# ANALYSIS OF COMMUNICATION CHANNELS USING GRAPH THEORY

**DEREVYANCHUK Ekaterina Dmitrievna**
Candidate of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor
Penza State University
Penza, Russia

*This work is devoted to the problem of analyzing communication channels using graph theory. To solve this problem, the apparatus of graph theory is used, namely the Malgrange algorithm. The analysis of the received solution allows to visually see the interaction of a large number of departments of the enterprise.*
**Keywords:** Malgrange algorithm, analysis of communication channels, graph theory, communication channels.

# ВЛИЯНИЕ ПЛАНИРОВКИ ГОРОДА И КАРТЫ ДОРОЖНОЙ СЕТИ НА ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО МАРШРУТА

**ДЕРЕВЯНЧУК Екатерина Дмитриевна**
кандидат физико-математических наук, доцент
ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет»
г. Пенза, Россия

*В данной работе проведено исследование о влиянии планировки города и существующей дорожной сети в городе на выбор оптимального маршрута из одной точки города в другую. Исследование проводилось без учета пробок на дороге. В качестве численного метода предложена модификация алгоритма Дейкстры. Предложенный алгоритм позволяет найти наиболее оптимальный путь из одной точки в другую с учетом планировки города и карты дорожной сети. В статье предложено определение и название графа вида «павлин».*
**Ключевые слова:** модификация алгоритма Дейкстры, весовая матрица, теория графов, планировка города, улично-дорожная сеть, кратчайший путь.

В данной работе предложен подход по модификации алгоритма Дейкстры для решения задачи поиска кратчайшего пути между одной точкой города и другой с учетом вида планировки города.

Введем основные определения, связанные с дорожными сетями и теорией графов [1].

**Улично-дорожная сеть** (далее по тексту – УДС) – это комплекс объектов, включающий в себя улицы и дороги различных категорий, площади, мосты, туннели, эстакады, подземные переходы и другую логистическую инфраструктуру города.

С точки зрения геометрического начертания УДС можно свести к нескольким типам, которые охватывают все многообразие городских планировочных структур. Одной из таких является свободная планировка. Свободная планировка характерна для старых средневековых городов с неупорядоченной УДС. В таких городах часто встречается запутанная сеть узких улиц, неожиданно выводящих на случайные площади, никак не связанные друг с другом.

При свободной планировке сами улицы являются серьезным препятствием для организации движения городского транспорта и грузопотока. С целью приближения УДС к современным транспортным требованиям в таких городах приходится осуществлять значительные по объемам капиталовложений работы по реконструкции. Сейчас свободная планировка может применяться при проектировании поселков и курортных городов, в которых зачастую невысокие скорости движения и интенсивности транспортных потоков. При свободной планировке очень многое зависит от того, насколько удачно сочетаются отдельные ее части.

С точки зрения теории графов, любая дорожная сеть – это **граф**, в которых ребрами (или дугами) обозначены дороги, а точками – города или объекты инфраструктуры (дома, остановки и т. д.).

**Постановка задачи.** Найти оптимальный путь из пункта N в пункт M с учетом планировки города и существующей дорожной сети.

**Математическая постановка задачи.** Найти оптимальный путь из вершины $x_i$ в вершину $x_j$ с учетом планировки города и существующей дорожной сети.

**Численный метод.** Пусть дан граф G (X, A) с конечным числом вершин и ребер, где X = {$x_i$}, i=1, 2, 3, ..., n – это множество вершин, A = {$a_i$}, i=1, 2, 3, ..., m – множество дуг. Известна матрица весов графа C, где элемент матрицы $c_{ij}$ – это длина (км) от вершины $x_i$ до $x_j$.

Численный метод решения поставленной задачи состоит в том, чтобы при свободной схеме дорожной сети заменить ряд последовательных ориентированных дуг, у которых вершины имеют прямое отображение не выше первого порядка. При этом вес полученной дуги равен сумме всех дуг на этом отрезке пути.

Как известно, **прямым отображением 1-го порядка** вершины $x_i$ является множество таких вершин графа, для которых существует дуга ($x_i$, $x_j$), то есть $\Gamma^1(x_i)$ = {$x_j$: дуга ($x_i$, $x_j$) A}.

