

6. Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Никитов С.А., Мерданов М.К., Евтеев С.Г. Волноводные фотонные кристаллы с электрически управляемыми характеристиками // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2017. – Т. 20. – № 3. – С. 43-51.

7 Шван Х.П., Фостер К.Р. Воздействие высокочастотных полей на биологические системы: Электрические свойства и биофизические механизмы // ТИИЭР. – Т. 68. – № 1. – 1980. – С. 121-132.

## **ELECTROMAGNETIC WAVE DIFFRACTION PROBLEMS: ON AN ANISOTROPIC SINGLE-LAYER DIAPHRAGM AND ANISOTROPIC TWO-LAYER DIAPHRAGM IN A RECTANGULAR WAVEGUIDE**

**DEREVYANCHUK Ekaterina Dmitrievna**

Candidate of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor

**LAZAREV Oleg Andreevich**

Student

Penza State University

Penza, Russia

---

*This work is devoted to two diffraction problems: the problem of diffraction of an electromagnetic wave on an anisotropic single-layer diaphragm and the problem of diffraction of an electromagnetic wave on an anisotropic two-layer diaphragm in a rectangular waveguide. The problems are reduced to boundary value problems for the system of Maxwell's equations. Analytical solutions of both diffraction problems are obtained.*

**Keywords:** diffraction problem, electromagnetic wave, anisotropic material.

---

## **ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ: НА АНИЗОТРОПНОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ ДИАФРАГМЕ И АНИЗОТРОПНОЙ n-СЛОЙНОЙ ДИАФРАГМЕ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ**

**ДЕРЕВЯНЧУК Екатерина Дмитриевна**

кандидат физико-математических наук, доцент

**ЛАЗАРЕВ Олег Андреевич**

студент

Пензенский государственный университет

г. Пенза, Россия

---

*Данная работа посвящена двум задачам дифракции: задаче дифракции электромагнитной волны на анизотропной трехслойной диафрагме и задаче дифракции электромагнитной волны на анизотропной n-слойной диафрагме в прямоугольном волноводе. Задачи сведены к краевым задачам для системы уравнений Максвелла. Получены аналитические решения обеих задач дифракции.*

**Ключевые слова:** задача дифракции, электромагнитная волна, анизотропный материал.

---

Данная работа является продолжением работы Е.Д. Деревянчук, О.А. Лазарева «Задачи дифракции электромагнитной вол-

ны: на анизотропной однослойной диафрагме и анизотропной двухслойной диафрагме в прямоугольном волноводе» [1]. В отличие от

предыдущей работы авторов, в данной работе исследованы задачи дифракции для трехслойной диафрагмы и для общего случая –  $n$ -слойной анизотропной диафрагмы.

**Постановка прямой задачи:** требуется по известной амплитуде  $A$  падающего поля, известной магнитной проницаемости  $\mu_j$  и ди-

электрической проницаемости  $\varepsilon_j$  и известным толщинам  $l_j$  каждого слоя диафрагмы найти электромагнитное поле в волноводе.

**1. Решение задачи дифракции для трехслойной анизотропной диафрагмы.** В случае трехслойной диафрагмы (рисунок 1).

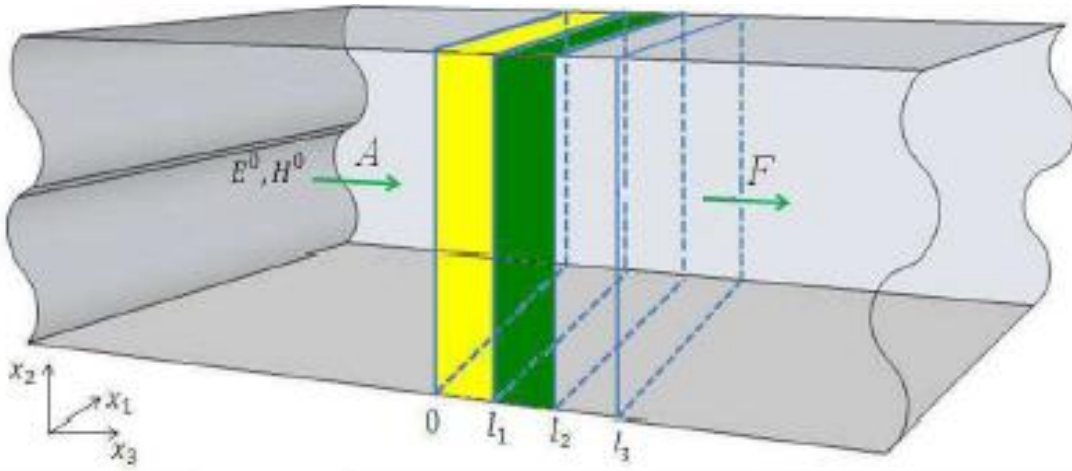


Рисунок 1. Трехслойная диафрагма в прямоугольном волноводе

Компоненты электромагнитного поля имеют вид: электрического поля

$$E_y = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (Ae^{-i\gamma_0 x_3} + Be^{i\gamma_0 x_3}), & x_3 < 0 \\ \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (C_1 e^{-i\gamma_1 x_3} + D_1 e^{i\gamma_1 x_3}), & 0 < x_3 < l_1 \\ \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (C_2 e^{-i\gamma_2 x_3} + D_2 e^{i\gamma_2 x_3}), & l_1 < x_3 < l_2 \\ \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (C_3 e^{-i\gamma_3 x_3} + D_3 e^{i\gamma_3 x_3}), & l_2 < x_3 < l_3 \\ \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) F e^{-i\gamma_0 x_3}, & x_3 > l_3 \end{cases} \quad (1)$$

