

Решение задач о ранце на примере распределения задач на территории губернии

Качимова Ю.В. Магистр 3 курса, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, Самара, Россия.

Аннотация. Цель данной работы – построение математической модели оптимального распределения инвестиций для территории губернии, и решение данной задачи на условных величинах средствами MS Excel.

Ключевые слова: распределение инвестиций, математическое программирование.

The solution of knapsack problems on the example of the distribution of tasks in the province

Kachimova Yu.V. Master of 3 courses, Samara University, Samara, Russia.

Abstract. The purpose of this work is to build a mathematical model of the optimal distribution of investments for the territory of the province, and the solution of this problem on conventional values using MS Excel.

Keywords: investment distribution, mathematical programming.

Социально-экономическое развитие регионов находится под определяющим влиянием инвестиционного процесса. Он находится под разно направленным влиянием состава инвесторов, целей и направлений инвестирования, а также структуры источников.

Среди участников инвестиционного процесса особое место занимает регион с его носителями, выразителями и исполнителями социально-экономических интересов. Несомненно заинтересованность региона в указанном триединстве в достижении ряда целей, которые служат некоторым обобщением целей региона. К числу таких целей относятся: создание рабочих мест, экономический рост и благосостояние граждан региона, укрепление и расширение налоговой базы

бюджета региона, трансформация структуры отраслей, расширение внешнеэкономической деятельности, развитие институциональной структуры региона, поддержание благоприятной экологии для жизнедеятельности человека и инвестиционной привлекательности, изменение социальной структуры и ценностных ориентаций граждан региона.

Достижение этих целей на уровне региона прежде всего зависит от того, как распределен процесс формирования материального, нематериального и финансового имущества в ходе использования финансовых средств по различным формам собственности. Структура распределения инвестиций определяется эконометрическими факторами, такими как обеспеченность природными ресурсами региона, географическая расположенность, и т.д.

Инвестиционный поток распределяется среди предприятий внутри отдельных губернии. Если изобразить математическую модель данной структуры инвестиционного потока в виде графа, то он приобретет древовидную структуру.

Для упрощения задачи о многомерном ранце древовидной структуры и ее применения для распределения инвестиций на территории губернии ограничимся распределением инвестиций на 6 объектах. Запишем задачу в виде древовидного графа, и переименуем вершины в числовые символы.

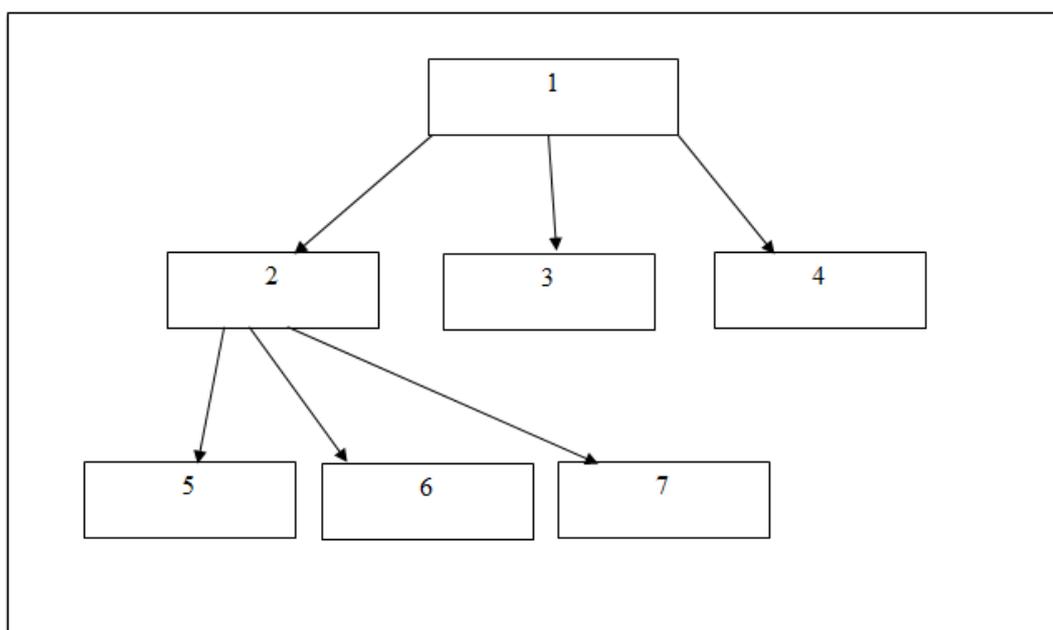


Рисунок 1. Упрощённая модель распределения инвестиций

Для каждой вершины характерна зависимость дохода от вложенных средств, что можно представить в виде графика функции $f(r)$, где s – доход, а r – инвестиции.

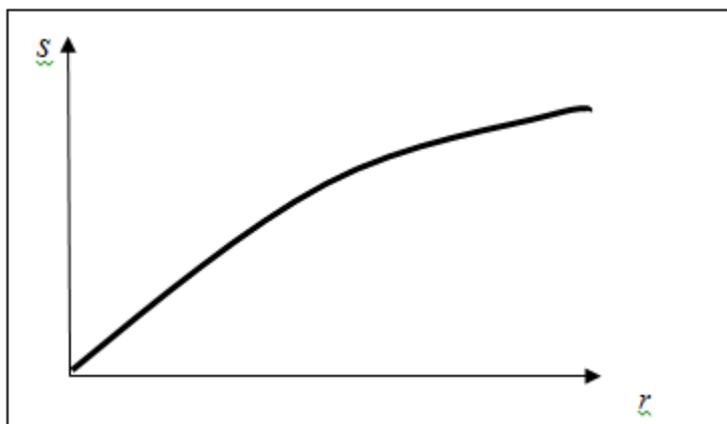


Рисунок 2. График распределения инвестиций

Целью поставленной, локальной, задачи является определить оптимальное распределение инвестиций между 3 районами, при условии, что в районе 1 имеется 3 предприятия, а в районах 2 и 3 условно считаем, что имеется лишь по одному предприятию для вложения средств с целью дальнейшего дохода. В свою очередь, в районе 2 нужно решить задачу о ранце, определяя объем инвестиций, распределяемый между тремя тамошними предприятиями.

Допустим, что на весь регион выделено количество средств в размере 6000000 у.е. Этапами распределения на каждом шаге будут являться районы, обозначим этап перехода от района в район T , а процесс перехода обозначим как $T_1 \rightarrow T_7$. Объем всех инвестиций, или объем рюкзака, обозначим символом B . Направленные в районы, или вершины графа, инвестиции обозначим за x , их окупаемость, то есть доход от вложенных средств, обозначим символом s , а процентную ставку дохода с предприятия, или управляющую функцию обозначим символом i .

Решение задачи сводится к следующим условиям

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^7 s_i x_i \rightarrow \max, \\ \sum_{i=1}^7 x_i a_i \leq B. \end{cases}$$

Рассмотрим решение в вершине 1.

За 1 мы приняли всю Самарскую губернию, и в ней условно имеется три района. На этом этапе должны определить объём инвестиций направляемый в каждый район. Построим графики доходности в каждом из этих трёх районов.

Условно считаем, что процентная ставка доходности в вершине 2 будет равняться 30%, или $n=30\%$. Доход определяется произведением вложенных средств, инвестиций, на процентную ставку дохода в данной вершине:

$$s = n_i * x_i \rightarrow \max.$$

x	0	100	150	200	250	300	350	400
n	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
s	0	130	195	260	325	390	455	520

Таблица 1. Доход инвестиций в вершине 2

В вершине 3 условная доходность равна 20%, или $n=20\%$.

x	0	100	150	200	250	300	350	400
n	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
s	0	120	180	240	300	360	420	480

Таблица 2. Доход инвестиций в вершине 3

В вершине 4 условная доходность составляет 15%, или $n=15\%$.

x	0	100	150	200	250	300	350	400
n	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
s	0	115	172,5	230	287,5	345	402,5	460

Таблица 3. Доход инвестиций в вершине 4

Для решения задачи мы должны выбрать оптимальное количество инвестиций направляемых в каждый район, удовлетворяющий следующим условиям:

$$\sum_{i=2}^4 s_i x_i \rightarrow \max,$$

$$\sum_{i=2}^4 x_i a_i \leq B.$$

Теперь обозначим все имеющиеся ограничения:

- предприятию 5 для нормального функционирования требуется минимум 350000 у.е. за расчетный период;
- предприятию 6 для функционирования необходимо минимум 175000 у.е. за расчетный период;
- предприятию 7 необходимым, но недостаточным вложением является сумма в размере 300000 у.е. за расчетный период;
- району 2 для нормального функционирования требуется минимум 1800000 у.е. за расчетный период;
- району 3 для функционирования необходимо минимум 1700000 у.е. за расчетный период;
- району 4 необходимым, но недостаточным вложением является сумма в размере 1600000 у.е. за расчетный период;

Так же при имеющихся ограничениях на 2 уровнях иерархии графа, относительно суммы инвестиций, поступающих в распоряжение вышеупомянутых объектов:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=2}^4 x_i \leq B, \\ \sum_{i=4}^7 x_i \leq f_2. \end{array} \right.$$

Применив все имеющиеся ограничения и условия, таблицы приобретают следующий вид:

i	2	3	4	5	6	7
x(i)	1875000	1700000	1600000	350000	175000	300000
	2	3	4	5	6	7
s(i)	562500	340000	240000	56000	31500	51000
	2	3	4	5	6	7
n(i)	0,3	0,2	0,15	0,16	0,18	0,17

Таблица 4. Распределение инвестиций на третьем этапе решения задачи

У функций появились следующие значения:

f(x,s)	2437500,00	4477500,00	6317500	6723500	6930000	7281000
x*s	2437500,00	2040000	1840000	406000	206500	351000

Таблица 5. Целевая функция решения задачи

Целевое значение функции, или максимальная прибыль от вложенных средств по субъектам региона, при условленных процентных ставках, составляет 7281000 у.е.

Решение поставленной задачи имеет значения отличные от проделанных ранее двух этапов, смещение происходит в сторону большей процентной ставки.

Список используемых источников:

1. Карасева Р. Оптимальное распределение инвестиций по объектам вложения методами динамического программирования // Концепт. 2016. №7. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/optimalnoe-raspredelenie-investitsiy-po-obektam-vlozheniya-metodami-dinamicheskogo-programmirovaniya> (дата обращения: 10.12.2018).