**Свободная планировка улично-дорожной сети.** Пусть есть исходный граф G (рисунок 1). Данный граф можно изменить, с учетом того имеет ли вершина прямое отображение первого порядка или нет. Вершины 2, 4, 7, 8 имеют отображение первого порядка, т.е. они отображаются в вершины 3,5, 6, 9 соответственно.

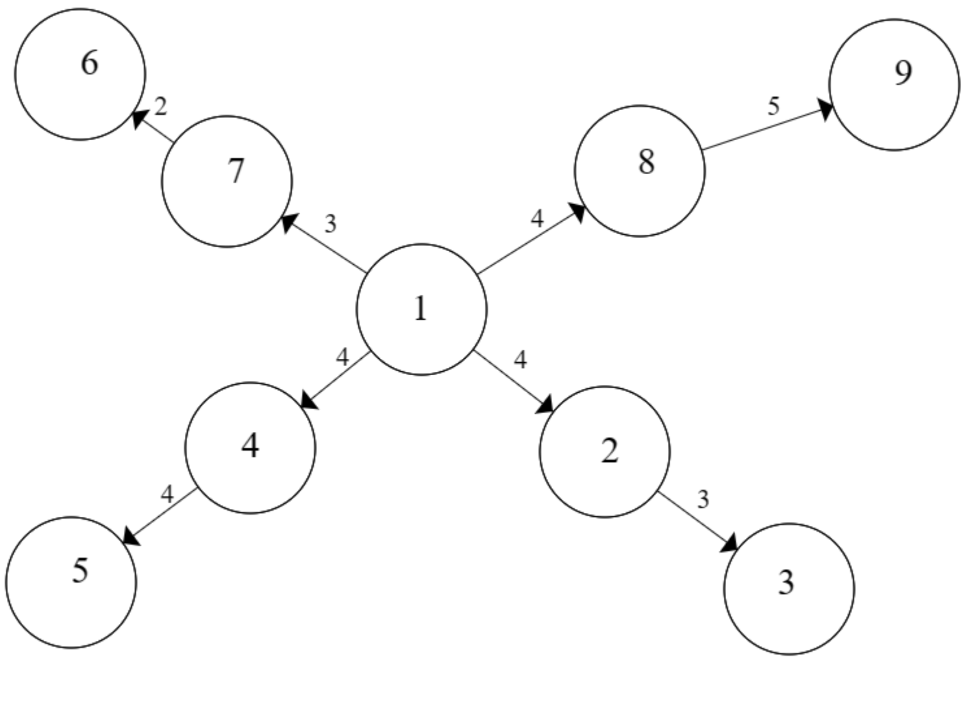


*Рисунок 1.* **Граф G**

Тогда заменяя путь 1-2-3 на 1-3, путь 1-4-5 на 1-5, путь 1-7-6 на 1-6, путь 1-8-9 на 1-9, получим новый граф $G^*$ (рисунок 2).

