ОПТИМИЗАЦИЯ ПОТОКА В СЕТИ С ОДНИМ ИСТОКОМ И ОДНИМ СТОКОМ С ПОМОЩЬЮ УВЕЛИЧЕНИЯ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ВНУТРЕННИХ ДУГ

ДЕРЕВЯНЧУК Екатерина Дмитриевна
кандидат физико-математических наук, доцент
ШИРОКОВ Андрей Алексеевич
студент
Пензенский государственный университет
г. Пенза, Россия

В работе исследуется задача оптимального плана перевозок с учётом потоков в сетях с одним истоком и одним стоком. На основании методики, предложенной в статье авторов[1], подробно исследована задача нахождения оптимального потока в сети с одним истоком и одним стоком с помощью увеличения пропускной способности внутренних дуг.

Ключевые слова: алгоритм Форда-Фалкерсона, поток в сетях, сеть с одним истоком и одним стоком, оптимальный поток сети.

Данная работа является продолжением работ [1-2], посвященные исследованию задачи оптимизации транспортных планов в сетевых структурах. Целью данной работы является иллюстрация разработанного в работе [2] метода на примере сети с одним стоком и одним истоком.

Рассмотрим газовую структуру, представляющую собой сеть с одним стоком (потребитель) и одним истоком(поставщик). Дана сеть в виде графа $G(X, A)$, где $x = \{x_i;\ i = 1,2 \dots 11\}$ – множество вершин, A – множество дуг, $|A| = 15$ (рисунок 1).

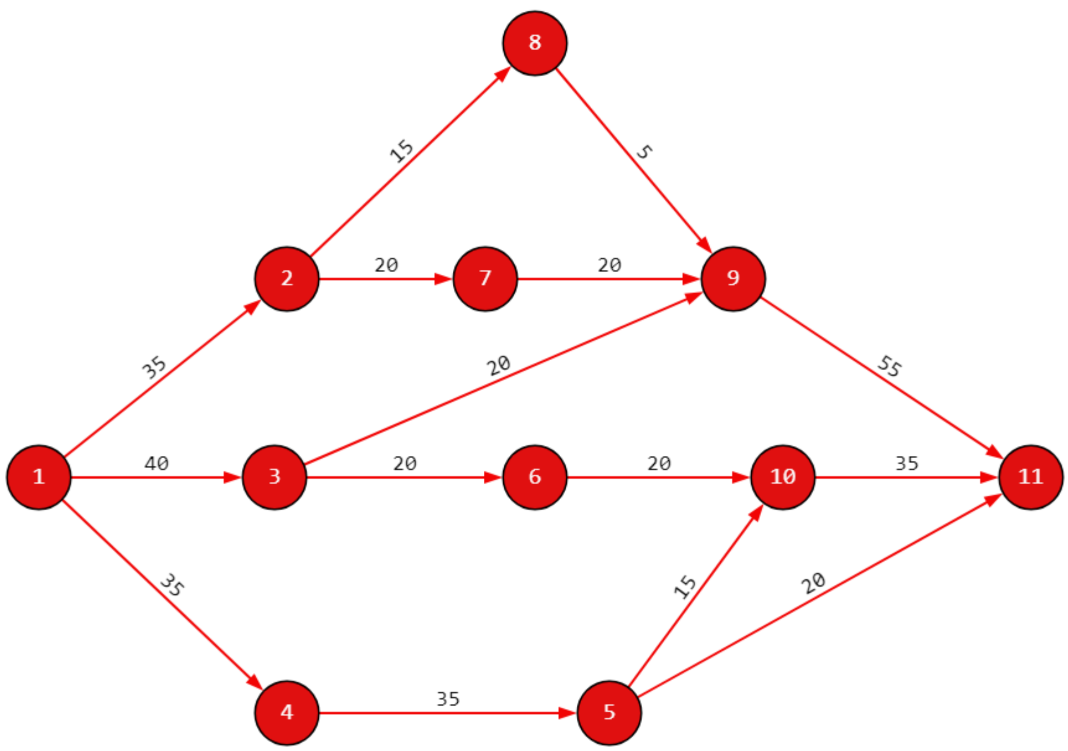

Рисунок 1. **Граф G**

Рассмотрим пути в произвольном порядке.

Путь 1-2-8-9-11. Пропускные способности дуг на этом пути равны: (35; 15; 5; 55) (рисунок 1). Минимальная пропускная способность Cmin=min[35; 15; 5; 55]=5 равна 5 (рисунок 2).

