

ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ МАРШРУТА В ДОРОЖНОЙ СЕТИ С УЧЁТОМ ТРЕУГОЛЬНОЙ ПЛАНИРОВКИ ГОРОДА

ДЕРЕВЯНЧУК Екатерина Дмитриевна

кандидат физико-математических наук, доцент

МАШИН Олег Алексеевич

студент

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет»

г. Пенза, Россия

Данная работа посвящена задаче оптимизации маршрута в дорожной сети с учётом треугольной планировки города. Для решения данной задачи применяется аппарат теории графов. Задача сводится к поиску кратчайшего пути из одной вершины графа в другую вершину с учётом вида графа. Предложена модификация алгоритма Дейкстры, которая позволяет учитывать треугольную планировку города.

Ключевые слова: модификация алгоритма Дейкстры, теория графов, треугольная планировка города, кратчайший путь.

Постановка задачи. Данная работа посвящена исследованию задачи оптимизации маршрута в дорожной сети с учётом *треугольной* планировки города и является продолжением работ [1-2].

Постановка задачи: требуется найти оптимальный маршрут из одной точки города до другой с учётом *треугольной* планировки города.

Математическая постановка задачи:

- 1) найти кратчайший путь из одной вершины графа до другой;
- 2) предложить варианты оптимизации алгоритма с учётом *треугольной* планировки города.

Основные определения. Под **графом** $G_1(X, A)$ понимается пара множеств, пер-

вое из которых множество X представляет собой множество вершин, второе множество A – множество рёбер, соединяющих две вершины (рисунок 1) [3].

Матрица смежности – это квадратная матрица размерностью $n * n$, (где n - число вершин графа), однозначно представляющая его структуру.

$A = \{a_{ij}\}$, $i, j = 1, 2, \dots, n$, а каждый элемент матрицы определяется следующим образом: $a_{ij} = 1$, если $\exists$ дуга (x_i, x_j) , $a_{ij} = 0$, если нет дуги (x_i, x_j) .

Так, например, для графа $G_1(X, A)$, изображенного на рисунке 1, матрица смежности имеет вид, как на рисунке 2.

