

ВЛИЯНИЕ ПЛАНИРОВКИ ГОРОДА И КАРТЫ ДОРОЖНОЙ СЕТИ НА ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО МАРШРУТА

ДЕРЕВЯНЧУК Екатерина Дмитриевна

кандидат физико-математических наук, доцент
ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет»
г. Пенза, Россия

В данной работе проведено исследование о влиянии планировки города и существующей дорожной сети в городе на выбор оптимального маршрута из одной точки города в другую. Исследование проводилось без учёта пробок на дороге. В качестве численного метода предложена модификация алгоритма Дейкстры. Предложенный алгоритм позволяет найти наиболее оптимальный путь из одной точки в другую с учетом планировки города и карты дорожной сети. В статье предложено определение и название графа вида павлин.

Ключевые слова: модификация алгоритма Дейкстры, весовая матрица, теория графов, планировка города, улично-дорожная сеть, кратчайший путь.

В данной работе предложен подход по модификации алгоритма Дейкстры для решения задачи поиска кратчайшего пути между одной точкой города и другой с учётом вида планировки города.

Введем основные определения, связанные с дорожными сетями и теорией графов [1].

Улично-дорожная сеть (далее по тексту – УДС) – это комплекс объектов, включающий в себя улицы и дороги различных категорий, площади, мосты, туннели, эстакады, подземные переходы и другую логистическую инфраструктуру города.

С точки зрения геометрического начертания УДС можно свести к нескольким типам, которые охватывают все многообразие городских планировочных структур. Одной из таких является свободная планировка. Свободная схема характерна для старых средневековых городов с неупорядоченной УДС. В таких городах часто встречается запутанная сеть узких улиц, неожиданно выводящих на случайные площади, никак не связанные друг с другом.

При свободной планировке сами улицы являются серьезным препятствием для организации движения городского транспорта и грузопотока. С целью приближения УДС к современным транспортным требованиям в таких городах приходится осуществлять значительные по объёмам капиталовложений работы по реконструкции. Сейчас свободная схема может применяться при проектирова-

нии поселков и курортных городов, в которых зачастую невысокие скорости движения и интенсивности транспортных потоков. При свободной планировке очень многое зависит от того, насколько удачно сочетаются отдельные ее части.

С точки зрения теории графов, любая дорожная сеть – это **граф**, в которых рёбрами (или дугами) обозначены дороги, а точками – города или объекты инфраструктуры (дома, остановки и т. д.).

Постановка задачи. Найти оптимальный путь из пункта N в пункт M с учётом планировки города и существующей дорожной сети.

Математическая постановка задачи. Найти оптимальный путь из вершины x_i в вершину x_j с учетом планировки города и существующей дорожной сети.

Численный метод. Пусть дан граф $G(X, A)$ с конечным числом вершин и ребер, где $X = \{x_i\}$, $i=1, 2, 3, \dots, n$ – это множество вершин, $A = \{a_i\}$, $i=1, 2, 3, \dots, m$ – множество дуг. Известна матрица весов графа C , где элемент матрицы c_{ij} – это длина (км) от вершины x_i до x_j .

Численный метод решения поставленной задачи состоит в том, чтобы при свободной схеме дорожной сети заменить ряд последовательных ориентированных дуг, у которых вершины имеют прямое отображение не выше первого порядка. При этом вес получен-

ной дуги равен сумме всех дуг на этом отрезке пути.

Как известно, **прямым отображением 1-го порядка** вершины x_i является множество таких вершин графа, для которых существует дуга (x_i, x_j) , то есть $\Gamma^1(x_i) = \{x_j: \text{дуга } (x_i, x_j) \in A\}$.

Свободная планировка улично-

дорожной сети. Пусть есть исходный граф G (рисунок 1). Данный граф можно изменить, с учетом того имеет ли вершина прямое отображение первого порядка или нет. Вершины 2, 4, 7, 8 имеют отображение первого порядка, т.е. они отображаются в вершины 3, 5, 6, 9 соответственно.

