

## ОПТИМАЛЬНЫЙ ПЛАН ТРАНСПОРТИРОВКИ ГАЗА ДЛЯ ГАЗОПРОВОДНОЙ СЕТИ С ОДНИМ ПОСТАВЩИКОМ И ДВУМЯ ПОТРЕБИТЕЛЯМИ

**ДЕРЕВЯНЧУК Екатерина Дмитриевна**  
кандидат физико-математических наук, доцент

**ШИРОКОВ Андрей Алексеевич**  
студент

Пензенский государственный университет  
г. Пенза, Россия

*В работе исследуется задача оптимального плана транспортировки газа для газопроводной сети с одним поставщиком и двумя потребителями. В качестве численного метода выбран алгоритм Форда-Фалкерсона. Предложено преобразование сети, которое приводит к большему максимальному потоку в сети.*

**Ключевые слова:** алгоритм Форда-Фалкерсона, поток в сетях, газопроводная сеть, поставщик, потребитель, оптимальный поток сети.

Данная работа является продолжением работ авторов [1-2], посвященные исследованию задачи оптимизации транспортных планов в сетевых структурах [3]. Целью данной работы является иллюстрация разработанного в работе [1] метода на примере сети с двумя стоками и одним истоком.

Рассмотрим газовую структуру, представляющую собой сеть с одним истоком (поставщиком) и двумя стоками (потребителями).

Дана сеть в виде графа  $G(X, A)$  (рисунок 1), где  $x = \{x_i; i = 1, 2 \dots 9\}$  – множество вершин,  $A$  – множество дуг,  $|A|=11$ .

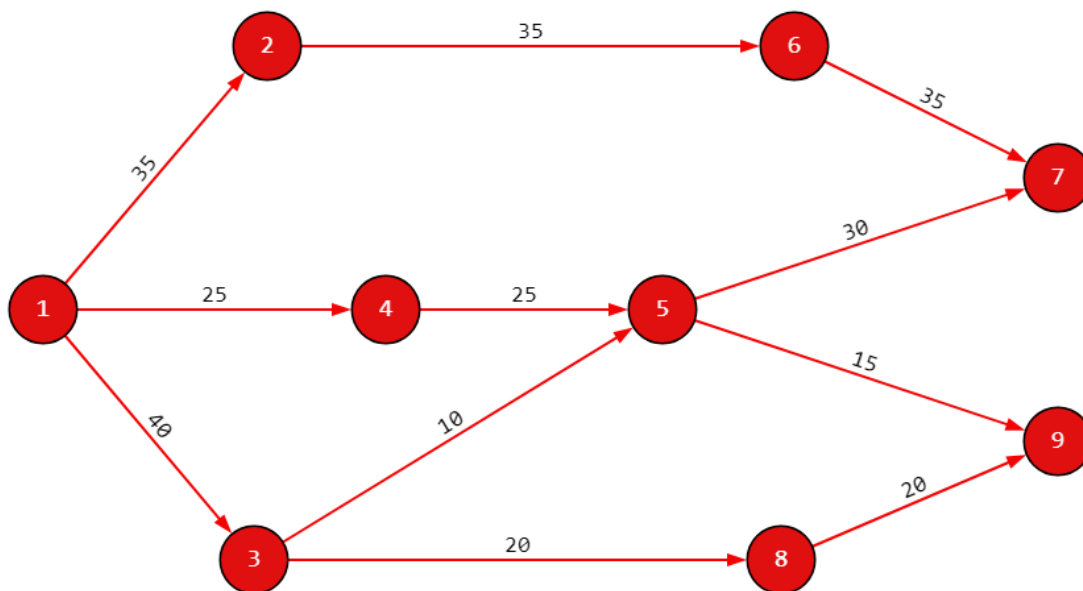


Рисунок 1. Граф G

По алгоритму Форда-Фалкерсона для нескольких истоков и нескольких стоков истоки объединяются в одну вершину, и стоки объединяются в другую вершину. В результате сеть представляет собой граф с одним исто-

ком и одним стоком, а количество вершин увеличивается на две.

В исследуемой задаче необходимо объединить только стоки в одну вершину. Это будет вершина 10 (рисунок 2).