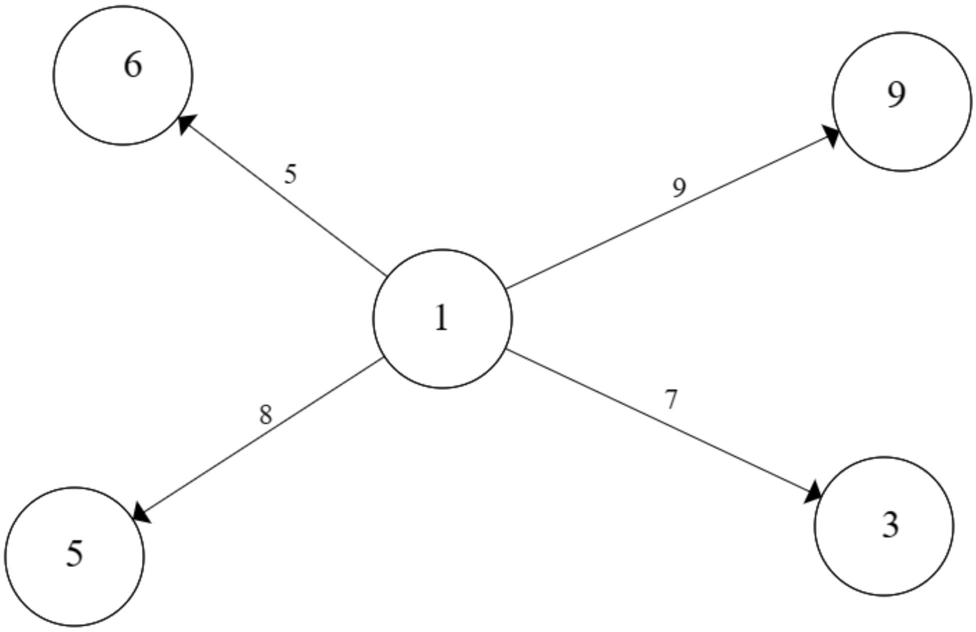


*Рисунок 2.* **Граф G***

Таким образом, можно заменить исходный граф на новый и сократить количество вычислений, не проходя вершины с прямым отображением первого порядка.

**Веерная планировка улично-дорожной сети.** Лучевой (веерный) тип планировки улично-дорожной сети характерен для городов с географическим положением вблизи возвышенности, реки, озера и т. д. В этом случае природный объект является центром, который собирает расходящиеся лучеобразно улицы. В качестве примера приведем город с «веерной» планировкой – город Кострома (рисунок 3).

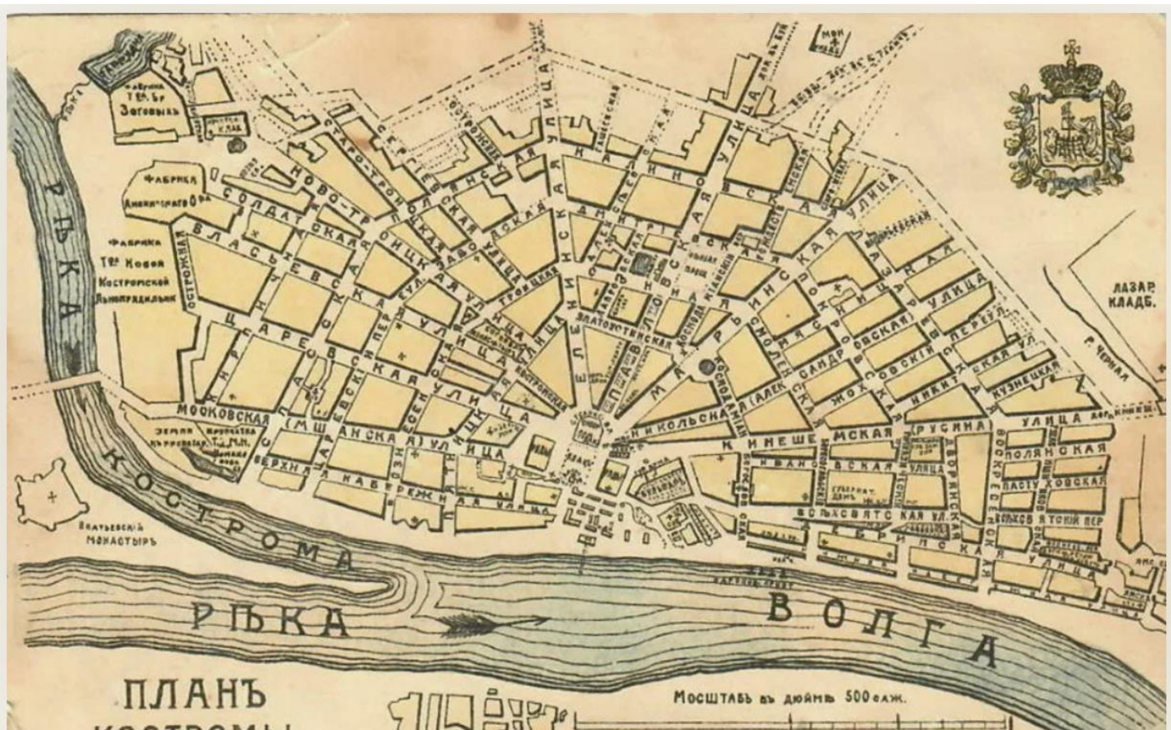


*Рисунок 3.* **План Костромы [2]**

Рассмотрим самую простую веерную планировку улично-дорожной сети (рисунок 4).

