

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОТОКА В ГАЗОПРОВОДНОЙ СЕТИ С ДВУМЯ ПОСТАВЩИКАМИ И ОДНИМ ПОТРЕБИТЕЛЕМ С ПОМОЩЬЮ УВЕЛИЧЕНИЯ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ТОЛЬКО ОДНОЙ ДУГИ

ДЕРЕВЯНЧУК Екатерина Дмитриевна
кандидат физико-математических наук, доцент
ШИРОКОВ Андрей Алексеевич
студент
Пензенский государственный университет
г. Пенза, Россия

Работа посвящена задаче оптимизации потока в газопроводной сети с двумя поставщиками и одним потребителем с помощью увеличения пропускной способности только одной дуги. Для решения задачи применяется математический аппарат теории графов. Полученные результаты можно использовать при оптимизации потока в газопроводной сети.

Ключевые слова: алгоритм Форда-Фалкерсона, поток в сетях, сеть с двумя поставщиками и одним потребителем, максимальный поток.

Данная работа является продолжением работ [1-2]. Целью данной работы является иллюстрация разработанного в работах [1-2] метода на примере сети с несколькими истоками и несколькими стоками.

Рассмотрим газовую структуру, представ-

ляющую собой сеть с двумя истоками (поставщики) и одним стоком (потребитель).

Дана газовая сеть в виде графа $G(X, A)$, где $x = \{x_i; i = 1, 2 \dots 12\}$ – множество вершин, A – множество дуг, $|A| = 15$ и весовой матрицей (рисунок 1).

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
X_1				15	55							
X_2			70	10								
X_3						40	30					
X_4							10					
X_5									55			
X_6								40				
X_7								35		20		
X_8												75
X_9										30	25	
X_{10}												50
X_{11}												25
X_{12}												

Рисунок 1. Весовая матрица графа G

Из весовой матрицы графа G видно, что два столбца и одна строка являются нулевыми. Столбцы с номерами X_1 и X_2 , нулевые, при этом строки с номерами X_1 и X_2 – ненулевые. Это означает, что, вершины X_1 и X_2 – это два истока. В матрице (рисунок 1) только одна строка нулевая. Это строка с номером

X_{12} , при этом столбец с номером X_{12} ненулевой. Это означает, что существуют входящие в вершину X_{12} дуги, а исходящих дуг нет. Следовательно, вершина X_{12} – сток.

Таким образом, сеть состоит из 2 истоков (вершина X_1 , вершина X_2) и 1 стока (вершина X_{12}) (рисунок 2).

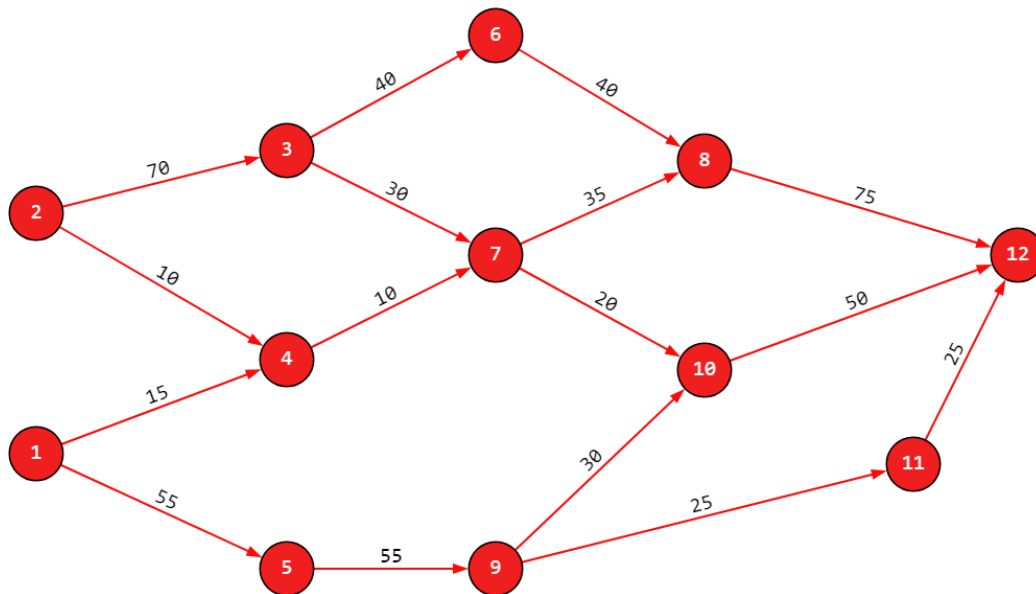


Рисунок 2. Граф G

Необходимо объединить истоки в одну вершину S_1 (рисунок 3).