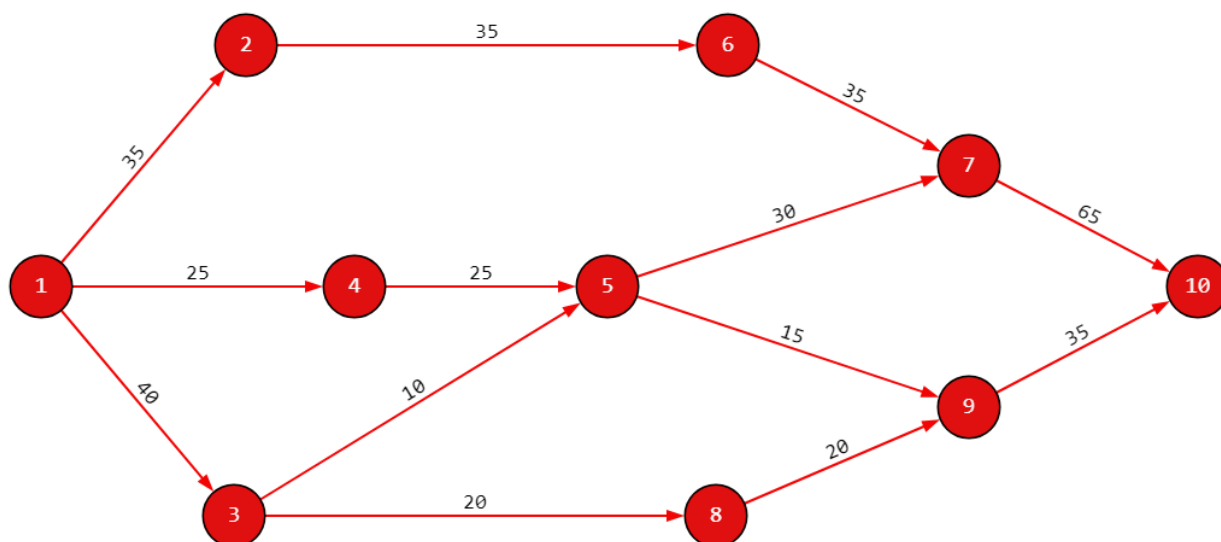


Рисунок 2. Преобразованный граф G

Далее алгоритм осуществляется как в задаче с сетью с одним истоком и одним стоком. Рассмотрим более подробно.

Путь 1-2-6-7-10. Пропускные способности дуг на этом пути равны: (35; 35; 35; 65). Минимальная пропускная способность  $C_{\min} = \min$

$[35; 35; 35; 65] = 35$  равна 35 (рисунок 3). Это и есть тот максимальный поток, который можно пропустить по данному пути. Обозначим его на графе, сделав соответствующие пометки над каждой дугой.

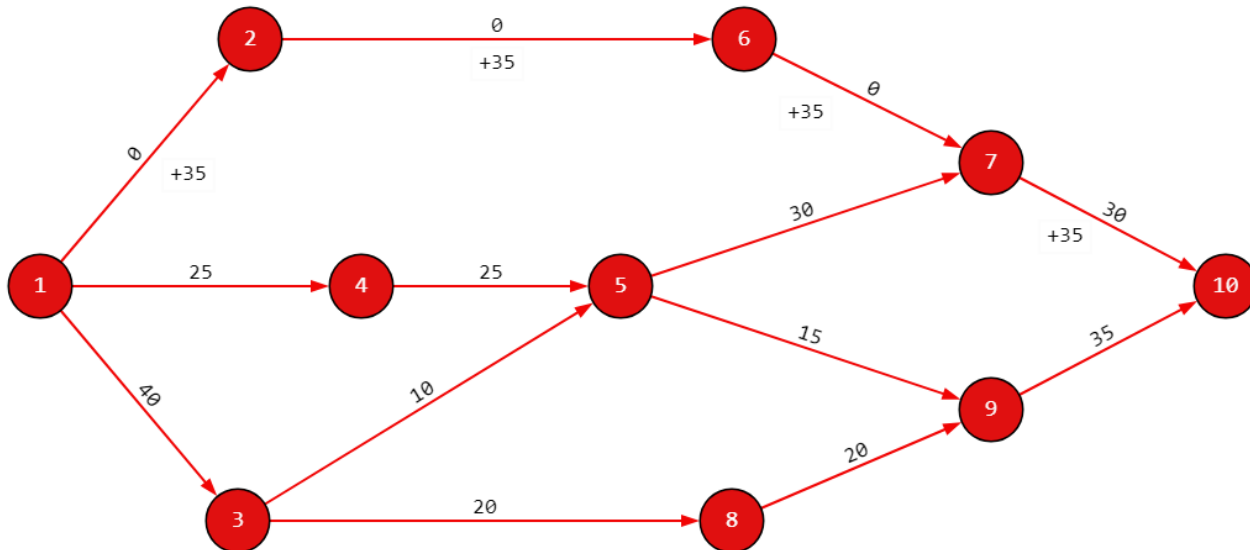


Рисунок 3. Максимальный поток, который можно пропустить по пути 1-2-6-7-10

Следующий произвольный ориентированный путь: 1-4-5-7-10. Пропускные способности дуг равны: (25; 25; 30; 30). А минимальная пропускная способность  $C_{\min} = \min$

$[25; 25; 30; 30] = 25$  равна 25 (рисунок 4). Обозначим на графе данный поток и уменьшим на его величину пропускные способности дуг.

