РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ДЛЯ АКТИВИЗАЦИИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ

РАДЖАБОВА Саодат Джамоловна
кандидат педагогических наук, доцент
САИДОВА Рафоат Рашидовна
старший преподаватель
Худжандский государственный университет им. академика Б. Гафурова
г. Худжанд, Таджикистан

В статье рассматривается некоторые решения геометрических задач со значение понятия геометрической фигуры для развития учащихся и адекватной пространственной геометрической деятельности – способа формирования определения понятия геометрической фигуры.

Ключевые слова: учебная геометрическая деятельность, геометрическое пространство, геометрическая фигура, евклидова геометрия.

На важность формирования понятия геометрической фигуры у учащихся указывают многие исследователи. Согласно концепции Г.В. Дорофеева, одной из главных целей школьной математики является, в частности, «…умение «работать» с абстрактными, «неосязаемыми» объектами» [7]. Г.Д. Глейзер отмечал, что в содержании понятий геометрии формируется пространственное мышление школьников [5]. Л.С. Выготский утверждал, что «формальная дисциплина … научных понятий сказывается в перестройке и всей сферы спонтанных понятий ребенка» [4]. Иными словами, научные понятия, по своей природе обладающие системой, преобразуют по собственному образу и подобию уже имеющиеся спонтанные понятия, тем самым повышая уровень когнитивного развития ребенка.

Вместе с системностью возникают отношения между понятиями, потому всякое понятие геометрии осознается, формируется только во взаимной связи с другими понятиями. Например, с понятием фигуры неразрывно связано понятие *геометрического пространства*: это «математическая абстракция, возникшая как отражение свойств формы, меры и взаимного расположения» объектов окружающего мира [6]. *Фигура* же есть объект геометрического пространства.

От зарождения идеи геометрического пространства до появления стройной теории, в котором оно исследуется, прошли многие годы, пока Евклид не объединил многие известные к тому времени отдельные осмысленные факты в общую логическую систему.

Евклид не определяет явно геометрическое пространство, а задает его *аксиоматически*. Способ формирования понятий авторов современных учебников является отражением методологии исследования фигур Евклидом. Так, формирование ключевого понятия *геометрического пространства* в учебниках чаще происходит неявно, в системе аксиом [1; 2; 8; 9]. Впрочем, в некоторых учебниках прежде аксиом предлагается *описание* геометрического пространства как образа реального мира: «Все, что ни есть, находится в пространстве, все тела имеют какую-то форму и размеры, как-то взаимно расположены. Поэтому всюду – геометрия…» [3].

Авторы часто используют *неявные* описательные определения понятия *фигуры*: «Всякую геометрическую фигуру мы представляем себе составленной из точек» [9]. В учебнике А.Д. Александрова с соавторами, напротив, дается явное определение понятия геометрической фигуры, подчеркивается абстрактный ее характер и роль в геометрии: «Фигура – это мысленный образ реального предмета, в котором сохраняются только форма и размеры, и только они принимаются во внимание», «…геометрия – наука о фигурах» [3].

В процессе отражения закономерностей

реального пространства пространство геометрическое получает свои фундаментальные свойства. Так, в рамках наследования свойства измеримости тел постулируется деятельность измерения фигур. Наблюдая существующие отношения между телами, в геометрическом пространстве задаются параллельность, перпендикулярность и др.; допускается возможность выбрать систему отсчета. Как реальные объекты могут иметь протяженность в трех направлениях, так и геометрическое пространство становится трехмерным. Аналогично: геометрическое пространство топологическое с фигурами, очерченными границей; структурировано классами геометрических фигур с общими пространственными, метрическими, конструктивными свойствами.

Геометрическое пространство – исходная формальная целостность, и потому фигуры обладают по происхождению системой свойств евклидова пространства. Тогда формирование понятий фигур целесообразно осуществлять *в свете* свойств пространства: в системе, с добавлением характеристических свойств вместе с исследованием их взаимных связей, свойств–следствий определений.

