

МЕТОДИКА ИЗЛОЖЕНИЯ ВОПРОСА ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ САУ ПО КОЭФФИЦИЕНТАМ ОШИБОК

Деревянчук Наталия Владимировна

кандидат технических наук, доцент

Пензенский филиал Военной академии материально-технического обеспечения

им. генерала армии А.В. Хрулёва

г. Пенза, Россия

Данная работа посвящена методике изложения вопроса оценки точности САУ по коэффициентам ошибок. Приведено решение конкретной задачи по данному вопросу. Применяется: математический аппарат дифференциального исчисления, а также математический анализ. Рассмотрена методика изложения вопроса оценки точности САУ по коэффициентам ошибок.

Ключевые слова: методика, система автоматического управления (САУ), коэффициенты ошибок, передаточная функция, установившаяся ошибка, структурная схема.

Ошибки статических и астатических САУ при типовых входных воздействиях. Статическая САУ – система, которая не содержит в своём составе интегрирующие звенья. Астатическая САУ – система, которая содержит в своём составе интегрирующие звенья. Порядок астатизма ν – количество интегрирующих звеньев в составе передаточной функции системы. С учётом порядка астатизма передаточная функция разомкнутой САУ, в которой интегрирующие звенья выделены отдельными множителями, будет иметь следующий обобщённый вид:

$$W(P) = \frac{1}{P^\nu} W^*(P)$$

Рассмотрим типовые входные воздействия.

Рассмотрим типовые входные воздействия.

Постоянное ступенчатое воздействие

(начальное перемещение):

$x_{вх}(t) = x_0 = x_0 \times 1(t) = \text{const}$. Это изображение является табличным

$$X_{вх}(P) = L(x_0 \times 1(t)) = x_0 L(1(t)) = \frac{x_0}{P}$$

Такое воздействие характерно для статического режима. Установившаяся ошибка при таком воздействии называется статической $\Delta x_{ст}$.

Линейное воздействие (входная величина изменяется с постоянной скоростью $\nu = \text{const}$): $x_{вх}(t) = vt$. Это изображение является табличным.

$$X_{вх}(P) = L(vt) = \nu L(t) = \frac{\nu}{P^2}$$

Такое воздействие соответствует динамическому режиму. Установившаяся ошибка в этом случае называется скоростной ошибкой $\Delta x_{ск}$.

Воздействие, изменяющееся по закону параболы (изменение входной величины с постоянным ускорением $a = \text{const}$): $x_{вх}(t) = \frac{at^2}{2}$

Это изображение определяется выполнением прямого преобразования Лапласа:

$$X_{вх}(P) = L\left(\frac{at^2}{2}\right) = \frac{a}{2} L(t^2) = \frac{a}{P^3}$$

Такое воздействие тоже соответствует динамическому режиму. Установившаяся ошибка в этом случае называется ошибкой по ускорению $\Delta x_{уск}$.

Для статических и астатических САУ установившаяся ошибка будет рассчитываться с использованием теоремы о конечном значении функции по формуле:

$$\varepsilon_{уст} = \lim_{P \rightarrow 0} \frac{PX_{вх}(P)}{1 + \frac{1}{P^\nu} W^*(P)} = \lim_{P \rightarrow 0} \frac{PX_{вх}(P)}{P^\nu + W^*(P)} = \lim_{P \rightarrow 0} \frac{P^\nu P^l X_{вх}(P)}{P^\nu + W^*(P)} = \lim_{P \rightarrow 0} \frac{P^{\nu+l} X_{вх}(P)}{P^\nu + W^*(P)} = \frac{\lim_{P \rightarrow 0} P^{\nu+l} \lim_{P \rightarrow 0} X_{вх}(P)}{\lim_{P \rightarrow 0} P^\nu + \lim_{P \rightarrow 0} W^*(P)}$$

Статические САУ нельзя использовать в качестве следящих систем, для которых наиболее

характерны типовые воздействия: линейное и по закону параболы. Статические систе-

мы используются в основном как системы стабилизации (система стабилизации напряжения генератора постоянного тока и т. д.). С целью уменьшения статической ошибки необходимо увеличивать коэффициент передачи разомкнутой САУ. Астатическая САУ первого порядка может быть использована как следящая система, для которой наиболее характерным является режим слежения с постоянной скоростью. Для уменьшения скоростной ошибки необходимо увеличить коэффициент передачи системы. Результаты оценки точности работы САУ с различным порядком астатизма пояснены графиками и представлены в таблице 1. Анализ установившихся ошибок систем при типовых

воздействиях показывает, что с увеличением порядка астатизма и коэффициента передачи САУ точность работы улучшается. Однако увеличение количества интегрирующих звеньев существенно ухудшает качество переходного процесса, и в конечном счёте сказывается на устойчивости. Данное положение наглядно подтверждается графиками переходной характеристики для ступенчатого воздействия в таблице 1. Увеличение для рассматриваемого примера порядка астатизма до $\nu = 3$ уже делает систему неустойчивой (рисунок 1).