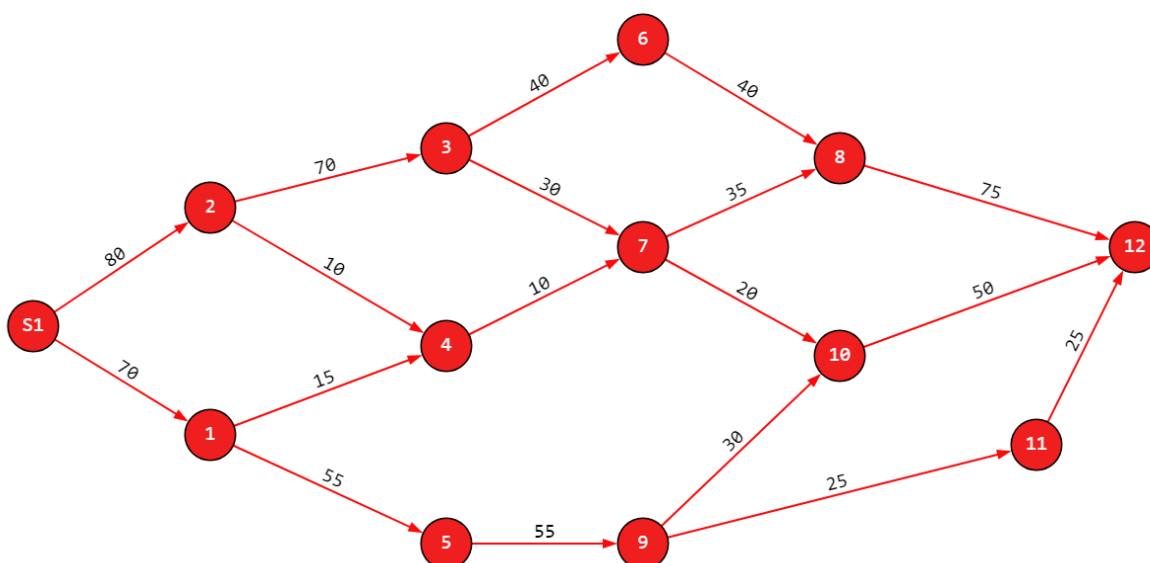


Рисунок 3. Пути в графе G

Из истоков выходят 4 дуги суммарным весом 150. В сток входят 3 дуги суммарным весом 150. Существует 5 путей: Путь 1: S1-2-3-6-8-12; Путь 2: S1-2-3-7-8-12; Путь 3: S1-2-4-7-10-12; Путь 4: S1-1-5-9-10-12; Путь 5: S1-1-5-9-11-12 (рисунок 3). Далее алгоритм осуществляется как в задаче с сетью с одним истоком и одним стоком. Рассмотрим более подробно.

Путь: S1-2-3-6-8-12. Пропускные способности дуг на этом пути равны: (80;70;40;40;75) (рисунок 3). Минимальная пропускная способность $C_{\min} = \min[80;70;40;40;75] = 40$ равна 40. Это и есть тот максимальный поток, который можно пропустить по данному пути. Обозначим его на графе, сделав соответствующие пометки над каждой дугой (рисунок 4).

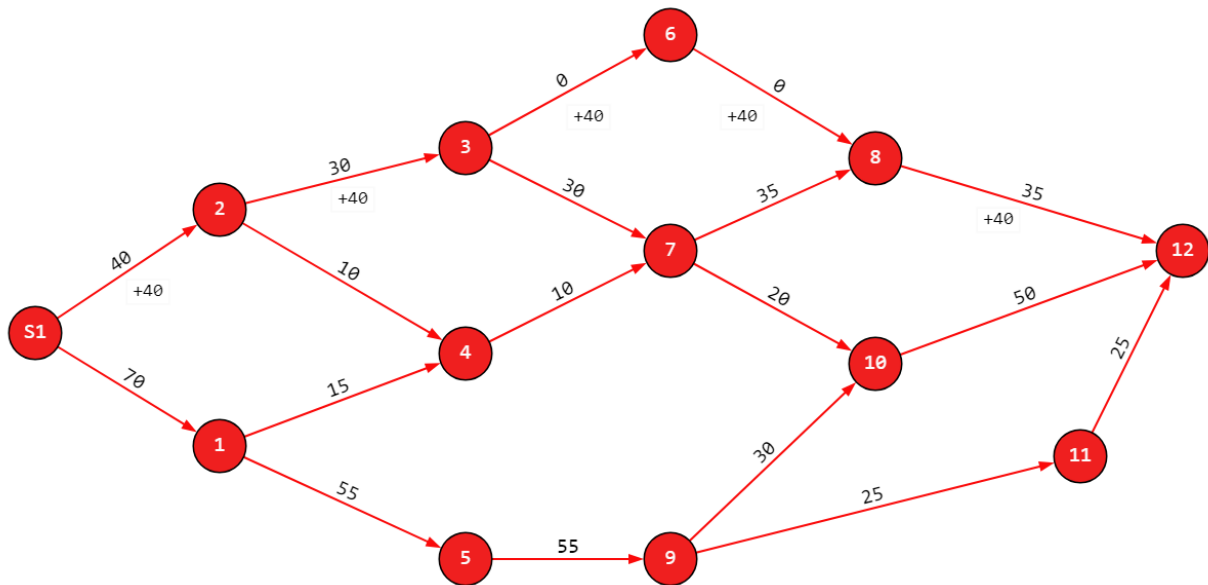


Рисунок 4. Путь S1-2-3-6-8-12

Следующий произвольный ориентированный путь: S1-2-3-7-8-12 (рисунок 4). $C_{\min} =$

$\min[40;30;30;35;35] = 30$ равна 30 (рисунок 5).