В авторских концепциях общеобразовательного курса геометрии определения многих понятий не содержат полного спектра характеристических свойств, предполагают некоторые интуитивные допущения, например «треугольник – …фигура, которая состоит из трех точек, не лежащих на одной прямой, и трех отрезков, попарно соединяющих эти точки…» [9]. Предполагается очевидным, что данная фигура содержит внутреннюю часть плоскости. Определения зачастую подменяются *описаниями* и чертежами: «Прямая – …одна из основных геометрических фигур на плоскости… На рисунке 3 вы видите точку *A* и прямую *a*» [9]; не базируются на отражении свойств реального физического пространства: «две пересекающиеся прямые называются перпендикулярными, если они образуют четыре прямых угла» [2] (здесь уместно было бы упомянуть отвес или ствол дерева по отношению к земле); заменяются аксиомами, как в случае с определением геометрического пространства.

В этой связи возникает риск формирования во внутреннем плане учащихся фрагментарных, рассогласованных представлений геометрического пространства.

Поэтому на первом этапе, на наш взгляд, учебная геометрическая деятельность должна формироваться как *пространственно-геометрическая* [6], в основе которой – процедуры отражения и идеализации свойств реального пространства, ведущая методология – представливание [10], результат – пространственные образы. На данном этапе определения фигур должны базироваться на процедурах геометрического отражения и строиться в системе необходимых и достаточных свойств выборного, конструктивного, исполнительского планов.

Так, например, согласно выдвинутому положению, *треугольник – плоская геометрическая фигура, обладающая системой характеристических свойств: выделена тремя точками на плоскости, не лежащими на одной прямой; ограничена тремя отрезками (сторонами), соединяющими попарно три выделенных вершины; содержит внутреннюю часть плоскости, ограниченную сторонами треугольника; структурирована тремя внутренними углами (углами треугольника), образованными сторонами, исходящими из каждой вершины; характеризуется метрическими характеристиками длины отрезков, величины углов, площади геометрического пространства; допускает преобразования движения, подобия, проектирования геометрического пространства; позволяет выделять свои конструктивные элементы (медианы, высоты, биссектрисы и т. д.).*

На втором этапе должна получать развитие *теоретико-геометрическая* деятельность [6], в которой понятие геометрической фигуры восходит на новый уровень абстрагирования, и доказываются понятийно-образные закономерности геометрического пространства.

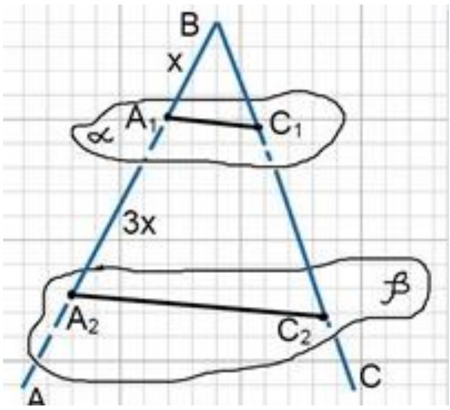

Рисунок 1

Задача 1. Параллельные плоскости α и β пересекают стороны угла ABC в точках A_1, C_1, A_2, C_2 соответственно. Найти BC_1, если A_1B: A_1A_1 = 1:3, BC_2= 12.

Решение. Рассмотрим рисунок 1.

1. Так как A_1B: A_1A_2 = 1: 3, то A_1B = x, A_1A_2 = 3x.

2. Плоскость (ABC) пересекает плоскость α по прямой A_1C_1, а плоскость β – по прямой A_2C_2. Так как плоскости α и β параллельны, то параллельны и прямые A_1C_1 и A_2C_2.

3. Рассмотрим угол ABC. По теореме Фалеса выполняется:

$BA_1/BA_2 = BC_1/BC_2$.

Кроме того, $BA_2 = BA_1 + A_1A_2$, а значит, учитывая пункт 1

$BA_2 = BA_1 + A_1A_2 = x + 3x = 4x$.

Тогда x/(4x) = BC_1/12, то есть BC_1 = 3.

Ответ: 3.

