ЭЛЕКТРОНИКА, ФОТОНИКА, ПРИБОРОСТРОЕНИЕ И СВЯЗЬ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

ДЕРЕВЯНЧУК Наталия Владимировна
кандидат технических наук, доцент
Пензенский филиал ФГКВОУ ВО «Военная академия материально-технического обеспечения им. генерала армии А.В. Хрулева»
г. Пенза, Россия

Данная работа посвящена определению передаточных функций звеньев. Применяется математический аппарат дифференциального исчисления, а также преобразование Лапласа. Рассмотрены основные элементы функциональной схемы системы автоматического управления (САУ).

Ключевые слова: САУ, преобразование Лапласа, передаточная функция, элементы САУ, дифференциальные уравнения, звенья САУ, уравнения связи.

Динамика управления процессами в САУ описывается линейными дифференциальными уравнениями, связывающими входные и выходные величины. Одна из основных задач анализа САУ состоит в определении передаточных функций звеньев и системы в целом. Сами передаточные функции являются основными характеристиками звеньев САУ. Под **типовым элементарным звеном** понимается устройство, динамические свойства которого описываются дифференциальным уравнением не выше второго порядка.

Понятие передаточной функции является очень важной категорией в теории автоматического управления. Передаточная функция является своего рода математической моделью САУ, т. к. полностью характеризует динамические свойства системы.

Передаточную функцию получают в результате применения интегрального преобразования Лапласа к уравнению динамики.

Преобразование Лапласа находит широкое применение при решении дифференциальных уравнений и смысл его применения заключается в том, что дифференциальные уравнения относительно функций времени преобразуются в алгебраические уравнения относительно соответствующих изображений по Лапласу [1].

Рассмотрим общий вид уравнения связи элемента САУ:

$$a_n x_{вых}^{(n)}(t) + a_{n-1} x_{вых}^{(n-1)}(t) + \ldots + a_1 x_{вых}'(t) + a_0 x_{вых}(t) =$$
$$в_m x_{вх}^{(m)}(t) + в_{m-1} x_{вх}^{(m-1)}(t) + \ldots + в_1 x_{вх}'(t) + в_0 x_{вх}(t)$$

где $x_{вых}(t)$, $x_{вх}(t)$ – выходная и входная величины (сигналы) элемента САУ соответственно; a_i, b_j – константы.

Прямое преобразование Лапласа уравнение связи в общем виде:

$$L(a_n x_{вых}^{(n)}(t) + a_{n-1} x_{вых}^{(n-1)}(t) + \ldots + a_1 x_{вых}'(t) + a_0 x_{вых}(t)) =$$
$$L(в_m x_{вх}^{(m)}(t) + в_{m-1} x_{вх}^{(m-1)}(t) + \ldots + в_1 x_{вх}'(t) + в_0 x_{вх}(t))$$

Уравнение связи в операторном виде:

$$\begin{aligned} &a_n P^n X_{вых}(P) + a_{n-1} P^{n-1} X_{вых}(P) + \\ &+ \ldots + a_1 P X_{вых}(P) + a_0 X_{вых}(P) = \\ &= b_m P^m X_{вх}(P) + b_{m-1} P^{m-1} X_{вх}(P) + \\ &+ \ldots + b_1 P X_{вх}(P) + b_0 X_{вх}(P) \end{aligned}$$

В обеих частях уравнения выделяется общий множитель и выносится за скобки:

$$X_{вых}(P) \cdot (a_n P^n + a_{n-1} P^{n-1} + \ldots + a_1 P + a_0) =$$
$$X_{вх}(P) \cdot (в_m P^m + в_{m-1} P^{m-1} + \ldots + в_1 P + в_0)$$

Передаточная функция элемента САУ – это отношение изображения выходной величины (сигнала) $X_{вых}(P)$ к изображению входной величины (сигнала) $X_{вх}(P)$:

$$K(P)=\frac{X_{вых}(P)}{X_{вх}(P)}=\frac{в_m P^m + в_{m-1}P^{m-1}+...+в_1 P + в_0}{a_n P^n + a_{n-1}P^{n-1}+...+a_1 P + a_0}$$

Передаточная функция К(Р) имеет дробно-рациональный вид и является математической моделью элемента (САУ), т. е. содержит в себе информацию о параметрах и свойствах элемента (системы). Передаточная функция К(Р) служит исходными данными для анализа динамических и статических свойств САУ [2].

Таким образом, передаточной функцией линейной стационарной САУ называется отношение преобразования Лапласа выходного сигнала к преобразованию Лапласа входного сигнала при нулевых начальных условиях.