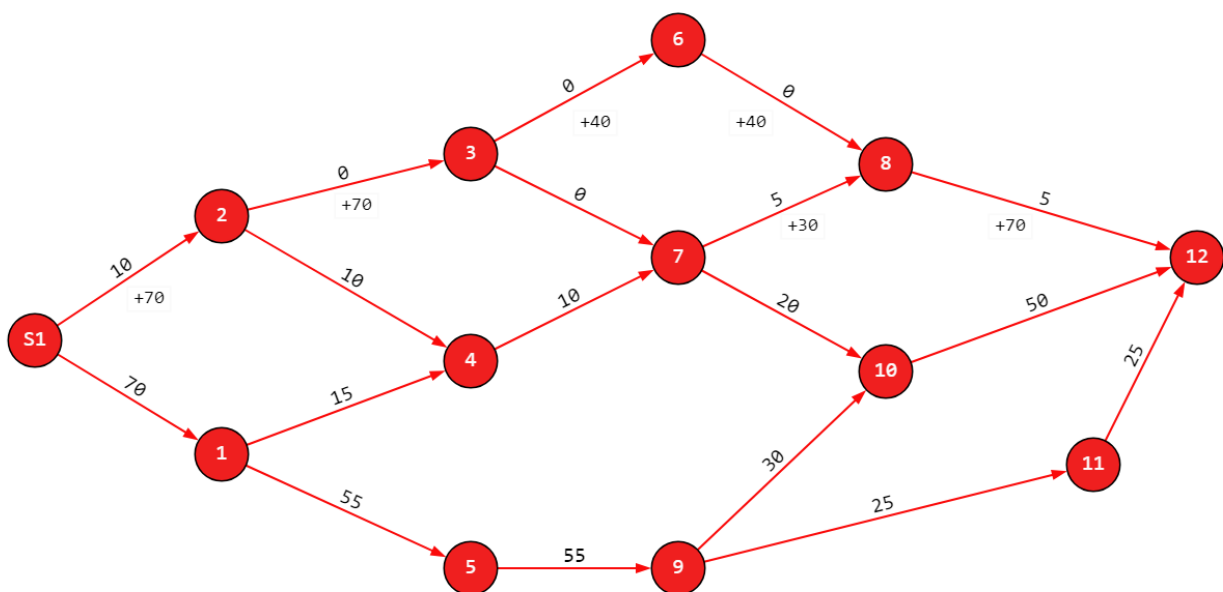


Рисунок 5. Путь S1-2-3-7-8-12

Далее, рассмотрим ориентированный каем поток $C_{\min} = \min[10; 10; 10; 20; 50] = 10$ путь: S1-2-4-7-10-12 (рисунок 5). Пропус- (рисунок 6).

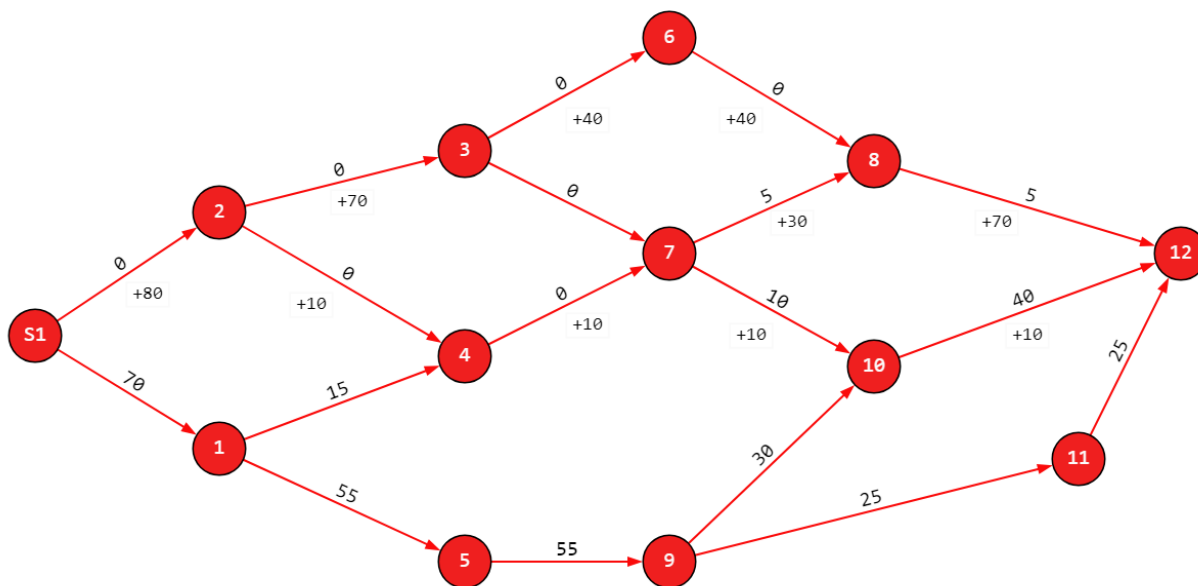


Рисунок 6. Максимальный поток, который можно пропустить по пути S1-2-4-7-10-12

Следующий путь: S1-1-5-9-10-12 (рису- (рисунок 7).
нок 6). $C_{\min} = \min[70; 55; 55; 30; 40] = 30$ равна 30