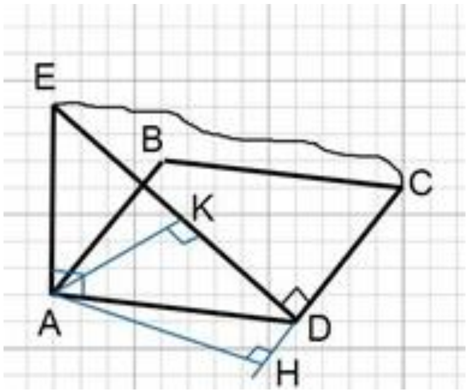

Рисунок 2

Задача 2. В ромбе ABCD угол A равен 60°, сторона ромба равна 4. Прямая AE перпендикулярна плоскости ромба. Расстояние от точки E до прямой DC равно 4. Найти квадрат расстояния от точки A до плоскости EDC.

Решение.

1. Проведем AH перпендикулярно DC (рисунок 2), тогда EH перпендикулярно DC по теореме о трех перпендикулярах. Значит EH – расстояние от точки E до прямой DC, то есть EH = 4.

2. Проведем AK – высоту треугольника AEH – и докажем, что AK – расстояние от точки A до плоскости (EDC):

DC перпендикулярно AH и DC перпендикулярно EH, значит, DC перпендикулярно плоскости (AEH) по признаку перпендикулярности прямой и плоскости. AK содержится в плоскости (AEH), значит AK перпендикулярно DC. Кроме того, AK перпендикулярна EH по построению. Так как прямая AK перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости EDC (EH и DC), то AK перпендикулярно плоскости (EDC), значит, AK – расстояние от точки A до плоскости (EDC).

3. Рассмотрим треугольник ADH: AD = 4, угол ADH = 60° (накрест лежащий с углом BAD), тогда AH = AD · sin ADH. Имеем, что $AH = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

4. Рассмотрим треугольник EAH – прямоугольный (угол EAH = 90°). По теореме Пифагора

$EH^2 = EA^2 + AH^2$;

$EA^2 = 16 - 12 = 4$;

EA = 2.

Для площади треугольника EAH можно использовать формулы

S_{EAH} = (EA · AH)/2 или S_{EAH} = (AK · EH)/2, тогда

EA AH = AK EH или AK = (EA ·AH)/EH.

Имеем: $AK = \frac{2 \cdot 2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$, поэтому $AK^2 = 3$.

Ответ: 3.

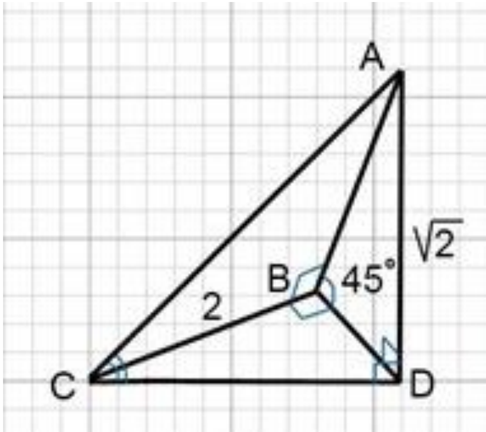

Рисунок 2

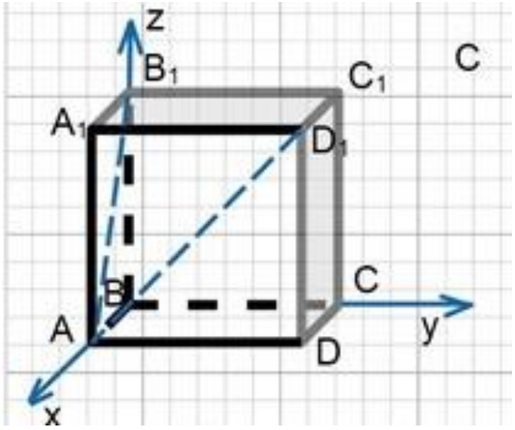

Рисунок 4

Задача 3. В треугольнике ABC угол B – прямой, BC = 2. Проекцией этого треугольника на некоторую плоскость является треугольник BDC, AD = √2, угол между плоскостями ABC и BCD равен 45°. Найти угол (в градусах) между прямой AC и плоскостью (BDC).

Решение.

1. По теореме о трех перпендикулярах BD перпендикулярно BC, тогда угол между плоскостями (ABC) и (BDC) – есть угол ABD равный 45° (рисунок 3).

