192106,9	585741644,4	13994061912,3	10607780,4	51849356,0	2863023722,7	417,8	20,5	421,7
184986,0	717650521,0	12789325482,0	11521948,9	48639966,0	3029565331,1	417,0	13,1	171,9
181050,3	932795438,9	10404714012,3	12995493,4	43402489,3	3115360296,0	416,0	9,5	89,4
180540,0	1049533212,3	5833247550,5	13765272,9	32452034,9	2474305365,1	416,6	8,3	69,2
154606,2	1082521862,9	10447701796,0	12936948,4	40190544,8	3363014363,8	415,1	-21,9	479,1
156420,3	1144929034,2	16852219819,2	13382454,4	51342267,6	4392561412,5	413,3	-17,8	318,1
152568,4	1396345003,3	34828554700,8	14595823,6	72895373,5	6973713381,6	409,1	-18,5	341,6
3211635,1	8519702368,9	125549373364,4	138817102,0	506394599,8	1886868975,3	7606,8	-	2403,3

Таблица 2. К расчету параметров и оценке линейной двухфакторной регрессионной модели

$$\overline{y^2} = 178424,2; \overline{x_1^2} = 473316798,3; \overline{x_2^2} = 6974965186,9; \overline{yx_1} = 7712061,2;$$

$$\overline{yx_2} = 28133033,3; \overline{x_1x_2} = 1771492720,8;$$

$$\sigma_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum(y - y_{x_1x_2})^2}{n} = \frac{2403,3}{18} = 133,52.$$

Составим систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} 18 a_0 + 332319,3 a_1 + 1214165,2 a_2 = 7599,3 \\ 332319,3 a_0 + 8519702368,9 a_1 + 31886868975,3 a_2 = 138817102 \\ 1214165,2 a_0 + 31886868975,3 a_1 + 125549373364,4 a_2 = 506394599,8 \end{cases}$$

Решая данную систему методом К. Гаусса, получаем:

$$a_0 = 433,36;$$

$$a_1 = -0,0004;$$

$$a_2 = -0,00005.$$

Уравнение множественной регрессии, выражающее зависимость среднегодовой численности занятого населения (y) от заработной платы (x_1) и инвестициями (x_2), примет вид:

$$y_{x_1x_2} = 433,36 - 0,0004x_1 - 0,00005x_2.$$

Вычислим по нему $y_{x_1x_2}$ и занесем полученные значения в таблицу 2.

Для измерения тесноты связи между двумя из рассматриваемых переменных применяются парные коэффициенты корреляции. Парные коэффициенты корреляции можно рассчитать по следующим формулам:

$$r_{yx_1} = \frac{\overline{x_1y} - \overline{x_1}\overline{y}}{\sigma_{x_1}\sigma_y}, \quad (1)$$

Где r_{yx_1} - парный коэффициент корреляции между результативным признаком (y) и факторным признаком (x_1).

$$r_{yx_2} = \frac{\overline{x_2y} - \overline{x_2}\overline{y}}{\sigma_{x_2}\sigma_y}, \quad (2)$$

Где r_{yx_2} - парный коэффициент корреляции между результативным признаком (y) и факторным признаком (x_2).

$$r_{x_1x_2} = \frac{\overline{x_1x_2} - \overline{x_1}\overline{x_2}}{\sigma_{x_1}\sigma_{x_2}}, \quad (3)$$

Где $r_{x_1x_2}$ - парный коэффициент корреляции между факторными признаками.

Предварительно исчислим средние квадратические отклонения:

$$\sigma_y = \sqrt{178424,2 - 178252,8} = \sqrt{171,4} = 13,09;$$

$$\sigma_{x_1} = \sqrt{473316798,3 - 340852213,4} = \sqrt{132464584,9} = 11509,33;$$

$$\sigma_{x_2} = \sqrt{6974965186,9 - 4549991150,9} = \sqrt{2424974036} = 49244,03.$$

Тогда парные коэффициенты корреляции будут равны:

$$r_{yx_1} = \frac{7712061 - 18462,2 \cdot 422,2}{11509,33 \cdot 13,09} \approx -0,549;$$

$$r_{yx_2} = \frac{28133033,3 - 67453,6 \cdot 422,2}{49244,03 \cdot 13,09} \approx -0,537;$$

$$r_{x_1x_2} = \frac{1771492720,8 - 18462,2 \cdot 67453,6}{11509,33 \cdot 49244,03} \approx 0,928.$$

Частный коэффициент корреляции первого порядка между признаками x_1 и y при исключении влияния признака x_2 вычислим по формуле:

$$r_{yx_1}(x_2) = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2}r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1-r_{yx_2}^2)(1-r_{x_1x_2}^2)}}, \quad (4)$$

Где $r_{yx_1}(x_2)$ - частный коэффициент корреляции первого порядка.