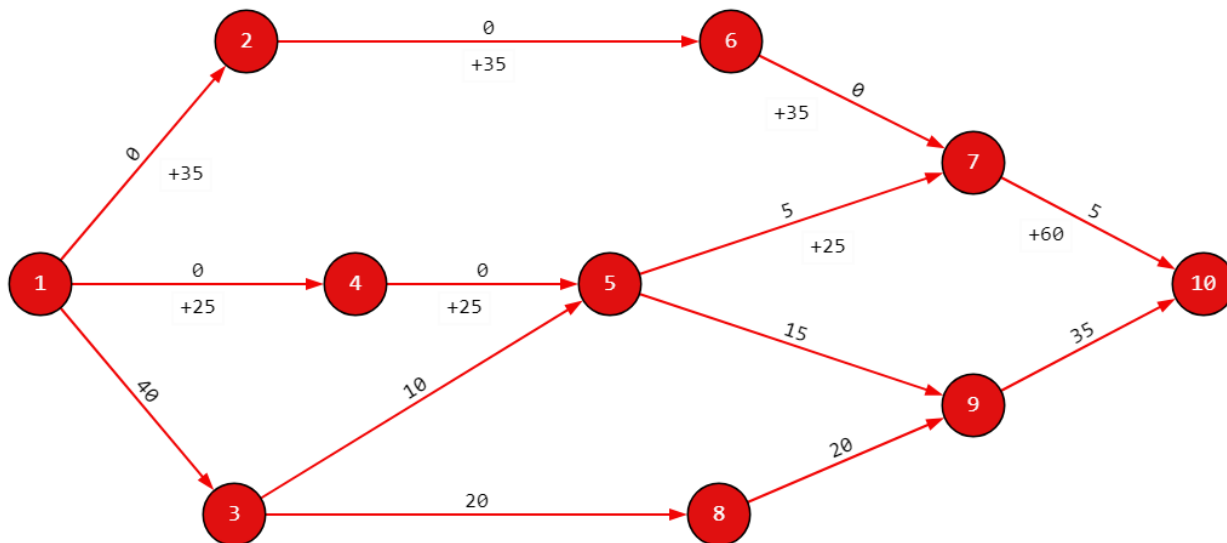


Рисунок 4. Максимальный поток, который можно пропустить по пути 1-4-5-7-10

Далее, рассмотрим ориентированный путь: 1-3-8-9-10 (рисунок 5). Пропускные способности его дуг составляют: (40; 20; 20; 35). Минимальная пропускная способность  $C_{\min} = \min [40; 20; 20; 35] = 20$ , равный 20 и отмечаем его на графе.

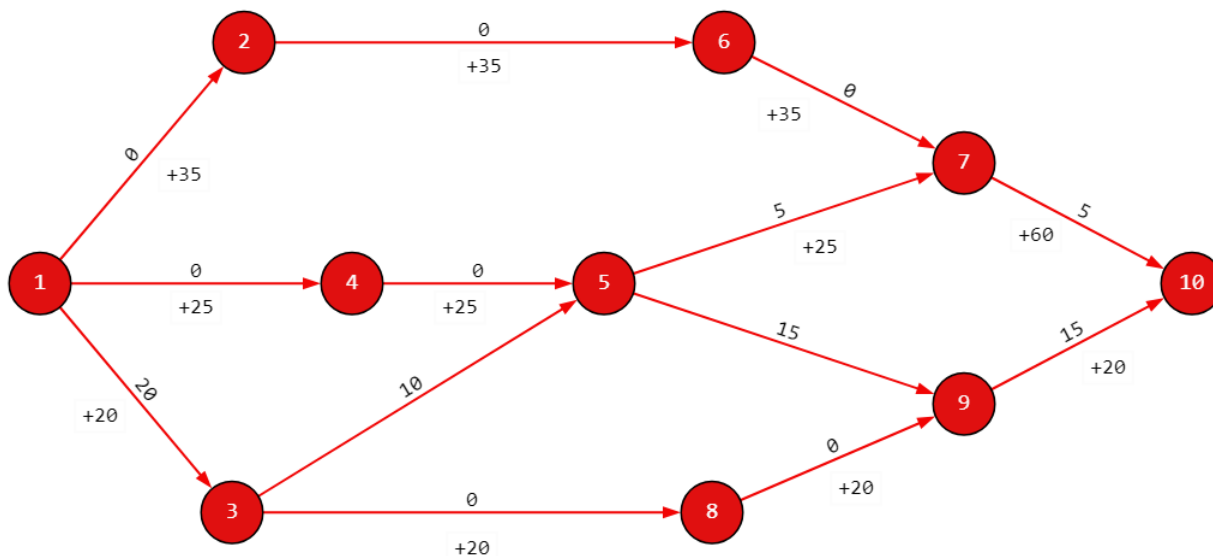


Рисунок 5. Максимальный поток, который можно пропустить по пути 1-3-8-9-10

И в завершение, последний возможный ориентированный путь: 1-3-5-9-10. Здесь дуги имеют пропускные способности (20; 10; 15; 15). Минимальная пропускная способность  $C_{\min} = \min [20; 10; 15; 15] = 10$ , мощностью 10 и отмечаем его на графе (рисунок 6).