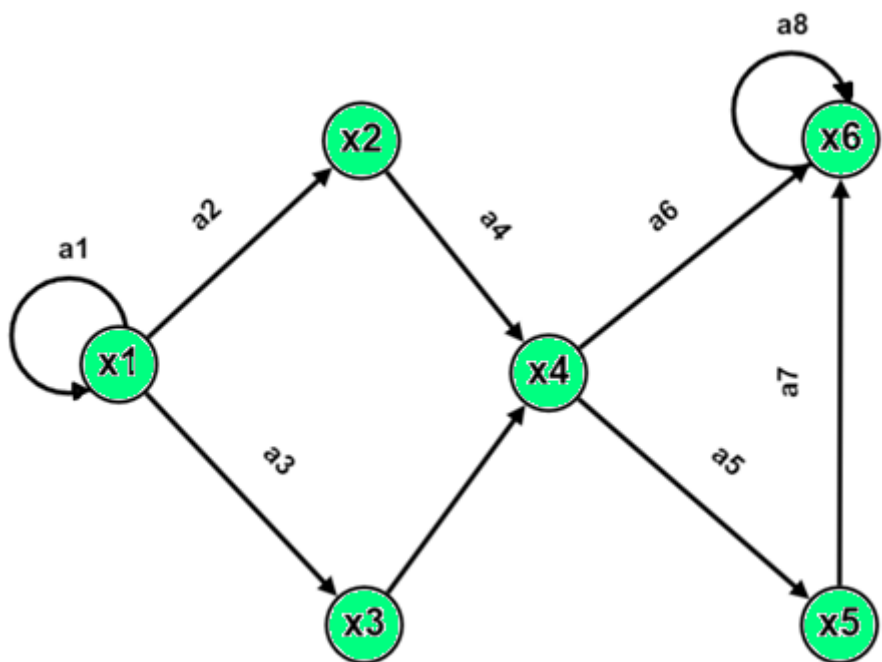


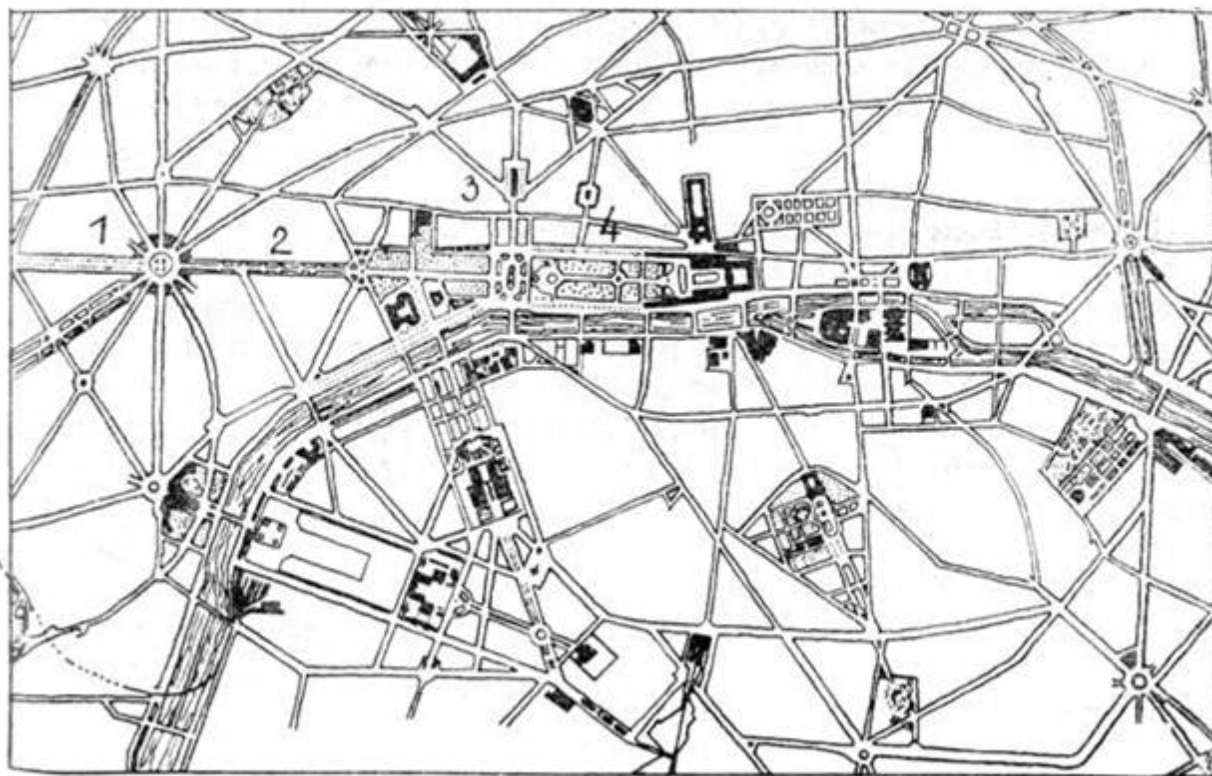
Рисунок 1. Граф $G_1(X, A)$

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
X_1	1	1	1	0	0	0
X_2	0	0	0	1	0	0
$A = X_3$	0	0	0	1	0	0
X_4	0	0	0	0	1	1
X_5	0	0	0	0	0	1
X_6	0	0	0	0	0	1

Рисунок 2. Матрица смежности графа $G_1(X, A)$

Пример треугольной планировки города представлен на рисунке 3. Треугольная схема не получила большого распространения, т.к. острые углы, образуемые в пунктах пересечения улиц, создают значительные трудности и неудобства при освоении и застройке

участков. Кроме того, треугольная схема не обеспечивает и удобных транспортных связей даже в наиболее активных направлениях. Элементы треугольной системы можно встретить в старых районах Лондона, Парижа, Берна и других европейских городов.