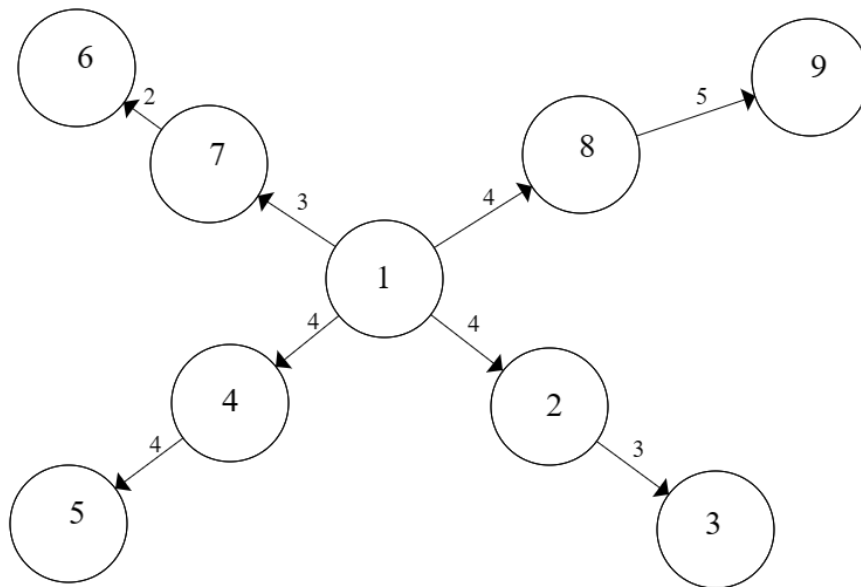


Рисунок 1. Граф G

Тогда заменяя путь 1-2-3 на 1-3, путь 1-4-5 на 1-5, путь 1-7-6 на 1-6, путь 1-8-9 на 1-9, получим новый граф G^* (рисунок 2).

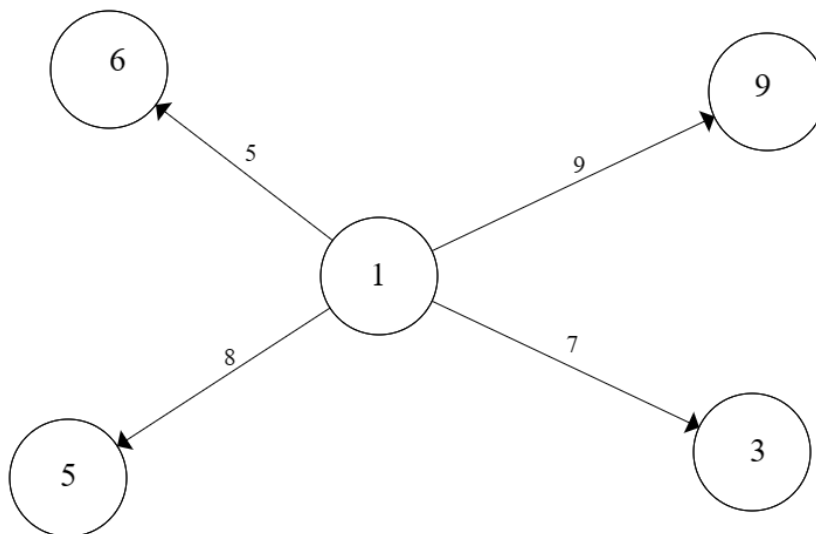


Рисунок 2. Граф G^*

Таким образом, можно заменить исходный граф на новый и сократить количество вычислений, не проходя вершины с прямым отображением первого порядка.

Веерная планировка улично-дорожной сети. Лучевой (веерный) тип планировки улично-дорожной сети характерен для горо-

дов с географическим положением вблизи возвышенности, реки, озера и т. д. В этом случае природный объект является центром, который собирает расходящиеся лучеобразно улицы. В качестве примера приведём город с «веерной» планировкой – город Кострома (рисунок 3).

