# МЕТОДЫ АНАЛИЗА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ СЕТЕЙ ПЕТРИ

**ЛИВИНСКАЯ Людмила Борисовна**
аспирант
**АЖДЕР Татьяна Борисовна**
доцент
ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет»
г. Москва, Россия

*Применение параллельных вычислительных систем является стратегическим направлением развития вычислительной техники. Это обстоятельство вызвано не только принципиальным ограничением максимально возможного быстродействия обычных последовательных ЭВМ, но и тем, что растет количество вычислительных задач, для решения которых возможностей существующих средств вычислительной техники оказывается недостаточно. Анализ моделей сетей Петри позволят выявлять и устранять ошибки в работе вычислительных систем на этапе проектирования.*

**Ключевые слова:** сети Петри, параллельные вычислительные системы, проектирование, сложная система, моделирование.

Сети Петри (СП) представляют собой достаточно мощный и широко распространенный инструмент исследования различных систем. Теория сетей Петри делает возможным моделирования системы математическим представлением ее в виде сети Петри. Анализ сетей Петри позволяет получить важную информацию о структуре и динамическом поведении и моделируемой системы. Эта информация позволяет дать оценку моделируемой системы и осуществить выработку предложений по ее усовершенствованию и изменению.

Широкое распространение СП при моделировании сложных вычислительных (ВС) и информационных систем обусловлено рядом преимуществ, таких как:

1. СП позволяют моделировать такие сложные взаимодействия как конкуренция, конфликт, синхронизация, взаимное исключение и ограничение ресурса.

2. СП включают в себя возможности ряда других моделей, предложенных для описания и исследования параллельных вычислительных систем (семафоры Дейкстры, системы векторного сложения, вычислительные сети, сетевые структуры, модели повторно используемых ресурсов и др.).

3. СП, расширенные такими обобщениями, как ингибиторные дуги, приоритетность и время срабатывания переходов, цветные метки и др., позволяют моделировать сложные ВС с учетом таких факторов, как приоритетность процессов, временные параметры событий, совместное отображение структуры управления и потоков данных.

4. В отличие от других формализмов (таких, как А-программы, схемы Карпа-Милнера и др.) СП допускают произвольную интерпретацию элементов модели как в смысле выполняемого фрагмента (выражения, операторы, подпрограммы, аппаратные преобразования информации), так и по уровню абстракции. Это позволяет с помощью СП производить иерархическое построение аппаратных и программных модулей ВС.

5. СП позволяют эффективно представлять знания в экспертных системах (ЭС).

6. СП, обладая однородностью и аналитическими зависимостями, которые описывают функционирование переходов, удовлетворяют необходимым условиям для использования в тензорной методологии.

7. Для СП, которые являются двудольным ориентированным динамическим помеченным мультиграфом, справедливы все положения теории графов.

При исследовании параллельных вычислительных систем в качестве базовой информации используются данные о взаимосвязи событий в системе. Данные о моментах времени наступления событий, интервалах реализации, тактированных временных шкалах, как правило, не используются. Причинно-следственная связь событий в асинхронных системах, к которым относятся параллельные ВС, задается множеством отношений вида «условия-события». В СП условие – это позиции, а события – это переходы. Последовательности событий отображаются срабатыванием переходов. Выполнение какого-либо условия связано с появлением метки в соответствующей этому условию позиции. Соглашение о правилах срабатывания переходов является способом выражения концепции причинно-следственных связей между условиями и событиями в системе. Момент фактической реализации события неизвестен, поскольку иногда бывает трудно восстановить полные цепи непосредственных причин и следствий, определяющих факт и время наступления события.

Определение: Сеть Петри это двудольный, ориентированный мультиграф $N = (P, T, F, H, \mu 0)$ [1; 2], где $P$ – конечное непустое множество элементов, называемых позициями; $T$ - конечное непустое множество элементов, называемых переходами; $F{:}PxT \rightarrow \{0,1,2,...\}$ и $H{:}TxP \rightarrow \{0,1,2,...\}$ функции инцидентности; $\mu 0 : P \rightarrow \{0,1,2,...\}$ – начальная разметка.