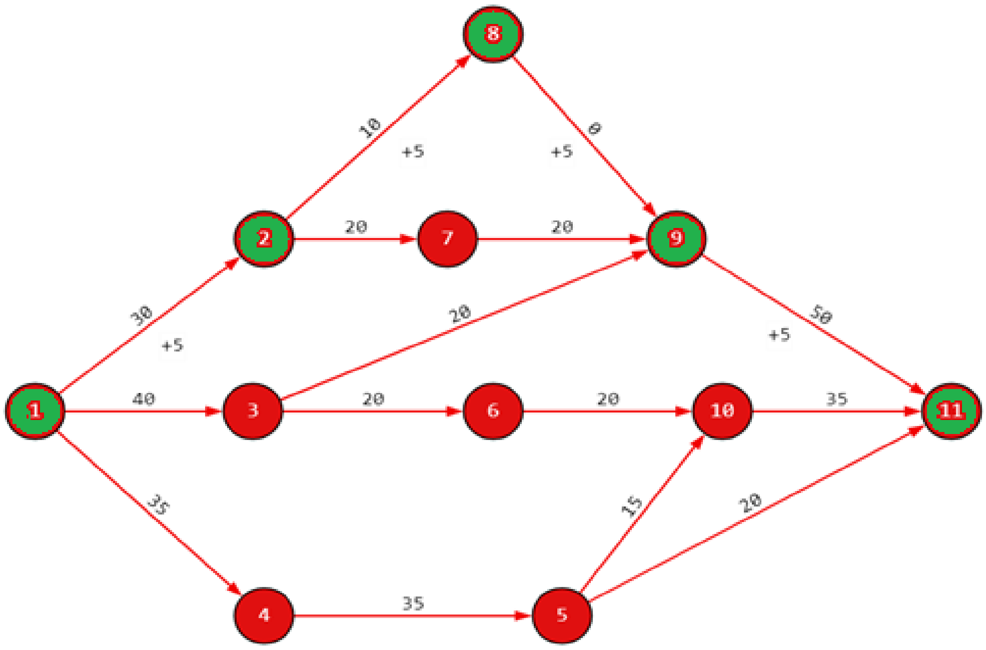

Рисунок 2. **Максимальный поток, который можно пропустить по пути 1-2-8-9-11**

Следующий путь 1-2-7-9-11. Пропускные способности дуг равны: (30; 20; 20; 50) (рисунок 2). А минимальная пропускная способность Cmin=min[30; 20; 20; 50]=20 равна 20. Обозначим на графе данный поток и уменьшим на его величину пропускные способности дуг (рисунок 3).

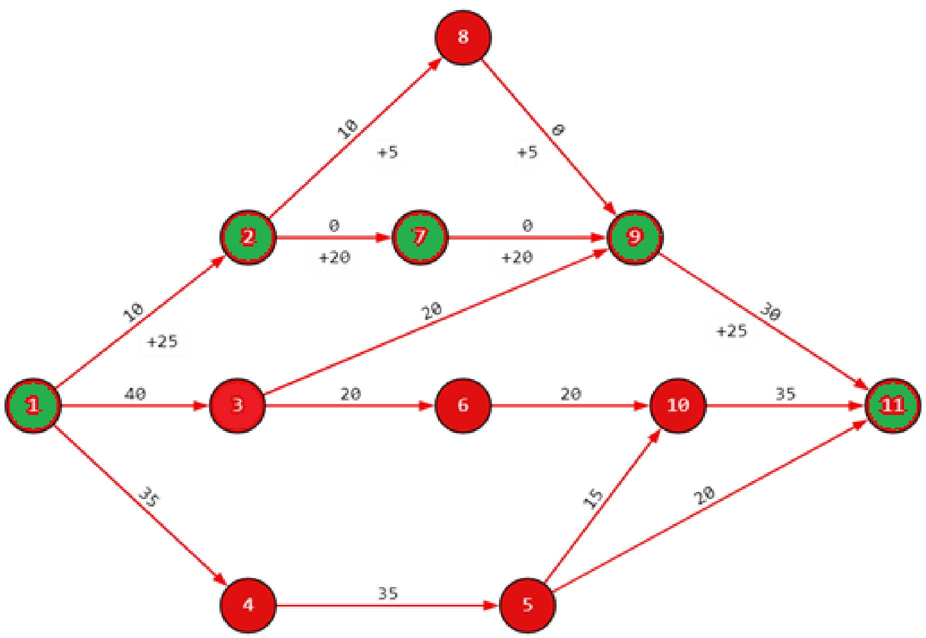

Рисунок 3. **Максимальный поток, который можно пропустить по пути 1-2-7-9-1**

Далее, рассмотрим ориентированный путь: 1-3-9-11. Пропускные способности его дуг составляют: (40; 20; 30) (рисунок 4). То есть, пропускаем поток Cmin=min[40; 20; 30]=20, равный 20 и отмечаем его на графе (рисунок 5).