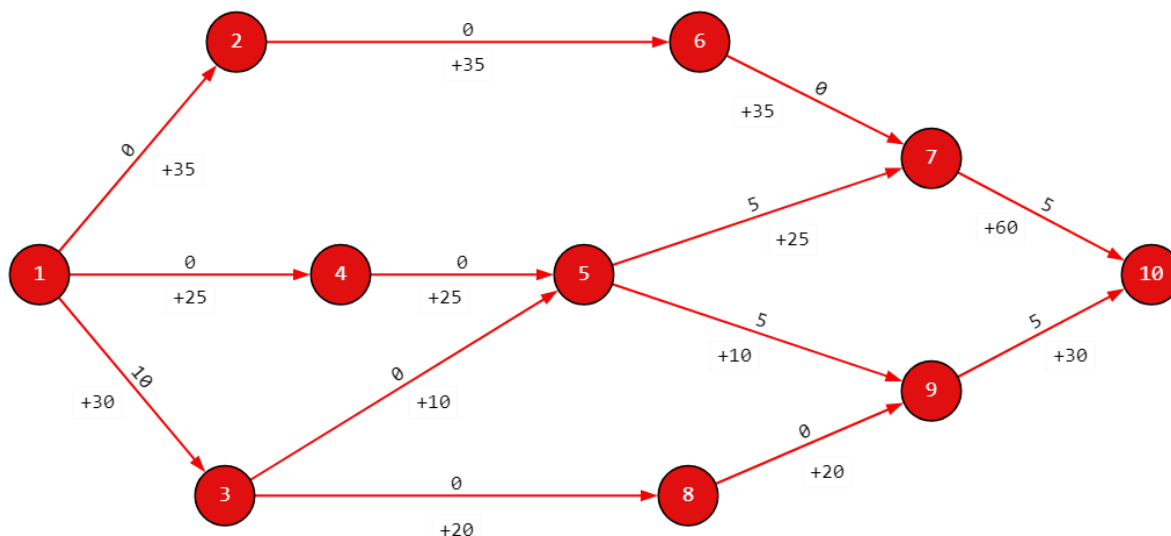


Рисунок 6. Максимальный поток, который можно пропустить по пути 1-3-5-9-10

Проанализируем полученный результат<sup>1</sup>. Получилась максимальная пропускная способность равная 90.  $Max=90$ . Но при этом не задействована на максимальную мощность пропускная возможность дуги 1-3, а также дуг 7-10 и 9-10. По ним мы могли бы пропустить еще 10 условных единиц.

Чтобы задействовать все возможности сети, для максимальной пропускной способности необходимо увеличить дугу (3; 5) на 10 условных единиц (рисунок 7).

Приведем краткое решение задачи для преобразованного графа.

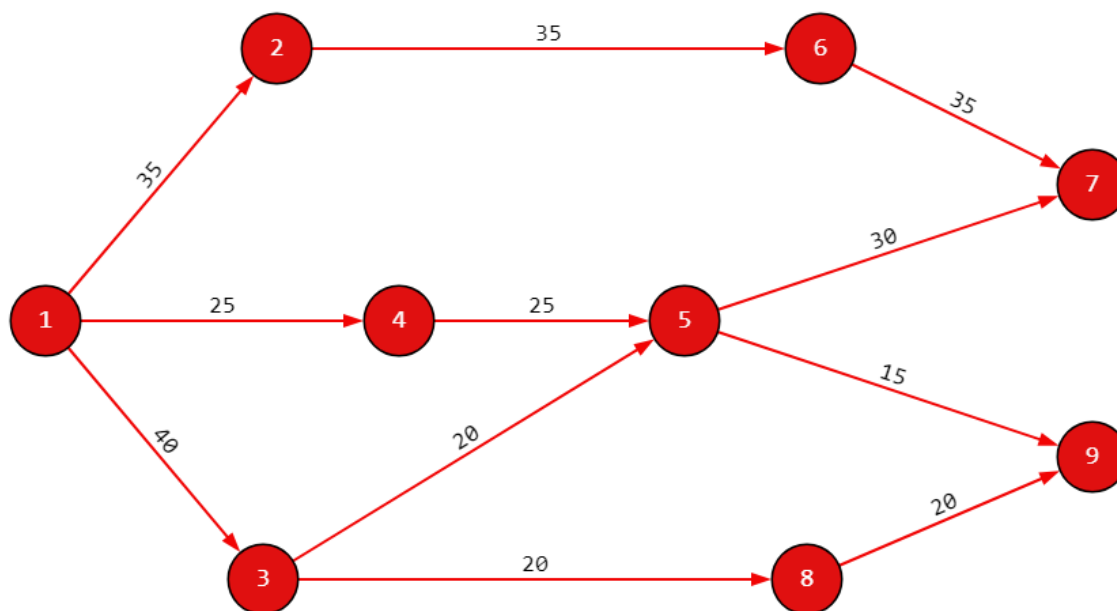


Рисунок 7. Преобразованный граф

<sup>1</sup>Напомним, что пропускная способность сети определяется по минимальной суммарной пропускной способности исходящих дуг истока ( $35+25+30=90$ ) и суммарной пропускной способности входящих дуг стока ( $60+30=90$ ). Следовательно, пропускная способность сети равно 90.