Зависимость y от x_2 при исключении влияния x_1 :

$$r_{yx_2}(x_1) = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1}r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1-r_{yx_1}^2)(1-r_{x_1x_2}^2)}}, \quad (5)$$

Где $r_{yx_2}(x_1)$ - частный коэффициент корреляции первого порядка.

Взаимосвязь факторных признаков при отсутствии влияния результативного признака вычислим по формуле:

$$r_{x_1x_2}(y) = \frac{r_{x_1x_2} - r_{yx_1}r_{yx_2}}{\sqrt{(1-r_{yx_1}^2)(1-r_{yx_2}^2)}}, \quad (6)$$

Где $r_{x_1x_2}(y)$ - частный коэффициент корреляции первого порядка.

Выполним расчет частных коэффициентов корреляции:

$$r_{yx_1}(x_2) = \frac{-0,549 - (-0,537) * 0,928}{\sqrt{(1 - (-0,537)^2)(1 - 0,928^2)}} = \frac{-0,051}{0,314} \approx -0,162;$$

$$r_{yx_2}(x_1) = \frac{-0,537 - (-0,549) * 0,928}{\sqrt{(1 - (-0,549)^2)(1 - 0,928^2)}} = \frac{-0,028}{0,311} \approx -0,09;$$

$$r_{x_1x_2}(y) = \frac{0,928 - (-0,549) * (-0,537)}{\sqrt{(1 - (-0,549)^2)(1 - (-0,537)^2)}} = \frac{0,633}{0,705} \approx 0,898.$$

Наблюдается сильная связь между факторными признаками при элиминировании результативного показателя $r_{x_1x_2}(y) = 0,898$. Связь между заработной платой и результативным показателем является слабой, причем обратной, также дело обстоит с инвестициями и результативным показателем.

Показателем тесноты связи, устанавливаемой между результативными и двумя или более факторными признаками, является совокупный коэффициент множественной корреляции.

Совокупный коэффициент множественной корреляции рассчитаем по формуле:

$$R_{yx_1x_2} = \sqrt{\frac{r_{yx_1}^2 + r_{yx_2}^2 - 2r_{yx_1}r_{yx_2}r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}}, \quad (7)$$

Где $R_{yx_1x_2}$ – совокупный коэффициент множественной корреляции.

Для выявления тесноты связи численности занятого населения с обоими факторами одновременно исчисляем совокупный коэффициент множественной корреляции:

$$R_{y_{x_1x_2}} = \sqrt{\frac{(-0,549)^2 - 0,537^2 - 2*(-0,549)*(0,537)*0,928}{1 - 0,928^2}} = \sqrt{0,301} \approx 0,55.$$

Совокупный коэффициент множественной детерминации $R^2_{y_{x_1x_2}} = 0,301$ показывает, что вариация численности занятого населения на 30,1% обуславливается двумя анализируемыми факторами. Значит, выбранные факторы не существенно влияют на показатель среднегодовой численности занятого населения.

Проверим адекватность построенной двухфакторной модели среднегодовой численности занятого населения по F-критерию Фишера:

$$F = \frac{171,4}{133,52} * \frac{18-2}{2-1} \approx 20,54.$$

Табличное значение F-критерия при доверительной вероятности 0,95, т.е. 1-0,05 при $v_1=m-1=2-1=1$; $v_2=n-m=18-2=16$ составляет 4,49.

Поскольку $F_{расч} > F_{табл}$, уравнение регрессии $y_{x_1x_2} = 433,36 - 0,0004x_1 - 0,00005x_2$ следует признать адекватным.