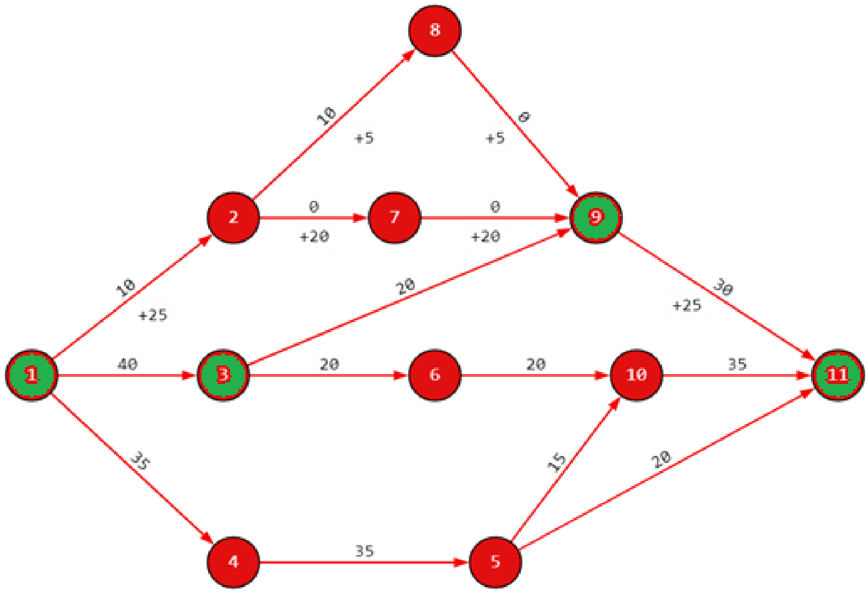

Рисунок 4. **Максимальный поток, который можно пропустить по пути 1-3-9-11**

Следующий путь 1-3-6-10-11. Cmin=min[20; 20; 20; 35]=20 равна 20. Это и есть тот максимальный поток (рисунок 5).

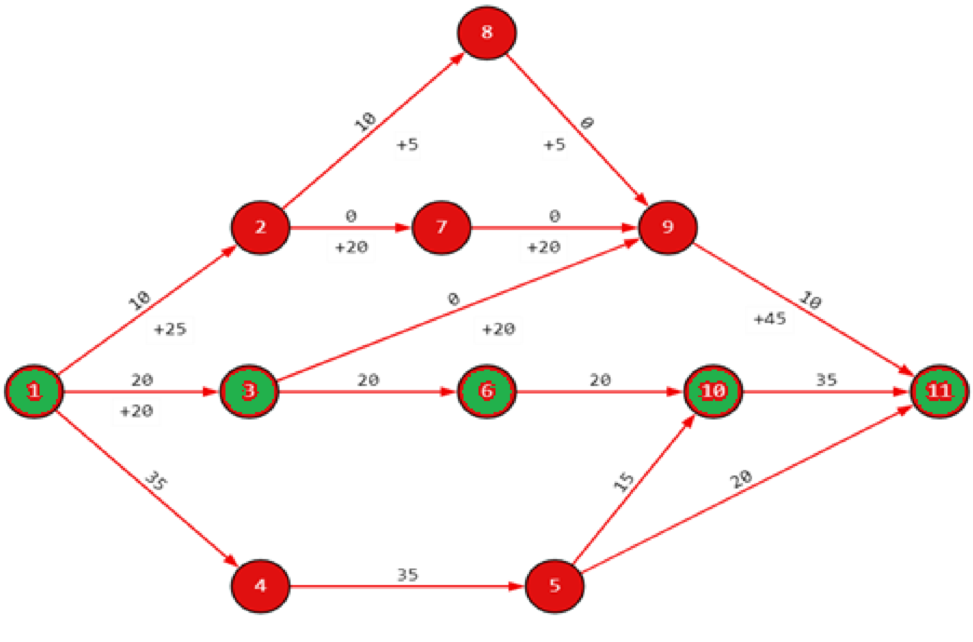

Рисунок 5. **Максимальный поток, который можно пропустить по пути 1-3-6-10-11**

Следующий путь 1-4-5-10-11. Пропускные способности дуг на этом пути равны: (35; 35; 15; 15). Минимальная пропускная способность Cmin=min[35; 35; 15; 15]=15 равна 15 (рисунок 6).