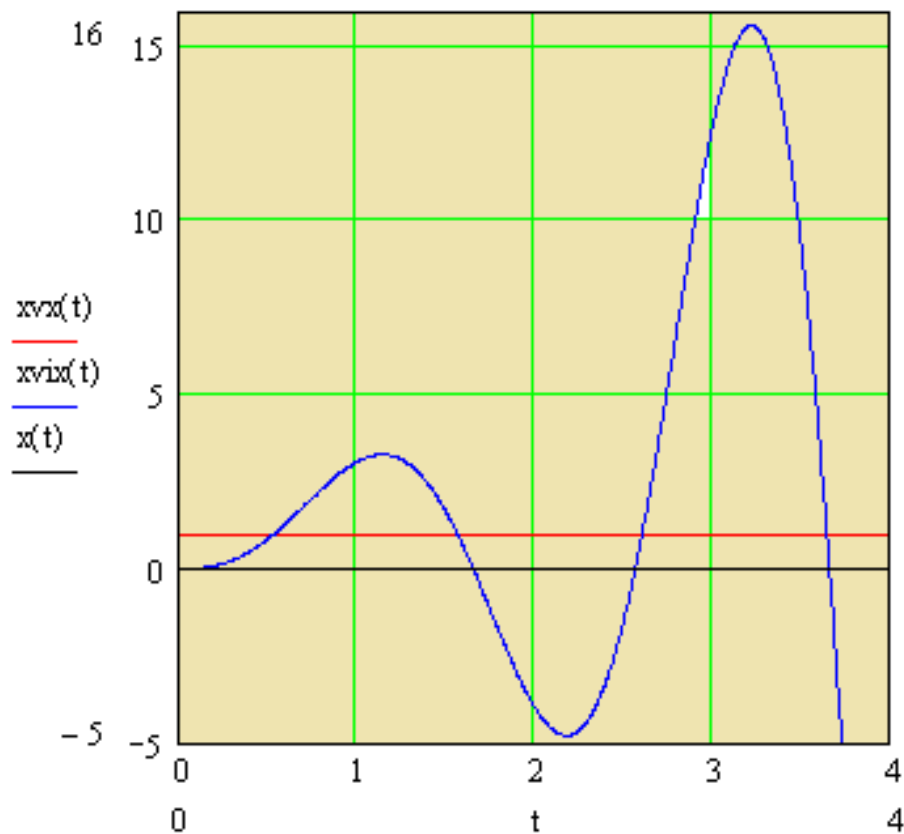
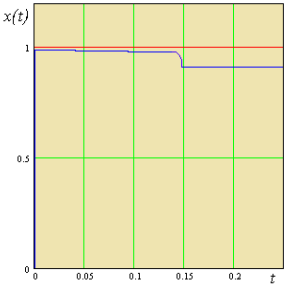
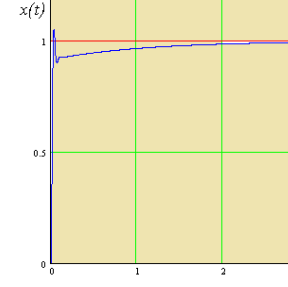
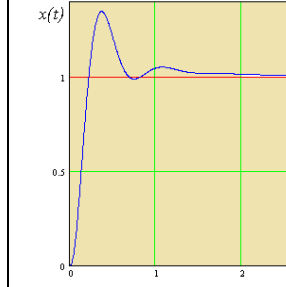
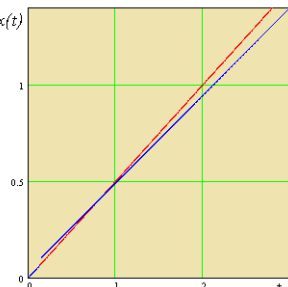
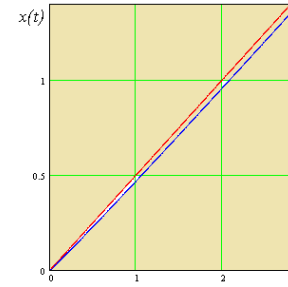
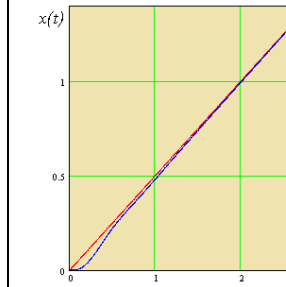
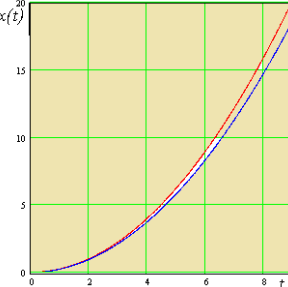
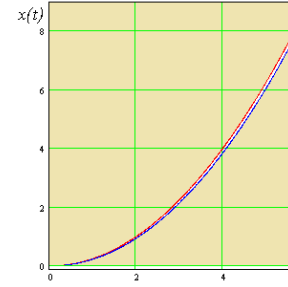
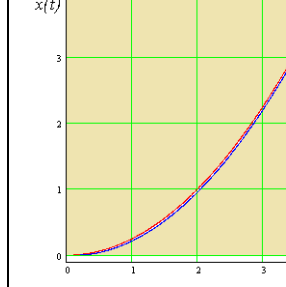