Париж, план центра города
1. – площадь Звезды, 2. – Елисейские поля, 3. – площадь Согласия, 4. – улица Риволи

Рисунок 3. Треугольная схема в Париже

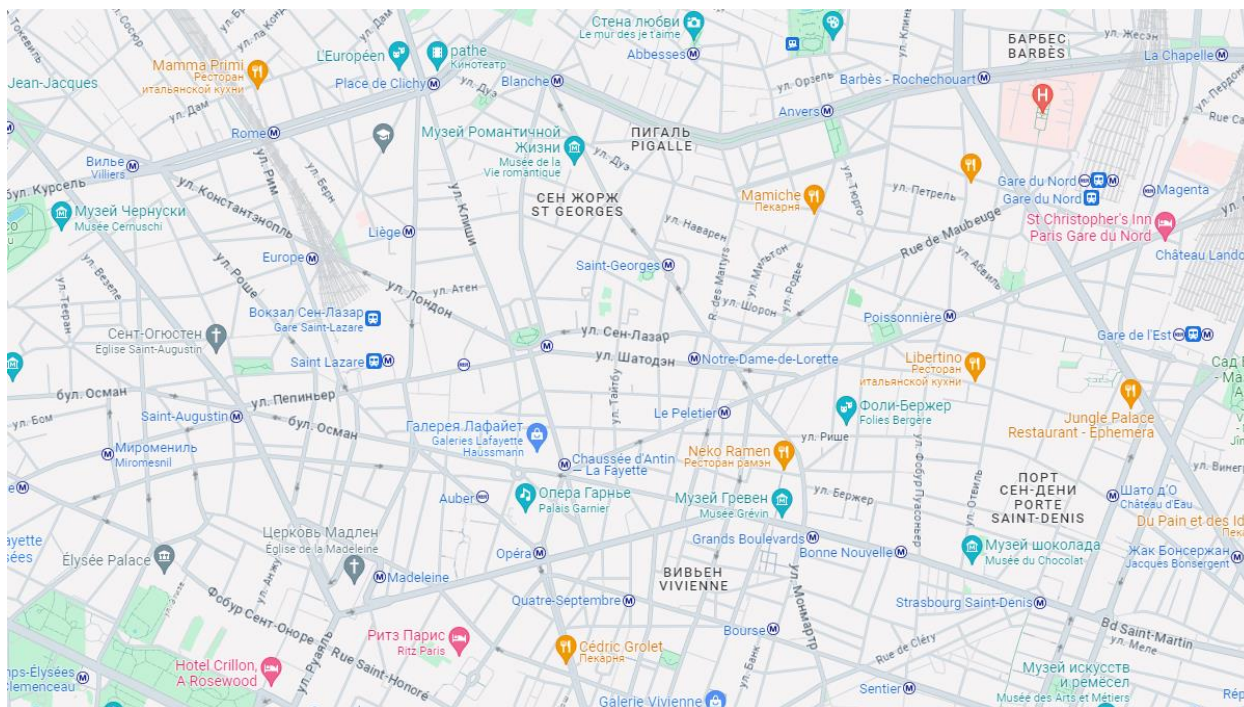


Рисунок 4. Планировка части города Парижа

Для решения поставленной задачи будет использоваться метод алгоритма Дейкстры [1-2].

Задача. Пусть задан граф (рисунок 5), соответствующий части треугольной плани-

ровки Парижа. Найти кратчайшее расстояние от вершины X_1 до вершины X_9 . Построить дерево решения.

