УДК 622.324

Решение задачи оптимизации встречающиеся при проектировании обустройства природных месторождений для минимизации расходов

Ретунская Надежда Владиславовна, Самарастат, Самара, Россия.

Цель данной работы заключается в анализе оптимизации обустройства природных месторождений и решении задачи для минимизации расходов. В качестве средств анализа использовались Метод динамического программирования, Аппроксимационно-комбинаторный метод.

Ключевые слова: математические и инструментальные методы, Метод динамического программирования, Аппроксимационно-комбинаторный метод.

Данная задача состоит в построении трубопроводной сети, связывающей множество источников жидкости со стоками, и в оптимизации параметров этой сети: диаметров и перепадов давлений на звеньях. Можно выделить две следующие постановки этой задачи:

- Задача оптимизации приведенных затрат на сеть без ограничений на перепады давления и при наличии непрерывного спектра диаметров. В этом случае $c_{ij}\left(x_{ij}\right)$ — зависимость стоимости единицы длины трубопровода от потока жидкости по данному трубопроводу - представляет собой выпуклую разрывную функцию. Поэтому постановка и методы решения этой задачи совпадают с описанными выше. На множестве близких решений параметры каждой древовидной сети однозначно определяются из зависимости стоимости трубопровода от его диаметра и из законов течения жидкости (закон Бернулли).
- Задача минимизации стоимости строительства сети при наличии ограничений на перепады давления между источниками и стоком и при дискретном наборе диаметров. В этом случае зависимость

диаметров трубопровода от потока по данному трубопроводу при зафиксированном перепаде давлений имеет ступенчатый характер.

Параметры аппроксимирующей задачи можно получить из среднеквадратичной аппроксимации этой функции. После решения аппроксимирующей задачи на множестве полученных близких решений решается задача оптимизации параметров трубопроводной сети при наличии дискретного набора диаметров и ограничений на перепад давления. Точное решение этой задачи можно получить, используя метод динамического программирования.

При проектировании обустройства водных месторождений имеется ряд однотипных задач, которые можно объединить в один класс. Сюда относятся задачи выбора диаметра труб, типов насосов и транспортных сетей систем сбора воды. Остановимся подробнее на этих задачах.

Задается некоторое количество скважин, для которых известны их расположения, расход потока и наибольшее давление, под которым этот поток может подаваться. Известно расположение скважин и давление, под которым должен поступать поток. Скважины и сборный пункт соединяются некоторой транспортной сетью, которая имеет древесную форму. Для этой сети известны схема соединения её вершин, длина и разность геодезических отметок концов каждого участка. Требуется для каждого участка выбрать такие диаметр и толщину стенок, чтобы вся смесь из скважин (источников потока) поступала в сток, при этом стоимость всей сети была наименьшей.

Сети системы поддержания пластового давления можно разделить на сети двух видов: сети магистральных водопроводов, сети высоконапорных водоводов. Магистральные водоводы транспортируют воду от водозабора до блочных кустовых насосных станций (БКНС), высоконапорные водоводы от них до нагнетательных скважин. При проектировании магистральных водоводов для каждой БКНС задаются объём и наименьшее давление потребляемой ею воды, для водозабора его расположение и давление, с которым вытекает из него вода.

Требуется на сети с заданной схемой соединения вершин и с заданными длинами участков определить диаметр и толщину стенок трубы какого участка таким образом, чтобы требуемое количество води из водозабора (источника потока) поступало в БКНСы (стоки). Аналогичная задача возникает и при расчете высоконапорных водоводов.

Приведем математическую постановку рассмотренных задач. Рассмотрим сети систем сбора воды. Пусть трубопроводная сеть имеет вид дерева D со множеством вершин J. Пример такого дерева показан на рисунке 1, его вершины помечены числами от 1 до 9.

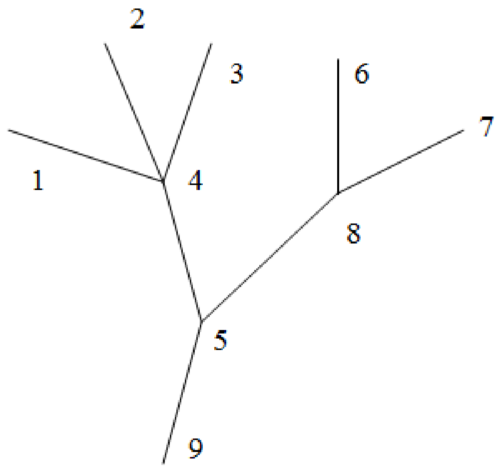

Рисунок 1. Сеть вида дерева

Выделим из множества J вершину, соответствующую стоку. Для дерева рисунка 1 пусть такой вершиной будет вершина с номером 9. Все остальные вершины будем считать источниками потока. Если в какой-либо вершине нет источника, то примем, что расход выходящего из него потока равен 0.