2. AC – наклонная, AD – перпендикуляр к плоскости (BCD), CD – проекция AC на плоскость (BCD), значит угол ACD равен углу между прямой AC и плоскостью (BDC), то есть угол ACD – искомый.

3. Рассмотрим треугольник ABD – прямоугольный (угол ABD = 90°):

AB = AD/sin ABD;

AB = √2/(√2/2) = 2.

4. Рассмотрим треугольник ABC – прямоугольный (угол ABC = 90°). По теореме Пифагора

$AC^2 = AB^2 + BC^2$;

$AC^2 = 4 + 4 = 8$;

AC = 2√2.

5. Рассмотрим треугольник ACD – прямоугольный (угол ADC = 90°):

так как AD = 1/2 AC, то угол ACD = 30°.

Ответ: 30°.

Задача 4. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. Найти угол (в градусах) между AB_1 и BD_1.

Решение.

Рассмотрим рисунок 4.

1. Прямая AB_1 содержится в плоскости (AA_1B_1), прямая BD_1 пересекает плоскость (AA_1B_1) в точке B, но B не принадлежит AB_1, значит прямые AB_1 и BD_1 скрещивающиеся (по признаку скрещивающихся прямых) (рисунок 4).

2. Введем прямоугольную систему координат с началом отсчета в точке B и единичным отрезком, равным по длине ребру куба.

3. Определим координаты точек B, D_1, A, B_1 в заданной системе координат:

B (0; 0; 0);

D_1 (1; 1; 1);

A (1; 0; 0);

B_1(0; 0; 1), тогда вектор BD_1 {1; 1; 1}, а вектор AB_1 – {-1; 0; 1}.

4. Найдем скалярное произведение векторов BD_1 и AB_1:

BD_1 и AB_1 = 1 · (-1) + 1 · 0 + 1 · 1 = 0.

Так как скалярное произведение векторов равно нулю, то они взаимно перпендикулярны, значит, угол между AB_1 и BD_1 равен 90°.

Ответ: 90°.

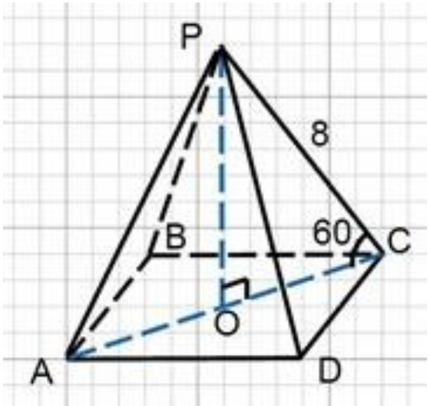

Рисунок 5

Задача 5. Длина бокового ребра правильной четырехугольной пирамиды равна 8. Боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом 60°. Найти значение выражения √3 · V, где V – объем пирамиды.

Решение. Так как по условию четырехугольная пирамида правильная, то в ее основании лежит квадрат ABCD (рисунок 5).

1. Высота пирамиды PO проецируется в центр основания (точку O – точку пересечения диагоналей квадрата ABCD).

2. Угол между прямой PC и плоскостью (ABC) равен плоскому углу PCO и равен 60°.

3. Рассмотрим треугольник POC – прямоугольный (угол POC = 90°):

PO = PC · sin PCO;

OC = PC · cos PCO;

PO$= 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4 \cdot \sqrt{3}$;

OC$= 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$.

4. Рассмотрим квадрат ABCD:

AC = 2 · OC = 2 · 4 = 8, тогда $S_{ABCD} = \frac{d^2}{2}$, где d – диагональ квадрата, то есть $S_{ABCD} = \frac{64}{2} = 32$.

5. $V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot h$;

$V = \frac{1}{3} \cdot 32 \cdot 4\sqrt{3} = \frac{128\sqrt{3}}{3}$.

6. $\sqrt{3} \cdot V = \sqrt{3} \cdot \frac{128\sqrt{3}}{3} = 128$.

Ответ: 128.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Атанасян Л.С., В.Ф. Бутузов и др.* Геометрия, 10-11: учеб. для общеобразоват. Учреждений: базовый и профил.уровни. – 18-е изд. – М.: Просвещение, 2009. – 255 с.: ил.