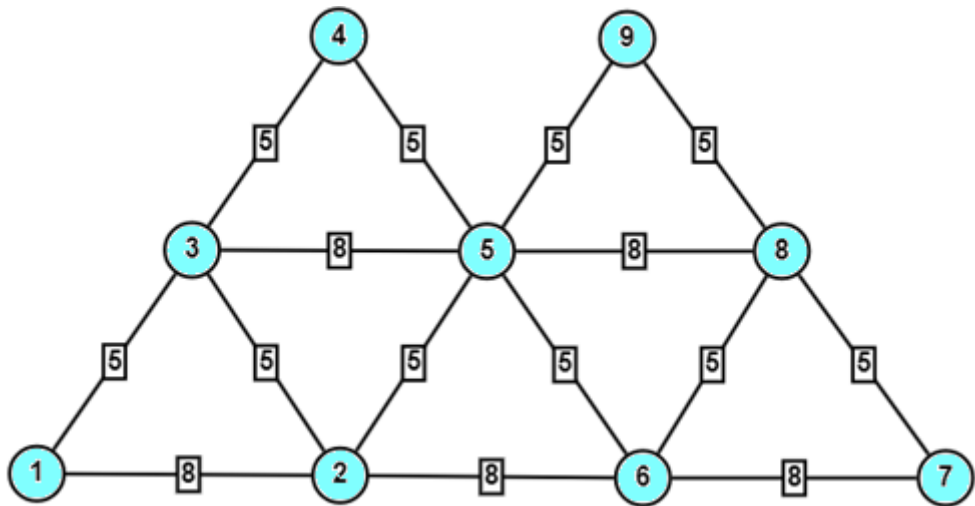


Рисунок 5. Пример треугольной планировки

Решение.

Результаты вычисления представлены в таблице 1.

Таблица 1

РАСЧЕТ КРАТЧАЙШЕГО РАССТОЯНИЯ С ПОМОЩЬЮ АЛГОРИТМА ДЕЙКСТРЫ

Вершины	№ итерации						
	0	1	2	3	4	5	6
X_1	0						
X_2	∞	$8X_1$	$8X_1$				
X_3	∞	$5X_1$					
X_4	∞	∞	$10X_3$	$10X_3$			
X_5	∞	∞	$13X_3$	$13X_2(X_3)$	$13X_2(X_3)$		
X_6	∞	∞	∞	$16X_2$	$16X_2$	$16X_2$	
X_7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	$24X_6$
X_8	∞	∞	∞	∞	∞	$21X_5$	$21X_6$
X_9	∞	∞	∞	∞	∞	$18X_5$	$18X_5$

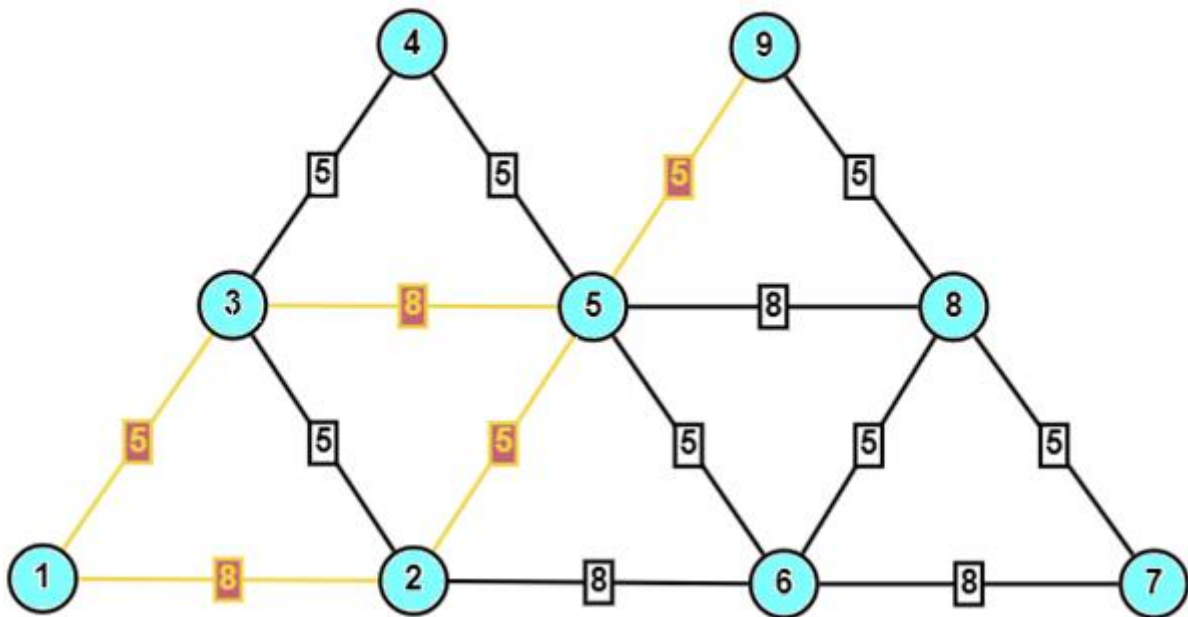


Рисунок 6. Кратчайший путь от вершины X_1 до вершины X_9

Ответ: имеем два равносильных кратчайших пути от вершины X_1 до вершины X_9 : $(1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 9)$ и $(1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 9)$ равные 18.

