

## МЕТОДИКА ИЗЛОЖЕНИЯ ОСНОВ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

ДЕРЕВЯНЧУК Екатерина Дмитриевна

кандидат физико-математических наук, доцент

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет»

г. Пенза, Россия

*Целью данной работы является разработка методики преподавания и изложения основ комплексного анализа для студентов технических специальностей. В качестве примера рассмотрена взаимосвязь между различными формами записи комплексного числа.*

**Ключевые слова:** методика изложения, комплексные числа, алгебраическая форма записи комплексного числа, геометрическая форма записи комплексного числа.

**Введение.** Как правило, при рассмотрении многих физических процессов в качестве функций выбираются комплексные функции, например, комплексная экспонента, а в качестве аргументов или констант могут выступать комплексные числа. Поэтому при решении задач по техническим дисциплинам студенты сталкиваются с применением теории функций комплексного переменного [1].

В силу того, что дисциплина «Математика» лектором читается на технических специальностях в сжатом виде, то основы комплексного анализа могут быть изложены буквально за одну или две лекции. Времени для глубокого разъяснения материала у преподавателя нет. Поэтому разработка методики изложения комплексного анализа для студентов технических специальностей на данный момент является актуальной.

В данной работе предлагается в качестве методики изложения акцентировать внимание на взаимосвязь между теми знаниями и формулами, которые уже были получены на данный момент студентами, и новыми. Предложенная методика иллюстрируется на примере взаимосвязи первых двух форм записи комплексных чисел.

**Методика.** Рассмотрим на примере комплексных чисел как можно изложить раз-

личные формы записи комплексного числа наиболее эффективно для понимания и запоминания студентами материала.

Прежде всего, необходимо объяснить, что такое комплексное число, как оно появилось.

Комплексные числа и функции комплексного переменного математики используют уже с XVIII в. Начиная с результатов и методов, полученных Леонардом Эйлером (1707-1783)<sup>1</sup>, теория развивалась и систематизировалась. И в первой половине XIX в. теория функции комплексного переменного принимает уже вид одной из важнейших частей математического анализа.

Изложение основ комплексного анализа начинается с понятия комплексного числа<sup>2</sup>. Как правило, рассматривается квадратное уравнение вида « $x^2 = -p$ », где « $p$ » – произвольное положительное действительное число, т. е.  $p \in \mathbb{R}_+$ . Известно, что решением данного уравнения будет квадратный корень из « $-p$ ». Но во множестве действительных чисел решить данное уравнение невозможно, так как невозможно во множестве действительных чисел извлечь квадратный корень из отрицательного числа. Если бы к множеству действительных чисел добавить число, квадрат, которого был бы равен  $-1$ , то можно было бы найти решение.

<sup>1</sup> Леонард Эйлер (1707-1783) по праву считается одним из создателей теории функций комплексного переменного. В его работах детально изучены элементарные функции комплексного переменного, даны условия дифференцируемости и начала интегрального (1755) исчисления функций комплексного переменного (1777).

<sup>2</sup> Первое упоминание о «мнимых» числах как о корнях квадратных из отрицательных чисел относится еще к XVI в. Дж. Кардано в 1545).

Например, обозначим такое число буквой « $i$ », тогда « $i^2 = -1$ » и « $\sqrt{-1} = \sqrt{i^2} = i$ ». <sup>3</sup> Тогда квадратное уравнение « $x^2 = -p$ » будет иметь решение:

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{-p} = \pm\sqrt{i^2 p} = \pm\sqrt{i^2} \sqrt{p} = \pm i\sqrt{p}.$$

Математики ввели название для числа « $i$ » – «*мнимая единица*», которое до сих пор так и используется.

**Комплексным числом** называется выражение вида  $z = a + ib$ , где  $a$  и  $b$  – действитель-

ные числа, а « $i$ » – символ, который называется мнимой единицей. <sup>4</sup> Числа вида « $ib$ » называются **мнимыми числами** [2].

Существует четыре основные формы записи комплексного числа:

- I. алгебраическая форма;
- II. геометрическая форма;
- III. тригонометрическая форма;
- IV. показательная форма.

Само определение комплексного числа – это и есть алгебраическая форма записи комплексного числа (рисунок 1).

Алгебраическая форма записи  
комплексного числа

$$z = a + i \cdot b$$

Рисунок 1. Алгебраическая форма записи комплексного числа

Поэтому, разъяснив определение комплексного числа, лектор может пояснить основные операции с комплексными числами в алгебраической форме записи, а именно сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел.