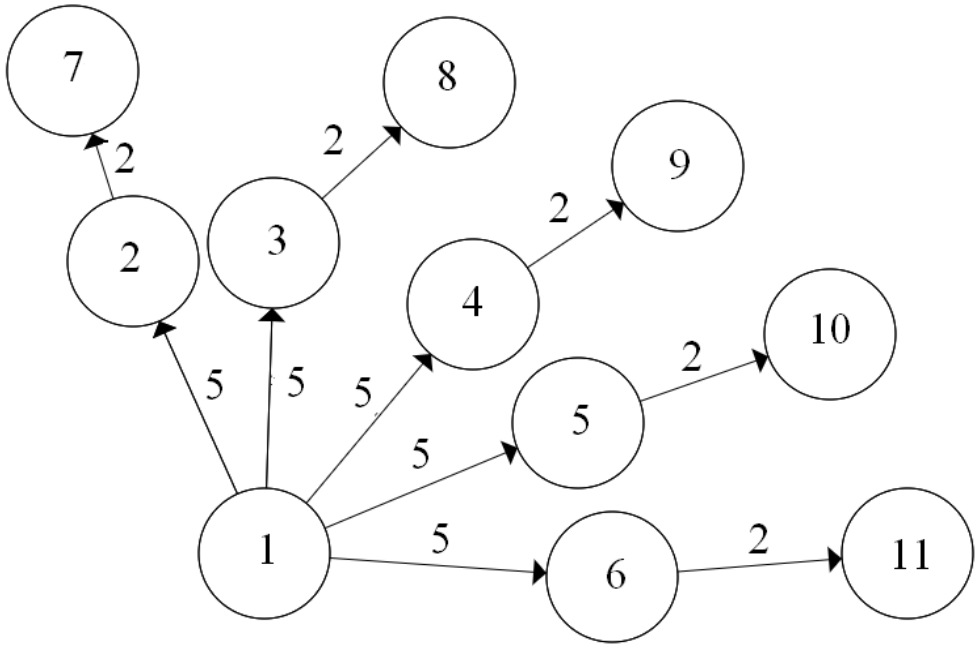


*Рисунок 4.* **Исходный граф $G_1$**

Если определить кратчайший путь из вершины 1 до вершины 11, то видно, что существует только один путь: 1-6-11, составляющий 7 км, т. е. из пункта 1 в пункт 6, а затем из пункта 6 в пункт 11 (рисунок 5).