Оптимизация алгоритма Дейкстры для треугольной схемы города

К треугольной схеме можно применить следующую оптимизацию: применить понятие «конденсация»¹ графа [1]. Из условия задачи известны две вершины: откуда начинается путь (вершина X_1) и где заканчивается (вершина X_9).

Чтобы оптимизировать алгоритм Дейкстры, логичнее всего сгруппировать вершины. Разбиваем на группы (делаем конденсацию):

а) (X_1, X_2, X_3) , б) (X_4, X_5, X_9) , в) (X_6, X_7, X_8) (рисунок 7). Из рисунка 6 видно, что группу в) (X_6, X_7, X_8) , логично не рассматривать, т. к. это увеличит маршрут. Следовательно, можно исключить из рассмотрения эту группу вершин, тем самым алгоритм Дейкстры сократится с 9 рассматриваемых вершин до 6.

¹Конденсация графа – это процесс объединения сильно связанных компонентов графа в одну вершину.

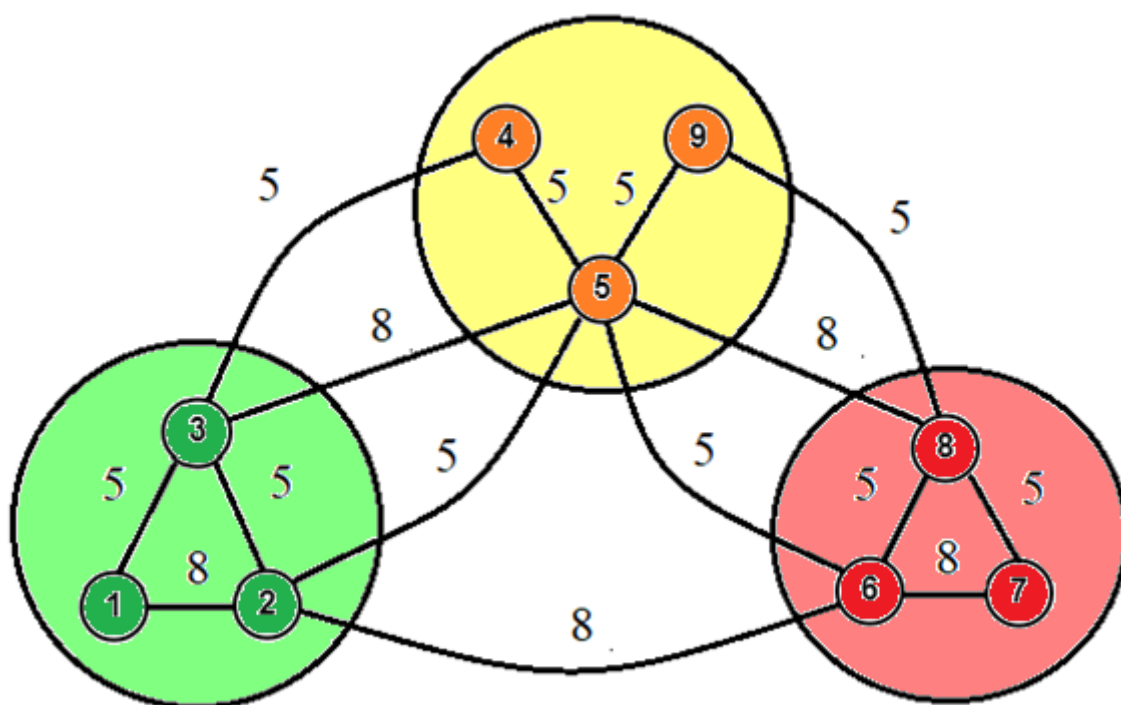


Рисунок 7. Конденсация треугольной планировки

Выбираем кратчайший из путей и отсекаем ненужные вершины. Таким образом, ал-

горитм Дейкстры сократится с 9 до 6 вершин (рисунок 8).

