

**Пространственно рассредоточенные аналоги модели Эрроу – Дебре экономики Вальраса с взаимодействиями совершенной и несовершенной конкуренции, методы поиска их состояния равновесия**

Последова Валерия Викторовна, «ПАО Сбербанк», Самара, Россия.

**Цель** данной работы заключается в строении математических моделей, являющихся развитием модели экономики Вальраса, как дезагрегированной децентрализованной пространственно рассредоточенной системы.

**Ключевые слова:** модель Эрроу-Дебре, пространственно рассредоточенные экономические системы, несовершенная и совершенная конкуренция, сетевые задачи теории игр, теория гидравлических систем, поиск состояний равновесия.

Для описания структуры связей между объектами пространственно рассредоточенной экономической системы будем применять обозначения теории графов. Полностью эти структуры будут описаны далее, применяемые здесь обозначения им соответствуют, и не мешают пониманию описываемых моделей.

Каждое домашнее хозяйство узла  $i \in DX$ , на суммарный доход приобретает товары потребления и поставляет свой труд на рынки труда. Суммарный доход состоит из:

- 1) доход  $D_i^1$  от продажи своих видов труда;
- 2) доход  $D_i^2$  от владения акциями предприятий;
- 3) доход  $D_i^3$  от владения акцией перекупщиков.

Доход по акциям – это вложения в предприятия и перекупщиков в предыдущие периоды.

Будем считать, что каждое домашнее хозяйство  $i \in DX$  в результате своей деятельности максимизирует свою полезность. Максимум полезности домашнего хозяйства будет иметь вид:

$$u_i = u_i(x) = u_i((xw_v)_{v \in V_W^+(i)}; (xl_v)_{v \in V_L^-(i)}) \rightarrow \max_{\Theta_{ДХ}(i)}$$

где  $\Theta_{ДХ}(i)$  - набор переменных (параметров), по которым проводится

оптимизация, в частности

$$\Theta_{ДХ}(i) = \left( (xw_v)_{v \in V_W^+(i)}; (xl_v)_{v \in V_L^-(i)} \right),$$

$V_W^+(i)$  – множество дуг, по которым товар поступает с товарных рынков,  $V_L^-(i)$

– множество дуг, по которым труд выходит на рынки труда.

Для  $v \in V_W^+(i)$  цена товара, поступающего по дуге  $v$  из узла  $h1(v)$ , равна  $P_{h1(v)}$ ,

поэтому затраты на приобретение товаров будет иметь вид  $\sum_{v \in V_W^+(i)} P_{h1(v)} xw_v$ . Таким образом, бюджетное ограничение будет выглядеть

$$\sum_{v \in V_W^+(i)} P_{h1(v)} xw_v \leq D_i^1 + D_i^2 + D_i^3,$$

### Доход от продажи труда

Первая часть от продажи труда вычисляется по зависимости

$$D_i^1 = \sum_{v \in V_L^-(i)} P_{h2(v)} \cdot xl_v$$

где  $V_L^-(i)$  – множество дуг, выходящих из узла  $i$  в узлы рынков труда  $h2(v)$ ,  $v \in V_L^-(i)$ ;  $P_{h2(v)}$  – цена труда в этих узлах.

### Доход по акциям предприятий

Обозначим через  $J_i$  множество предприятий, акционером которого является домашнее хозяйство  $i$ ,  $J_i \subset PP$ . Возьмем предприятие  $j \in J_i$ , прибыль этого предприятия  $\pi_j$ . Через  $I_j$  обозначим множество домашних хозяйств – акционеров предприятия  $j$ , между которыми распределяется эта прибыль.