Ориентируем дерево D таким образом, чтобы ориентация ребер совпадала с направлением движения потока. Получим ориентированное дерево G. Так из дерева, изображенного на рисунке 1, получим дерево изображенное на рисунке 2.

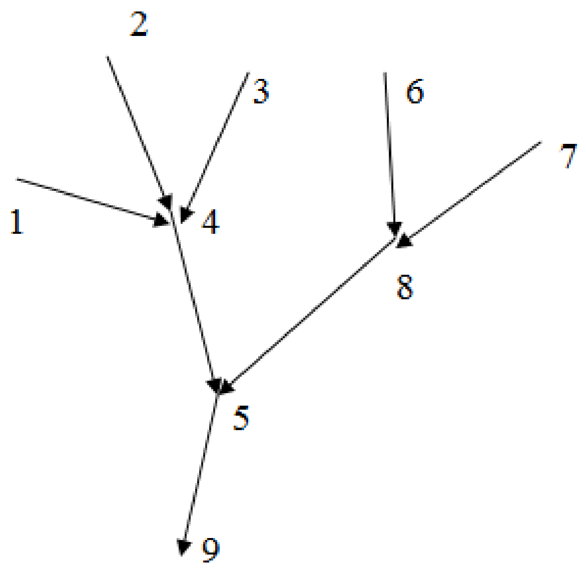

Рисунок 2. Сеть вида дерева с направлениями потоков

Так как из каждой вершины $i \in J \setminus \{\nu\}$ выходит ровно одно ребро (участок сети), то это ребро будем помечать тем же номером, что и вершину из которой это ребро выходит.

Задание трубопроводной сети в виде ориентированного дерева позволяет однозначно определить величину потока q_i, проходящего по i-ому ребру. Значение q_i равно сумме потока источников множества J_i. Для каждого ребра $i \in J \setminus \{\nu\}$ известна длина L_i и разность геодезических отметок h_i. Пусть $x(\varphi_i)$ – давление потока в вершине φ_i, то есть в той вершине, в которую непосредственно поступает поток из i-ой вершины, $u(i)$ – диаметр на i-ом ребре, $u(i) \in U_i$, U_i – конечное множество стандартных диаметров труб. Тогда давление $x(i)$ в i-ой вершине определяется по заранее известным зависимостям

$$x(i) = D(x(\varphi_i), u(i), L_i, q_i, h_i). \quad (1)$$

Заметим, что в зависимости (1) $x(i) > x(\varphi_i)$, так как поток движется из i-ой в φ_i-ую вершину. Отсюда следует, что $x(i)$ должно принадлежать отрезку $[a_\nu, b_i]$, где b_i наибольшее давление, допустимое i-ой вершине. a_ν - давление, с которым поток должен поступать в сток. Значение величин L_i, q_i, h_i, для каждого участка фиксированы, поэтому (1) можно записать

$$x(i) = f_i(x(\varphi_i), u(i)). \qquad (2)$$

Стоимость трубы на участке является функцией ее диаметра u_i и толщины стенки трубы $\delta(i)$ (длина участка L_i фиксирована), то есть $f_i^0(\delta(i), u(i))$ толщина стенки – функцией наибольшего давления на участке

$$\delta(i) = \delta_i^1(x(i), x(\varphi_i)).$$

Подставляя (2) в это выражение, получим

$$\delta(i) = \delta_i(x(\varphi_i)).$$

Таким образом стоимость участка является функцией

$$f_i^0(x(\varphi_i), u(i)),$$

стоимость всей сети будет иметь вид

$$\sum_{i \in J \setminus \{\nu\}} f_i^0(x(\varphi_i), u(i)). \qquad (3)$$

В рассмотренной задаче считалось, что потолок движется за счет давления, создаваемого в источниках. При вычислении функционала (3) не учитывалась стоимость насосов, создающих давление. Такие случаи действительно встречаются, например, при сборе воды, когда пластовое давление достаточно высоко, а протяженность сети мала (под протяженностью сети понимается наибольшее расстояние от источника до потребителя). В противном случае приходится при проектировании сети размещать и выбирать типы насосов.