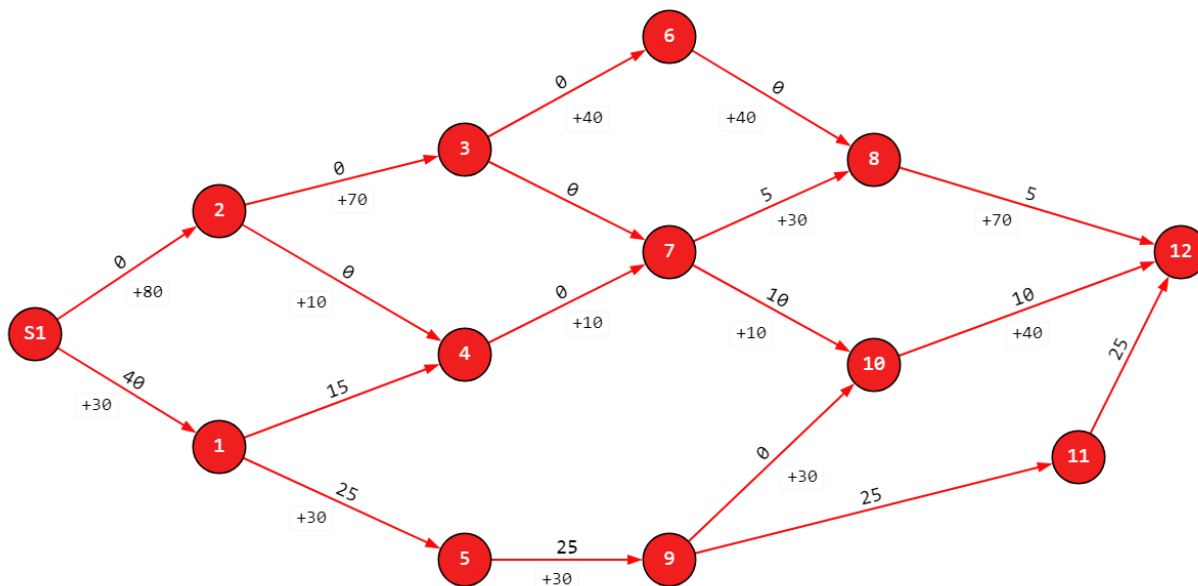


Рисунок 7. Максимальный поток, который можно пропустить по пути S1-1-5-9-10-12

И в завершение, последний возможный ориентированный путь: S1-1-5-9-11-12. Пропускаем поток, мощностью $C_{\min} = \min[40; 25; 25; 25; 25] = 25$ равная 25 (рисунок 7) и отмечаем его на графе (рисунок 8).

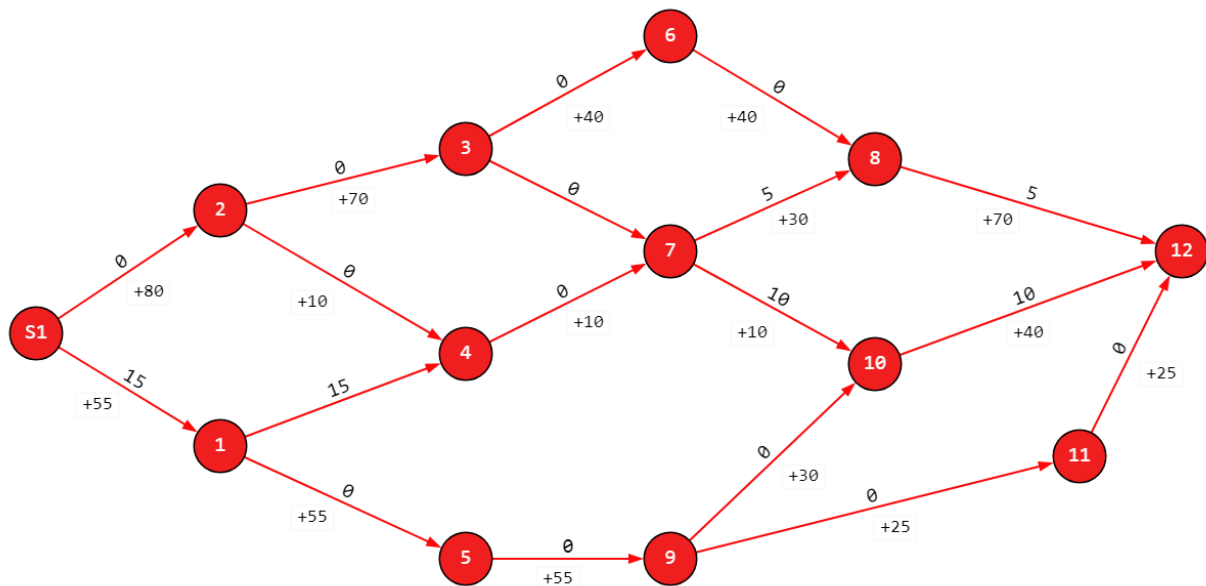


Рисунок 8. Максимальный поток, который можно пропустить по пути S1-1-5-9-11-12

Проанализируем полученный результат. Напомним, что пропускная способность сети определяется по минимальной суммарной пропускной способности исходящих дуг истока ($80+55=135$) и суммарной пропускной способности входящих дуг стока ($70+40+25=135$).

Следовательно, пропускная способность сети равно 135.

Для получения максимальной пропускной способности необходимо увеличить пропускную способность дуги X(4;7) на 15 (рисунок 9).