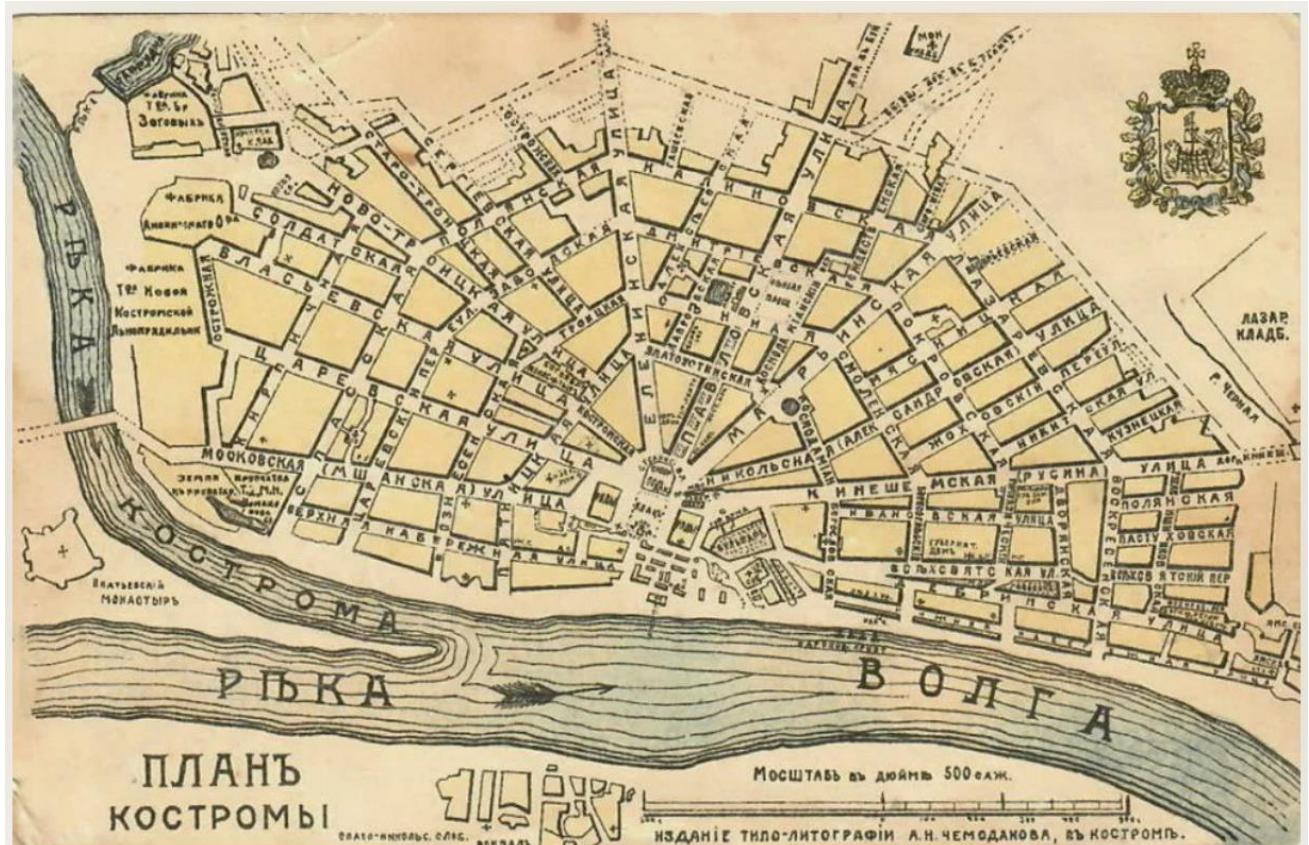
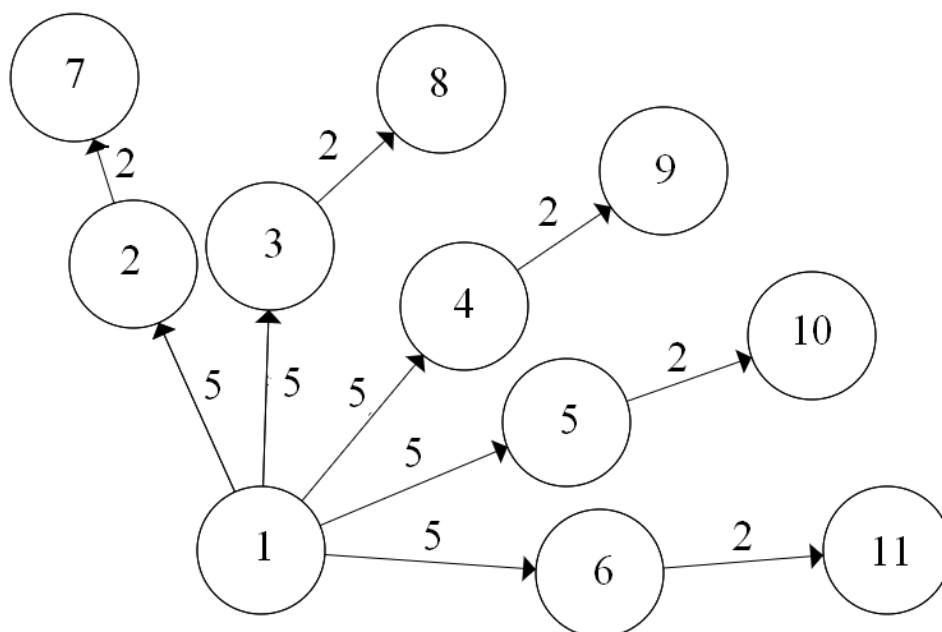


