

МЕТОДИКА ИЗЛОЖЕНИЯ ЛЕКЦИОННОГО МАТЕРИАЛА ПО ВОПРОСАМ КАЧЕСТВА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ И ПО МЕТОДАМ ПОСТРОЕНИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

ДЕРЕВЯНЧУК Наталия Владимировна

кандидат технических наук, доцент

Пензенский филиал Военной академии материально-технического обеспечения

им. генерала армии А.В. Хрулёва

г. Пенза, Россия

Данная работа посвящена методике изложения материала по вопросам качества переходных процессов и методам построения переходных характеристик. Дана классификация показателей качества. Рассмотрены прямые показатели (критерии) качества САУ, полученные по виду кривой переходного процесса. Дана классификация переходных процессов. Дана классификация методов построения переходных процессов. Применяется математический аппарат интегрального исчисления.

Ключевые слова: методика, система автоматического управления (САУ), прямые показатели (критерии) качества САУ, косвенные критерии качества, метод построения переходных процессов.

К процессу управления предъявляются три основных требования: по устойчивости, по точности в установившихся режимах и по качеству переходных процессов. Устойчивость, то есть способность к затуханию переходных процессов (по устойчивости САУ можно подразделить на устойчивые, на границе устойчивости и неустойчивые (рисунок 1 а1, а2, а3 соответственно), является необходимым, но не достаточным условием практической пригодности систем. Система может быть устойчивой, т.е. переходной процесс носить затухающий характер (на

рисунке 1 (б1, б2, б3) процессы существенно отличаются по виду, имеют разные частоту колебаний, время завершения, амплитуду отклонения от заданной величины), но время затухания может быть настолько велико, или ошибка в установившемся режиме может быть настолько большая, что практически данная система не может быть использована. Поэтому система должна быть не только устойчивой, но и иметь определенный переходной процесс, а ошибки САУ в установившихся режимах не должны превышать допустимых.