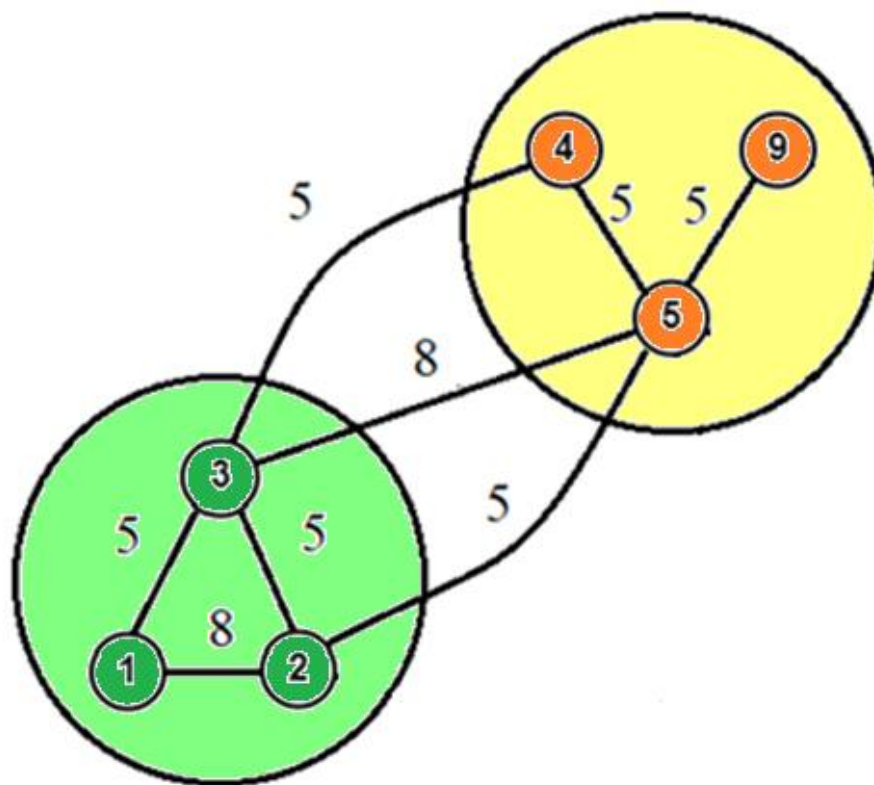


Рисунок 8. Конечный граф для поиска кратчайшего пути в треугольной схеме

Итог: в результате конденсации время работы алгоритма Дейкстры сокращено, тем самым алгоритм оптимизирован.

Заключение. В статье проведено исследование задачи оптимизации маршрута в дорожной сети с учетом треугольной планировки города.

Основные результаты работы:

1. Применён алгоритм Дейкстры для нахождения кратчайшего пути для треугольной планировки города.

2. Разработан оптимизированный алгоритм для треугольной планировки. Суть оптимизации состоит в применении понятия «конденсация» графа. Таким образом, оптимизированный алгоритм позволяет сократить время работы алгоритма Дейкстры за счёт отсечения тех вершин, которые входят в

сильно связанные подграфы, путь через которые будет заведомо длиннее.

3. Теоретические и численные результаты могут быть применены не только для расчёта кратчайшего маршрута по дорожным сетям современных городов, которые имеют часть планировки города в виде треугольной схемы, но и при расчёте кратчайших маршрутов между городами, которые можно с помощью скоростных транспортных «артерий» объединить в синурбические² треугольники, то есть связанные и равноудаленные друг от друга взаимодополняющие города.

Например, город Ярославль, Кострому и Иваново, удаленных друг от друга на расстоянии 80 км, современными урбанистами предложено объединять в так называемый «синурбический треугольник» (рисунок 9).