Рисунок 1. Влияние порядка астатизма на точность работы САУ

Таблица 1

ПРИМЕРЫ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ РАБОТЫ САУ С РАЗЛИЧНЫМ ПОРЯДКОМ АСТАТИЗМА ПРИ ТИПОВЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Воздействие		Установившаяся ошибка САУ $W(P) = \frac{10(P+1)}{P^v(0,1P+1)(0,01P+1)}$ с порядком астатизма v		
оригинал $x_{вх}(t)$	изображение $X_{вх}(P)$	$v=0$	$v=1$	$v=2$
$I(t)$	$\frac{x_0}{P}$	 <p>$\Delta x_{см} = \frac{x_0}{1+K}$</p>	 <p>$\Delta x_{см} = 0$</p>	 <p>$\Delta x_{см} = 0$</p>
vt	$\frac{v}{P^2}$	 <p>$\Delta x_{ск} = \infty$</p>	 <p>$\Delta x_{\tilde{н}\tilde{е}} = \frac{v}{K}$</p>	 <p>$\Delta x_{ск} = 0$</p>
$\frac{at^2}{2}$	$\frac{a}{P^3}$	 <p>$\Delta x_{уск} = \infty$</p>	 <p>$\Delta x_{уск} = \infty$</p>	 <p>$\Delta x_{\tilde{о}\tilde{н}\tilde{е}} = \frac{a}{K}$</p>

Таким образом, необходимо помнить, что к процессам управления предъявляются требования по точности в установившихся режимах. На практике широкое применение получили

два метода оценки точности: оценка точности по теореме о конечном значении функции [1] и оценка точности по коэффициентам ошибок. Второй метод целесообразнее использовать в

тех случаях, когда имеем сложное входное воздействие, и необходимо знать закон изменения ошибки во времени.

Статические САУ нельзя использовать в качестве следящих САУ. Для повышения точности САУ в установившемся режиме необходимо увеличивать коэффициент передачи или повысить порядок астатизма. Однако в обоих случаях устойчивость системы будет ухудшаться.

Также следует иметь в виду, что порядок астатизма по отношению к возмущающему воздействию определяется лишь интегрирующими звеньями, расположенными в одноконтурной схеме до точки приложения возмущения.

Определение точности по коэффициентам ошибок. Для определения ошибки воспользуемся выражением для передаточной функции замкнутой системы по ошибке:

$$\Phi_{\Delta}(P) = \Delta X(P) / X_{вх}(P) \Rightarrow \Delta X(P) = \Phi_{\Delta}(P) X_{вх}(P).$$

Разложим $\Phi_{\Delta}(P)$ в ряд Маклорена по возрастающей степени. Вспомним, как выгля-

дит степенной ряд Маклорена:

$$f(t) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!} t + \frac{f''(0)}{2!} t^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!} t^n + \dots$$

Тогда разложение передаточной функции ошибки $\Phi_{\Delta}(P)$ в степенной ряд Маклорена имеет вид:

$$\Phi_{\Delta}(P) = \Phi_{\Delta}(0) + \frac{\Phi'_{\Delta}(0)}{1!} P + \frac{\Phi''_{\Delta}(0)}{2!} P^2 + \dots + \frac{\Phi^{(n)}_{\Delta}(0)}{n!} P^n + \dots$$