Для продолжения работы необходимо объединить стоки в одну вершину S21 (рисунок 8).

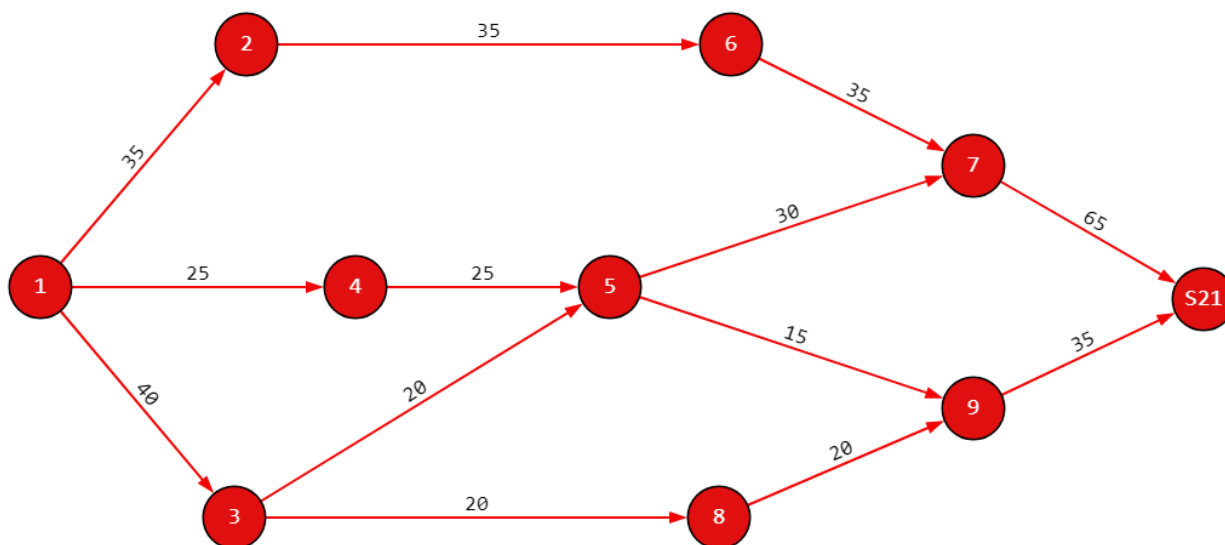


Рисунок 8. Добавление вершины S21 в графе

Путь 1-2-6-7-S21. Пропускные способности дуг на этом пути равны: (35; 35; 35; 65). Минимальная пропускная способность  $C_{\min} = \min$

$[35; 35; 35; 65] = 35$  равна 35. Это и есть тот максимальный поток, который можно пропустить по данному пути (рисунок 9).

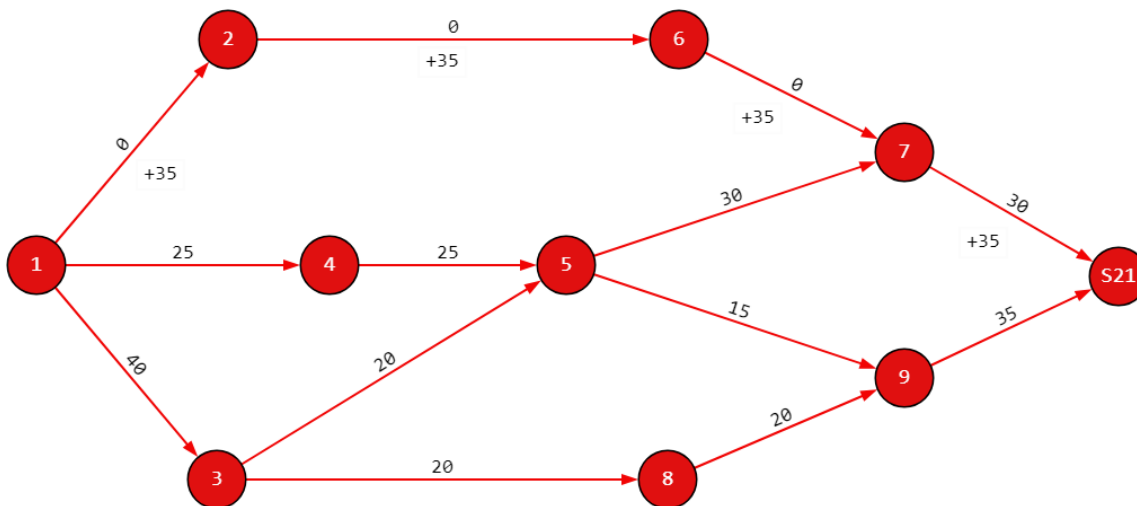


Рисунок 9. Максимальный поток, который можно пропустить по пути 1-2-6-7-S21

Следующий произвольный ориентированный путь: 1-4-5-7-S21. Пропускные способности дуг равны: (25; 25; 30; 30). А минимальная пропускная способность  $C_{\min} = \min$

$[25; 25; 30; 30] = 25$  равна 25. Обозначим на графе данный поток и уменьшим на его величину пропускные способности дуг, как показано на слайде выше (рисунок 10).