магнитного поля:

$$H_x = \begin{cases} \frac{-i\gamma_0}{\omega} \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (Ae^{-i\gamma_0 x_3} - Be^{i\gamma_0 x_3}), & x_3 < 0 \\ \frac{-i\gamma_1}{\omega \mu_{11}^{(1)}} \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (C_1 e^{-i\gamma_1 x_3} - D_1 e^{i\gamma_1 x_3}), & 0 < x_3 < l_1 \\ \frac{-i\gamma_2}{\omega \mu_{11}^{(2)}} \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (C_2 e^{-i\gamma_2 x_3} - D_2 e^{i\gamma_2 x_3}), & l_1 < x_3 < l_2 \\ \frac{-i\gamma_3}{\omega \mu_{11}^{(3)}} \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (C_3 e^{-i\gamma_3 x_3} - D_3 e^{i\gamma_3 x_3}), & l_2 < x_3 < l_3 \\ \frac{-i\gamma_0}{\omega} \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) F e^{-i\gamma_0 x_3}, & x_3 > l_3 \end{cases} \quad (2)$$

$$H_z = \begin{cases} -\frac{i}{\omega} \frac{\pi}{\alpha} \cos\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (Ae^{-i\gamma_0 x_3} + Be^{i\gamma_0 x_3}), & x_3 < 0 \\ -\frac{i}{\omega \mu_{33}^{(1)}} \frac{\pi}{\alpha} \cos\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (C_1 e^{-i\gamma_1 x_3} + D_1 e^{i\gamma_1 x_3}), & 0 < x_3 < l_1 \\ -\frac{i}{\omega \mu_{33}^{(2)}} \frac{\pi}{\alpha} \cos\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (C_2 e^{-i\gamma_2 x_3} + D_2 e^{i\gamma_2 x_3}), & l_1 < x_3 < l_2 \\ -\frac{i}{\omega \mu_{33}^{(3)}} \frac{\pi}{\alpha} \cos\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (C_3 e^{-i\gamma_3 x_3} + D_3 e^{i\gamma_3 x_3}), & l_2 < x_3 < l_3 \\ -\frac{i}{\omega} \frac{\pi}{\alpha} \cos\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) F e^{-i\gamma_0 x_3}, & x_3 > l_3 \end{cases} \quad (3)$$

Решение задачи дифракции для трехслойной анизотропной диафрагмы имеет вид (1) – (3), где коэффициенты  $F, C_j, D_j, (j = 1, \dots, n), B$  определяются по формулам, представленным в предыдущей работе авторов.

**2. Решение задачи дифракции для  $n$ -**

**слойной анизотропной диафрагмы.**

Получим компоненты электромагнитного поля для  $n$ -слойной диафрагмы (рисунок 2).

Компонента электрического поля рассчитывается по формуле (4), компоненты магнитного поля по формулам (5)-(6).