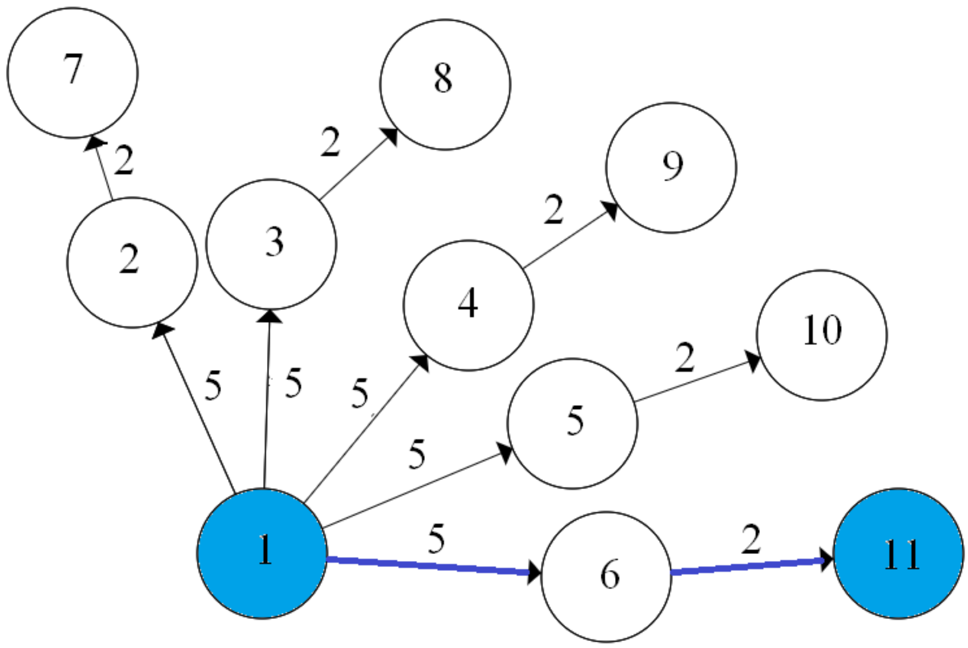


*Рисунок 5.* **Кратчайший путь из вершины 1 в вершину 11**

В случае применения алгоритма Дейкстры для графа $G_1$ решение будет вычисленно за 11 итераций (таблица 1).

*Таблица 1*

**РАСЧЕТ КРАТЧАЙШЕГО РАССТОЯНИЯ С ПОМОЩЬЮ АЛГОРИТМА ДЕЙКСТРЫ**

| **Вершина №** | **Номер итерации** | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11 (Итог)** |
| **1** | 0 | | | | | | | | | | | 0($\mathbf{X_1}$) |
| **2** | ∞ | 5 | | | | | | | | | | 5($\mathbf{X_1}$) |
| **3** | ∞ | 5 | 5 | | | | | | | | | 5($\mathbf{X_1}$) |
| **4** | ∞ | 5 | 5 | 5 | | | | | | | | 5($\mathbf{X_1}$) |
| **5** | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | | | | | | | 5($\mathbf{X_1}$) |
| **6** | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | | | | | | 5($\mathbf{X_1}$) |
| **7** | ∞ | 5 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | | | | | 7($\mathbf{X_2}$) |
| **8** | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | | | | 7($\mathbf{X_3}$) |
| **9** | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | | | 7($\mathbf{X_4}$) |
| **10** | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | | 7($\mathbf{X_5}$) |
| **11** | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7($\mathbf{X_1}$) |

На основе заключительного столбца можно сделать вывод, что кратчайшее расстояние от вершины $\mathbf{X_1}$ до вершин $\mathbf{X_2}$ , $\mathbf{X_3}$ , $\mathbf{X_4}$ , $\mathbf{X_5}$ , $\mathbf{X_6}$ равно 5, расстояние от вершин $\mathbf{X_1}$ до вершины $\mathbf{X_7}$ , $\mathbf{X_8}$ , $\mathbf{X_9}$ , $\mathbf{X_{10}}$ , $\mathbf{X_{11}}$ равно 7.

На рисунках 6-8 проиллюстрированы все одиннадцать итераций.