2. *Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. и др.* Геометрия, 7-9: учеб. для общеобразоват. учреждений. – М: Просвещение, 2010. – 384 с.

3. *Александров А.Д. и др.* Геометрия. 7 класс: учеб. для общеобразоват.учреждений / [А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик, Т.Г. Ходот]; Рос. акад. наук, Рос. акад. образования, изд-во «Просвещение». – М.: Просвещение, 2013. – 176 с.: ил.

4. *Выготский Л.С.* Мышление и речь. Изд.5, испр. – М.: Издательство «Лабиринт», 1999. – 352 с.

5. *Глейзер Г.Д.* Психолого-математические основы развития пространственных представлений при обучении геометрии // В кн.: Преподавание геометрии в 9-10 классах. – М.: Просвещение, 1980. – С. 253-269.

6. *Горбачев В.И.* Теория геометрических фигур геометрического пространства в методологии теоретического типа мышления // Наука и школа. – 2016. – № 4. – С. 132-144.

7. *Дорофеев Г.В.* Гуманитарно-ориентированный курс – основа учебного предмета математика в общеобразовательной школе // Математика в школе. – 1997. – № 4. – С. 59-66.

8. *Погорелов А.В.* Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и профил. уровни. –13-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 175 с.: ил.

9. *Погорелов А.В.* Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. организаций. –2-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 240 с.: ил.

10. *Якиманская, И.С.* Развитие пространственного мышления школьников. – М.: Педагогика, 1980. – 240 с.

SOLVING SOME GEOMETRIC PROBLEMS TO ENERGISE STUDENTS

RAJABOVA Sahodat Jamolovna
Candidate of Sciences in Pedagogy, Associate Professor
SAIDOVA Rafoat Rashidovna
Senior Teacher
Khujand State University named after academician B. Gafurov
Khujand, Tajikistan

The article deals with some solutions of geometric problems with the importance of the concept of geometric figure for the development of students and adequate spatial geometric activity – a way of forming the definition of the concept of geometric figure.
Keywords: educational geometric activity, geometric space, geometric figure, Euclidean geometry.

МЕСТО ПОНЯТИЯ «ИНФОРМАЦИОННАЯ ГРАМОТНОСТЬ» В ИНФОРМАЦИОННОЙ КУЛЬТУРЕ XXI ВЕКА

СЫЧЕВА Анна Валентиновна
магистрант
ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный социально-педагогический университет»
г. Волгоград, Россия

В статье рассматривается историческая схема понимания грамотного человека, анализируются и сравниваются конкретные формулировки словарей разных лет. Выделяются основные этапы перехода от понятия «грамотность» к «информационная грамотность». Предложена структурированная диаграмма места термина «информационная грамотность» в контексте информационной культуры, разработана теоретическая модель механизма взаимодействия этих понятий.
Ключевые слова: информационная грамотность, информационная культура, компьютерная грамотность, функциональная грамотность, грамотность.

История формирования понятия «информационная грамотность» тесно связана с формированием курса школьной информатики. 40 лет назад этот курс был направлен на формирование алгоритмического мышления, 30 лет назад – на формирование «компьютерной грамотности», что было тесно связано с распространением персональных компьютеров с одной стороны и потребностью в умении ими пользоваться – с другой. Усиливающаяся роль интернета, информация, растущая в геометрической прогрессии и повсеместное использование компьютеров, привели к новому запросу к курсу школьной информатики – формирование информационной грамотности у школьников.

Для начала, разберемся с сущностью понятия «грамотность», которая традиционно ассоциируется с хорошими навыками чтения, письма. В толковых словарях разных лет приводятся следующие понятия:

«уменье читать и писать» [8, с. 616].

«<...> умение читать и писать <...>. Наличие соответствующих знаний в какой-либо области» [6, с. 343].

«<...> умение писать и читать <...>. Знакомство с необходимыми сведениями из какой-либо области знания» [7, с. 364].

Таким образом, грамотность уже давно связывается не только с умением читать и писать, а еще и со знаниями в какой-либо области. П.И. Фролова отмечает, что начало