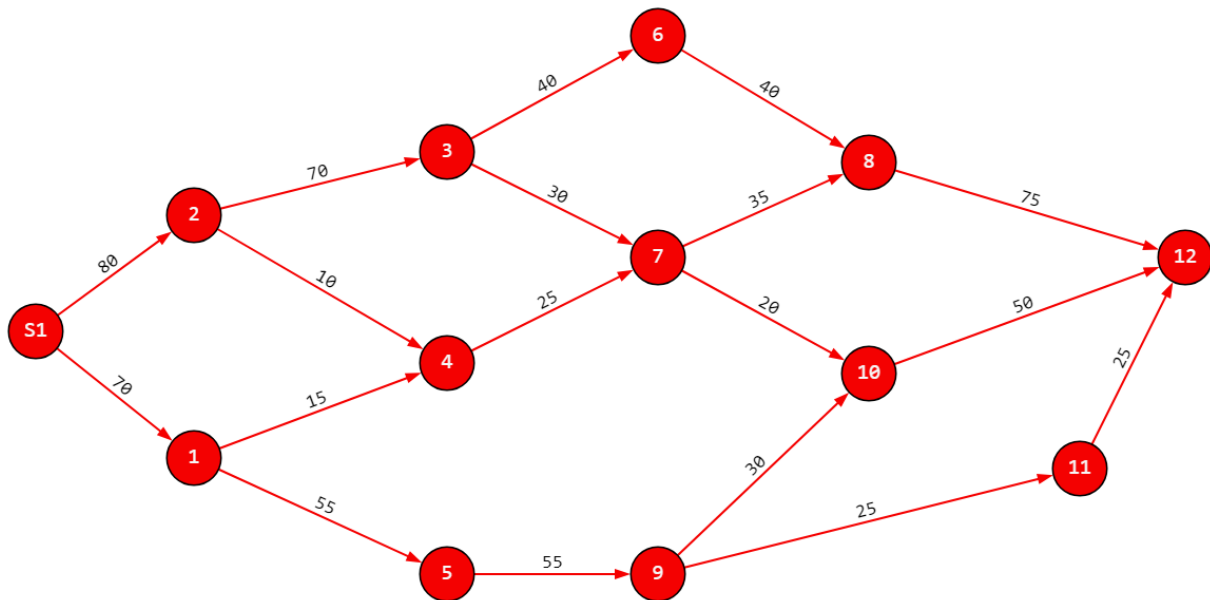


Рисунок 9. Преобразованный граф G

Приведем краткое решение задачи для преобразованного графа (рисунки 10-16). Путь: S1-2-3-6-8-12. Пропускные способности дуг

равны: (80;70;40;40;75). $C_{\min} = \min [80;70;40;40;75] = 40$ (рисунок 10).

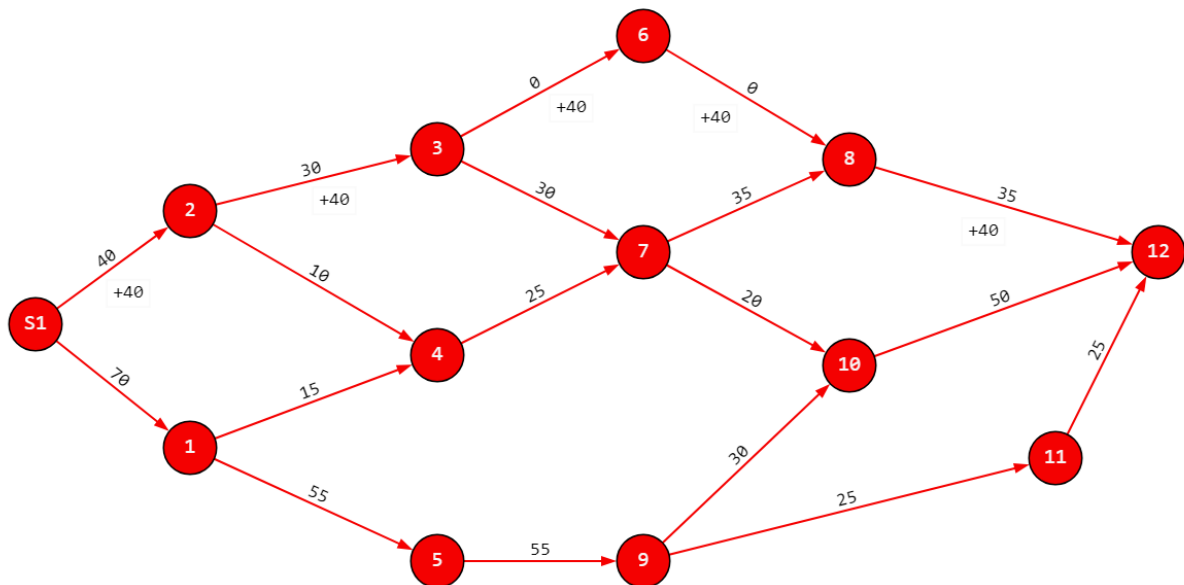


Рисунок 10. Максимальный поток, который можно пропустить по пути S1-2-3-6-8-12

Следующий произвольный ориентированный путь: S1-2-3-7-8-12. Пропускные способ-

ности дуг равны: (40;30;30;35;35) (рисунок 10).
 $C_{min} = \min[40;30;30;35;35] = 30$ (рисунок 11).