Если подставить это разложение в $\Delta X(P) = \Phi_{\Delta}(P) X_{вх}(P)$, то получим:

$$\Delta X(P) = \Phi_{\Delta}(P) X_{вх}(P) = \Phi_{\Delta}(0) X_{вх}(P) + \frac{\Phi'_{\Delta}(0)}{1!} P X_{вх}(P) + \frac{\Phi''_{\Delta}(0)}{2!} P^2 X_{вх}(P) + \dots + \frac{\Phi^{(n)}_{\Delta}(0)}{n!} P^n X_{вх}(P) + \dots$$

При малых значениях P этот ряд сходится. Коэффициенты ошибок могут быть найдены по формулам Тейлора:

Постоянные величины C_i получили название коэффициентов ошибок:

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= \Phi_{\Delta}(0) = const \\ C_1 &= \frac{\Phi'_{\Delta}(0)}{1!} = \Phi'_{\Delta}(0) = const \\ C_2 &= \frac{\Phi''_{\Delta}(0)}{2!} = 0,5 \Phi''_{\Delta}(0) = const \end{aligned} \right\}$$

- C_0 – по положению;
- C_1 – по скорости;
- C_2 – по ускорению.

Подставим выражение для $\Phi_{\Delta}(P)$ в выражение для $\Delta X(P)$:

$$\Delta X(P) = C_0 X_{вх}(P) + C_1 X_{вх}(P) P + \dots + C_{n-1} X_{вх}(P) P^{n-1} + C_n X_{вх}(P) P^n$$

Сделаем обратное преобразование Лапласа:

$$\Delta X(t) = C_0 X_{вх}(t) + C_1 X'_{вх}(t) P + C_{n-1} X_{вх}(t) P^{(n-1)} + C_n X_{вх}(t) P^{(n)}$$

Итак, резюмируем вышесказанное. Статическая ошибка по входному воздействию будет определяться коэффициентом ошибок,

характером изменения и величиной входного воздействия. Ошибка по возмущающему воздействию будет определяться:

$$\Delta X(t) = C_0 f_{ex}(t) + C_1 f'(t) + \dots + C_{n-1} f^{(n-1)}(t) + C_n f^{(n)}(t)$$

$$\Delta X(P) = \Phi_{\Delta}(P) X_{ex}(P) = \Phi_{\Delta}(0) X_{ex}(P) + \frac{\Phi'_{\Delta}(0)}{1!} P X_{ex}(P) + \frac{\Phi''_{\Delta}(0)}{2!} P^2 X_{ex}(P) + \dots + \frac{\Phi^{(n)}_{\Delta}(0)}{n!} P^n X_{ex}(P) + \dots$$

Если $X_{ex} = const$, то из этой формулы достаточно взять один первый член. Если входное воздействие – медленно изменяющаяся функция, то надо взять несколько первых членов.

Для закрепления данного материала решается задача, после решения которой, теоретический материал станет более понятным, а обучающиеся смогут применять теорию на практике и в решении других задач.

Пусть дана структурная схема следящего электропривода (рисунок 2).