Рисунок 3. План Костромы [2]

Рассмотрим самую простую веерную планировку улично-дорожной сети (рисунок 4).

Рисунок 4. Исходный граф G_1

Если определить кратчайший путь из вершины № 1 до вершины № 11, то видно, что существует только один путь: 1-6-11, составляющий 7 км, т. е. из пункта № 1 в пункт № 6, а затем из пункта № 6 в пункт № 11 (рисунок 5).

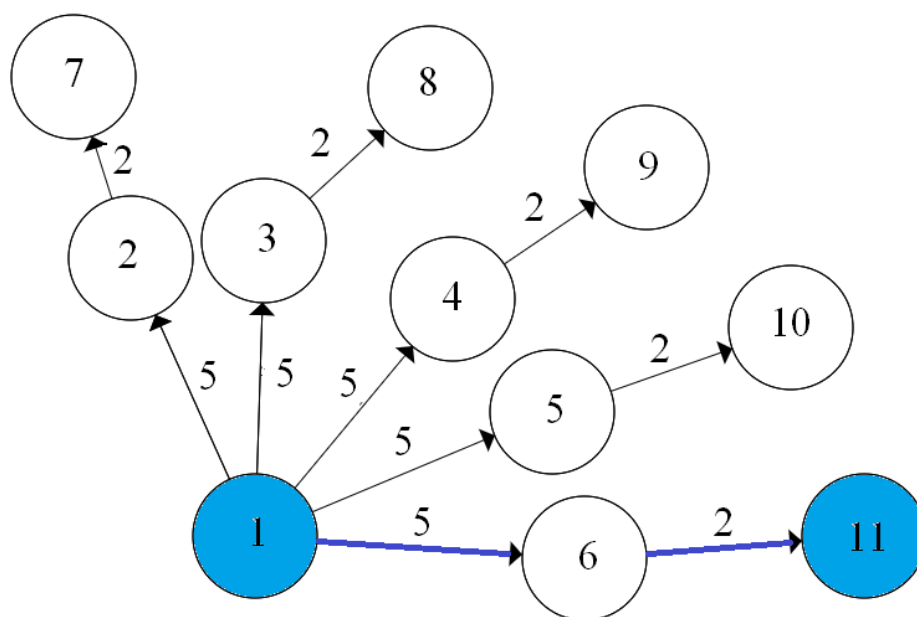


Рисунок 5. Кратчайший путь из вершины № 1 в вершину № 11

В случае применения алгоритма Дейкстры для графа G_1 решение будет вычислено за 11 итераций (таблица 1).

Таблица 1

РАСЧЕТ КРАТЧАЙШЕГО РАССТОЯНИЯ
С ПОМОЩЬЮ АЛГОРИТМА ДЕЙКСТРЫ

Вер- шина №	Номер итерации											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11 (Итог)
1	0											0(X ₁)
2	∞	5										5(X ₁)
3	∞	5	5									5(X ₁)
4	∞	5	5	5								5(X ₁)
5	∞	5	5	5	5							5(X ₁)
6	∞	5	5	5	5	7						5(X ₁)
7	∞	5	7	7	7	7	7					7(X ₂)
8	∞	∞	∞	7	7	7	7	7				7(X ₃)
9	∞	∞	∞	∞	7	7	7	7	7			7(X ₄)
10	∞	∞	∞	∞	∞	7	7	7	7	7		7(X ₅)
11	∞	∞	∞	∞	∞	∞	7	7	7	7	7	7(X ₁)

На основе заключительного столбца можно сделать вывод, что кратчайшее расстояние от вершины X₁ до вершин X₂ , X₃ , X₄ , X₅ , X₆ равно 5, расстояние от вершин X₁ до

вершины X₇ , X₈ , X₉ , X₁₀ , X₁₁ равно 7.
На рисунках 6-8 проиллюстрированы все одиннадцать итераций.