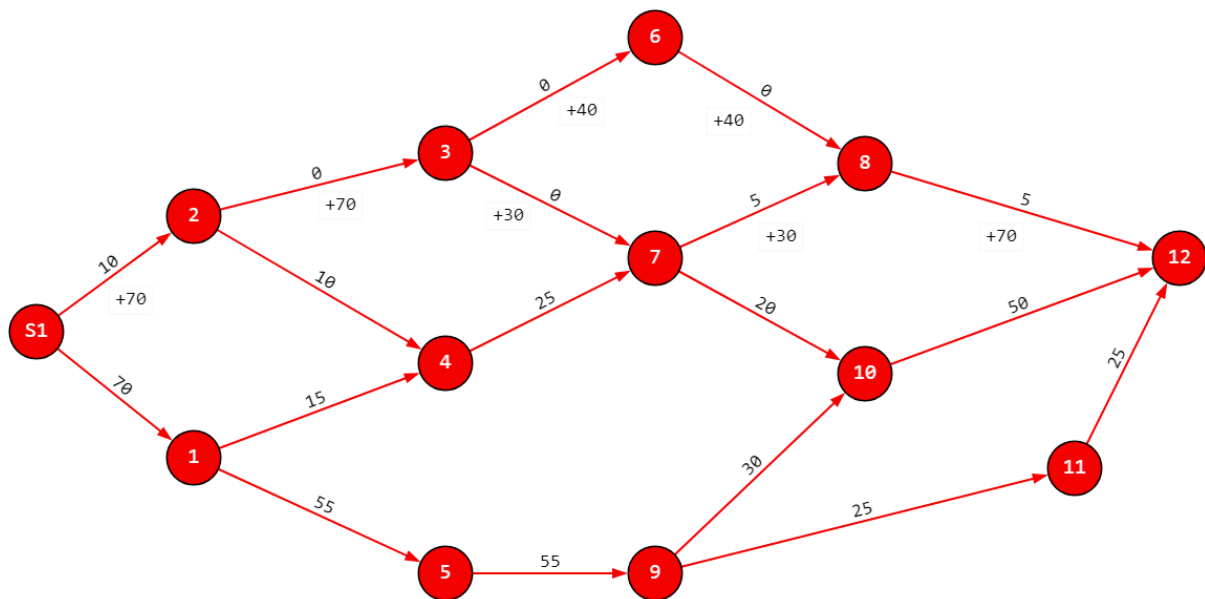


Рисунок 11. Максимальный поток, который можно пропустить по пути S1-2-3-7-8-12

Далее, рассмотрим ориентированный путь: S1-2-4-7-10-12. $C_{min} = \min[10;10;25;20;50] = 10$

(рисунок 12).

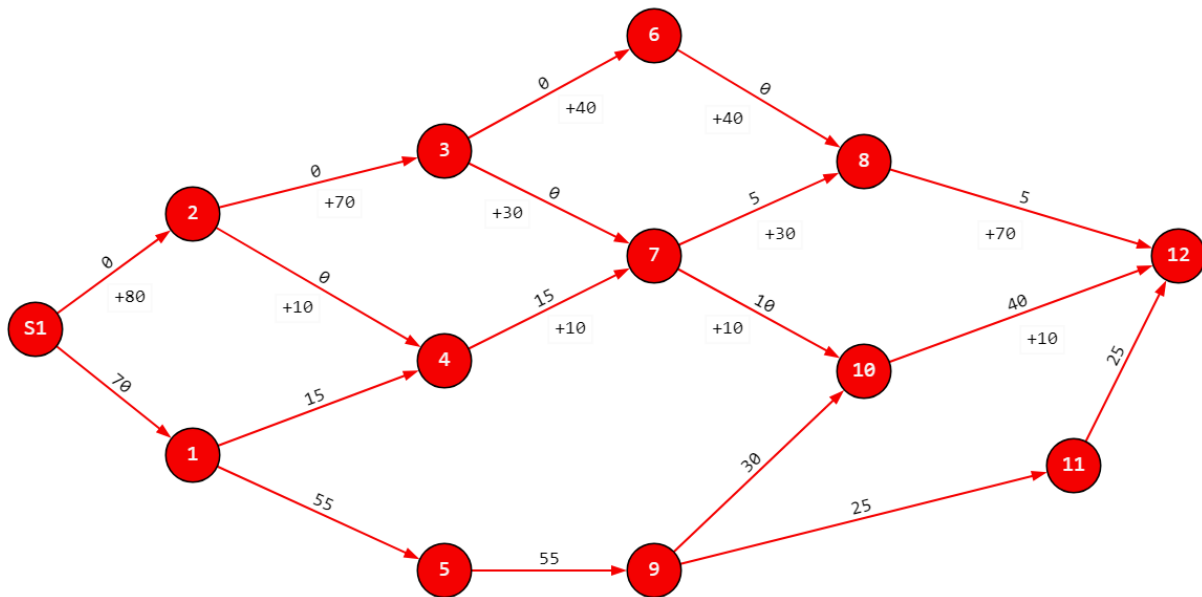


Рисунок 12. Максимальный поток, который можно пропустить по пути S1-2-4-7-10-12

Следующий путь: S1-1-4-7-10-12. Пропускные способности дуг на этом пути равны: (70;15;15;10;40) (рисунок 12). Минимальная пропускная способность $C_{\min} = \min [70;15;15;10;40] = 10$ равна 10 (рисунок 13).