Пусть, например, транспортная сеть имеет вид, приведенный на рисунке 4 и вершины 1,2,3,6,7,5 являются местами возможного расположения дожимных насосных станций, на рисунке эти вершины помечены квадратами. Преобразуем эту сеть следующим образом. Те участки сети, которые выходят из возможных точек строительства, условно разобьём на 2 участка. Участок, ближайший к исходной вершине, обозначим двойной линией, вновь появившемся вершинам придадим новые номера. В результате получим новое входящее дерево G с множеством вершин J, изображенное на рисунке 4. Участки, обозначенные двойной линией соответствуют участкам-насосам. На них давление повышается при переходе из i-ой в φ_i-ую вершину. Участки, обозначенные одной линией, соответствуют участкам-трубопроводам. Дня каждой вершины этой сети, кроме v (на рисунке 2 это 9 вершина), зададим наименьшее a_i , и наибольшее b_i давления, которые могут достигаться в этой вершине, в v-ой вершине давления a_v фиксировано. Обычно эти давления задаются исходя из каких-либо технологических соображений. На линейных участках (участках-трубах) зависимости перепада давления потока описаны. На участках-насосах зависимость перепада давления имеет вид

$$x(i) = D_i\left(x(\varphi_i), u(i), q_i\right),$$

где $x(i)$ – давление в i-ой вершине (на входе в насос), $x(\varphi_i)$ – давление в φ_i-ой вершине (на выходе с насоса), $u(i)$ – тип насоса из конечного множества U_i стандартных насосов.

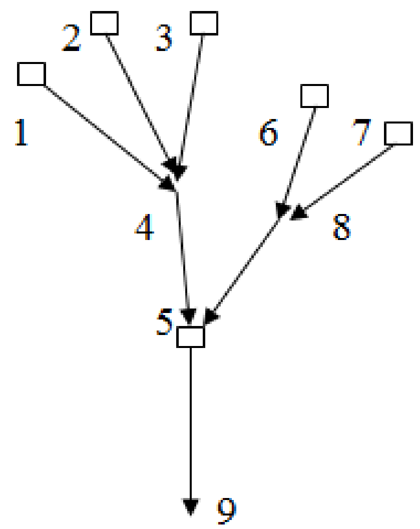

Рисунок 3. Транспортная сеть

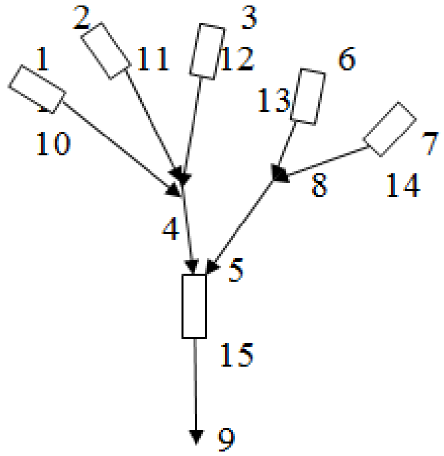

Рисунок 4. Преобразованная транспортная сеть

Так как расход q_i для каждого участка фиксирован, то эту зависимость можно записать

$$x(i) = f_i(x(\varphi_i), u(i)). \tag{4}$$

Заметим, что в этой зависимости $x(i) \leq x(\varphi_i)$.

Стоимость насоса, которая может состоять либо из капитальных, либо из эксплуатационных, либо из приведенных затрат также есть некоторая функция

$$f_i^0(x(\varphi_i), u(i)).$$

Задача А. Среди всех значений переменных $u(i), i \in J \setminus \{\nu\}$, удовлетворяющих ограничениям

$$u(i) \in U_i, i \in J \setminus \{\nu\},$$

$$x(\nu) \in a_\nu,$$

$$x(i) = f_i(x(\varphi_i), u(i)), i \in J \setminus \{\nu\},$$

$$x(i) = [a_i, b_i], i \in J \setminus \{\nu\},$$

определить значения, минимизирующие функционал

$$\sum_{i \in J \setminus \{\nu\}} f_i^0(x(\varphi_i), u(i)).$$

Заметим, что поскольку необязательно, чтобы в каждой точке возможного строительства ставилась насосная станция, то в число стандартных насосов необходимо включить нулевой тип насоса, для которого для любого $x(\varphi_i)$ стоимость его равна нулю и $x(i)=x(\varphi_i)$, здесь i соответствует только участку-насосу.