СП обычно представляют в виде геометрического объекта. При этом позиции изображаются кружками, переходы – черточками или прямоугольниками (рисунок 1). Дуга проводится от позиции $pi$ к переходу $tj$ в том случае, если $F(pi,tj)=>1$, а от перехода $tj$ к позиции $pi$ если $H(tj\ ,pi)>=1$.

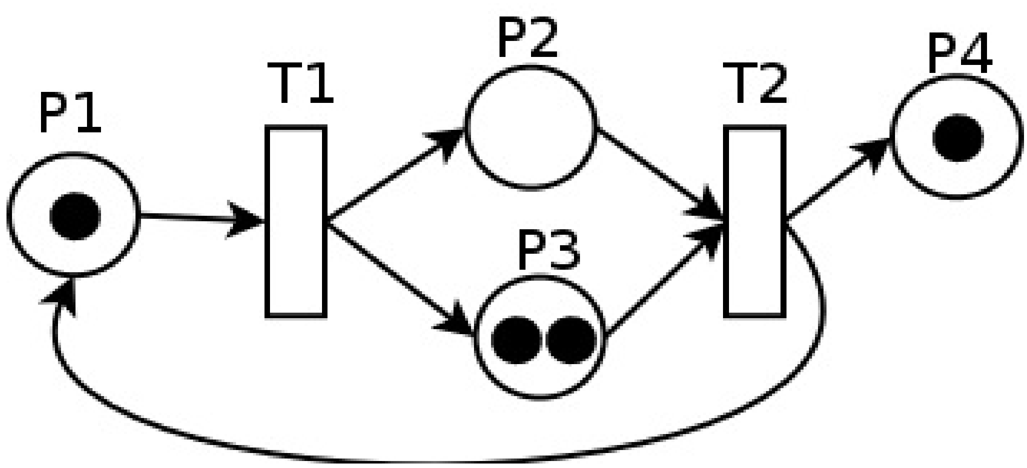


*Рисунок 1.* **Пример Сети Петри**

Если $F(pi\ ,\ tj)=>\ 1$ , то позицию $pi$ называют входной к переходу $tj$, а переход $tj$ выходным к позиции $pi$. Множество входных позиций к переходу $tj$ определяется выражением $pre(tj)=\{p{:}F(p,tj)>=1\}$, а множество выходных переходов к позиции $pi$ выражением $post(pi)=\{t{:}F(pi,t)=>1\}$. Аналогично определяются множества входных переходов и выходных позиций.

При функционировании СП переходит от одной разметки к другой. Переход $t$ может сработать при разметке μ, если $\forall p \in pre(t){:}\ \mu(p)-F(p,t)>=0$, где $\mu(p)$ число меток в позиции $p$. В результате срабатывания перехода $t$ новая разметка μ′ возникает в соответствии со следующим правилом:

$\forall p \in (pre(t)Upost(t)){:}\ \mu'(p)= \mu(p)-F(p,t)+H(t,p).$

В этом случае говорят, что разметка $\mu'$ достижима из разметки $\mu$, а $\mu$ предшествует $\mu'$ . Данный факт обозначается следующим образом: $\mu \rightarrow^{t} \mu'$ .Сеть останавливается, если при некоторой разметке не может сработать ни один из ее переходов. Такая разметка называется тупиковой. Таким образом, СП-моделирует некоторую структуру и динамику ее функционирования.

Если разметка $\mu'$ достижима из разметки $\mu$ в результате срабатывания последовательности переходов $r=t1,t2,...,tk$ , где: $r$ – слово из множества $T^*$ всех слов в алфавите $T$ , то это обозначается как $\mu \rightarrow^{t1} \mu''' \rightarrow^{t2} ...\ \rightarrow \mu'' \rightarrow\ ^{tk}\ \mu'$ или $\mu \rightarrow^{r} \mu'$. Разметка $\mu$ достижима в сети $N$, если $\mu 0 \rightarrow \mu$. Множество всех достижимых разметок в сети $N$ обозначим через $R(N)$. Переход $t$ достижим от разметки $\mu\,(\mu\rightarrow t)$ в сети $N$, если:

$\exists\mu'\exists\mu''(\{\mu', \mu''\}\in R(N)\&\ \mu\text{-}\mu'):\ \mu'\rightarrow{}^{T}\mu''.$

Переход $t$ достижим в сети $N$, *если* $\mu0\rightarrow t$. В приложении к моделированию систем проблема достижимости разметки $\mu'$ из $\mu0$ интерпретируется как возможность достижения определенного состояния системы.