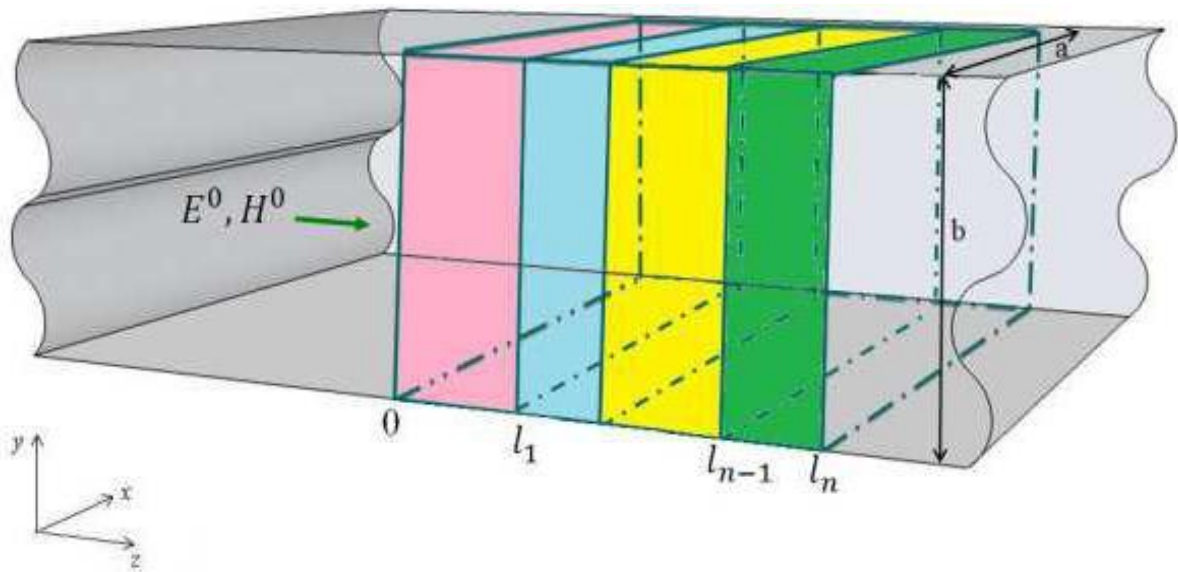


Рисунок 2.  $N$ -слойная диафрагма в прямоугольном волноводе

$$E_y = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (Ae^{-i\gamma_0 x_3} + Be^{i\gamma_0 x_3}), & x_3 < 0 \\ \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (C_1 e^{-i\gamma_1 x_3} + D_1 e^{i\gamma_1 x_3}), & 0 < x_3 < l_1 \\ \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (C_2 e^{-i\gamma_2 x_3} + D_2 e^{i\gamma_2 x_3}), & l_1 < x_3 < l_2 \\ \dots \\ \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (C_j e^{-i\gamma_j x_3} + D_j e^{i\gamma_j x_3}), & l_j < x_3 < l_{j+1}, j \in (3; n-1) \\ \dots \\ \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) F e^{-i\gamma_0 x_3}, & x_3 > l_n \end{cases} \quad (4)$$

$$H_x = \begin{cases} \frac{-i\gamma_0}{\omega} \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (Ae^{-i\gamma_0 x_3} - Be^{i\gamma_0 x_3}), & x_3 < 0 \\ \frac{-i\gamma_1}{\omega\mu_{11}^{(1)}} \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (C_1 e^{-i\gamma_1 x_3} - D_1 e^{i\gamma_1 x_3}), & 0 < x_3 < l_1 \\ \dots \\ \frac{-i\gamma_j}{\omega\mu_{11}^{(j)}} \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (C_j e^{-i\gamma_j x_3} - D_j e^{i\gamma_j x_3}), & l_{j-1} < x_3 < l_j, j \in (3; n-1) \\ \dots \\ \frac{-i\gamma_0}{\omega} \sin\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) F e^{-i\gamma_0 x_3}, & x_3 > l_3 \end{cases} \quad (5)$$

$$H_z = \begin{cases} -\frac{i}{\omega} \frac{\pi}{\alpha} \cos\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (Ae^{-i\gamma_0 x_3} + Be^{i\gamma_0 x_3}), & x_3 < 0 \\ -\frac{i}{\omega\mu_{33}^{(1)}} \frac{\pi}{\alpha} \cos\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (C_1 e^{-i\gamma_1 x_3} + D_1 e^{i\gamma_1 x_3}), & 0 < x_3 < l_1 \\ -\frac{i}{\omega\mu_{33}^{(j)}} \frac{\pi}{\alpha} \cos\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) (C_j e^{-i\gamma_j x_3} + D_j e^{i\gamma_j x_3}), & l_j < x_3 < l_{j+1}, j \in (3; n-1) \\ \dots \\ -\frac{i}{\omega} \frac{\pi}{\alpha} \cos\left(\frac{\pi x_1}{\alpha}\right) F e^{-i\gamma_0 x_3}, & x_3 > l_n \end{cases} \quad (6)$$

Таким образом, электромагнитное поле в волноводе имеет вид (4)-(6) в случае многослойной ( $n$ -слойной) анизотропной диафрагмы.

### 3. Численные результаты.

В качестве значений тензоров будут выбраны значения близкие к существующим материалам.

**Задача 1.** Предположим, что параметры волновода:  $a = 2$  см, высота  $b = 1$  см. Точные значения: круговая частота  $\omega_0 = 2.5$ , что соответствует частоте  $f_1 = 11.94$  ГГц,  $\omega_1 = 1.7$ .  $f_2 = 8.12$  ГГц. Первая и вторая секции заполнены анизотропными материалами с тензорами диэлектрической проницаемости и магнитной проницаемости соответственно:

$$\hat{\epsilon}^{(1)} = \begin{pmatrix} 1,1 - i \frac{0,01}{\omega} & 0 & 0 \\ 0 & 1,2 - i \frac{0,01}{\omega} & 0 \\ 0 & 0 & 28 - i \frac{0,01}{\omega} \end{pmatrix}$$

$$\hat{\epsilon}^{(2)} = \begin{pmatrix} 11,6 - i \frac{0,01}{\omega} & 0 & 0 \\ 0 & 9,4 - i \frac{0,01}{\omega} & 0 \\ 0 & 0 & 9,4 - i \frac{0,01}{\omega} \end{pmatrix}$$

$$\hat{\mu}^{(1)} = \begin{pmatrix} 1,1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \hat{\mu}^{(2)} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1,1 \end{pmatrix}$$