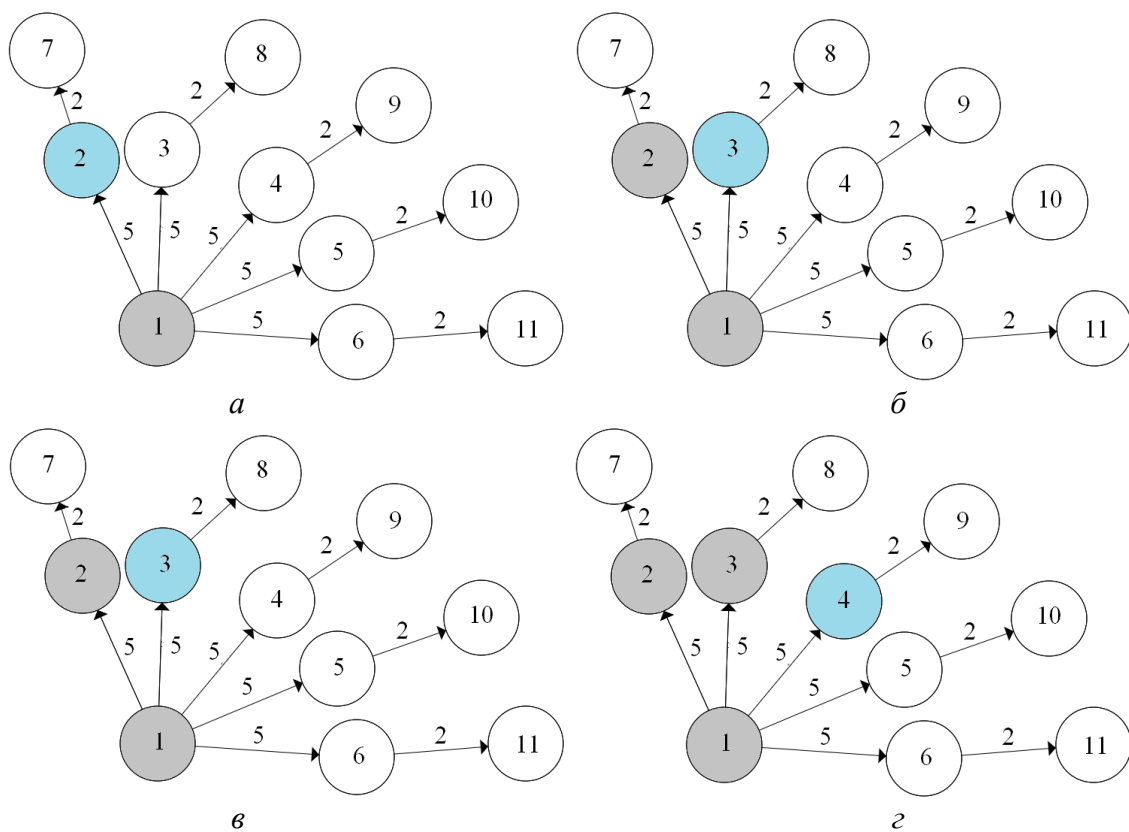


Рисунок 6. Первые четыре итерация (а)–(г)