Переход $t$ живой, если:

$\forall\mu\in R(N):\ \mu\rightarrow t.$

СП живая, если:

$\forall t\,\forall\mu\,(t\in T\&\mu\in R(N)):\ \mu\,(p)\rightarrow t.$

Позиция $p$ ограничена, если существует такое наперед заданное $K$, для которого $\forall\mu\in R(N):\ \mu\,(P)$<=K.

СП ограничена, если:

$\forall p\,\forall\mu\,(p\in P\&\mu\in R(N)):\ \mu\,(p)<=K.$

Если $\kappa$=1, то СП называется безопасной.

Для моделей реальных ВС анализ на ограниченность [3] (безопасность) позволит проверить возможность функционирования системы в некотором стационарном режиме без перехода заданного предела по числу объектов в отдельных подсистемах. При анализе на это свойство, в частности, могут быть выявлены требования к внутренним буферным накопителям в ВС. В настоящее время наиболее широко используются два метода анализа СП: построение дерева достижимых разметок и решение матричных уравнений, построенных на основе уравнения СП.

Дерево достижимых разметок представляет собой ориентированный граф, множество вершин которого образовано множеством $R(N)$, причем из вершины $\mu$ в вершину $\mu'$ ведет дуга, помеченная символом перехода $t$, если и только если $\mu\rightarrow{}^{t}\mu'$ (Рисунок 2). В общем случае дерево достижимых разметок может иметь бесконечное число вершин. Для превращения дерева в полезный инструмент анализа опишем алгоритм построения конечного дерева достижимости.