**Решение задачи 1:** Графики компонент электрического и магнитного полей представлены на рисунках (3-11).

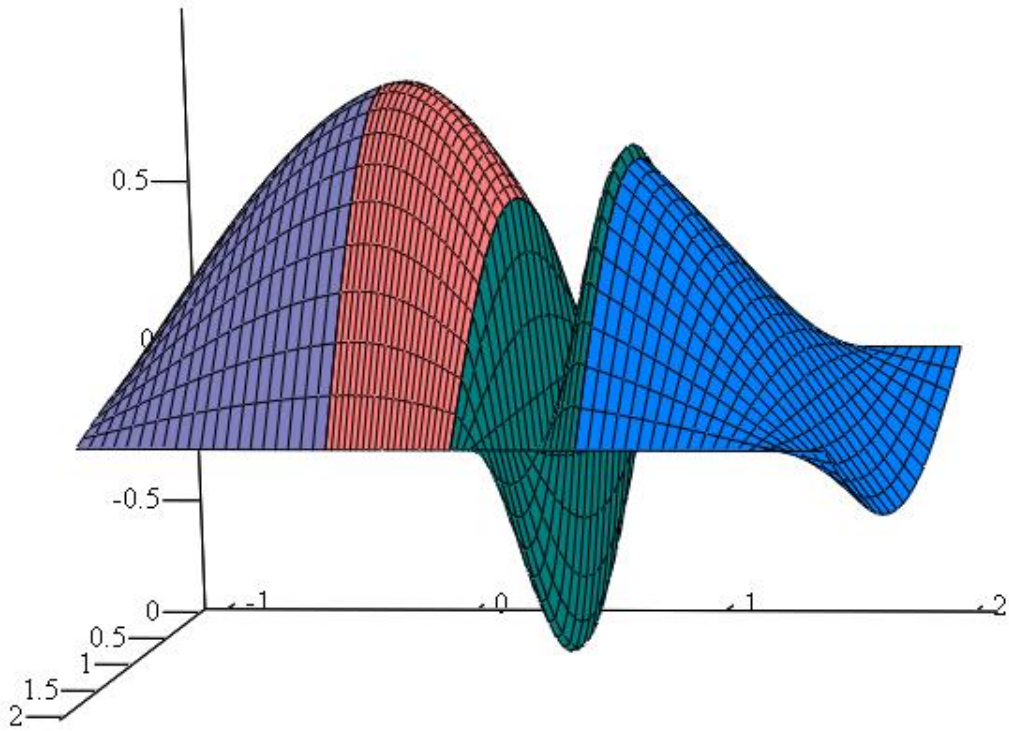


Рисунок 3. Электрическое поле  $E_x$ : график вещественной части  $\text{Re}(E_x)$