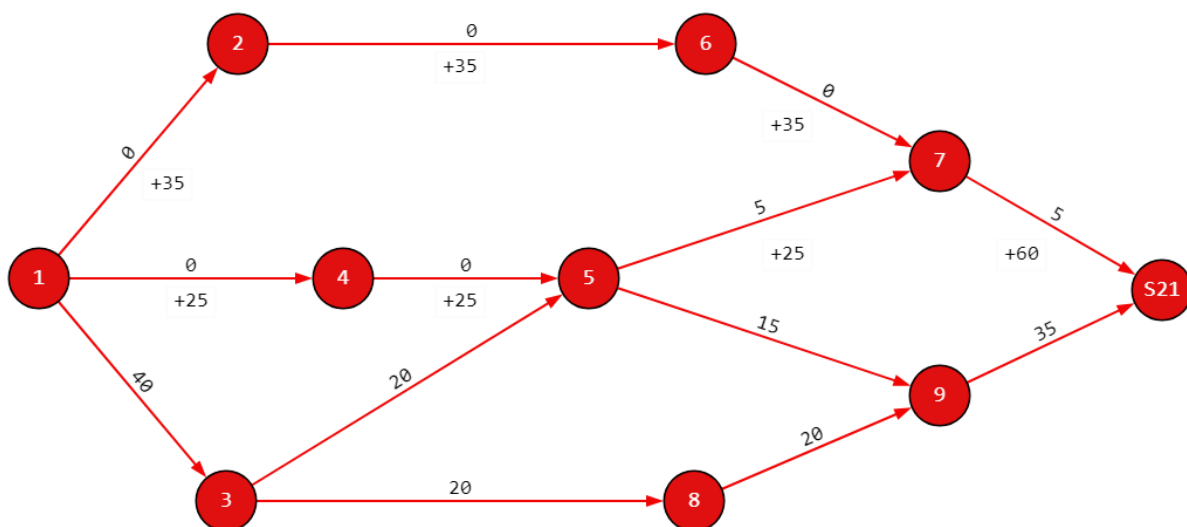


Рисунок 10. Максимальный поток, который можно пропустить по пути 1-4-5-7-S21

Далее, рассмотрим ориентированный путь: 1-3-5-7-S21. Пропускные способности его дуг составляют: (40; 20; 5; 5). Минимальная пропускная способность  $C_{\min} = \min [40; 20; 5; 5] = 5$ , равный 5 и отмечаем его на графе (рисунок 11).

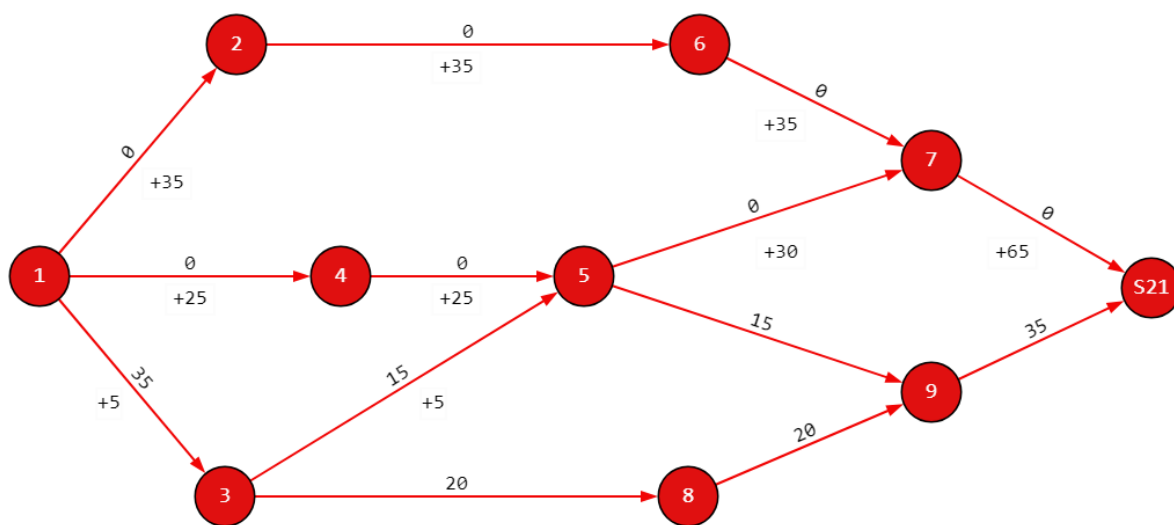


Рисунок 11. Максимальный поток, который можно пропустить по пути 1-3-5-7-S21

Следующий произвольный ориентированный путь: 1-3-5-9-S21. Пропускные способности дуг на этом пути равны: (35; 15; 15; 35). Минимальная пропускная способность  $C_{\min} = \min [35; 15; 15; 35] = 15$  равна 15 (рисунок 12).