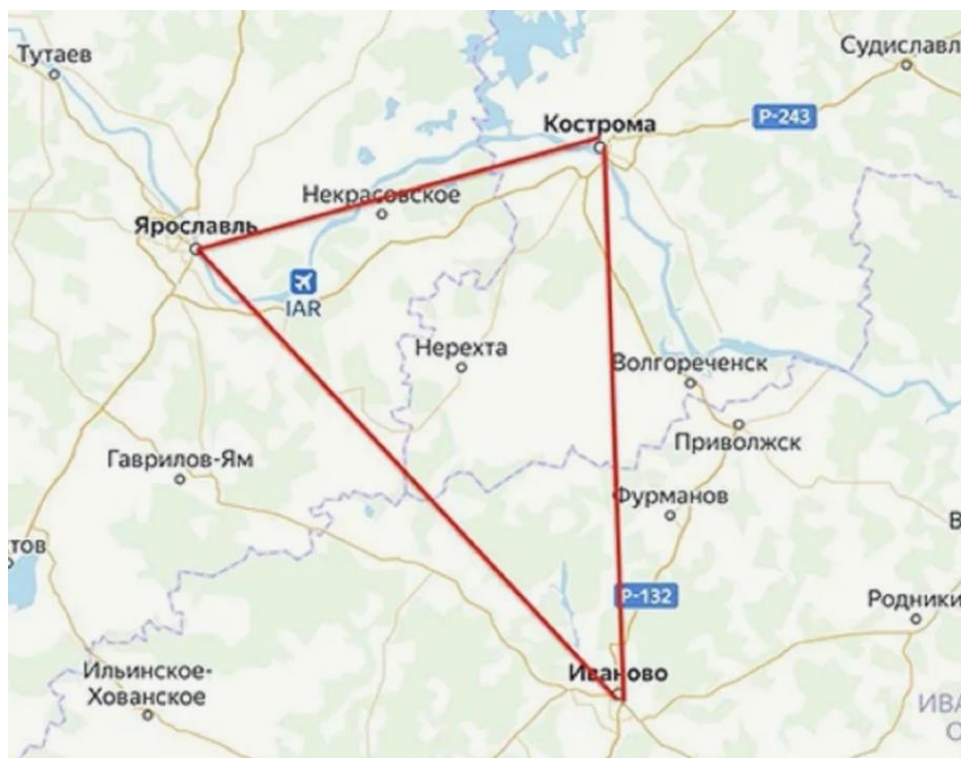


Рисунок 9. Синурбический треугольник: Ярославль, Кострома и Иваново

²Синурбия — это объединение социального пространства нескольких отдельных городов в рамках сетевой агломерации. Суть синурбической модели заключается в соединении трёх городов, превращении их в единое пространство, в котором каждый из этих городов дополняет друг друга в социальном и экономическом плане.

В результате создания прямого железнодорожного сообщения между городами, входящими в такой треугольник, получается один большой город, только без сплошной

застройки. При этом сохраняется самобытная архитектура всех трех городов, а люди имеют возможность жить вне города, а работать и учиться в самих городах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Деревянчук Е.Д. Методика построения алгоритмов для практических задач с применением теории графов // Научный потенциал. – 2024. – № 2(45). – Часть 3. – С. 37-44.
2. Деревянчук Е.Д., Машин О.А. Задача оптимизации маршрута в дорожной сети с учётом веерной планировки города. // Общество. – 2024. – № 2(33).
3. Волченская Т.В., Князьков В.С. Компьютерная математика. Учебное пособие. Часть 2. Теория графов. – Пенза: Изд-во Пенз. ун-та, 2002. – 101 с.

THE ROUTE OPTIMIZING PROBLEM IN THE ROAD NETWORK, TAKING INTO ACCOUNT THE TRIANGULAR LAYOUT OF THE CITY

DEREVYANCHUK Ekaterina Dmitrievna

Candidate of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor

MASHIN Oleg Alekseevich

Student

Penza State University

Penza, Russia

This work is devoted to the route optimizing problem in the road network, taking into account the triangular layout of the city. To solve this problem, the apparatus of graph theory is used. The task is to find the shortest path from one vertex of the graph to another vertex, taking into account the type of graph. A modification of Dijkstra's algorithm is proposed, which allows taking into account the city triangular layout.

Keywords: modification of Dijkstra's algorithm, graph theory, the city triangular layout, shortest path.