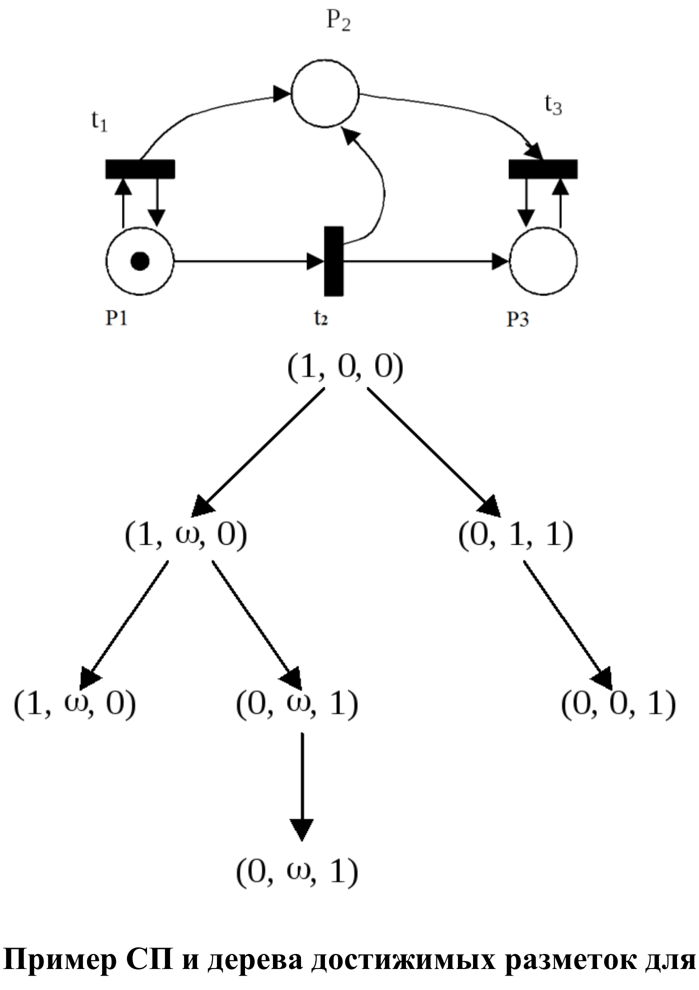


*Рисунок 2.* **Пример СП и дерева достижимых разметок для этой сети**

Каждая *i*-я вершина дерева связывается с расширенной разметкой $\mu(i)$. В расширенной разметке число меток в позиции может быть либо неотрицательным целым, либо бесконечно большим. Бесконечное число меток обозначим символом ω . Каждая вершина классифицируется или как граничная, терминальная, дублирующая вершина, или как внутренняя. Граничными являются вершины, которые еще не обработаны алгоритмом. После обработки граничные вершины становятся либо терминальными, либо дублирующими, либо внутренними. Алгоритм начинает свою работу с определения начальной разметки. До тех пор, пока имеются граничные вершины, они обрабатываются алгоритмом:

Пусть *х* – граничная вершина, которую необходимо обработать, и с которой связана разметка $\mu(X)$.

1. Если в дереве имеется другая вершина *y*, не являющаяся граничной, и с ней связана разметка $\mu$(y)= $\mu$(x), то вершина *x* дублируется.

2. Если для разметки $\mu(x)$ на один из переходов неразрешим, т. е. $\mu$ (x) тупиковая разметка, то *x* терминальная вершина.

3. Для любого перехода *tj*, из множества *T* разрешенного в разметке $\mu$ (x), создать новую вершину z дерева достижимости. Разметка $\mu(z)$, связанная с этой вершиной, определяется для каждой позиции *pi* следующим образом:

а) если $\mu(x)i=\omega$, то $\mu(z)\ i=\omega$;

б) если на пути от корневой вершины к *x* существует вершина *y* такая, что

$\mu(y) \rightarrow^{tj} \mu(x)$, $\mu(y)< \mu(x)$ и $\mu(y)i<\mu(x)i$, то $\mu$(z)$i$=ω;

в) в противном случае $\mu(z)i=\mu(x)i$.

Дуга, помеченная *tj*, направлена от вершины *x* к вершине z. Вершина *x* переопределяется как внутренняя, вершина z становится граничной. Когда все вершины дерева становятся терминальными, дублирующими или внутренними, алгоритм останавливается.

С помощью матричных методов можно показать, что если СП живая и ограниченная, то она должна быть последовательной и инвариантной. Данные свойства недостаточны для утверждения живости и ограниченности СП. Однако их полезно проверить исходя из матриц инцидентности, так как если одно из этих свойств не подтверждается, то можно заключить, что описываемая система содержит некоторые недоработки.

Введем в рассмотрение матрицу *C*, которая поучается следующим образом:

$C=H^T$-$F$, где $H^T$ – транспонированная матрица *H*.

Пусть размерность *C* равна *n x m* , где m и *n* – мощности множеств *P* и *T* .

Рассмотрим матричные уравнения:

$y*C=0$, (1)

$C*x=0$, (2)

где *y* и *x* – векторы, размерность которых равна *n* и *m* соответственно.

Вектор *y*, удовлетворяющий решению уравнения (1), все элементы которого положительны, называется *p*-цепью; *p*-цепь, все элементы которой больше нуля, называется полной *p*-цепью. Аналогично на основе уравнения (2) определяются понятия *t*-цепи и полной *t*-цепи. СП, для которой существует полная *p*-цепь, называется инвариантной. СП, для которой существует полная *t*-цепь, называется последовательной.

Аппарат сетей Петри является наиболее удобным и подходящим для моделирования и анализа различных процессов и систем. Анализ моделей сетей Петри должен проводиться, как на корректную, так и на адекватную работу, что позволит выявить и устранить ошибки в работе вычислительных систем на этапе проектирования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Котов В.Е.* Сети Петри. – М.: Наука, 1984. – 158 с.
2. *Питерсон Дж.* Теория сетей Петри и моделирование систем. – М.: Мир, 1984. – 246 с.
3. *Cabasino M.P., Giua A., Seatzu N.* Structural analysis of Petri nets // Control of Discrete-Event Systems. Lecture Notes in Computer Science, № 433, Springer-Verlag, London, 2013. – PP. 213-233.