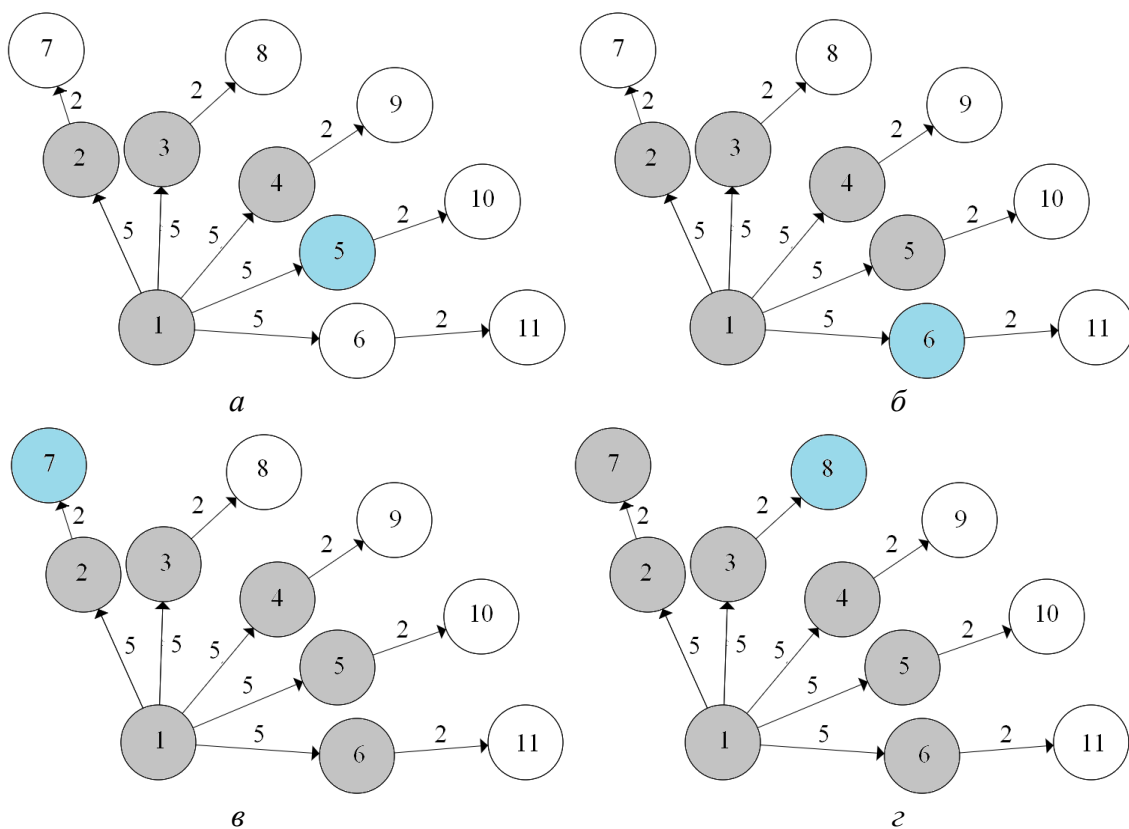


Рисунок 7. Решение задачи: итерации с 5-й (а) по 8-ю (г)