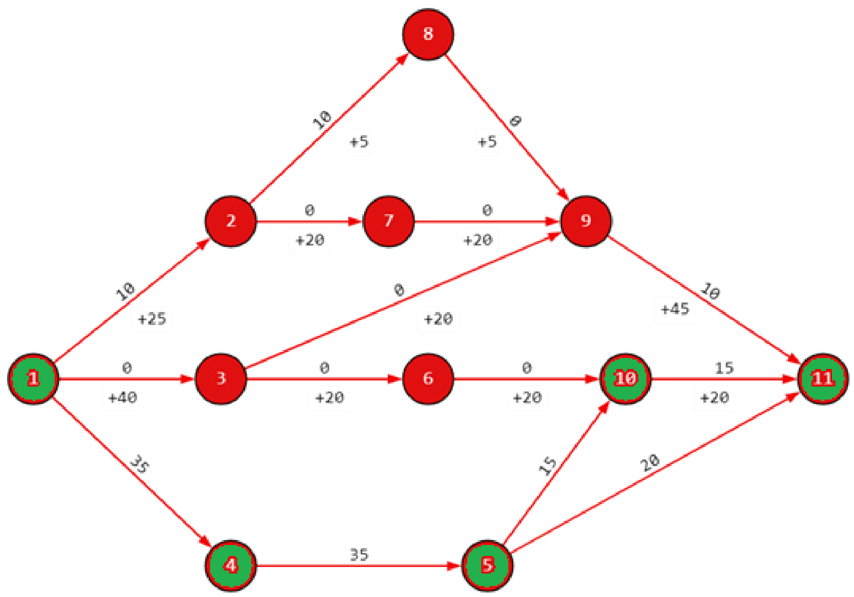

Рисунок 6. **Максимальный поток, который можно пропустить по пути 1-4-5-10-11**

Следующий произвольный ориентированный путь: 1-4-5-11. Cmin=min[20; 20; 20]=20 равна 20 (рисунок 7).

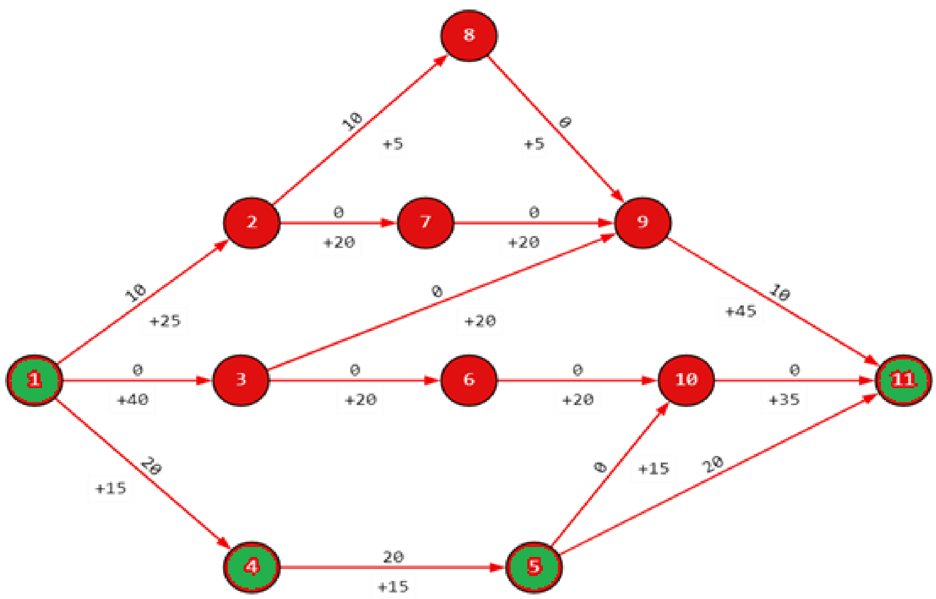

Рисунок 7. **Максимальный поток, который можно пропустить по пути 1-4-5-11**

Проанализируем полученный результат[1].

Если рассмотреть путь 1-2-8-9-11, то для получения максимального потока необходимо увеличить только одну дугу, а именно дугу (8;9) на 10 единиц (рисунок 8).

[1]Напомним, что пропускная способность сети определяется по минимальной суммарной пропускной способности исходящих дуг истока (25+40+35=100) и суммарной пропускной способности входящих дуг стока (45+35+20=100). Следовательно, пропускная способность сети равно 100.

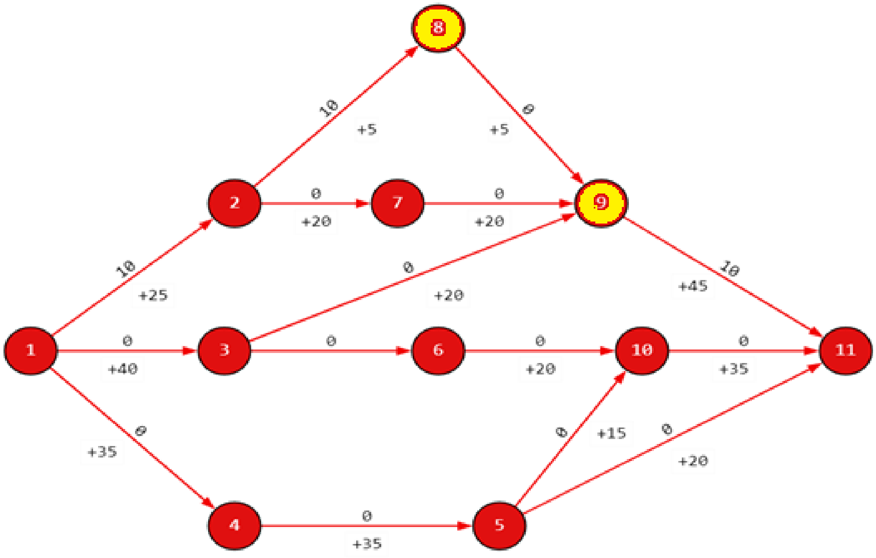

Рисунок 8. **Анализ пути 1-2-8-9-11**

Тогда исходный граф задачи изменится, и будет иметь вид как на рисунке 9.