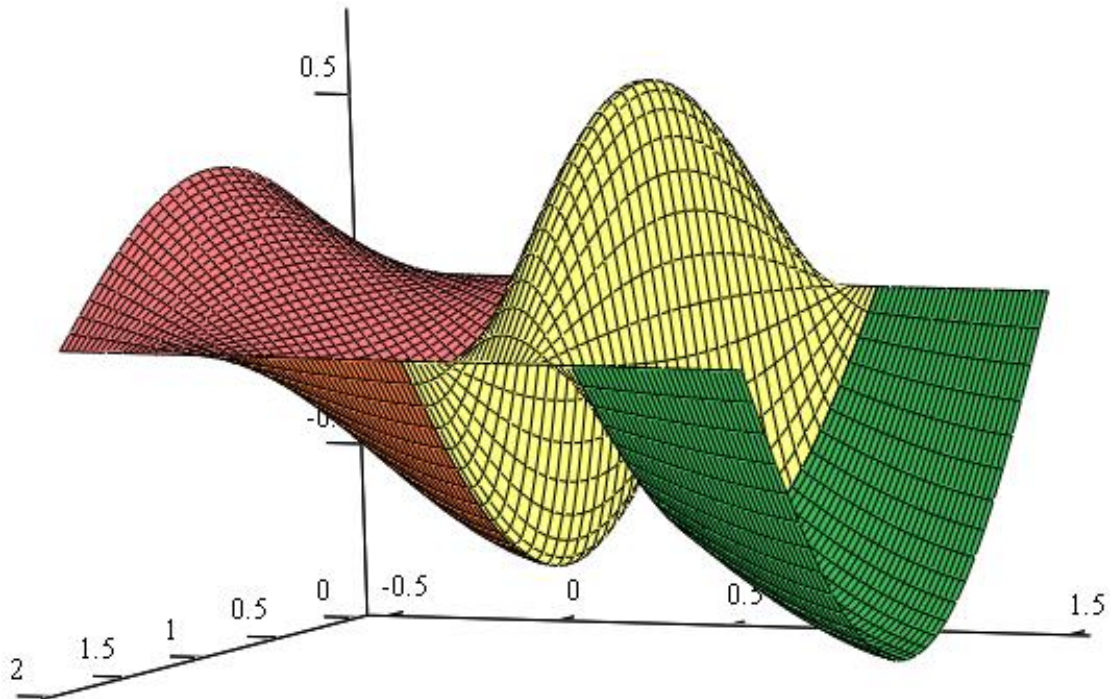


Рисунок 4. Электрическое поле  $E_x$ : график мнимой части  $\text{Im}(E_x)$

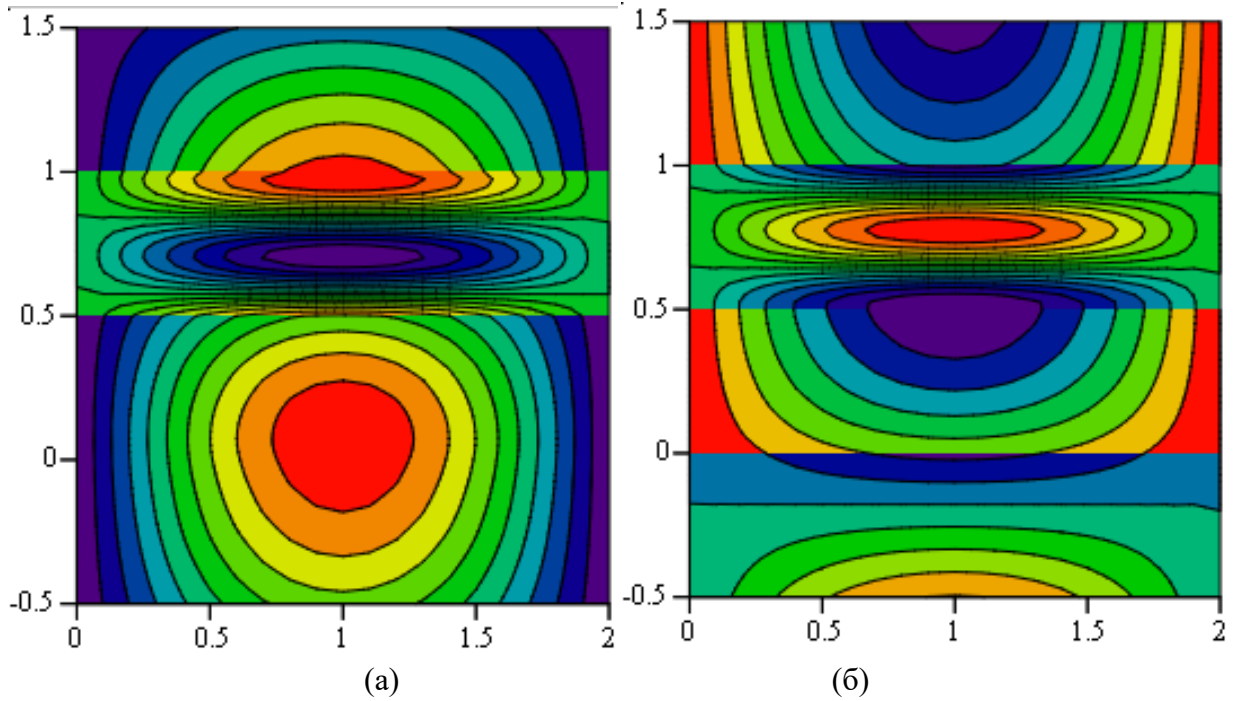


Рисунок 5. Проекция компоненты электрического поля  $E_x$  на плоскость  $XOZ$ :  
 (а) график вещественной части  $\text{Re}(E_x)$  и (б) график мнимой части  $\text{Im}(E_x)$