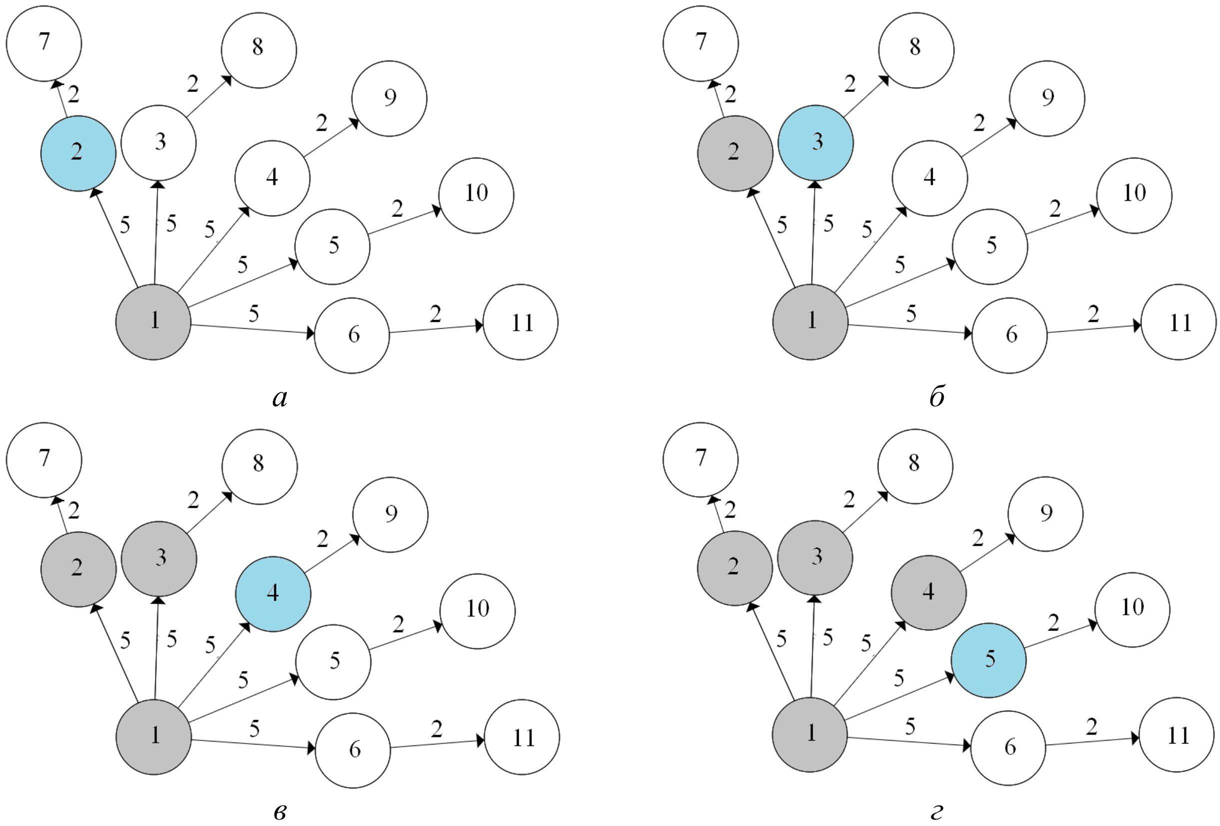


*Рисунок 6.* **Первые четыре итерации (а) –(г)**

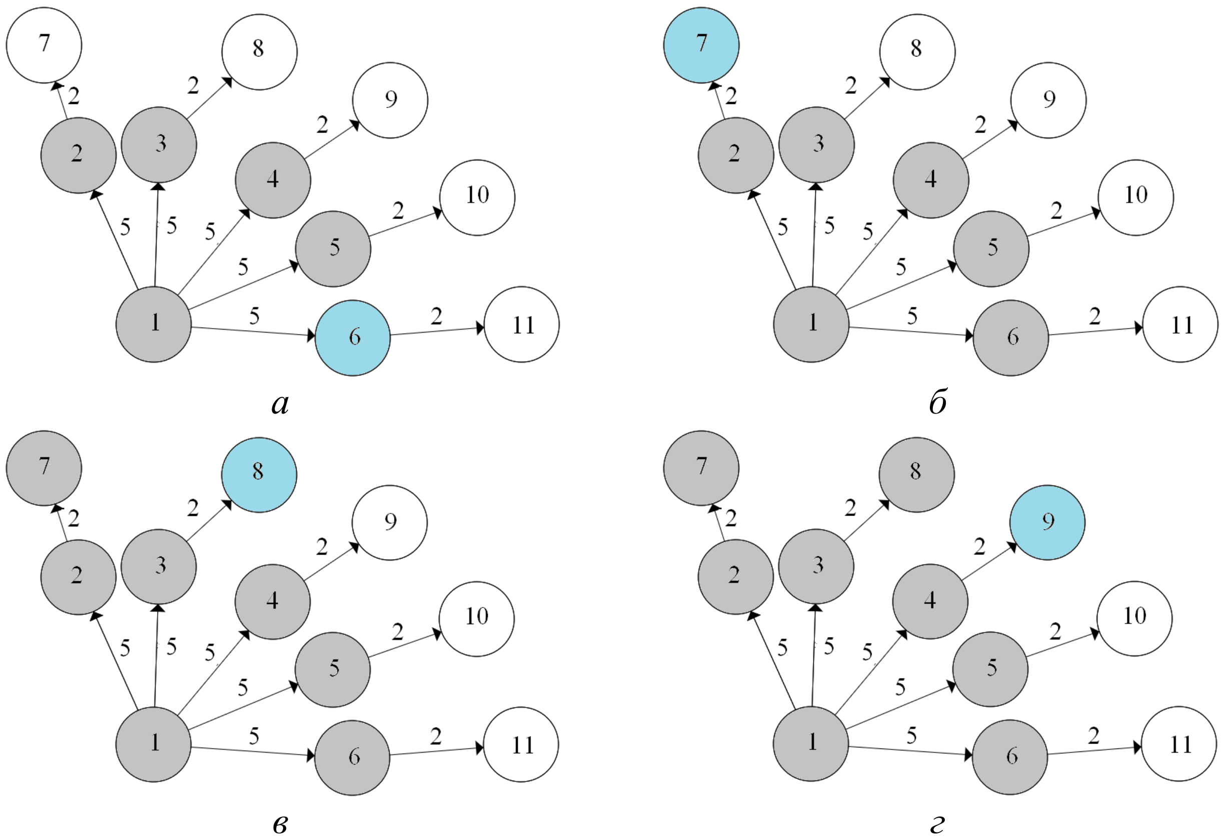


*Рисунок 7.* **Решение задачи: итерации с 5-й (а) по 8-ю (г)**

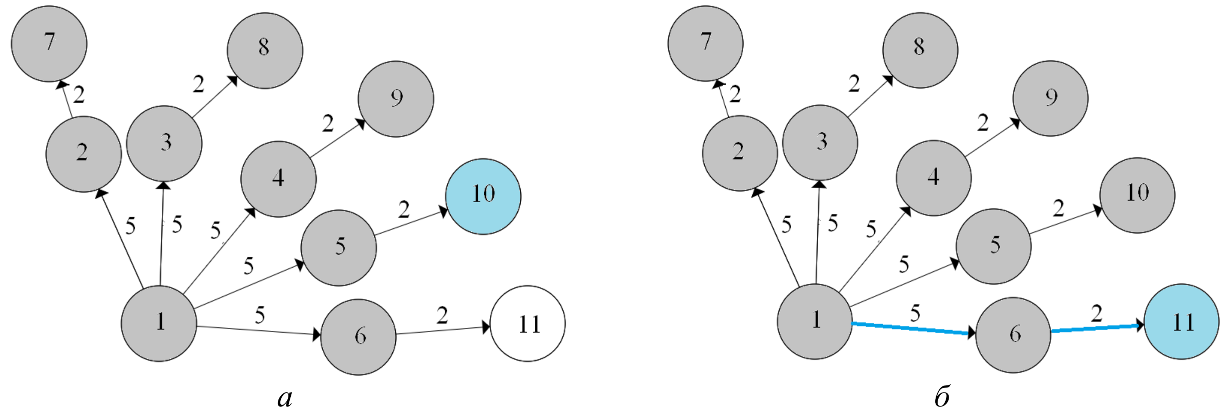


*Рисунок 8*. **Результат заключительных итераций: 9-я (а) и 10-я (б)**

Таким образом, применяя алгоритм Дейкстры без анализа планировки города, количество итераций возрастает. С учетом анализа планировки города имеем преобразованный граф (рисунок 9).