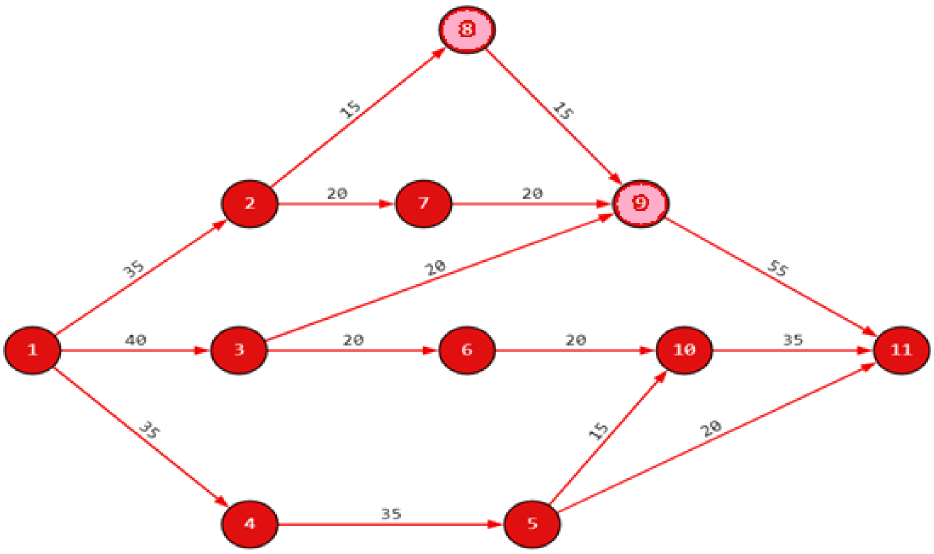

Рисунок 9. **Преобразованный граф G**

Приведём более сжато решение задачи для преобразованного графа (рисунок 9), аналогично рассмотрев все пути в произвольном порядке.

Путь 1-2-8-9-11. Пропускные способности дуг на этом пути равны: (35; 15; 15;55) (рисунок 9). Cmin=min[35; 15; 15; 55]=15 (рисунок 10).

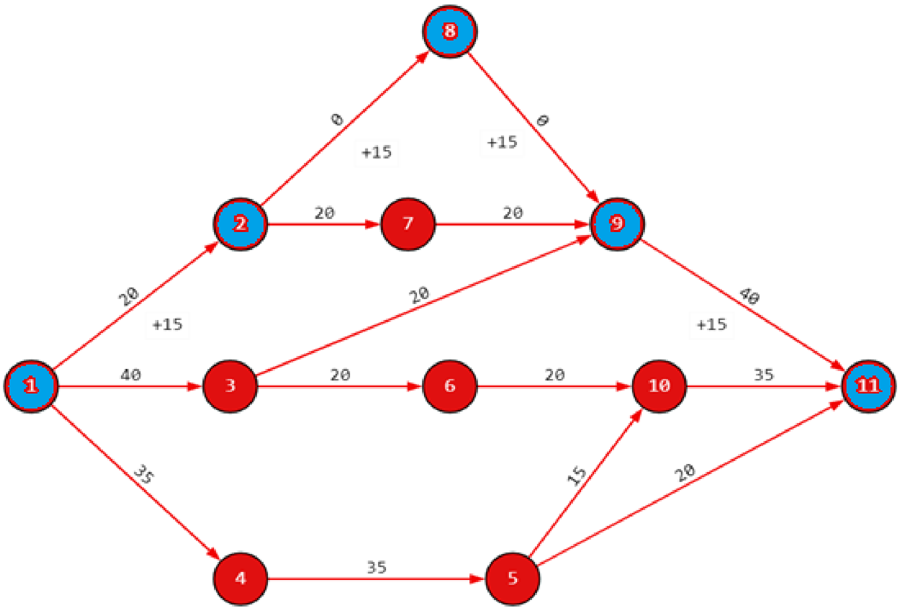

Рисунок 10. **Максимальный поток, который можно пропустить по пути 1-2-8-9-11**

Следующий произвольный ориентированный путь: 1-2-7-9-11. Пропускные способности дуг равны: (35; 20; 20; 55). Cmin=min[35; 20; 20; 55]=20 (рисунок 11).