Передаточные функции звеньев или отдельных участков структурной схемы позволяют достаточно просто получить общее уравнение всей системы. Определим передаточные функции для всех элементов функциональной схемы (рисунок 1) по дифференциальным уравнениям каждого элемента (таблица 1).

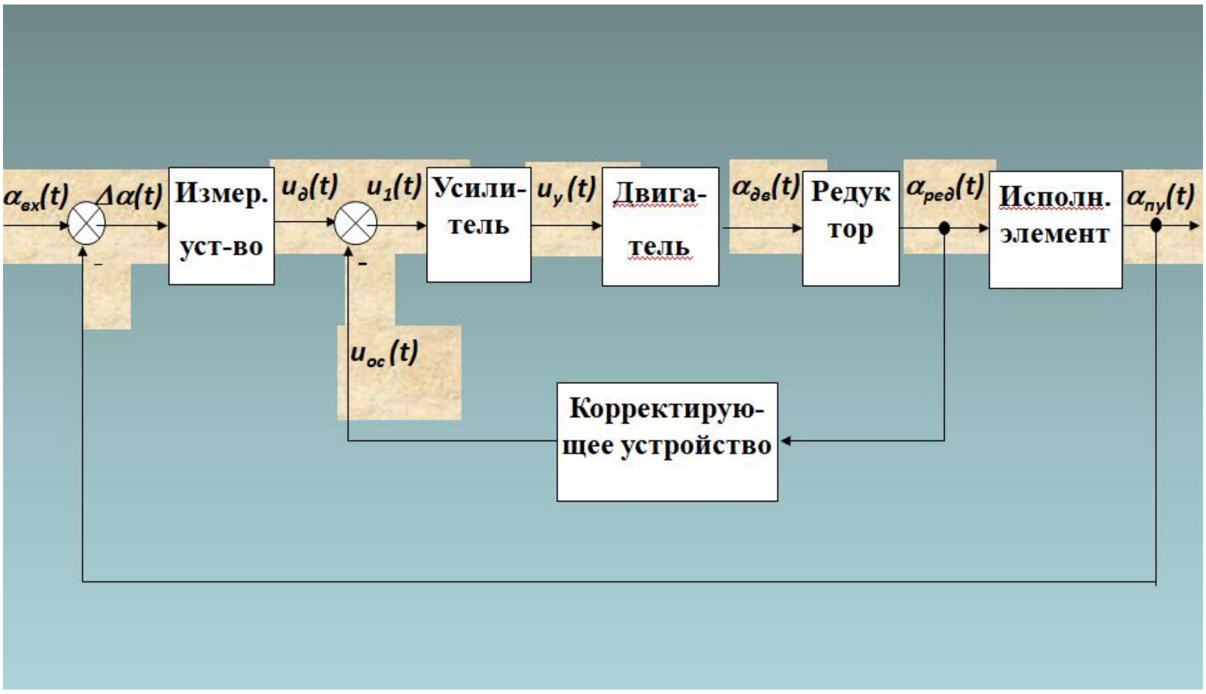

Рисунок 1. **Функциональная схема САУ**

1. Определим передаточную функцию **измерительного устройства**.

Дифференциальное уравнение измерительного устройства имеет вид:

$$u_1(t)=K_{ИЗ}\Delta\alpha(t)$$

Преобразование Лапласа от левой и правой частей заданного дифференциального уравнения примет вид:

$$u_1(p)=K_{ИЗ}\Delta\alpha(p)$$

Передаточная функция **измерительного устройства**:

$$K_1(p)=u_1(p)/\Delta\alpha(p)=K_{ИЗ}$$

Таблица 3

ЭЛЕМЕНТЫ И СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ИМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

№	Название элемента	Дифференциальное уравнение
1	**Измерительное устройство**	$u_1(t) = K_{ИЗ}\Delta\alpha(t)$
2	**Усилитель**	$u_y(t) = K_y\, u_1(t)$
3	**Двигатель**	$T_{дв}\alpha''_{дв}(t) + \alpha'_{дв}(t) = K_{дв}u_y(t)$
4	**Редуктор**	$\alpha_{ред}(t) = K_{ред}\alpha_{дв}(t)$
5	**Исполнительный элемент**	$T_{пу}\alpha'_{пу}(t) + \alpha_{пу}(t) = K_{пу}\alpha_{ред}(t)$
6	**Корректирующее устройство**	$u_{ос}(t) = K_{ос}\,\alpha_{ред}(t)$

2. Определим передаточную функцию **усилителя**.