Но не только построение новых сетей описывает полученная выше задача. Покажем, что она описывает и расширение уже имеющихся сетей, необходимость в котором возникает при изменении расходов и давлений источников. Действительно, пусть на некоторых участках уже имеются построенные объекты (трубы), тогда вместо формул (2) или (4) надо рассмотреть формулу $x(i)=D_i\left(x(\varphi_i),u(i),u_i^0\right)$,

где u_i^0 – построенная коммуникация на i-ом участке.

Но так как u_i^0 на данном участке фиксировано, т.е. зависит только от i, то можно записать $x(i)=f_i(x(\varphi_i),u(i))$, поэтому задачу расширения можно представить в виде задачи А.

Задача А описывает и задачи проектирования сетей системы ППД. Основное отличие состоит в том, что меняется конкретный вид зависимостей, определяющих изменение давления на участках. Для линейных участков эта зависимость выводится из формулы Дарси-Вейсбаха. При этом $x(i)<x(\varphi_i)$, это следует из того, что направление движения потока противоположно ориентации дерева так как в ν-ой вершине находится источник потока, в остальных стоки. Изменение давления потока на насосной станции, которая ставится обычно только в источнике потока, определяется по зависимости, приведенной в работе.

В практике проектирования трубопроводных систем часто встречаются случаи, когда наибольшие допустимые давления b_i и расходы потока q_i, проходящих по участкам, являются функциями дискретного времени $t, t=\overline{1,T}$, т.е. $b_i = b_{it}, q = q_{it}$, где T-время эксплуатации трубопровода. Отсюда следует, что давления в узлах сети являются функциями времени t.

Если $x(\varphi_i, t)$ давление потока в φ_i-ой вершине сети, $u(i)$ – тин объекта (труба, либо насос), q_{it} величина потока в i-ом участке сети в момент времени t, то давление $x(i,t)$ в i-ой вершине определяется по известной зависимости

$$x(i,t) = D_i\left(x(\varphi_i, t), u(i), q_{it}\right).$$

Так как величина q_{it} зависит только от времени t и участка i, то эту зависимость можно записать

$$x(i,t) = f_{it}\left(x(\varphi_i, t), u(i)\right). \qquad (5)$$

давление $x(i,t)$ в любой вершине $i \in J \setminus \{\nu\}$ в любой момент времени t долили удовлетворять ограничению

$$x(i,t) \in [a_i, b_{it}].$$

Стоимость участка трубы является функцией от диаметра $u(i)$ и толщины $\delta(i)$ стенки трубы. Толщина $\delta(i)$ стенки трубы является функцией от наибольшего давления на i-ом участке, т.е,

$$\delta(i) = \delta_i^1\left(x(i,1), x(i,2), \ldots, x(i,T)\right),$$

$$x(\varphi_i,1), x(\varphi_i,2), \ldots, x(\varphi_i, T)$$

и в силу (25) эту зависимость можно записать

$$\delta_i\left(x(\varphi_i,1), x(\varphi_i,2), \ldots, x(\varphi_i, T)\right).$$

Таким образом стоимость участил трубы можно записать

$$f_i^0\left(x(\varphi_i,1), x(\varphi_i,2), \ldots, x(\varphi_i, T), u(i)\right).$$

К аналогичному виду в ряде случаев можно привести и зависимость стоимости насосов. Стоимость же всей сети тогда будет иметь вид

$$\sum_{i \in J \setminus \{\nu\}} f_i^0\left(x(\varphi_i,1), x(\varphi_i,2), \ldots, x(\varphi_i, T), u(i)\right). \qquad (6)$$

Список используемых источников:

1. Васин А. А. Морозов В.В. Теория игр и математические модели экономики // МАКС Пресс, 2005. С. 2005.
2. Атавин А.А, Карасевич А.М., Сухарев М.Г. и др. Трубопроводные системы энергетики: модели, приложения, информационные технологии // М.: ГУП Издательство «Нефть и газ» РГУ Нефти и газа им. И.М. Губкина. 2000. С. 320.
3. Гальперин, В. М. Игнатьев С. М., Моргунов В. Н. Микроэкономика: в 2–х т./ общая редакция В. М. Гальперина. – СПб.: Экономическая школа, 2000. – Т. 1. – 349 с.; Т. 2. – 503 с.