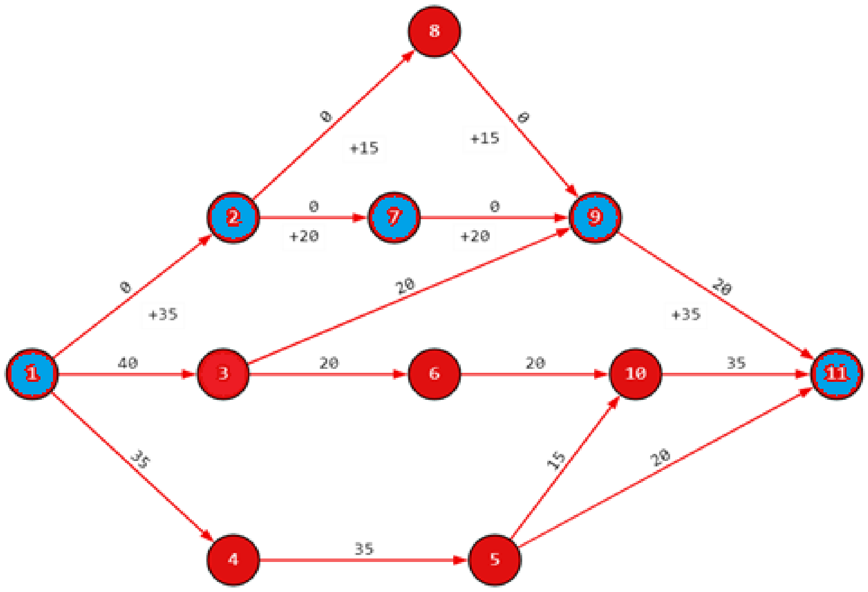

Рисунок 11. **Путь 1-2-7-9-11**

Далее, рассмотрим ориентированный путь: 1-3-9-11. Пропускные способности его дуг составляют: (40; 20; 20). То есть, пропускаем поток Cmin=min[40; 20; 20]=20, равный 20 и отмечаем его на графе (рисунок 12).

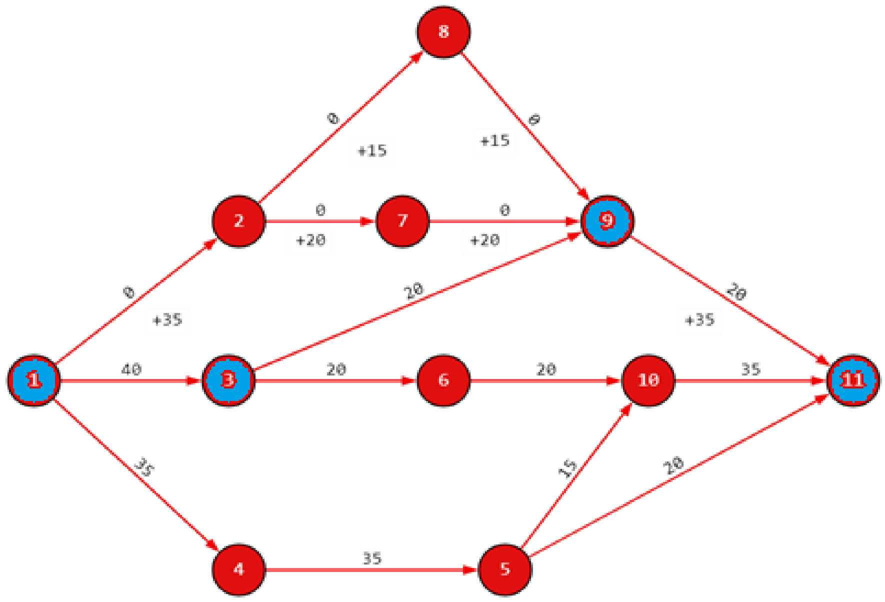

Рисунок 12. **Максимальный поток, который можно пропустить по пути 1-3-9-11**

Следующий путь 1-3-6-10-11. Пропускные способности дуг на этом пути равны: (20; 20; 20; 35) . Минимальная пропускная способность Cmin=min[20; 20; 20; 35]=20 равна 20 (рисунок 13).

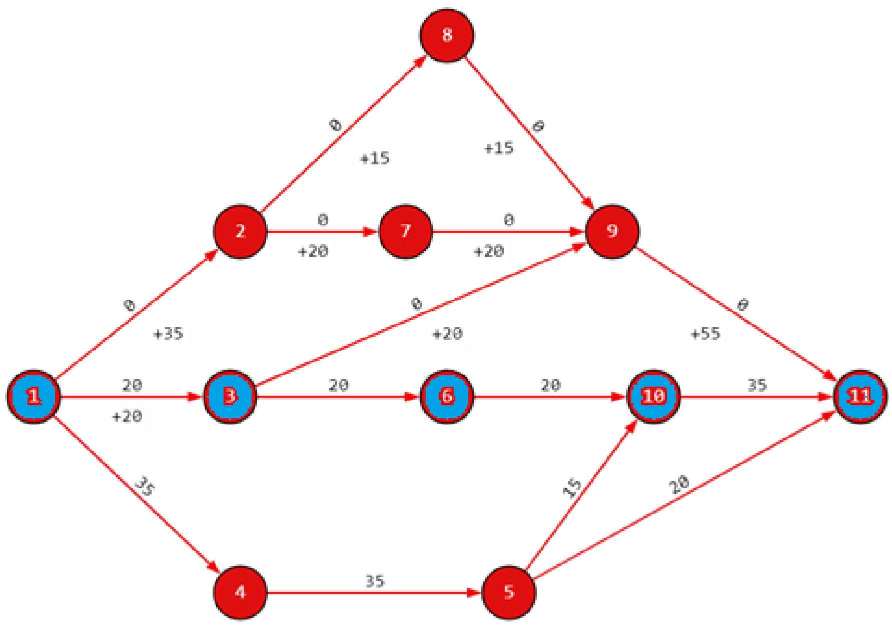

Рисунок 13. **Путь 1-3-6-10-11**

Далее, рассмотрим ориентированный путь: 1-4-5-10-11. Cmin=min [35; 35; 15; 15]=15 (рисунок 14).

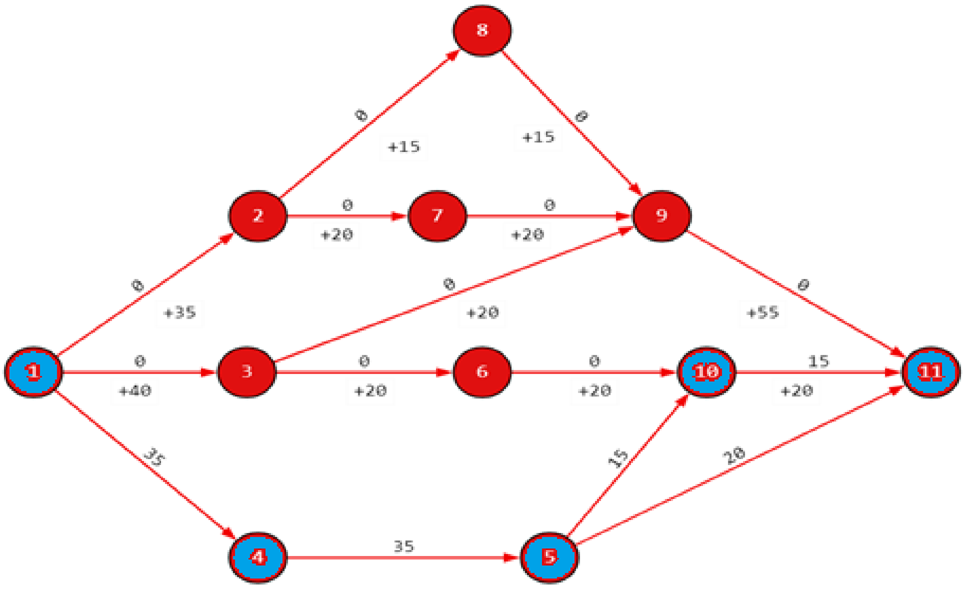

Рисунок 14. **Максимальный поток, который можно пропустить по пути 1-4-5-10-11**

И в завершение, последний возможный ориентированный путь: 1-4-5-11. Здесь дуги имеют пропускные способности (20; 20; 20). То есть, пропускаем поток Cmin=min[20; 20; 20]=20, мощностью 20 и отмечаем его на графе (рисунок 15).

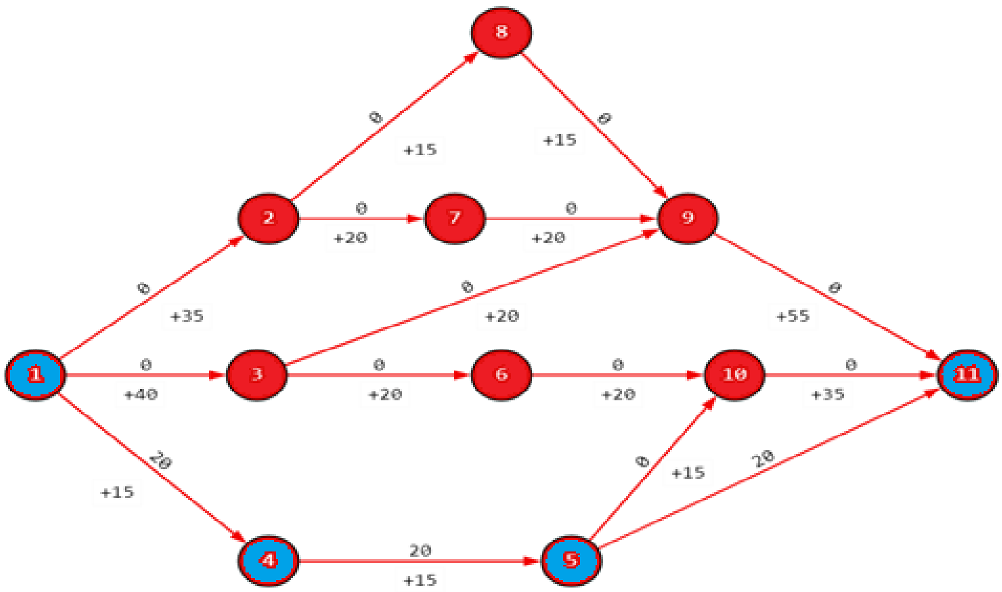

Рисунок 15. **Путь 1-4-5-11**

На рисунке 16 представлено решение задачи для преобразованного графа G.

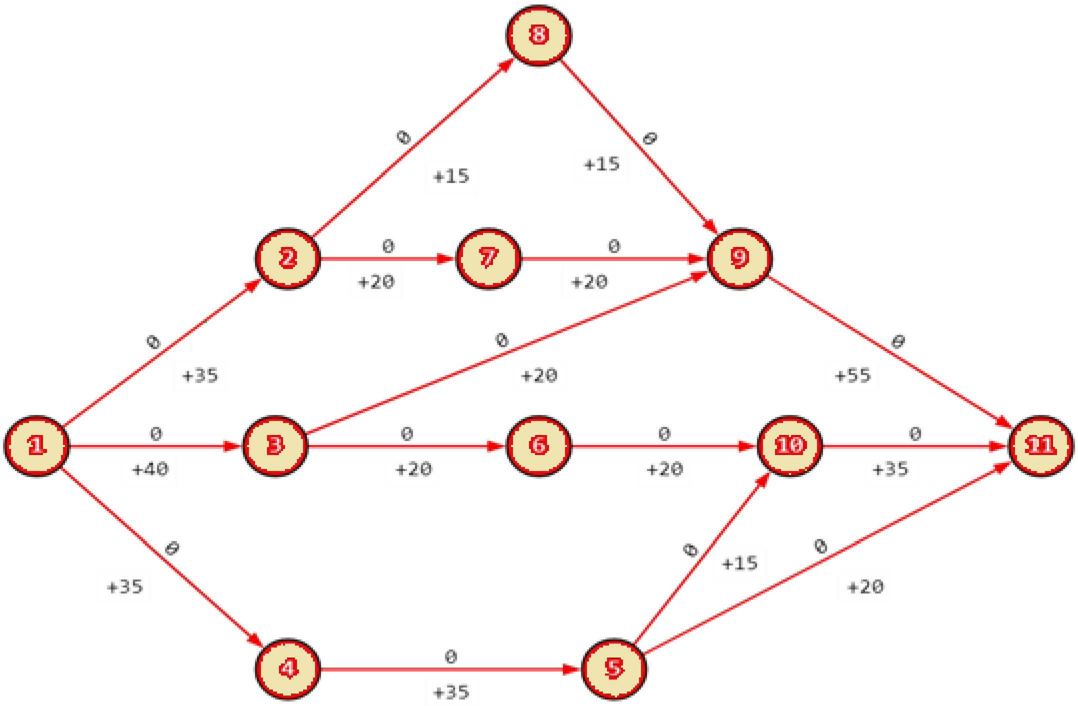

Рисунок 16. **Решение задачи**

Пропускная способность сети определяем по минимальной суммарной пропускной способности исходящих дуг истока (35+40+ +35=110) и суммарной пропускной способности входящих дуг стока (55+35+20=110). Следовательно, пропускная способность сети равно 110. Пропускная способность исходящих дуг истока равна пропускной способности входящих дуг стока. Таким образом, благодаря увеличению пропускной способности внутренних дуг графа, задействованы все ресурсы сети.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Деревянчук Е.Д. Широков А.А.* Методика решения задачи создания оптимального плана перевозок с учётом потоков в сетях с одним истоком и одним стоком // Педагогика современности. – 2024. – № 2. – С. 63-68.
2. *Деревянчук О.Д.* Транспортировка больных из одного госпиталя в другой с остановками во временных пунктах размещения // Общество. – 2024. – № 1(32). Часть 2. – С. 19-23.

THE PROBLEM OF CREATING AN OPTIMAL TRANSPORTATION PLAN WITH FLOWS IN NETWORKS WITH ONE SOURCE AND ONE DRAIN BY INCREASING THE THROUGHPUT OF INTERNAL ARCS

DEREVYANCHUK Ekaterina Dmitrievna
Candidate of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor
SHIROKOV Andrey Alekseevich
Student
Penza State University
Penza, Russia

The paper examines the problem of an optimal transportation plan, taking into account flows in networks with one source and one drain. Based on the methodology proposed in the previous article by the authors [1], the problem of finding the optimal flow in a network with one source and one drain is studied in detail with one source and one drain by increasing the throughput of internal arcs.
Keywords: Ford-Fulkerson algorithm, flow in networks, network with one source and one drain, optimal network flow.