

ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К РЕШЕНИЮ ЗАДАНИЯ ЕГЭ ПО ИНФОРМАТИКЕ ТИПА 18

АТЮШКИНА Марина Валерьевна

учитель информатики

САЛОВ Илья Валерьевич

учитель информатики

МБОУ «Средняя общеобразовательная школа № 11»

г. Абакан, Республика Хакасия, Россия

В статье рассматриваются авторские подходы к решению задания типа 18 ЕГЭ по информатике трех видов: поразрядная конъюнкция, отрезки, множества.

Ключевые слова: логическое высказывание, таблица истинности, бит, поразрядная конъюнкция.

Сегодня единый государственный экзамен по информатике является экзаменом по выбору после 11 класса. Многие выпускники школ в дальнейшем свяжут свою жизнь с IT-технологиями, значит, именно им нужно будет сдавать экзамен по этому предмету. Поэтому обязательно каждому сдающему следует думать о том, как улучшить тестовый балл за экзамен. Один из способов повышения баллов на ЕГЭ по информатике – это попробовать свои силы в решении заданий повышенного уровня, в том числе задания 18.

В задании 18 проверяется «знание основных понятий и законов математической логики» [1]. У выпускников школ данное задание вызывает трудности при решении. Наиболее распространены три вида данного задания. Рассмотрим примеры решения этого задания.

Пример 1. КИМ 2017 г. [1].

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел

m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула $x \& 51 = 0 \vee (x \& 41 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$ тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Решение:

1. Введем обозначения: $P = (X \& 51 = 0)$, $Q = (X \& 41 = 0)$, $A = (X \& A \neq 0)$.

2. Перепишем исходное выражение и преобразуем его, используя свойство импликации $A \rightarrow B = \bar{A} + B$: $P \vee (Q \rightarrow A) = P + (Q \rightarrow A) = P + \bar{Q} + A$.

3. Нам нужно выбрать минимальное A , такое что $P + \bar{Q} + A = 1$.

4. Составим полную таблицу (таблица 1) истинности для логического высказывания $P + \bar{Q} + A$

Таблица 1

ТАБЛИЦА ИСТИННОСТИ ДЛЯ $P + \bar{Q} + A$

A	P	Q	$\bar{Q}$	$P + \bar{Q}$	$P + \bar{Q} + A$	строки
0	0	0	1	1	1	(1)
0	0	1	0	0	0	(2)
0	1	0	1	1	1	(3)
0	1	1	0	1	1	(4)
1	0	0	1	1	1	(5)
1	0	1	0	0	1	(6)
1	1	0	1	1	1	(7)
1	1	1	0	1	1	(8)

В строках 1, 3, 4, 5, 7, 8 значение логического высказывания $P + \bar{Q} = 1$, а значит значение логического высказывания $P + \bar{Q} + A$ не зависит от того, какое высказывание A ложное или истинное.

В строке (2) значение логического высказывания $P + \bar{Q} + A = 0$, а это противоречит условию задания (должно = 1).

$P = (X \& 51 = 0)$ и	5	4	3	2	1	0
$P=0$, значит $(X \& 51 = 0)$ – ложное; следовательно $(X \& 51 \neq 0)$ – истинно. номер бита						
51_{10}	1	1	0	0	1	1
X_{10}						
$X \& 51 \neq 0$						

В строке (6) значение логического высказывания $P + \bar{Q} + A = 1$ зависит от значения A , так как для этой строки $P + \bar{Q} = 0$.

Таким образом, будем выбирать минимальное A , такое что $P + \bar{Q} + A = 1$ при $A=1$, $P=0$, $Q=1$.

Условие $(X \& 51 \neq 0)$ – истинно означает, что у числа X среди битов $\{5, 4, 1, 0\}$ есть нулевые

5. $Q = (X \& 41 = 0)$ и $Q=1$, значит $(X \& 41 = 0)$ – истинно.

	номер бита	5	4	3	2	1	0
41_{10}		1	0	1	0	0	1
X_{10}		0		0			0
$X \& 41 = 0$							

Условие $(X \& 41 = 0)$ истинно означает, что биты $\{5, 3, 0\}$ числа X нулевые

6. $A = (X \& A \neq 0)$ и $A=1$, значит $(X \& A \neq 0)$ – истинно.

Из п. 5) и 6) мы получили: у числа X биты

	номер бита	5	4	3	2	1	0
X_{10}		0		0			0
A_{10}			1			1	
$X \& A \neq 0$							

$\{5, 3, 0\}$ нулевые и среди битов $\{5, 4, 1, 0\}$ есть нулевые:

Условие $(X \& A \neq 0)$ – истинно и у числа X биты $\{5, 3, 0\}$ нулевые, среди битов $\{5, 4, 1, 0\}$ есть нулевые означает, что биты $\{4, 1\}$ числа A ненулевые

7. Минимальное натуральное число A , у которого биты $\{4, 1\}$ ненулевые – это $10010_2 = 2^4 + 2^1 = 16 + 2 = 18$.

Ответ: 18.