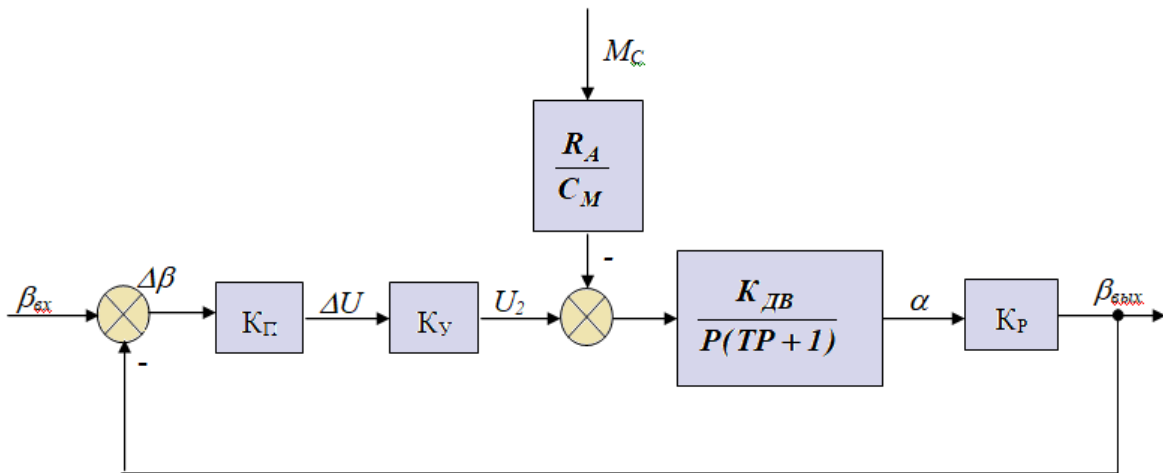


Рисунок 2. Структурная схема следящего электропривода

Исходные данные: $K_{II} = 0,1 \text{ В/град}$; $K_Y = 100$; $K_{ДВ} = 500 \text{ град/В}\cdot\text{с}$;

$K_P = 1/1000$; $R_A = 5 \text{ Ом}$; $C_M = 0,2 \text{ н}\cdot\text{м/А}$.
Входное воздействие: $\beta_{ex}(t) = \Omega t$, где $\Omega = 2 \text{ град/с}$. Возмущающее воздействие:

$$M_C(t) = M_C = 0,05 \text{ н}\cdot\text{м}$$

Определить: определить установившуюся ошибку по коэффициентам ошибок для чего определить:

1. Передаточную функцию разомкнутой системы $K_p(p)$ [2].

2. Определяем передаточную функцию ошибки $K_0(p)$ по входному воздействию.

3. Определяем производные от входного воздействия $\beta_{ex}(t) = \Omega t$

4. Определяем коэффициенты ошибок по входному воздействию.

5. Определяем ошибку от входного воздействия $\Delta\beta_{ex}$

6. Определяем производные от возмущающего воздействия.

7. Определяем коэффициент ошибок по возмущающему воздействию.

8. Определяем ошибку от возмущающего воздействия $\Delta\beta_{M_C}$

9. Определяем установившуюся ошибку $\Delta\beta_{уст}$

Приведем алгоритм решения данной задачи.

1. Преобразуем структурную схему следящего электропривода наведения (рисунок 1) в одноконтурную структурную схему разомкнутой САУ (рисунок 3) для определения $K_p(p)$ (при $M_C = 0$):

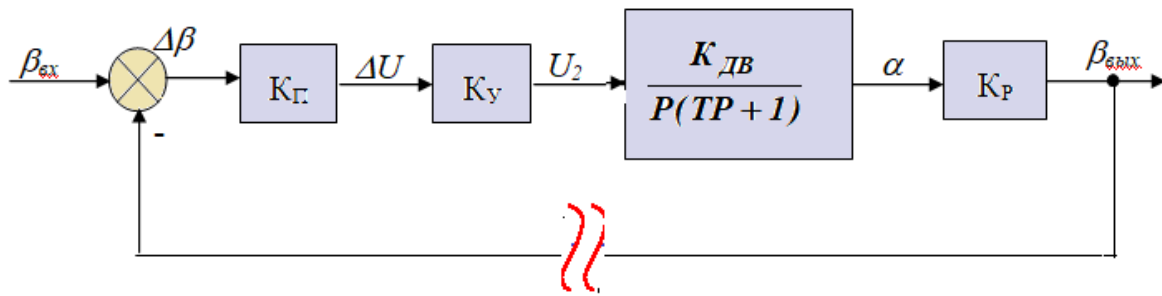


Рисунок 3. Одноконтурная структурная схема разомкнутой САУ

$$K_P(p) = \frac{K_{\Pi} \cdot K_Y \cdot K_{ДВ} \cdot K_P}{p(Tp + 1)} = \frac{K}{p(Tp + 1)}$$

$$K = K_{\Pi} K_Y K_{ДВ} K_P = \frac{0,1 \cdot 100 \cdot 500 \cdot 1}{1000} = \frac{10}{2} \text{ с}^{-1}$$

2. Определяем передаточную функцию ошибки $K_0(p)$ по входному воздействию:

$$K_0(p) = \frac{1}{1 + K_P(p)} = \frac{1}{1 + \frac{K}{p(Tp+1)}} = \frac{p(Tp+1)}{p(Tp+1) + K}$$