Далее необходимо акцентировать внимание на переход от одной формы записи комплексного числа к другой.

**Переход от алгебраической формы записи к геометрической форме записи**

**комплексного числа.** Акцентировать внимание на то, что алгебраическая форма записи комплексного числа  $z$  состоит из двух действительных чисел  $a$  и  $b$ . Вспомнить, (провести аналогию), что на плоскости любая точка имеет две координаты. Таким образом, подвести слушателей к тому, что комплексное число на плоскости, можно изобразить в виде точки  $z$ , с двумя координатами  $(a, b)$ , что и является геометрической формой записи числа.



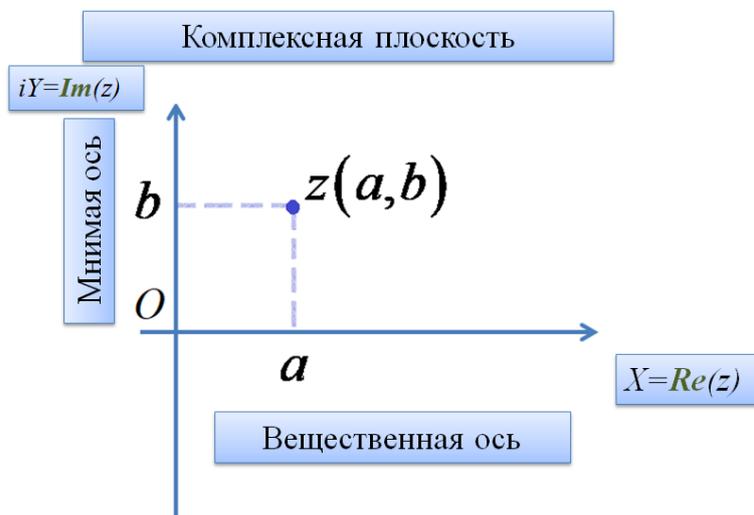
Рисунок 2. Геометрическая форма записи комплексного числа

<sup>3</sup> Символом « $i$ » предложил обозначать в 1777 г. русский математик швейцарского происхождения Леонард Эйлер. Такое обозначение было выбрано по первой букве французского слова «*imaginaire*», что в переводе означает «мнимый».

<sup>4</sup> Термин «комплексное число» ввёл К. Гаусс.

Далее акцентировать внимание на «комплексность» плоскости, так как данная плоскость уже образована не двумя действитель-

ными осями, а действительной осью (горизонтальной) и осью (вертикальной), вдоль которой расположены мнимые числа (рисунок 3).



$X=Re(z)$  – (от английского слова Real означает реальный) это вещественная ось  
 $iY=Im(z)$  – (от английского слова Image означает в переводе мнимый) это мнимая ось

Рисунок 3. Комплексная плоскость

Таким образом, в комплексной плоскости: горизонтальная ось – это вещественная ось  $X=Re(z)$ ; вертикальная ось – это мнимая ось  $iY=Im(z)$ .

В таблице 1 представлены формы записи комплексного числа, подробно изложенные в данной статье.

Таблица 1

**ФОРМЫ ЗАПИСИ КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА**

Формы записи комплексного числа			
№	Название	Вид	Чем является
1	Алгебраическая	$z = a + i \cdot b$	Число
2	Геометрическая	$z(a,b)$	Точка на комплексной плоскости

В заключение следует отметить, что, акцентируя внимание студентов на взаимосвязь между полученными ранее знаниями и новым материалом, происходит не только запоминание студентами нового материала, но

и плавный переход от имеющихся знаний к новым понятиям. А это, в свою очередь, позволит студентам понимать новый материал, ориентироваться в нём и свободно применять для решения технических задач.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – Москва: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1973. – 736 с.  
 2. Фролов С.В. Простейшие функции комплексного переменного: учеб.-метод. пособие. – Санкт-Петербург: НИУ ИТМО; ИХиБТ, 2013. – 42 с.

## THE METHODOLOGY OF PRESENTING THE BASICS OF COMPLEX ANALYSIS FOR STUDENTS OF TECHNICAL SPECIALTIES

**DEREVYANCHUK Ekaterina Dmitrievna**

Candidate of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor

Penza State University

Penza, Russia

*The purpose of this work is to develop a teaching methodology and outline the basics of complex analysis for students of technical specialties. As an example, the relationship between four different forms of writing a complex number is considered.*

**Keywords:** presentation methodology, complex numbers, algebraic form of writing a complex number, geometric form of writing a complex number.