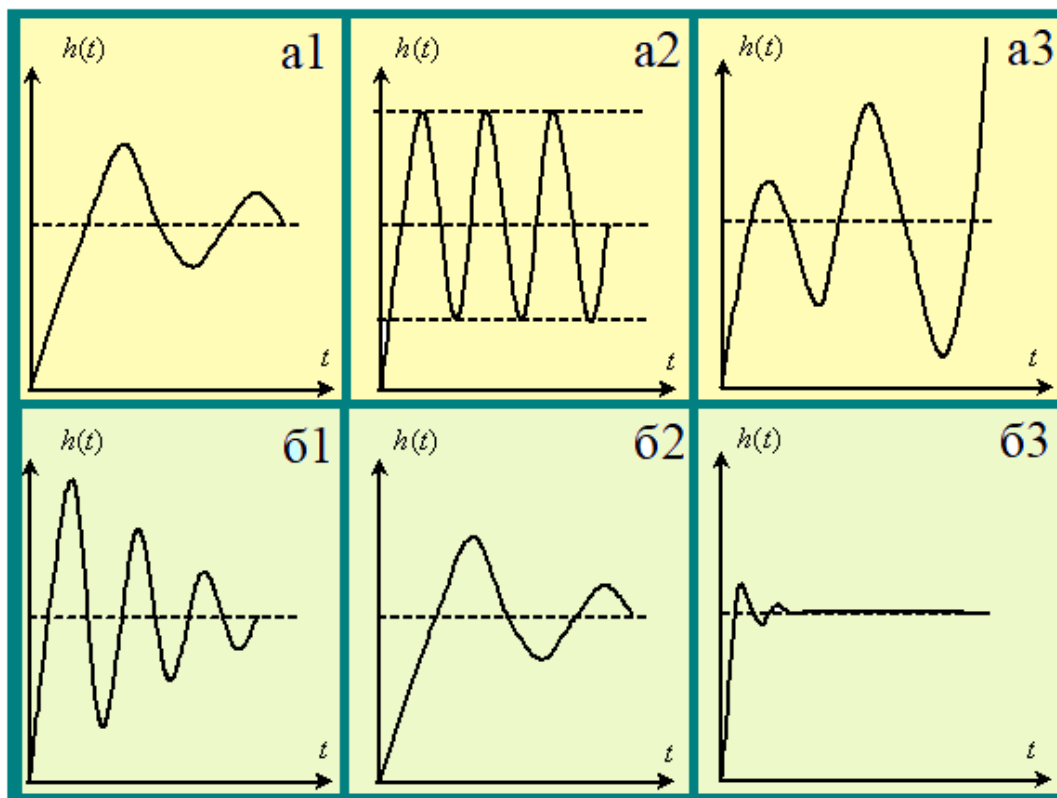


Рисунок 1. Виды переходных процессов САУ

Обеспечение заданного **качества процесса управления** – это создание такой САУ, которая успешно справляется с возмущающими воздействиями и достаточно точно воспроизводит управляющее воздействие. Качество является одной из важнейших характеристик, определяющих эффективность автоматических систем регулирования. САУ можно характеризовать такими показателями качества, как вес системы, ее габариты, стоимость, надежность, долговечность и т. п. Эти показатели характеризуют качество САУ в широком смысле. В ТАУ показатели качества рассматривают, как правило, в более узком смысле – только статические и динамические свойства системы, характеризующие точность поддержания управляемой величины $x(t)$ на заданном уровне $x_3(t)$ соответ-

ственно в установившихся и переходных режимах, т. е. характеризующие эффективность процесса управления. Другими словами **качество управления САУ** – это совокупность свойств САУ, характеризующих точность поддержания управляемой величины на заданном уровне в установившихся и переходных режимах. Для оценки качества переходных процессов требуются характеристики, критерии или показатели качества, которые могут быть выражены численно. **Качество САУ** – совокупность свойств, обеспечивающих эффективное функционирование системы в целом, а свойства, из этой совокупности, выраженные в количественной форме, называют **показателями качества САУ**. Оценки (критерии¹) качества делятся на две группы: прямые и косвенные.

¹Критерии качества имеют следующие области применения: сравнительный анализ систем автоматического управления при изменении параметров объекта управления, или при сравнении систем разного вида для одного и того же объекта управления; синтез, выбор параметров систем автоматического управления, обеспечивающих заданные критерии качества переходных процессов, требованиям технического задания на разработку системы.

Прямые показатели качества переходных процессов характеризуют непосредственно сам переходный процесс, реакцию системы на типовое воздействие, чаще всего, на единичную ступенчатую функцию. **Прямые показатели качества** определяют по графику переходного процесса, возникающего в системе при ступенчатом внешнем воздействии. Характер переходного процесса линейной системы в отличие от устойчивости зависит не только от параметров системы, но от вида возмущающего (задающего) воздействия и начальных условий. Чтобы сравнивать системы по характеру переходного процесса, из возможных воздействий выбирают типовые или наиболее неблагоприятные и определяют кривую переходного процесса при нулевых начальных условиях. В качестве типовых воздействий обычно принимают единичное ступенчатое воздействие, единичный импульс, линейно возрастающее воздействие, синусоидальное воздействие и другие. Для большинства систем типовым и наиболее неблагоприятным является воздействие вида единичной ступенчатой функции. Реакция системы на единичное ступенчатое воздействие при нулевых начальных условиях называется переходной функцией системы.

Косвенные показатели (критерии) качества оценивают качество переходных процессов по другим характеристикам системы, таким как частотные характеристики, характер и расположение корней характеристического уравнения (полюсов передаточной функции), интегралы временной функции переходного процесса.

Иногда **прямые критерии качества** процесса управления называют **временными** в том смысле, что при помощи их оценивается непосредственно процесс управления, возникающий при типовом воздействии. **Косвенные критерии** качества процесса управления при этом называют **частотными**, поскольку оценка процесса управления производится по отображению этого процесса из временной области в частотную область. Косвенные критерии качества определяются проще (по передаточным функциям или частотным характеристикам). Примером косвенного критерия качества могут служить

запасы устойчивости по амплитуде и фазе.

Рассмотрим **прямые показатели** (критерии) качества САУ, полученные по виду кривой переходного процесса $h(t)$, т. е. по виду реакции САУ на единичное ступенчатое воздействие $x_{вх}(t)=1(t)$, которые графически показаны на рисунке 2. **Время регулирования** t_p , является основной характеристикой быстродействия системы. Это время, по истечении которого переходная функция $h(t)$ приближается к установившемуся значению $h(\infty)$ настолько, что, начиная с момента времени t_p , ордината $h(t)$ отличается от $h(\infty)$ не более, чем на величину Δ , где Δ – заранее заданная малая постоянная величина, представляющая собой обычно допустимую ошибку. Выбор ширины зоны $\pm\Delta$ нужно точно оговорить, т. к. она довольно существенно влияет на значение t_p . Обычно принимают $\Delta = (1 \div 5)\% h(\infty)$ исходя из опыта эксплуатации САУ. **Перерегулирование** σ %, равно отношению наибольшего отклонения регулируемой величины h_{max} от установившегося значения $h(\infty)$ к величине установившегося значения

$$\sigma = \frac{h_{max} - h(\infty)}{h(\infty)} \cdot 100\%$$

Перерегулирование характеризует склонность САУ к колебаниям, следовательно, и запасы устойчивости могут быть охарактеризованы перерегулированием. Допустимое значение перерегулирования для той или иной САУ может быть установлено на основании опыта эксплуатации подобных систем. В большинстве случаев считается, что запас устойчивости является достаточным, если величина перерегулирования не превышает 10...30%, реже может допускаться перерегулирование 50...70%, а в некоторых случаях требуется, чтобы переходный процесс протекал вообще без перерегулирования, т.е. был монотонным. **Время достижения первого максимума** – T_{max} . **Время достижения (установления)** t_y – это промежуток времени, необходимый для достижения в первый раз функцией $h(t)$ установившегося значения $h(\infty)$ регулируемой величины. Этот параметр характеризует чувствительность системы к управляющим воздействиям и вместе с параметром t_p определяет быстродействие САУ.

Колебательность n – число колебаний системы управления, которое имеет переходная характеристика $h(t)$ в течение времени регулирования t_p . Обычно составляет $n=1\dots 2$, иногда допускается до $3\dots 4$ колебаний, а в некоторых САУ колебания могут вообще не допускаться. Например, большая колебательность следящих САУ недопустима, т.к. нарушает режим слежения и приводит к быстрому разрушению кинематических цепей: редуктора, кардановой системы и др. В системах сопровождения большая колебательность, кроме того, вызывает потерю объекта. Вследствие этого в следящих системах применяют малоколебательный

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{t_0}, d_c = \ln(q_1/q_2),$$

быстрозатухающий переходный процесс. **Собственная частота колебаний системы** где t_0 – период собственных колебаний системы. **Логарифмический декремент затухания системы d_c** , характеризует быстроту затухания колебательного процесса где q_1, q_2 – амплитуды двух рядом расположенных экстремумов кривой переходного процесса. Чем больше логарифмический декремент затухания, тем быстрее происходит затухание переходного процесса. **Максимальная скорость отработки регулируемой величины $\left[\frac{dh}{dt}\right]_{max}$** .

В зависимости от специфики конкретной системы перечисленные показатели качества могут быть дополнены другими.

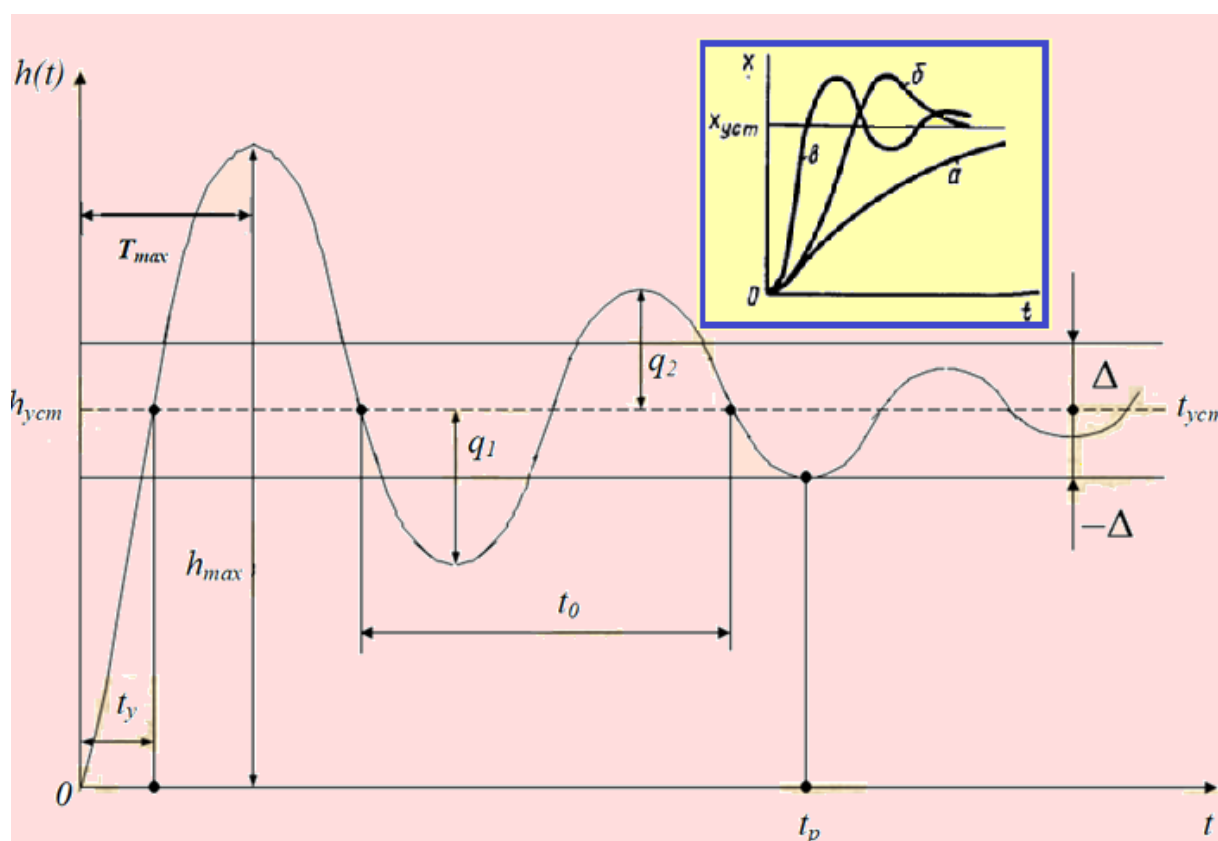


Рисунок 2. Переходной процесс² $h(t)$

²**Переходные процессы**, возникающие в системах при скачкообразных воздействиях, принято делить на три группы: монотонные, апериодические и колебательные. У монотонных процессов первая производная выходной величины $x(t)$ не меняет знак (кривая а на рисунке 2), у апериодических знак производной $x(t)$ меняется не более одного раза (кривая б на рисунке 2), а у колебательных – первая производная меняет знак периодически (теоретически неограниченное число раз) (кривая в на рисунке 2). **Переходной процесс** – это реакция системы на внешнее воздействие, которое в общем случае может быть сложной функцией времени.

Переходные процессы рассчитывают для замкнутых САУ по возмущающему и управляющему воздействиям. Если переходные процессы рассчитываются для замкнутых САУ по возмущению, то устройство управления должно в течение переходного процесса скомпенсировать это возмущение, а объект управления – вернуться в исходное состояние, в котором он был до приложения возмущения. Если же переходные процессы рассчитываются для замкнутых САУ по управлению, то устройство управления должно отработать управляющее воздействие и регулируемая величина на выходе объекта должна принять заданное значение.

При нахождении переходного процесса в САУ возникают две сложности. Во-первых, в реальных САУ управляющие и возмущающие воздействия не являются известными функциями времени, а носят случайный характер. В связи с этим рассматриваются некоторые типичные воздействия. Их выбирают такими, чтобы они были близкими к реальным воздействиям в САУ. Во-вторых, обычно САУ описывается дифференциальными уравнениями сравнительно высокого порядка. Это усложняет практические расчеты; поэтому для облегчения задачи построения кривой переходного процесса во многих случаях приходится пользоваться приближенными методами.

Существуют три группы методов построения переходных процессов: **аналитические**; **графические**, использующие частотные и переходные характеристики; **численные** (построение переходных процессов с помощью ЭВМ). Использование ЭВМ происходит в существенном упрощении системы.

Аналитические методы построения переходных процессов основаны на решении дифференциального уравнения, описывающего движение системы. Задача облегчается, если для решения использовать операторный метод и преобразование Лапласа. Напомним, что применяя прямое преобразование, мы заменяем операции дифференцирования и интегрирования оригинала алгебраическими действиями по отношению к изображениям. Затем путем применения обратного преобразования Лапласа получаем функцию $x(t)$. Если определить кратко, то аналитические ме-

тоды основаны на решении дифференциальных уравнений системы или определении обратного преобразования Лапласа от передаточной функции системы. Метод имеет ограниченные возможности и применяется, если достаточно просто находятся корни характеристического уравнения. В противном случае применяют графические методы.

Графические методы основаны на применении частотных и переходных характеристик. В инженерной практике для оценки показателей качества и построения переходных процессов в САУ используется метод трапецидальных частотных характеристик, разработанный В.В. Солодовниковым. При воздействии на систему единичной ступенчатой функции $g(t)=1(t)$, начальные условия являются нулевыми, выходная величина, являющаяся переходной характеристикой системы $h(t)$, определяется через вещественную частотную или мнимую частотную характеристику замкнутой системы:

$$y(t) = h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} P(\omega) \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega,$$

$$y(t) = h(t) = P(0) + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} Q(\omega) \frac{\cos \omega t}{\omega} d\omega;$$

где $P(\omega)$ – вещественная частотная характеристика замкнутой системы; $Q(\omega)$ – мнимая частотная характеристика замкнутой системы. Определение переходной характеристики по данным формулам возможно лишь численными методами с применением ЭВМ. В.В.Солодовников предложил метод трапеций, который заключается в том, что построенную вещественную характеристику $P(\omega)$ разбивают на ряд трапеций, заменяя приближенно кривые линии прямолинейными отрезками так, чтобы при сложении всех ординат трапеций получилась исходная характеристика (рисунок 3), где: ω_{pi} и $\omega_{сpi}$ – соответственно частота равномерного пропускания и частота среза каждой трапеции. Затем для каждой трапеции определяется коэффициент наклона $\omega_{pi}/\omega_{сpi}$ и по таблице h -функций строятся переходные процессы от каждой трапеции h_i . В таблице h -функций дано безразмерное время τ . Для получения реального времени t_i необходимо τ разделить на частоту среза данной трапеции. Переход-

ный процесс для каждой трапеции необходимо увеличить в $P_i(0)$ раз, т. к. в таблице h -функций даны переходные процессы от единичных трапеций. Переходный процесс САУ получается алгебраическим суммированием построенных h_i процессов от всех трапеций.

В настоящее время особое значение приобрели **численные** методы построения переходных процессов, основанные на применении пакетов прикладных программ. Данный метод является наиболее универсальным, т. к. позволяет решать дифференциальные уравнения практически любого порядка. При математическом моделировании используется подобие

дифференциальных уравнений, которыми описываются реальные процессы. При использовании численных методов для построения переходных процессов необходимо преобразовать функцию замкнутой системы преобразовать в дифференциальное уравнение; дифференциальное уравнение n -го порядка привести к системе из n дифференциальных уравнений первого порядка; задать уравнение для возмущающего воздействия; выбрать один из численных методов для решения полученной системы; составить программу для ЭВМ или использовать стандартную из состава математического обеспечения.

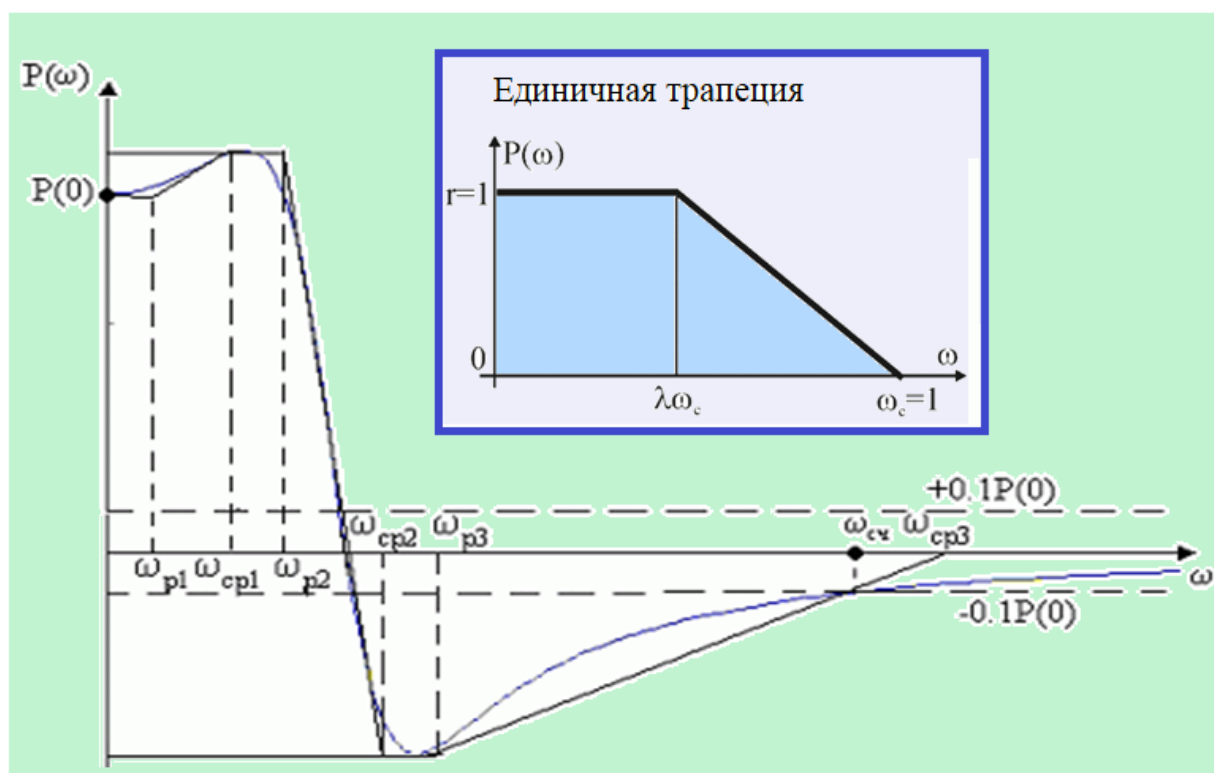


Рисунок 3. Метод Солодовникова. Единичная трапеция³

³Единичная трапеция имеет высоту, равную единице, и частоту среза ω_c , также равную единице. Единичная трапеция характеризуется частотой излома $\omega_d = \lambda \omega_c$, которая может быть задана в виде коэффициента наклона боковой грани трапеции. Для единичных трапеций с различным коэффициентом наклона может быть вычислен оригинал, то есть функция времени. Эта функция получила название h -функции. В настоящее время составлены подробные таблицы h -функции для различных коэффициентов наклона, лежащих в пределах от 0 до 1.

В настоящее время широко используются следующие численные методы:

– метод **Эйлера и его модификации**;

– методы с **автоматическим выбором величины шага** (адаптивные). Необходимо отметить на них одинаковую точность. В этих методах решение на каждом шаге находится дважды: с исходным шагом и с шагом, в два раза меньшим. Эти два решения сравниваются, и если точность не достигнута, то исходный шаг уменьшается вдвое и процедура повторяется; таким образом, каким бы ни был исходный шаг, машиной выберется шаг в соответствии с заданной точностью. В такой процедуре шаг может быть выбран исключительно малым и прохождение всего интервала с таким шагом может оказаться неэффективным, поэтому на следующем шаге выполняется обратная процедура. Решение находится с этим же шагом и

с шагом в два раза большим; если точность достаточна, то шаг увеличивается еще вдвое. Таким образом, величина шага однозначно определяется величиной дополнительной погрешности получения решения; в методах точность зависит от вели

– метод **Рунге - Кутты**:

– **экстраполяционные методы**, в основе которых лежит получение решения в последующей точке через найденные решения в предыдущих точках;

– методы решения для жестких систем (метод экстраполяции Грэгга-Булирша-Штера). Жесткие системы можно сравнить с плохо обусловленными системами алгебраических уравнений. Разностные методы решения для жестких систем на практике используются в виде методов Гира (неявный разностный метод) и метода матричной экспоненты (метод Ракитского).

ЛИТЕРАТУРА

1. Солодовников В.В., Плотников В.Н., Яковлев А.В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования. – М.: Машиностроение, 1985. – 536 с.
2. Фурсов В.А. Лекции по теории управления. – Самара: Из-во Самарского университета, 2021. – 136 с.

THE METHODOLOGY OF LECTURE MATERIAL PRESENTATION BY THE QUALITY ISSUES OF TRANSIENTS AND BY CONSTRUCTING TRANSIENT CHARACTERISTICS METHODS

DEREVYANCHUK Natalia Vladimirovna

Candidate of Sciences in Technology, Associate Professor

Penza branch of the Military Academy of Logistics named after Army General A.V. Khrulev
Penza, Russia

This work is devoted to the methodology of lecture material presentation by the quality issues of transients and constructing transient characteristics methods. It is given the classification of quality indicators. The direct indicators (criteria) of the ACS quality obtained by the type of the transition curve are considered. It is given the transients classification. It is given the classification of methods for constructing transients. Mathematical apparatus of integral calculus is applied.

Keywords: methodology, automatic control system (ACS), direct indicators (criteria) of ACS quality, indirect quality criteria, a method for constructing transients.