Дифференциальное уравнение усилителя имеет вид:

$$u_y(t) = K_y\, u_1(t)$$

Преобразование Лапласа от левой и правой частей заданного дифференциального уравнения примет вид:

$$u_y(p) = K_y\, u_1(p)$$

Передаточная функция **усилителя**:

$$K_2(p) = u_y(p)/u_1(p) = K_y$$

3. Определим передаточную функцию **двигателя**.

Дифференциальное уравнение двигателя имеет вид:

$$T_{дв}\alpha''_{дв}(t) + \alpha'_{дв}(t) = K_{дв}u_y(t)$$

Преобразование Лапласа от левой и правой частей заданного дифференциального уравнения примет вид:

$$T_{дв}p^2\alpha_{дв}(p) + p\alpha_{дв}(p) = K_{дв}u_y(p)$$

$$p\alpha_{дв}(p)(T_{дв}p\ +1) = K_{дв}u_y(p)$$

Передаточная функция **двигателя:**

$$K_3(p) = \alpha_{дв}(p)/u_y(p) = K_{дв}\ /\ p(T_{дв}p\ +1)$$

4. Определим передаточную функцию **редуктора**.

Дифференциальное уравнение редуктора имеет вид:

$$\alpha_{ред}(t) = K_{ред}\alpha_{дв}(t)$$

Преобразование Лапласа от левой и правой частей заданного дифференциального уравнения примет вид:

$$\alpha_{ред}(p) = K_{ред}\alpha_{дв}(p)$$

Передаточная функция **редуктора:**

$$K_4(p) = \alpha_{ред}(p)/\alpha_{дв}(p) = K_{ред}$$

5. Определим передаточную функцию **исполнительного элемента**.

Дифференциальное уравнение исполнительного элемента имеет вид:

$$T_{пу}\alpha'_{пу}(t) + \alpha_{пу}(t) = K_{пу}\alpha_{ред}(t)$$

Преобразование Лапласа от левой и правой частей заданного дифференциального уравнения примет вид:

$$T_{пу}p\ \alpha_{пу}(p) + \alpha_{пу}(p) = K_{пу}\alpha_{ред}(p)$$

$$\alpha_{пу}(p)(T_{пу}p\ +1) = K_{пу}\alpha_{ред}(p)$$

Передаточная функция **исполнительного элемента:**

$$K_5(p) = \alpha_{пу}(p)/\alpha_{ред}(p) = K_{пу}\ /\ (T_{пу}p\ +1)$$

6 Определим передаточную функцию **корректирующего устройства**.

Дифференциальное уравнение корректирующего устройства имеет вид:

$$u_{ос}(t) = K_{ос}\,\alpha_{ред}(t)$$

Преобразование Лапласа от левой и правой частей заданного дифференциального уравнения примет вид:

$$u_{ос}(p) = K_{ос}\,\alpha_{ред}(p)$$

Передаточная функция **корректирующего устройства:**

$$K_6(p) = u_{ос}(p)/\alpha_{ред}(p) = K_{ос}$$

Таким образом, в данной работе представлено каким образом при помощи преобразования Лапласа по дифференциальным уравнениям можно определить передаточные функции элементов систем автоматического управления. Теоретический материал проиллюстрирован для конкретной функциональной схемы, состоящей из шести элементов. Для каждой из них приведено дифференциальное уравнение, выполнено преобразование Лапласа и вычислена передаточная функция. Результаты работы можно применять при решении аналогичных задач для САУ, а также для иллюстрации теоретического материала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Карпов А.Г.* Теория автоматического управления. Часть 1: Учебное пособие. − Томск: ТМЛ-Пресс, 2011. − 212 с.

2. *Ковалев Д.А., Шаряков В.А., Шарякова О.Л.* Теория автоматического управления: учебное пособие / ВШТЭ СПбГУПТД. – СПб, 2020. – 79 с.

TRANSFER FUNCTIONS' DETERMINATION OF THE AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS ELEMENTS

DEREVYANCHUK Natalia Vladimirovna
Candidate of Sciences in Technology, Associate Professor
Penza Branch of the Military Academy of Logistics named after Army General A.V. Khrulev
Penza, Russia

This work is devoted to the transfer functions' determination of the automatic control systems elements. The mathematical apparatus of differential calculus is used, as well as the Laplace transform. We consider the main elements of the automatic control systems (ACS) of the functional scheme.

Keywords: automatic control system (ACS), Laplace transform, transfer function, ACS elements, differential equations, ACS links, ACS coupling equations.