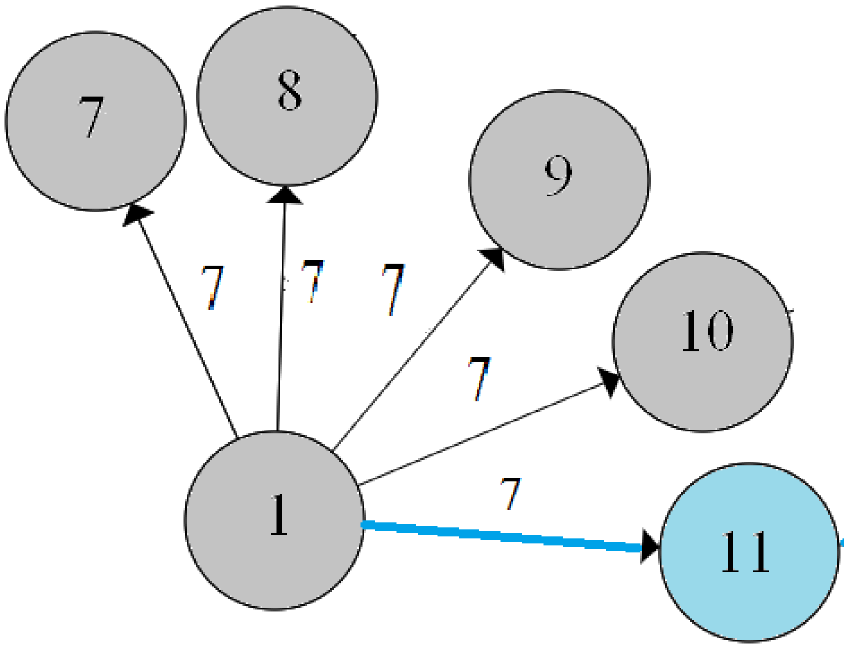

*Рисунок 9*. **Преобразованный граф**

Таким образом, сложность алгоритма Дейкстры для n= 11 вершин будет равна $O(n^2)$ = 121. А с учетом предложенной обработки данных вершин будет уже n=6 и, следовательно, $O(n^2)$ = 36, что означает, что алгоритм Дейкстры работает быстрее на 121-36=85 операций.

Предлагаю рассмотренный в задаче граф, то есть граф, где нет «перекрестных» соединений, называть **графом вида «павлин»**. Такой граф соответствует веерной планировке города, где отсутствуют перекрестки.

Следует отметить, что использование теории графов в нахождении оптимальных путей в дорожных сетях является более точным и быстрым методом по сравнению с традиционными методами. Это связано с тем, что теория графов позволяет представить дорожную сеть в виде графа и оперировать вершинами и ребрами, что значительно упрощает задачу.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**
1. *Изотова Т.Ю.* Обзор алгоритмов поиска кратчайшего пути в графе // Новые информационные технологии в автоматизированных системах. – 2016. –№ 19. – С. 341-344.
2. Карта со старыми названиями улиц. – URL:https://flectone.ru/karta-so-stariymi-nazvaniyami-ulits.html.

## THE INFLUENCE OF THE CITY LAYOUT AND THE ROAD NETWORK MAP ON THE CHOICE OF THE OPTIMAL ROUTE

**DEREVYANCHUK Ekaterina Dmitrievna**
Candidate of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor
Penza State University
Penza, Russia

*This work is devoted to the problem of the influence of the city layout and the existing road network in the city on the choice of the optimal route from one point of the city to another. to find the shortest path, taking into account the traffic jams on the road. The numerical method is Dijkstra's algorithm modification. The proposed algorithm allows to find the most optimal path from one point to another point, taking into account the city layout and the road network map.*
**Keywords**: modification of Dijkstra's algorithm, weight matrix, graph theory, city layout, street and road network, shortest path.

## НАХОЖДЕНИЕ КРАТЧАЙШЕГО ПУТИ С ПОМОЩЬЮ УТОЧНЕНИЯ ВЕСОВОЙ МАТРИЦЫ В АЛГОРИТМЕ ДЕЙКСТРЫ

**ДЕРЕВЯНЧУК Екатерина Дмитриевна**
кандидат физико-математических наук, доцент
ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет»
г. Пенза, Россия

*Данная работа посвящена задаче нахождения кратчайшего пути с учетом пробок на дороге. В качестве численного метода предложена модификация алгоритма Дейкстры. Предложенный алгоритм позволяет найти наиболее оптимальный путь из одной точки в другую с учетом пробок на дорогах.*
**Ключевые слова:** модификация алгоритма Дейкстры, весовая матрица, теория графов, дорожные пробки, кратчайший путь.

В настоящее время, в связи с большим количеством автотранспорта на дорогах, возникает проблема перемещения по городу таким образом, чтобы избежать дорожных пробок.

Как правило, водители пользуются специальными программами для расчета оптимального пути. Время вычисления в среднем составляет не больше минуты. Но расчет ведется с учетом пробок именно на данный период времени, то есть идет определение пути в статическом режиме. Не учитывается главный момент – пробка может возникнуть спустя время, когда водитель уже будет в дороге, и оптимальный путь окажется уже неоптимальным.

Для решения данной задачи в данной работе предложено использовать методы теории графов. Под графом понимается пара множеств: