ПРЕДЕЛЫ И ПРОИЗВОДНЫЕ: СУЩНОСТЬ, ЗНАЧЕНИЕ, ВЫЧИСЛЕНИЕ

БЕРЁЗОВА Ксения Андреевна
ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный педагогический университет»
г. Оренбург, Россия

В данной статье рассматриваются сущность, значение и вычисление пределов и производных функций. Также приведены виды неопределенностей и рассмотрены правила дифференцирования.

Ключевые слова: предел функции, число, последовательность, производная, дифференцирование, аргумент, формула.

Предел функции является одним из основных понятий математического анализа. Непрерывность, производная, интеграл – не определить без помощи предела. Функцией называют математическое правило, получающее на выход число и возвращающее какой-то результат. Функция записывается:

$y = f(x)$, где f – функция, x – аргумент функции, y – результат выполнения функции [1, с. 2].

Пределом функции выступает в качестве значения, к которому стремится функция, в момент приближения её аргумента к определённому значению. Запись предела функции имеет вид:

$$\lim_{x \to x_0} f(x)$$

Предел может быть конечный и бесконечный. При равенстве предела конкретному действительному числу, его считают конечным пределом. В случаях, когда предел равен бесконечности, его называют бесконечным. Бывают случаи, когда невозможно определить конечное или бесконечное значение, подразумевается отсутствие существования такого предела.

Для вычисления предела, в большинстве случаев стоит только подставить в функцию стремящееся к аргументу функции значение. При отсутствии решения при подстановке числа, используются разные методы вычисления: упрощение выражений при помощи деления многочленов на переменную в максимальной степени, умножение на сопряжённое выражение, правило Лопиталя и разные другие приёмы [3, с. 5-7].

Правило Лопиталя в пределах: если в пределе есть неопределенность, требуется брать производную от числителя и знаменателя до тех пор, пока неопределенность не исчезнет.

От неопределенностей не всегда просто избавляться. Неопределённости бывают разных видов.

Неопределённость $\frac{\infty}{\infty}$: бесконечность, делёная на бесконечность. Это неопределённость, потому что следствием деления может быть любое число. Исходя из этого, нам нужно избавиться от неопределенности. Надлежит разделить числитель и знаменатель на переменную в старшей степени. Далее, при подстановке бесконечности вместо x, дроби с x, в знаменателе преобразуются в 0. Таким образом, чтобы раскрыть неопределённость $\frac{\infty}{\infty}$ в многочленах, требуется разделить числитель и знаменатель на переменную в старшей степени.

Неопределённость $\frac{0}{0}$: ноль, делёный на ноль. Это неопределённость, которая вероятно равняется любому числу. Для того чтобы избавиться от данной неопределенности следует разложить числитель и знаменатель дроби на множители. Если подставить в функцию числитель и знаменатель, сократим дробь на $(x-2)$. Затем, чтобы найти предел функции при x, стремящемся к 2, надлежит подставить в формулу $x = 2$ [2, с. 4].

Производная – основное понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции. Определяется как предел отношения приращения функции к приращению ее аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю, если таковой предел существует. Функцию, имеющую конечную производную в некоторой точке, называют дифференцируемой в данной точке.

Процесс получения новой функции $f'(x)$ из исходной функции $f(x)$ называется дифференцированием. Нахождение дифференциала функции безусловно связано с теорией пределов и состоит из трех этапов:

1. Выбирается приращение x для аргумента x. Определяем соответствующее приращение функции $y = f(x+x) - f(x)$.
2. Составляется отношение приращения функции к приращению аргумента.
3. Находится предел данного отношения. Аргумент x является постоянным, приращение x бесконечно малое, стремящееся к 0.

При вычислении производной используются следующие правила дифференцирования.

Правило дифференцирования суммы двух функций.

Производная суммы равна сумме производных:

$$(f(x) * g(x))' = f'(x) + g'(x).$$

Производная суммы нескольких функции равна сумме производных этих функции:

$$(f(x) + ... + g(x))' = f'(x) + ... + g'(x).$$

Производная разности равна разности производных:

$$(f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x).$$

Второе правило дифференцирования:

$$(cf(x))' = cf'(x).$$

Третьему правилу дифференцирования соответствует: Производная произведения равна произведению первого множителя на второй плюс первый множитель, умноженный на производную второго.

$$(f(x) * g(x))' = f'(x) * g(x) + f(x) * g'(x).$$

Четвертое правило дифференцирования звучит так: производная частного равна производной числителя, умноженного на знаменатель минус числитель умноженный на производную знаменателя и все это деленное на квадрат знаменателя.

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) * g(x) - f(x) * g'(x)}{g^2(x)}$$

(Предел (в математике). Большая российская энциклопедия. – URL:https://bigenc.ru/c/predel-v-matematike-6d5ab8 (дата обращения: 16.06.2024).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Борисова О.Н., Яцкевич А.Б.* Математика и ее приложения. Методические материалы и указания к выполнению контрольных работ для студентов заочной формы обучения. Предел и производная. – Королёв: КИУЭС, 2004. – URL:https://studfile.net/preview/652309/page:2/ (дата обращения: 16.06.2024).
2. *Колобков И.* Пределы в математике для чайников: объяснение, теория, примеры решений. – URL:https://zaochnik.ru/blog/predely-dlya-chajnikov-teoriya-primery-reshenij/ (дата обращения: 16.06.2024).
3. Пределы функции: что это такое и как их решать. – URL:https://skillbox.ru/media/code/predely-v-matematike-chto-eto-takoe-i-kak-ikh-reshat/ (дата обращения: 16.06.2024).

USE OF LEARNINGAPPS SERVICE AT MATHEMATICS LESSONS

BEREZOVA Xenia Andreevna
Orenburg State Pedagogical University
Orenburg, Russia

The article discusses the essence, meaning and calculation of limits and derivatives of functions. The types of uncertainties are also given and the rules of differentiation are considered.

Keywords: limit of a function, number, sequence, derivative, differentiation, argument, formula.