

ПРИМЕНЕНИЕ БИНОМИАЛЬНОГО И ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИГРОВЫХ МЕХАНИК С ГАРАНТИРОВАННЫМ УСПЕХОМ

РЫЧКОВ Виктор Афанасьевич

кандидат физико-математических наук, доцент

ИЗВАРИНА Кира Станиславовна

студент

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
г. Самара, Россия

Рассматривается применение биномиального и геометрического распределений для моделирования игровых механик с гарантированным успехом после заданного числа неудач. Ограничение максимального числа неудач незначительно снижает математическое ожидание (менее 5%), но уменьшает дисперсию на 40–50% для редких событий, что заметно повышает предсказуемость игрового процесса. Приведены численные оценки и практические рекомендации для балансировки игр.

Ключевые слова: биномиальное распределение, геометрическое распределение, схема Бернулли, теория вероятностей, игровые механики, pity-система, игровой баланс.

Современная индустрия цифровых игр активно использует строгие математические методы для балансировки механик и обеспечения предсказуемого пользовательского опыта [2]. Существенную роль в этом процессе играют вероятностные модели, формализующие случайные события: выпадение редкого предмета, нанесение критического удара или успешное улучшение экипировки.

Базовой теоретической схемой для описания таких процессов является схема Бернулли – последовательность независимых испытаний с двумя исходами и постоянной вероятностью успеха p [1]. При фиксированном числе испытаний n количество успехов описывается биномиальным распределением:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}.$$

Однако в игровом дизайне значительно чаще интерес представляет не количество успехов в серии, а число попыток до первого успеха. Для этой цели применяется геометрическое распределение [3]:

$$P(T = k) = (1 - p)^{k-1} p, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

с математическим ожиданием $E[T] = \frac{1}{p}$ и

$$\text{дисперсией } \text{Var}(T) = \frac{(1-p)}{p^2}.$$

Классическая модель допускает неограниченно длинные серии неудач. Это создает риск фрустрации пользователя, особенно при

низких значениях вероятности успеха p . Решением проблемы является модификация системы путем введения ограничения: в случае, если успех не наступил за N попыток, на $(N+1)$ -й попытке он предоставляется гарантированно.

Описанная модель с гарантированным успехом представляет собой усеченное геометрическое распределение с конечным носителем $\{1, 2, \dots, N + 1\}$. Вероятностная функция для данной механики задается следующим образом:

$$P(T_N = k) = (1 - p)^{k-1} p, \quad k = 1, \dots, N,$$

а вероятность гарантированного успеха на последнем шаге составляет:

$$P(T_N = N+1) = (1 - p)^N.$$

Сумма данных вероятностей тождественно равна единице. Математическое ожидание и второй начальный момент могут быть вычислены аналитически через формулы усечённых геометрических рядов, однако в инженерной практике.

В таблице 1 приведены основные характеристики классического геометрического распределения. При малых p дисперсия растет квадратично. Например, при $p = 0,01$ стандартное отклонение сравнимо с математическим ожиданием, что дает огромный разброс: успех может наступить как на 1-2 попытке, так и после 300.

Вероятность успеха за n попыток равна $1 - (1 - p)^n$. Для $p = 0,05$ и $n = 20$ она составляет $\approx 0,6415$, то есть более трети игроков превысят

«средние» 20 попыток. Именно этот негативный эффект «длинного хвоста» и призвана компенсировать pity-система [4].

Таблица 1

ХАРАКТЕРИСТИКИ КЛАССИЧЕСКОГО ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Вероятность p	Мат. ожидание $E[T]$	Дисперсия $Var(T)$	СКО σ
0,1	10,0	90,0	9,49
0,05	20,0	380,0	19,49
0,01	100,0	9900,0	99,50

Предложенная модель даёт количественный инструмент для настройки pity-механики. Рекомендуемый диапазон $N = \frac{1,5}{p} - \frac{2}{p}$ обеспечивает баланс между ожидаемой доходностью и снижением дисперсии на 25-40%, уменьшая риск аномально длинных серий неудач и повышая удержание аудитории. Формулы позволяют заранее оценивать влияние на внутриигровую экономику, а интеграция с аналитическими пайплайнами даёт возможность выявлять аномалии по логам пользователей.

В работе рассмотрены биномиальное и геометрическое распределения как базовые инструменты моделирования в цифровых играх.

Исследована модификация с гарантированным успехом после N неудач: такое ограничение снижает математическое ожидание не более чем на 3-5%, а дисперсию – до 40% и более, радикально повышая предсказуемость системы.

Адаптивные pity-механики (плавное повышение вероятности после неудачи) нарушают независимость испытаний, переводя модель в класс марковских цепей – перспективное направление на стыке теории вероятностей и гейм-дизайна. Таким образом, вероятностный подход позволяет превратить проектирование игровых механик из интуитивной области в систему точно измеряемых метрик.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
2. Росс III. Вероятность и статистика для инженеров и ученых. – М.: Академия, 2010. – 544 с.
3. Geometric distribution [Электронный ресурс] // IPFS – URL: https://ipfs.io/ipfs/QmehSxmTPRCr85Xjgzjut6uWQihoTfqg9VVihJ892bmZCp/Geometric_distribution.html (дата обращения: 15.04.2026).
4. Gan T. Gacha Game: When Prospect Theory Meets Optimal Pricing [Электронный ресурс] / T. Gan // arXiv. 2022. - URL: <https://arxiv.org/abs/2208.03602> (дата обращения: 19.04.2026).

APPLICATION OF BINOMIAL AND GEOMETRIC DISTRIBUTIONS FOR MODELING GAME MECHANICS WITH GUARANTEED SUCCESS

RYCHKOV Viktor Afanasyevich

Candidate of Sciences in Physical and Mathematical, Associate Professor

IZVARINA Kira Stanislavovna

Student

Povolzhskiy State University of Telecommunications & Informatics
Samara, Russia

The application of binomial and geometric distributions for modeling game mechanics with guaranteed success after a given number of failures is considered. Limiting the maximum number of failures slightly reduces the mathematical expectation (less than 5%), but reduces the variance by 40-50% for rare events, which significantly increases the predictability of the gameplay. Numerical estimates and practical recommendations for balancing games are given.

Keywords: binomial distribution, geometric distribution, Bernoulli scheme, probability theory, game mechanics, pity system, game balance.