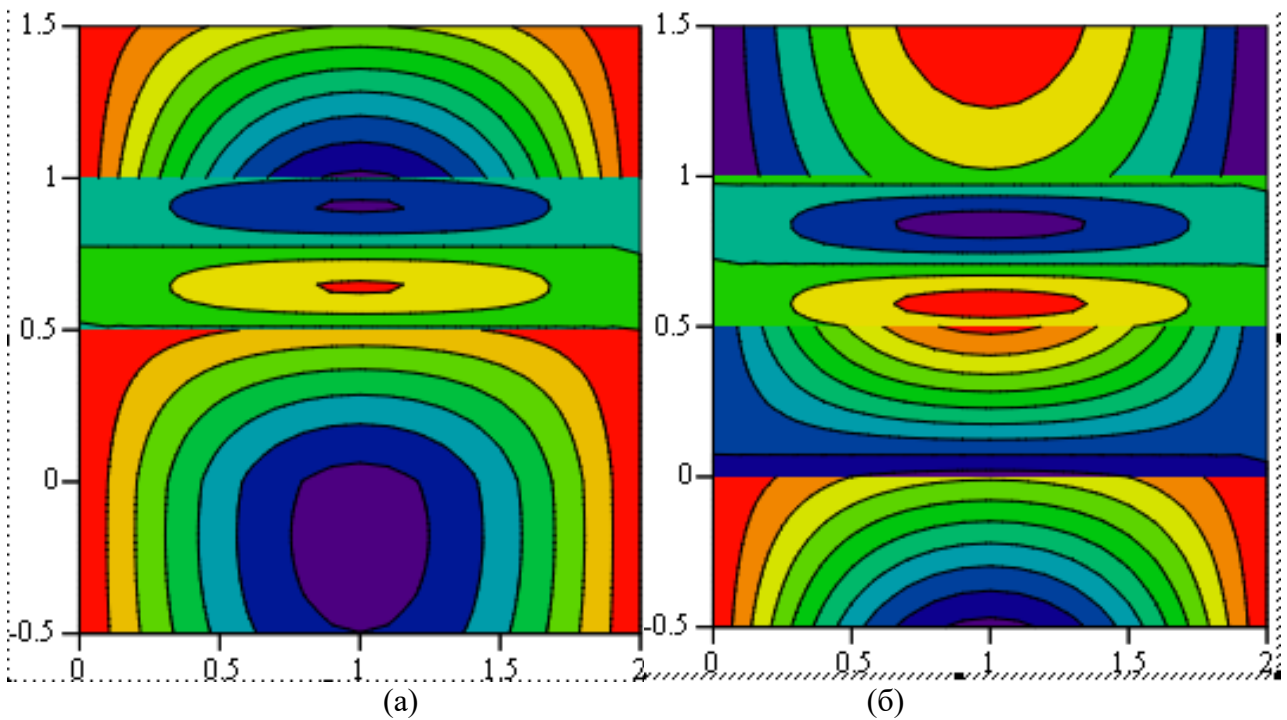
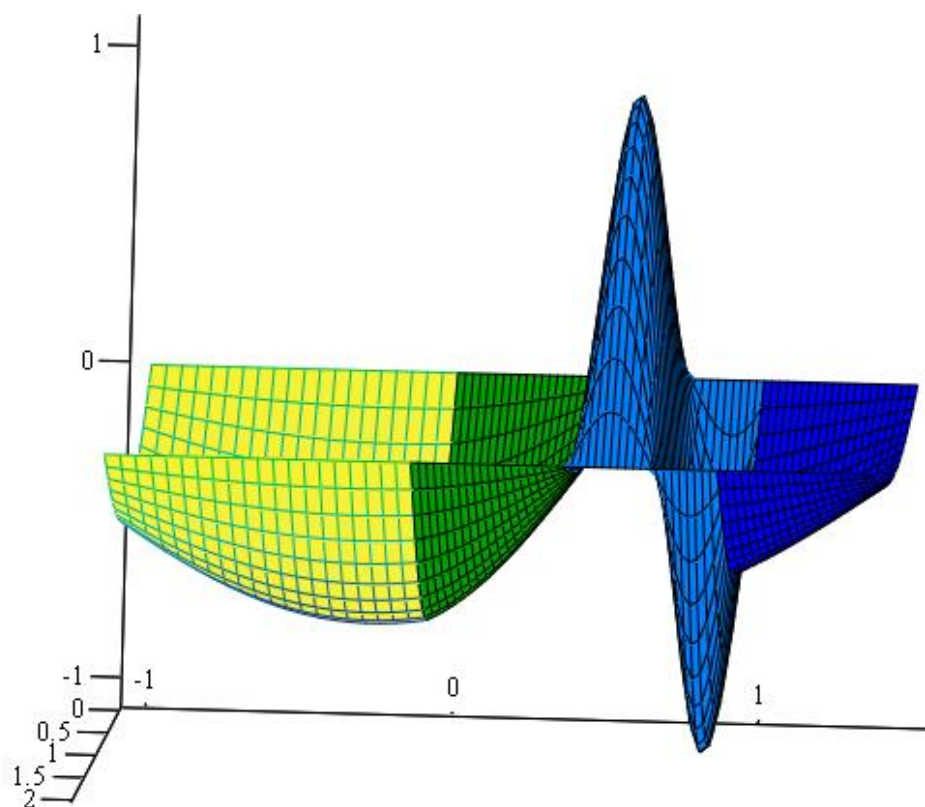
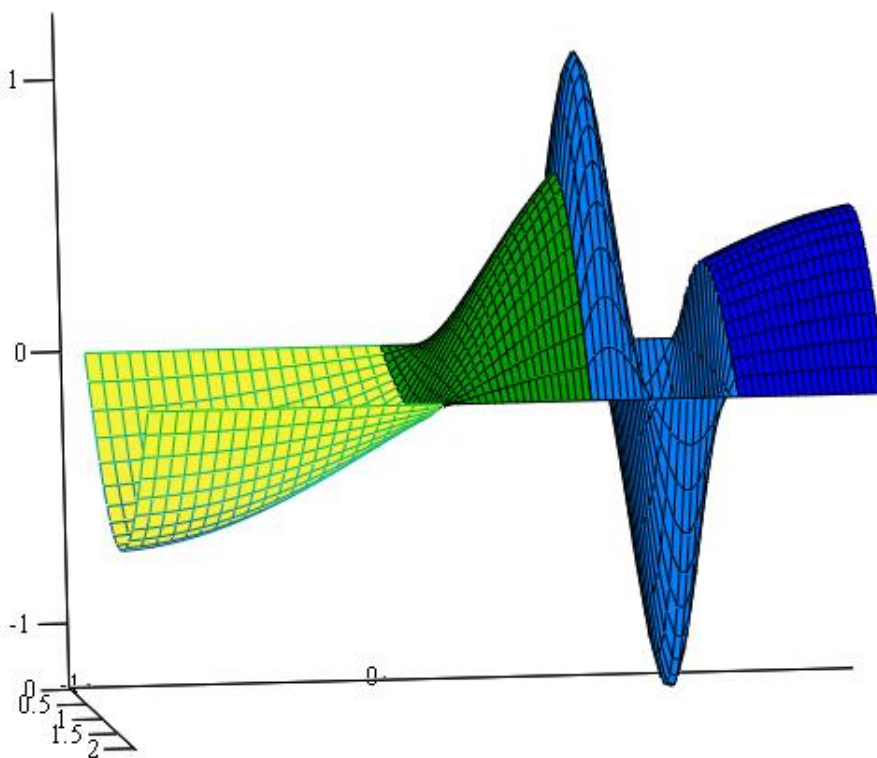