Пример 2. КИМ 2016 г. [1].

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула $x \& 25 \neq 0 \vee (x \& 17 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$ тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Решение:

1. Введем обозначения: $P = (X \& 25 \neq 0)$, $Q = (X \& 17 = 0)$, $A = (X \& A \neq 0)$.

2. Перепишем исходное выражение и преобразуем его, используя свойство импликации $A \rightarrow B = \bar{A} + B$: $P \rightarrow (Q \rightarrow A) = \bar{P} + (Q \rightarrow A) = \bar{P} + \bar{Q} + A$.

3. Нам нужно выбрать минимальное A , такое что $\bar{P} + \bar{Q} + A = 1$.

4. Составим полную таблицу истинности (таблица 2) для логического высказывания $\bar{P} + \bar{Q} + A$.

Таблица 2

ТАБЛИЦА ИСТИННОСТИ ДЛЯ $\bar{P} + \bar{Q} + A$

A	P	Q	$\bar{P}$	$\bar{Q}$	$\bar{P} + \bar{Q}$	$\bar{P} + \bar{Q} + A$	строки
0	0	0	1	1	1	1	(1)
0	0	1	1	0	1	1	(2)
0	1	0	0	1	1	1	(3)
0	1	1	0	0	0	0	(4)
1	0	0	1	1	1	1	(5)
1	0	1	1	0	1	1	(6)
1	1	0	0	1	1	1	(7)
1	1	1	0	0	0	1	(8)

В строках 1, 2, 3, 5, 6, 7 значение логического высказывания $\bar{P} + \bar{Q} = 1$, а значит значение логического высказывания $\bar{P} + \bar{Q} + A$ не зависит от того, какое высказывание A ложное или истинное.

В строке (4) значение логического высказывания $\bar{P} + \bar{Q} + A = 0$, а это противоречит условию задания (должно = 1).

В строке (8) значение логического высказывания $\bar{P} + \bar{Q} + A = 1$ зависит от значения A, так как для этой строки $\bar{P} + \bar{Q} = 0$.

Таким образом, будем выбирать минимальное A, такое что $\bar{P} + \bar{Q} + A = 1$ при A=1, P=1, Q=1.

5. $P = (X \& 25 \neq 0)$ и P=1, значит $(X \& 25 \neq 0)$ – истинное.

	номер бита	4	3	2	1	0
25_{10}	11001_2	1	1	0	0	1
X_{10}						
$X \& 25 \neq 0$						

Условие $(X \& 25 \neq 0)$ – истинно означает, что у числа X среди битов {4, 3, 0} есть нулевые

6. $Q = (X \& 17 = 0)$ и Q=1, значит $(X \& 17 = 0)$ – истинно.

	номер бита	4	3	2	1	0
17_{10}	10001_2	1	0	0	0	1
X_{10}		0				0
$X \& 17 = 0$						

Условие $(X \& 17 = 0)$ – истинно означает, что биты {4, 0} числа X нулевые

7. $A = (X \& A \neq 0)$ и A=1, значит $(X \& A \neq 0)$ – истинно.

Из п. 5) и 6) мы получили: у числа X биты

{4, 0} нулевые и среди битов {4, 3, 0} есть нулевые:

	номер бита	4	3	2	1	0
X_{10}		0	1			0
A_{10}			1			
$X \& A \neq 0$						

Условие $(X \& A \neq 0)$ – истинно и у числа X биты {4, 0} нулевые, среди битов {4, 3, 0} есть нулевые означает, что бит {3} числа A ненулевой

8. Минимальное натуральное число A_3 у которого бит {3} ненулевой – это $1000_2 = 2^3 = 8$

Ответ: 8.

Пример 3 [2]. На числовой прямой даны два

отрезка: P = [8; 12] и Q = [4;30]. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A, что формула $((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$ тождественно истинна, то есть принимает зна-

чение 1 при любом значении переменной x .

Решение:

1. Обозначим отдельные высказывания буквами: **A:** $x \in A$, **P:** $x \in P$, **Q:** $x \in Q$.

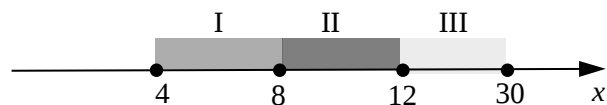
2. Перейдем к более простым обозначениям: $(P \equiv Q) \rightarrow \bar{A}$

3. Раскрываем импликацию по формуле $A \rightarrow B = \bar{A} + B$:

$$4. (P \equiv Q) \rightarrow \bar{A} = \overline{(P \equiv Q)} + \bar{A}$$

5. Нам нужно выбрать максимальное A , такое что $\overline{(P \equiv Q)} + \bar{A} = 1$

6. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [8; 12]$ и $Q = [4; 30]$. На числовом луче отметим концы отрезков:



Числа 4, 8, 12, 30 разбивают луч на три отрезка – I, II, III.

7. Составим таблицу истинности на этих частях (таблица 3) для формулы $\overline{(P \equiv Q)} + \bar{A}$.