3. Определяем производные от входного воздействия $\beta_{ex} = \Omega t$:

$$\dot{\beta}_{ex}(t) = \Omega; \quad \ddot{\beta}_{ex}(t) = 0.$$

4. Определяем коэффициенты ошибок по входному воздействию:

$$C_0 = K_0(p) \Big|_{p \rightarrow 0} = 0;$$

$$C_1 = K_0(p) \Big|_{p \rightarrow 0}' = \left(\frac{p(Tp+1)}{p(Tp+1) + K} \right)' \Big|_{p \rightarrow 0} =$$

$$= \left(\frac{(p(Tp+1))' \cdot (p(Tp+1) + K) - (p(Tp+1)) \cdot (p(Tp+1) + K)'}{(p(Tp+1) + K)^2} \right) \Big|_{p \rightarrow 0} =$$

$$= \left(\frac{(1 \cdot (Tp+1) + p \cdot T) \cdot (p(Tp+1) + K) - (p(Tp+1)) \cdot (1 \cdot (Tp+1) + p \cdot T)}{(p(Tp+1) + K)^2} \right) \Big|_{p \rightarrow 0} =$$

$$= \left(\frac{((Tp+1) + pT) \cdot (Tp^2 + pK - Tp^2 - p)}{(p(Tp+1) + K)^2} \right) \Big|_{p \rightarrow 0} = \left(\frac{((Tp+1) + pT) \cdot K}{(p^2(Tp+1)^2 + 2p(Tp+1)K + K^2)} \right) \Big|_{p \rightarrow 0} = \frac{K}{K^2} = \frac{1}{K}$$

Остальные коэффициенты не определяем, т. к., начиная с $C_2\ddot{\beta}_{ex}(t)$ все коэффициенты равны 0.

5. Определяем ошибку от входного воздействия:

$$\Delta\beta_{ex} = C_0\beta_{ex}(t) + C_1\dot{\beta}_{ex}(t) = 0 \cdot \Omega t + \frac{1}{K} \cdot \Omega = \frac{\Omega}{K} = \frac{2}{5} = 0,4$$

6. Определяем производные от возмущающего воздействия:

$$x_{вхв03} = M_C; \dot{x}_{вхв03} = 0.$$

7. Определяем коэффициент ошибок по возмущающему воздействию:

$$C_{0M_C} = F_{M_C}(p) \Big|_{p=0} = \frac{R_A}{C_M} \cdot \frac{K_{\partial 6} K_p}{p(Tp+1)+K} \Big|_{p=0} = \frac{R_A K_{\partial 6} K_p}{C_M K} = \frac{5 \cdot 500 \cdot 1}{1000 \cdot 0,2 \cdot 5} = \frac{5}{2 \cdot 1} = 2,5$$

Остальные коэффициенты не определяем, т. к., начиная с $C_1 x_{вхв03}$, они все равны 0.

Сравнивая полученный результат с результатом в работе автора [1]:

$$\Delta\beta_{уст} = \Delta\beta_{ex} + \Delta\beta_{M_C} = 0,4 + 0,125 = 0,525^\circ$$

8. Определяем ошибку от возмущающего воздействия:

$$\Delta\beta_{M_C} = C_{0M_C} \cdot M_c(t) = 2,5 \cdot 0,05 = 0,125$$

Ответ: общая установившаяся ошибка $\Delta\beta_{уст} = 0,525^\circ$.

9. Определяем установившуюся ошибку:

$$\Delta\beta_{уст} = \Delta\beta_{ex} + \Delta\beta_{M_C} = 0,4 + 0,125 = 0,525^\circ$$

Ответ: $\Delta\beta_{уст} = 0,3985^\circ$

Убеждаемся в правильности решения. Так как пример решен двумя различными способами, а результат тот же.

ЛИТЕРАТУРА

1. Деревянчук Н.В. Методика изложения вопроса оценки точности САУ по теореме о конечном значении функции // Общество. – 2024. – № 3(34). – С. 60-66.
2. Деревянчук Н.В. Определение передаточных функций разомкнутой и замкнутой систем автоматического управления // Педагогика современности. – 2024. – № 1. – С. 84-88.

THE METHODOLOGY OF PRESENTING THE ISSUE OF ASSESSING THE ACCURACY OF ACS BY ERROR COEFFICIENTS

DEREVYANCHUK Natalia Vladimirovna

Candidate of Sciences in Technology, Associate Professor

Penza branch of the Military Academy of Logistics named after Army General A.V. Khrulev

Penza, Russia

This work is devoted to the methodology of presenting the issue of estimating the accuracy of ACS by error coefficients. The solution of a specific problem on this issue is given. It is applied mathematical apparatus of differential calculus, as well as mathematical analysis. We consider the method of presenting the issue of estimating the accuracy of ACS by error coefficients.

Keywords: methodology, automatic control system (ACS), error coefficients, transfer function, steady-state error, block diagram.