Рисунок 6. Проекция компоненты вектора магнитного поля  $H_x$  на плоскость  $XOZ$ :  
 (а) график вещественной части  $\text{Re}(H_x)$  и (б) график мнимой части  $\text{Im}(H_x)$





*Рисунок 7. Компонента вектора магнитного поля  $H_x$ : график вещественной части  $\text{Re}(H_x)$*



*Рисунок 8. Компонента вектора магнитного поля  $H_x$ : график мнимой части  $\text{Im}(H_x)$*

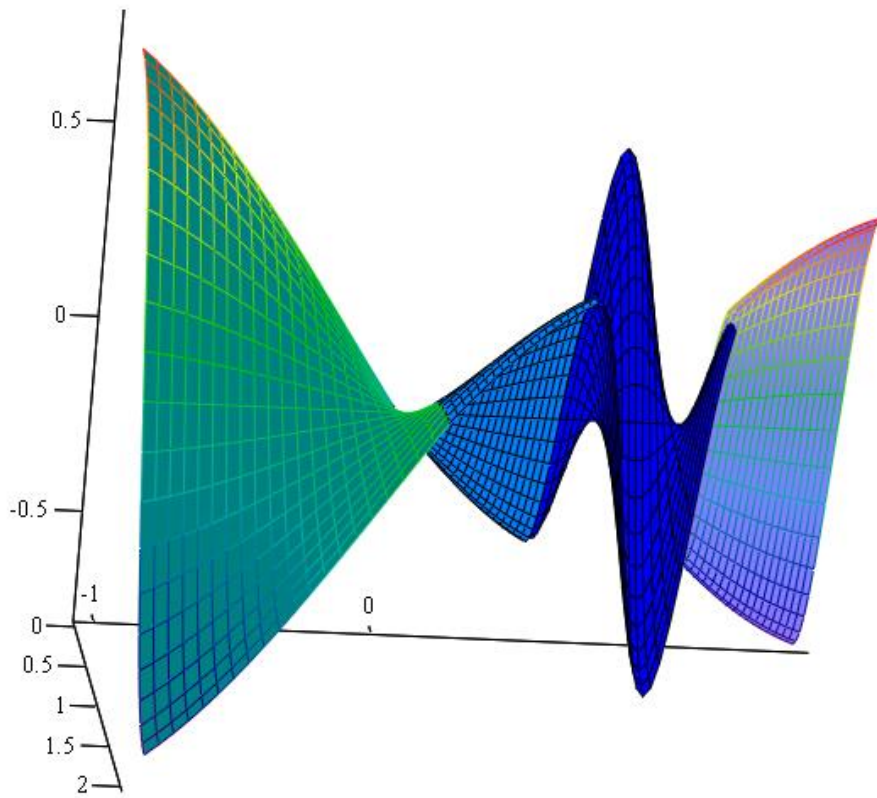


Рисунок 9. Компонента вектора магнитного поля  $H_z$ :  
график вещественной части  $\text{Re}(H_z)$

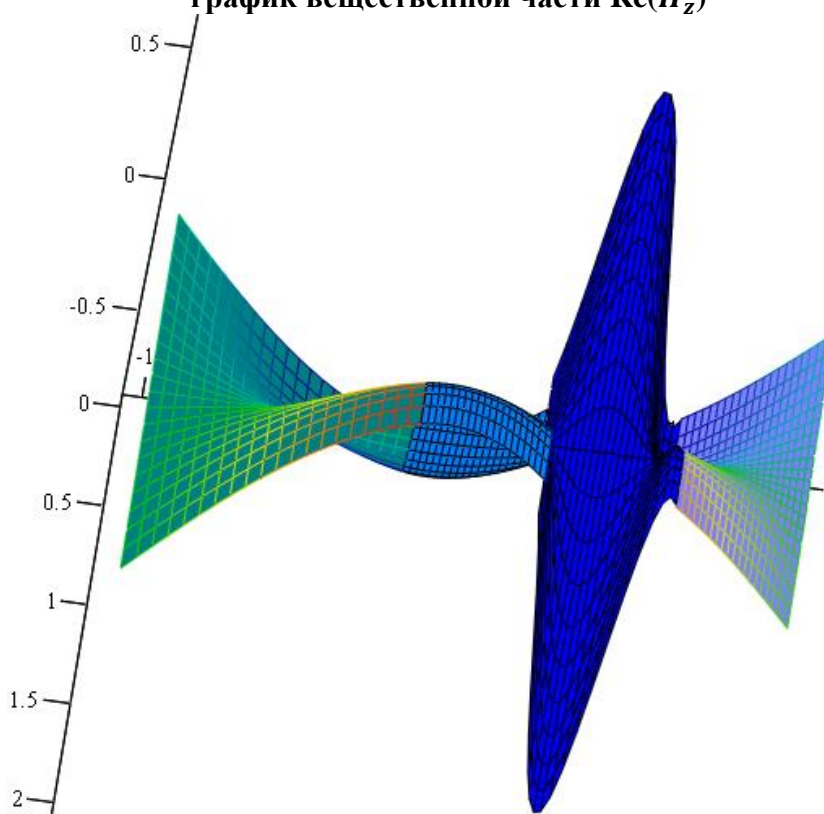


Рисунок 10. Компонента вектора магнитного поля  $H_z$ : график мнимой части  $\text{Im}(H_z)$