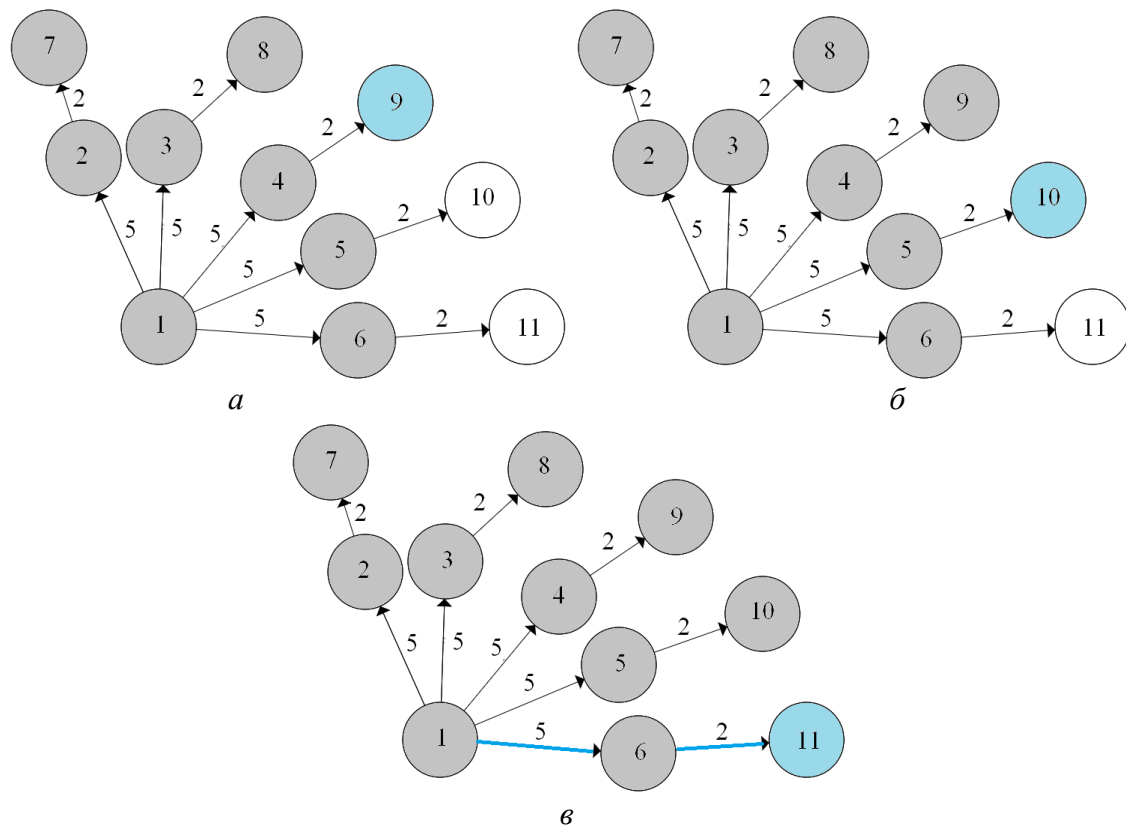


Рисунок 8. Результат заключительных итераций с 9-й (а) по 11-ю (в)

Таким образом, применяя алгоритм Дейкстры без анализа планировки города, количество итераций

возрастает. С учетом анализа планировки города имеем преобразованный граф (рисунок 9).

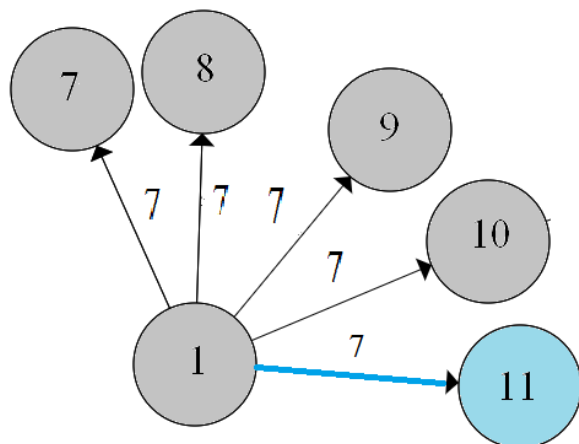


Рисунок 9. Преобразованный граф

Таким образом, сложность алгоритма Дейкстры для $n=11$ вершин будет равна $O(n^2) = 121$. А с учётом предложенной обработки данных будет равна $O(n^2) = 36$, что означает, что на $121-36=85$ операций алгоритм Дейкстры работает быстрее.

Предлагаю рассмотренный в задаче граф, то есть граф, где нет «перекрестных» соединений, называть **графом вида «павлин»**. Такой граф соответствует верной планировке города, где отсутствуют перекрёстки.

Следует отметить, что использование тео-

рии графов в нахождении оптимальных путей в дорожных сетях является более точным и быстрым методом по сравнению с традиционными методами. Это связано с тем, что

теория графов позволяет представить дорожную сеть в виде графа и оперировать вершинами и ребрами, что значительно упрощает задачу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Изотова Т.Ю. Обзор алгоритмов поиска кратчайшего пути в графе // Новые информационные технологии в автоматизированных системах. – 2016. – № 19. – С. 341-344.
2. URL:<https://flectone.ru/karta-so-stariymi-nazvaniyami-ulits.html>.

THE INFLUENCE OF THE CITY LAYOUT AND THE ROAD NETWORK MAP ON THE CHOICE OF THE OPTIMAL ROUTE

DEREVYANCHUK Ekaterina Dmitrievna

Candidate of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor
Penza State University
Penza, Russia

This work is devoted to the problem of the influence of the city layout and the existing road network in the city on the choice of the optimal route from one point of the city to another. to find the shortest path, taking into account the traffic jams on the road. The numerical method is Dijkstra's algorithm modification. The proposed algorithm allows to find the most optimal path from one point to another point, taking into account the city layout and the road network map.

Keywords: modification of Dijkstra's algorithm, weight matrix, graph theory, city layout, street and road network, shortest path.