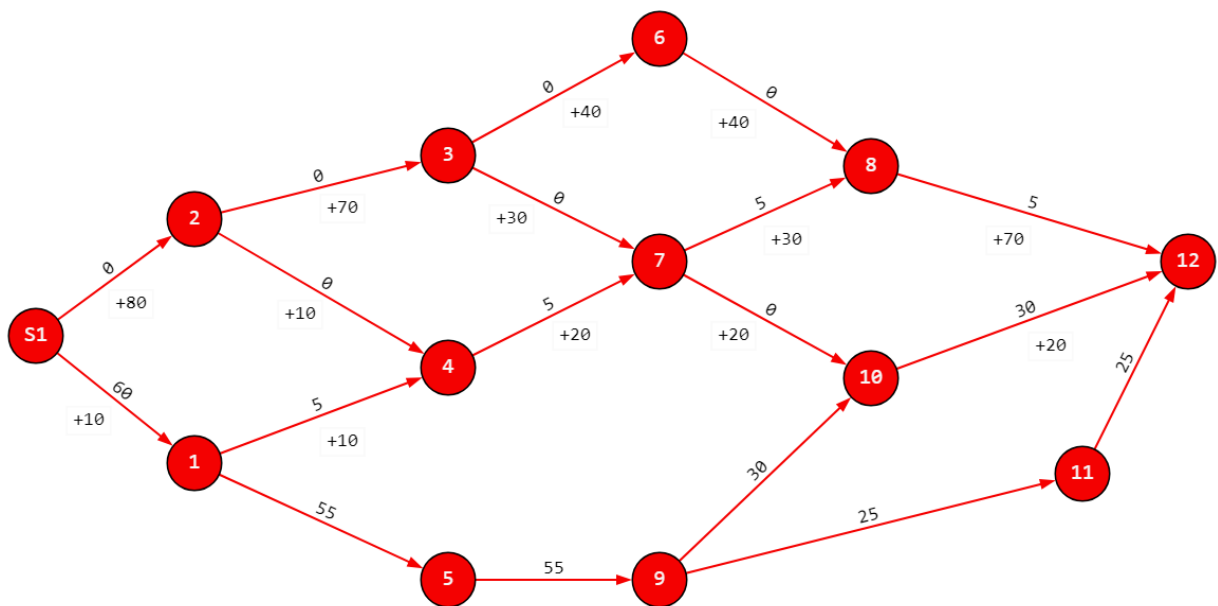


Рисунок 13. Максимальный поток, который можно пропустить по пути S1-1-4-7-10-12

Далее, рассмотрим ориентированный путь: S1-1-4-7-8-12. Пропускные способности его дуг составляют: (60;5;5;5;5) (рисунок 13). $C_{\min} = 5$ (рисунок 14).

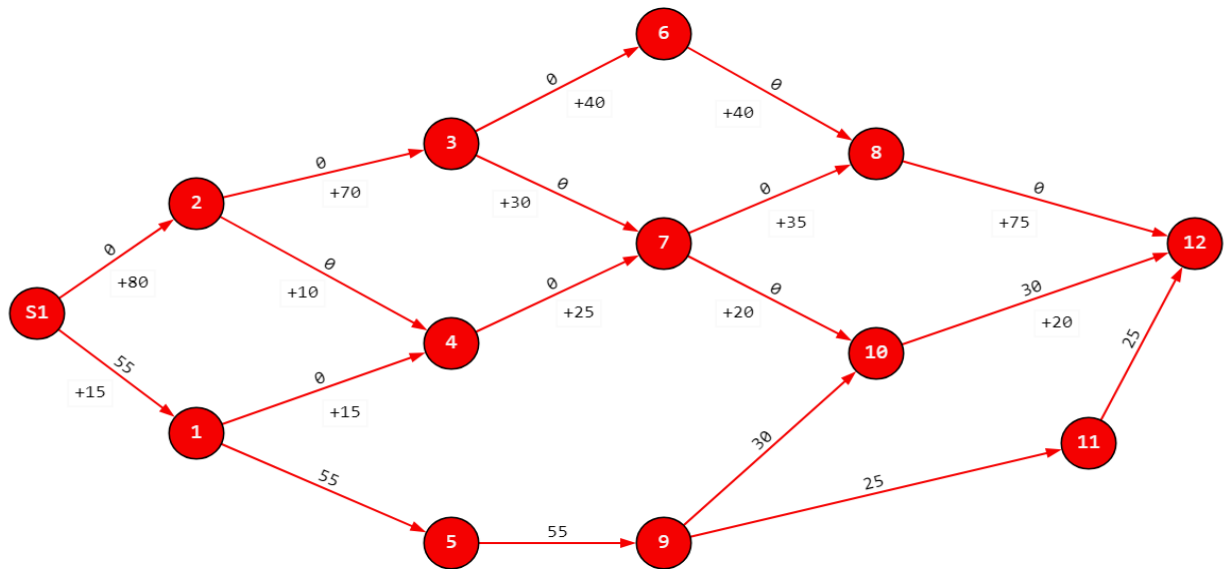


Рисунок 14. Максимальный поток, который можно пропустить по пути S1-1-4-7-8-12

Следующий произвольный ориентированный путь: S1-1-5-9-11-12. Пропускные способ-

ности дуг равны: (55;55;55;25;25) (рисунок 14). $C_{\min} = \min[55;55;55;25;25] = 25$ (рисунок 15).