Таким образом, построенная регрессионная модель численности занятого населения $y_{x_1x_2} = 433,36 - 0,0004x_1 - 0,00005x_2$ пригодна для практического применения. Она может использоваться для выявления резервов повышения численности занятого населения.

Анализ коэффициентов уровня множественной регрессии $y_{x_1x_2} = 433,36 - 0,0004x_1 - 0,00005x_2$ позволяет сделать вывод о степени влияния каждого из двух факторов на показатель численности занятого населения. Так, параметр $a_1 = -0,0004$ свидетельствует о том, что с увеличением заработной платы на 1 рубль следует ожидать снижения численности занятого населения на 0,0004 тысяч человек, также происходит и при увеличении размеров инвестиций.

Различия в единицах измерения факторов устраним с помощью частных коэффициентов эластичности, которые рассчитаем по формуле :

$$\bar{\varepsilon} = a_1 * \frac{\bar{x}}{\bar{y}}, \quad (8)$$

где $\bar{\varepsilon}$ - средний коэффициент эластичности;

$$\Theta_1 = -0,004 * 18462,2 / 422,2 = -0,0175;$$

$$\Theta_2 = -0,00005 * 67453,6 / 422,2 = -0,0799.$$

Анализ частных коэффициентов показывает, что по абсолютному приросту влияние на численность занятого населения оказывают оба фактора в равной незначительной мере. Фактор x_1 – снижение заработной платы на 1% приводит к росту численности занятого населения на 0,0175%. Снижение же размера инвестиций на 1% повышает численность занятого населения на 0,0799%.

Для определения факторов, в развитии которых заложены наиболее крупные резервы улучшения изучаемого показателя, необходимо учесть различия степени варьирования вошедших в уравнение факторов это можно сделать с помощью β -коэффициентов, которые вычисляются по формуле:

$$\beta_i = a_i * \frac{\sigma_{x_i}}{\sigma_y}, \quad (9)$$

где β_i – β -коэффициент.

Поделив произведение $\beta_i r_i$ на коэффициент множественной детерминации R^2 , получим коэффициент, который показывает какова доля вклада анализируемого фактора в суммарное влияние всех отобранных факторов. Обозначив этот коэффициент Δ_i получим:

$$\Delta_i = \frac{\beta_i r_i}{R^2}, \quad (10)$$

Где Δ_i – коэффициент, который показывает, какова доля вклада анализируемого фактора в суммарное влияние всех отобранных факторов.

Рассчитаем эти коэффициенты и дадим им экономическую интерпретацию:

$$\beta_1 = -0,0004 * 11509,33 / 13,09 = -0,352;$$

$$\beta_2 = -0,00005 * 49244,03 / 13,09 = -0,188.$$

Анализ β -коэффициентов показывает, что на среднегодовую численность занятого населения наибольшее влияние из двух исследуемых факторов с учетом уровня их вариации способен оказать фактор x_2 – размер инвестиций, так как ему соответствует наибольшее значение β -коэффициента.

$$\Delta_1 = -0,352 * (-0,549) / 0,55^2 = 0,638;$$

$$\Delta_2 = -0,188 * (-0,537) / 0,55^2 = 0,334.$$

На основании анализа Δ_i – коэффициентов установлено, что наибольшая доля прироста среднегодовой численности занятого населения из двух анализируемых факторов может быть обеспечена развитием такого фактора, как увеличение размеров инвестиций.

Таким образом, на основании частных коэффициентов эластичности ε_i , β_i и Δ_i – коэффициентов нельзя однозначно судить о резервах роста численности занятого населения, которые заложены в том или ином факторе.

Итак, с помощью факторного анализа мы выявили парадоксальную слабую обратную зависимость между средней заработной платой, инвестициями в основной капитал и среднегодовой численностью занятого населения в Амурской области. Построенная регрессионная модель численности занятого населения $y_{x_1x_2} = 433,36 - 0,0004x_1 - 0,00005x_2$ пригодна для практического применения в Амурской области.

Список используемых источников:

1. Федеральная служба государственной статистики [электронный ресурс] // Режим доступа: URL: www.gks.ru
2. Правительство Амурской области [электронный ресурс] // Режим доступа: URL: <https://www.amurobl.ru>
3. Лапо, В.Ф. Оценка влияния региональных методов регулирования на инвестиционную деятельность // Вопросы статистики. – 2018. - №9