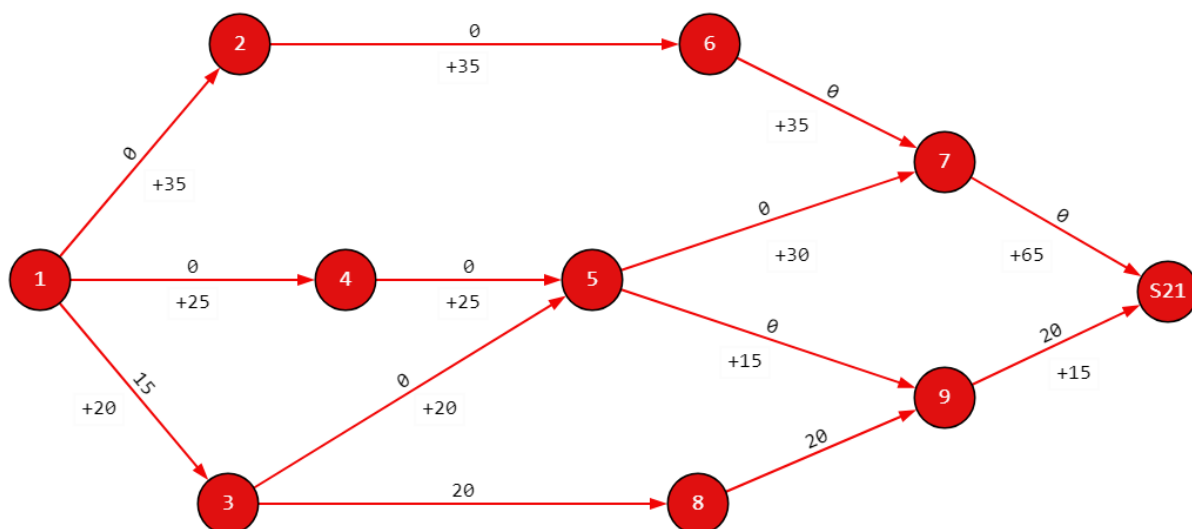


Рисунок 12. Максимальный поток, который можно пропустить по пути 1-3-5-9-S21

И в завершение, последний возможный ориентированный путь: 1-3-8-9-S21. Здесь дуги имеют пропускные способности (15; 20;

20; 20). То есть, пропускаем поток  $C_{\min} = \min [15; 20; 20; 20] = 15$ , мощностью 15 и отмечаем его на графе (рисунок 13).

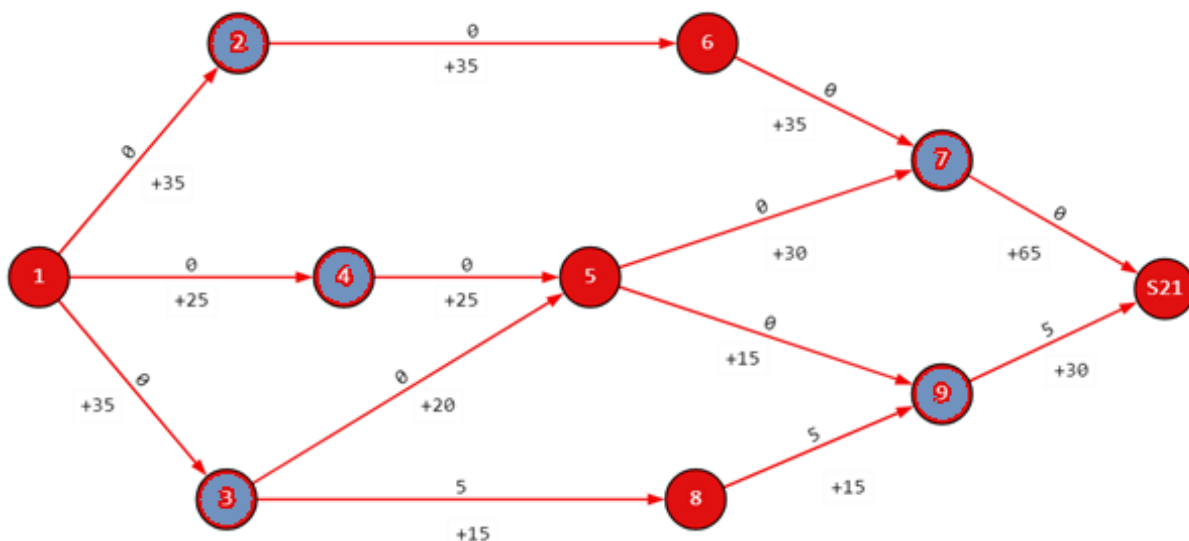


Рисунок 13. Максимальный поток, который можно пропустить по пути 1-3-8-9-S21

Пропускная способность сети определим по минимальной суммарной пропускной способности исходящих дуг истока ( $35+25+35=95$ ) и суммарной пропускной способности входящих дуг стока ( $65+30=95$ ). Следовательно, пропускная способность сети равно 95 (рисунок 14).

Вывод: несмотря на изменение дуги 3-5 максимального потока равному 100 не удалось достичь, что видно на рисунке. На входящей в сток дуге 9-S21 осталось 5 условных незадействованных единиц. На практике

данный результат можно применить в случае нагрузки сети не на полную мощность – щадящий режим.

Но для того, чтобы все ресурсы сети были задействованы (рисунок 14), необходимо продумать изменение дуг в сети.

Например, на участках 3-5; 3-8 и 8-9 увеличить пропускную способность дуги на 5 условных единиц (рисунок 14). Это рисунк дублирует граф решения задачи до его преобразования (рисунок 6).

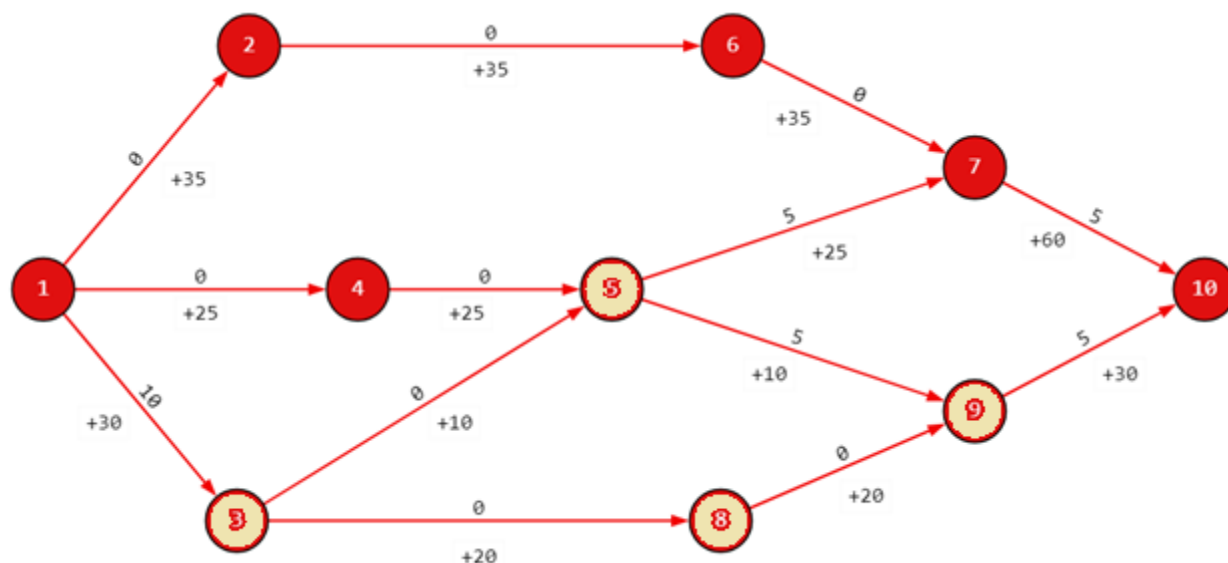


Рисунок 14. Результат задачи для измененного графа

Таким образом, максимальный поток будет равен максимально возможному ресурсу сети.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Деревянчук Е.Д. Методика построения алгоритмов для практических задач с применением теории графов // Научный потенциал. – 2024. – № 2(45). – С. 37-44.
2. Деревянчук Е.Д. Широков А.А. Методика решения задачи создания оптимального плана перевозок с учётом потоков в сетях с одним истоком и одним стоком // Педагогика современности. – 2024. – № 2.
3. Домнин Л.Н. Элементы теории графов. – Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2007. – 144 с.

## THE OPTIMAL GAS TRANSPORTATION PLAN FOR A GAS PIPELINE NETWORK WITH ONE SUPPLIER AND TWO CONSUMERS

**DEREVYANCHUK Ekaterina Dmitrievna**

Candidate of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor

**SHIROKOV Andrey Alekseevich**

Student

Penza State University

Penza, Russia

*The paper examines the problem of an optimal gas transportation plan for a gas pipeline network with one supplier and two consumers. The Ford-Fulkerson algorithm was chosen as a numerical method. A network transformation is proposed, which leads to a greater maximum flow in the network.*

**Keywords:** Ford-Fulkerson algorithm, flow in networks, gas pipeline network, supplier, consumer, optimal network flow.