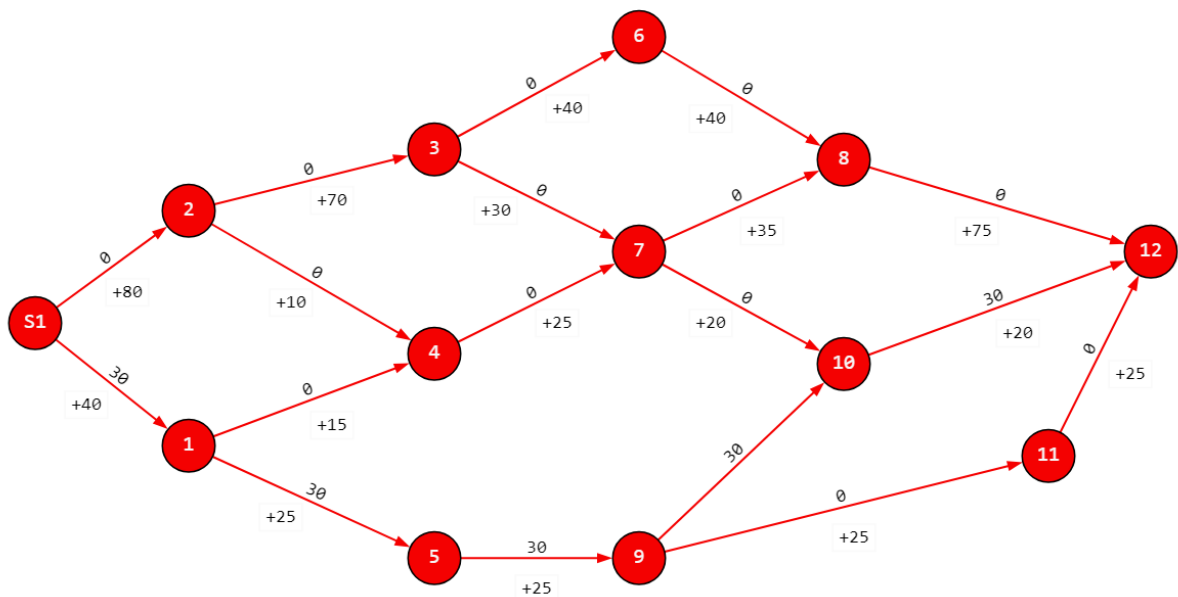


Рисунок 15. Максимальный поток, который можно пропустить по пути S1-1-5-9-11-12

И в завершение, последний возможный ориентированный путь: S1-1-5-9-10-12 (рису-

нок 15). Здесь $C_{\min} = \min [30;30;30;30;30] = 30$ (рисунок 16).

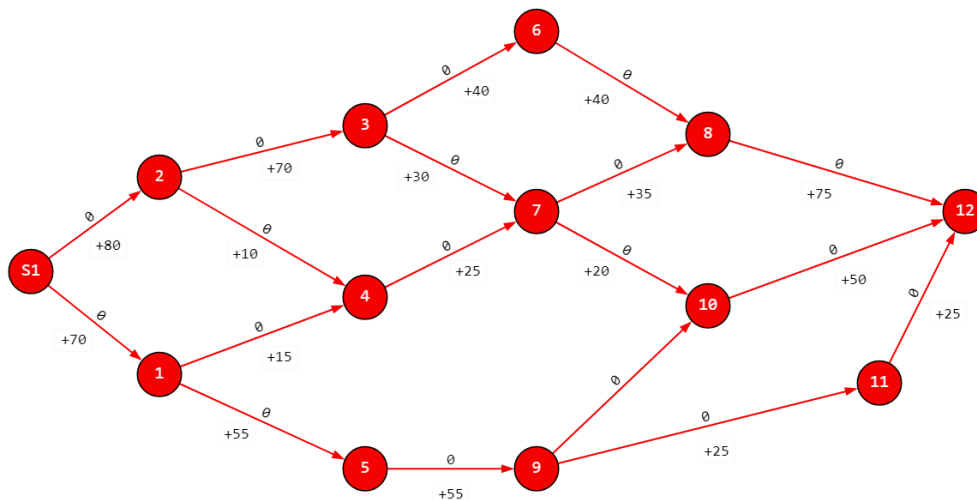


Рисунок 16. Максимальный поток, который можно пропустить по пути S1-1-5-9-10-12

Таким образом, удалось достичь максимальной пропускной способности равной 150. Анализ результатов показал, что использование модифицированного алгоритма способствует увеличению пропускной способности при минимальных затратах. Результа-

ты данной работы можно применять на практике для перехода газопроводной сети в состояние работы на полную мощность. Изменение пропускной способности только одной дуги на практике означает замену только одного участка сети, что минимально по затратам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Деревянчук Е.Д., Деревянчук Н.В. Методика изложения модификации алгоритма Форда-Фалкерсона для сети с несколькими истоками и стоками // Научный потенциал. – 2024. – № 3. – С. 91-96.
2. Деревянчук Е.Д., Широков А.А. Методика решения задачи создания оптимального плана перевозок с учётом потоков в сетях с одним истоком и одним стоком // Педагогика современности. – 2024. – № 2. – С. 63-68.

THE FLOW OPTIMIZATION IN A GAS PIPELINE NETWORK WITH TWO SUPPLIERS AND ONE CONSUMER BY INCREASING THE CAPACITY OF ONLY ONE ARC

DEREVYANCHUK Ekaterina Dmitrievna

Candidate of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor

SHIROKOV Andrey Alekseevich

Student

Penza State University

Penza, Russia

The work is devoted to the problem of optimizing the flow in a gas pipeline network with two suppliers and one consumer by increasing the capacity of only one arc. The mathematical apparatus of graph theory is used to solve the problem. The results obtained can be used to optimize the flow in the gas pipeline network.

Keywords: Ford-Fulkerson algorithm, flow in networks, network with two suppliers and one consumer, maximum flow.