$P = [8; 12]$ – совпадает со II частью, значит в этой части он есть и высказывание P принимает значение «1», в I и III части отрезка P нет, значит, его логическое значение равно «0».

Отрезок $Q = [4; 30]$ – расположен во всех трех частях, высказывание Q принимает значение «1».

Таблица 3

ТАБЛИЦА ИСТИННОСТИ ДЛЯ $\overline{(P \equiv Q)} + \bar{A}$

	P	Q	$P \equiv Q$	$\overline{(P \equiv Q)}$	$\overline{(P \equiv Q)} + \bar{A} = 1$ (по условию)	$\bar{A}$	A
I часть	0	1	0	1	1	0; 1	1; 0
II часть	1	1	1	0	1	1	0
III часть	0	1	0	1	1	0; 1	1; 0

Имеем: отрезок A существует в I и III части; во II части отрезка A нет.

8. $A = [4; 8]$ – длина $8 - 4 = 4$. $A = [12; 30]$ – длина $30 - 12 = 18$. Так как нам нужна максимальная длина отрезка A , то это 18.

Ответ: 18.

Пример 4 [2]. Элементами множества A являются натуральные числа. Известно, что выражение $(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}) \rightarrow (((x \in \{4, 8, 12, 116\}) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}))$ истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества A .

Решение:

1. Заметим, что в задаче, кроме множества A , используются еще два множества: $P = \{2,$

$4, 6, 8, 10, 12\}$, $Q = \{4, 8, 12, 116\}$.

2. Обозначим отдельные высказывания буквами: **A:** $x \in A$, **P:** $x \in P$, **Q:** $x \in Q$.

3. Перейдем к более простым обозначениям: $P \rightarrow (Q \cdot \bar{A} \rightarrow \bar{P})$.

4. Раскрываем обе импликации по формуле $A \rightarrow B = \bar{A} + B$:

$$P \rightarrow (Q \cdot \bar{A} + \bar{P}) = \bar{P} + Q \cdot \bar{A} + \bar{P} = Q \cdot \bar{A} + \bar{P}$$

5. Используем закон де Моргана $\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$: $\bar{Q} + A + \bar{P}$.

6. По условию это выражение должно быть равно 1: $\bar{Q} + A + \bar{P} = 1$.

7. Составим полную таблицу истинности (таблица 4) для логического высказывания $\bar{P} + \bar{Q} + A$.

Таблица 4

ТАБЛИЦА ИСТИННОСТИ ДЛЯ $\bar{P} + \bar{Q} + A$

A	P	Q	$\bar{P}$	$\bar{Q}$	$\bar{P} + \bar{Q}$	$\bar{P} + \bar{Q} + A$	строки
0	0	0	1	1	1	1	(1)
0	0	1	1	0	1	1	(2)
0	1	0	0	1	1	1	(3)
0	1	1	0	0	0	0	(4)
1	0	0	1	1	1	1	(5)
1	0	1	1	0	1	1	(6)
1	1	0	0	1	1	1	(7)
1	1	1	0	0	0	1	(8)

В строках 1, 2, 3, 5, 6, 7 значение логического высказывания $\bar{P} + \bar{Q} = 1$, а значит значение логического высказывания $\bar{P} + \bar{Q} + A$ не зависит от того, какое высказывание A ложное или истинное.

В строке (4) значение логического высказывания $\bar{P} + \bar{Q} + A = 0$, а это противоречит условию задания (должно = 1).

В строке (8) значение логического высказывания $\bar{P} + \bar{Q} + A = 1$ зависит от значения A, так как для этой строки $\bar{P} + \bar{Q} = 0$.

Таким образом, будем выбирать минимальное множество A, такое что $\bar{P} + \bar{Q} + A =$

1 при A=1, P=1, Q=1.

8. A=1, P=1, Q=1 – одновременно. Это означает, что у множеств A, P, Q есть общие элементы.

9. Переходим ко множествам

$P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$

$Q = \{4, 8, 12, 116\}$

Общие они выделены цветом: $\{4, 8, 12\}$

10. Именно эти числа и должны быть минимальным множеством A, поэтому минимальный состав множества $A = \{4, 8, 12\}$, сумма этих чисел равна 24

Ответ: 24.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демоверсии, спецификации, кодификаторы. – URL: <http://fipi.ru/ege-i-gve-11/demoversii-specifikacii-kodifikatory> (дата обращения: 15.10.2018).
2. Преподавание, наука и жизнь // Подготовка к ЕГЭ по информатике. – URL: <http://kpolyakov.spb.ru/school/ege.htm> (дата обращения: 10.10.2018).

METHODOLOGICAL APPROACHES TO SOLVING THE JOB ON INFORMATICS TYPE 18

ATYUSHKINA Marina Valeryevna

Informatics Teacher

SALOV Ilya Valerievich

Informatics Teacher

Secondary School № 11

Abakan, Republic of Khakassia, Russia

The article discusses the author's approaches to solving the type of task 18 of a Single State Exam on computer science of three types: bitwise conjunction, segments, sets.

Keywords: logical statement, truth table, bit, bitwise conjunction.