Введем коэффициенты  $\alpha_j^k$  – доля прибыли, получаемая домашним хозяйством  $k$  от предприятия  $j$ . Эти коэффициенты должны обладать свойствами

$$\sum_{k \in I_j} \alpha_j^k = 1, \quad \alpha_j^k \geq 0, \quad k \in I_j.$$

Тогда вторая часть бюджета домашнего хозяйства будет равна

$$D_i^2 = \sum_{j \in J_i} \alpha_j^i \pi_j,$$

### Доход по акциям от перекупщиков

Пусть  $w$  – некоторый продукт,  $w \in W$ ,  $u$  – перекупщик этого товара  $u \in V_w$ ,

обозначим  $VW = \bigcup_{w \in W} V_w$  – множество всех перекупщиков. Обозначим через  $JV_i$  множество перекупщиков, акционером которого является домашнее хозяйство  $i$ .

Возьмем перекупщика  $jv \in JV_i$ , прибыль перекупщика  $\pi_{jv}$ . Через  $IV_{jv}$  обозначим множество домашних хозяйств – акционеров перекупщика  $jv$ , между которыми распределяется эта прибыль. Введем коэффициенты  $\beta_{jv}^k$  – доля прибыли, получаемая домашним хозяйством  $k$  от перекупщика  $jv$ . Эти коэффициенты должны обладать свойствами

$$\sum_{k \in IV_{jv}} \beta_{jv}^k = 1, \quad \beta_{jv}^k \geq 0, \quad k \in IV_{jv}.$$

Тогда третья часть бюджета домашнего хозяйства будет равна

$$D_i^3 = \sum_{jv \in JV_i} \beta_{jv}^i \pi_{jv},$$

## Задача домашнего хозяйства.

Оптимизируемый критерий задачи домашнего хозяйства  $DX(i)$  узла  $i$  имеет вид:

$$u_i = u_i(x) = u_i((xw_v)_{v \in V_w^+(i)}; (xl_v)_{v \in V_L^-(i)}) \rightarrow \max_{\Theta_{DX}(i)} \quad (2.1)$$

ограничения, накладываемые бюджетом, имеют вид

$$\sum_{v \in V_w^+(i)} P_{h1(v)} xw_v \leq \sum_{v \in V_L^-(i)} Pl_{h2(v)} \cdot xl_v + \sum_{j \in J_i} \alpha_j^i \pi_j + \sum_{jv \in JV_i} \beta_{jv}^i \pi_{jv} \quad (2.2)$$

Так, как мы считаем, что домашние хозяйства непосредственно связаны дугами с узлами локальных рынков экономической системы, потоки по дугам обозначены  $q_v$ , начало дуг обозначены  $h1(v)$ , конец дуги обозначены  $h2(v)$ , то задача домашнего хозяйства  $DX(i)$  будет иметь вид

$$\left\{ \begin{array}{l} u_i = u_i(x) = u_i((q_v)_{v \in V_w^+(i)}; (q_v)_{v \in V_L^-(i)}) \rightarrow \max_{\left( (q_v)_{v \in V_w^+(i)}; (q_v)_{v \in V_L^-(i)} \right)} \\ \sum_{v \in V_w^+(i)} P_{h1(v)} q_v \leq \sum_{v \in V_L^-(i)} Pl_{h2(v)} \cdot q_v + \sum_{j \in J_i} \alpha_j^i \pi_j + \sum_{jv \in JV_i} \beta_{jv}^i \pi_{jv} \end{array} \right. \quad (2.2)$$

Для дуги  $v \in V_w^+(i)$  узел  $h1(v)$  принадлежит рынку товара  $w$ , для которого  $h1(v) \in E^w$ . Для дуги  $v \in V_L^-(i)$  узел  $h2(v)$  принадлежит рынку труда  $l$ , для которого узел  $h2(v) \in E^l$ .

### **Список использованных источников:**

1. Вальрас Л. Элементы чистой политической экономии. — М.: Изограф, 2000. — 448 с.2014.
2. Никайдо, Х. Выпуклые структуры и математическая экономика. \ М., Мир, 1972. С. 514.
3. Клейнер Г.Б. Государство - регион - отрасль - предприятие: каркас системной устойчивости экономики России. Часть 1 /Клейнер Г. Б. // Экономика региона. 2015. № 2. С. 50-58.