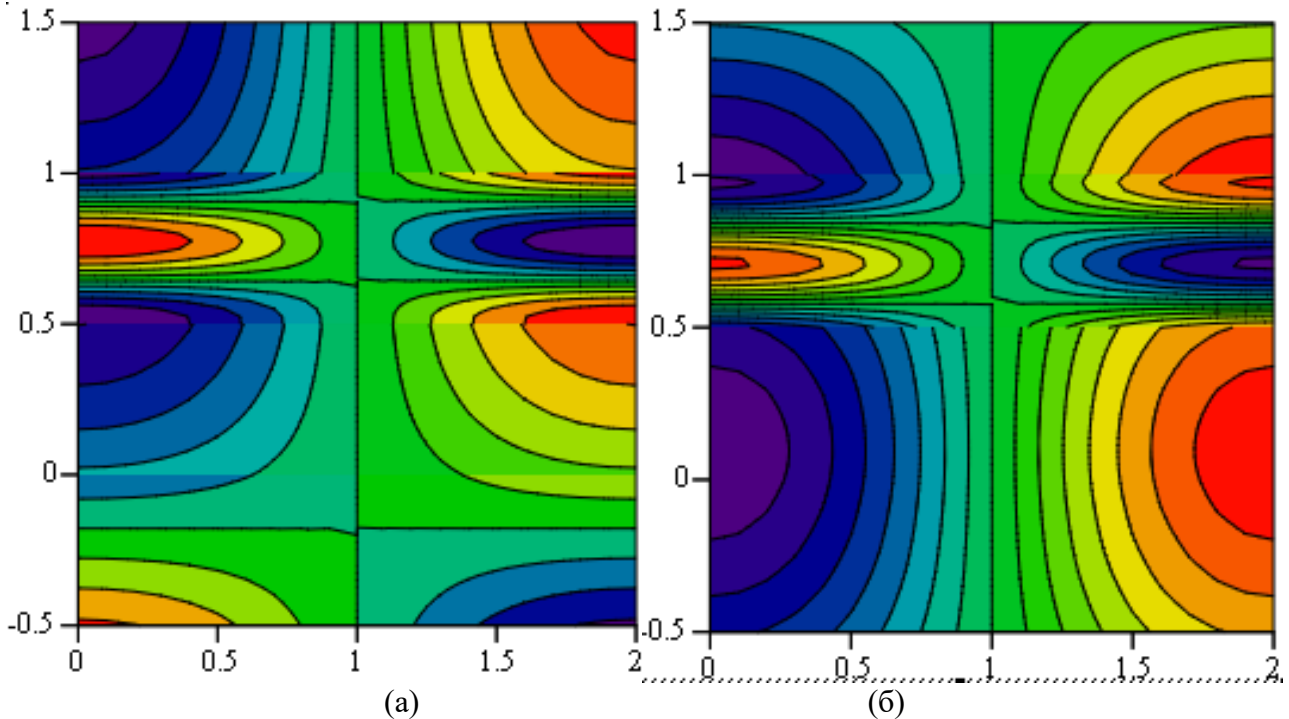


Рисунок 11. Проекция компоненты вектора магнитного поля  $H_z$  на плоскость  $XOZ$ :  
(а) график вещественной части  $\text{Re}(H_z)$  и (б) график мнимой части  $\text{Im}(H_z)$

Таким образом, электромагнитное поле для двухслойной анизотропной диафрагмы в волноводе имеет вид как показано на рисунках (3)-(4), (7)-(10) в трехмерном пространстве и имеет вид как показано на рисунках (5)-(6) и (11) в проекции на плоскость  $XOZ$ .

Ключевым итогом данной работы является получение аналитического решения задачи дифракции для  $n$ -слойной анизотропной

диафрагмы. Алгоритм задачи реализован в виде комплекса программ. Комплекс вычислений протестирован на тестовой задаче. Анализ результатов показал, что поведение электромагнитного поля зависит от структуры материалов, которыми заполнены слои диафрагмы. Результаты работы могут быть использованы при исследовании современных видов материалов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Деревянчук Е.Д. Лазарев О.А. Задачи дифракции электромагнитной волны: на анизотропной однослойной диафрагме и анизотропной двухслойной диафрагме в прямоугольном волноводе // Общество. – 2024. – № 2(33). – URL: <https://s.siteapi.org/e8b7766e0f729d6/docs/55gy98nlwssoo0cs0so8ws0owwoow4>.
2. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. – М.: Радио и связь, 1988. – 440 с.

## ELECTROMAGNETIC WAVE DIFFRACTION PROBLEMS: ON AN ANISOTROPIC THREE-LAYER DIAPHRAGM AND ANISOTROPIC N-LAYER DIAPHRAGM IN A RECTANGULAR WAVEGUIDE

**DEREVYANCHUK Ekaterina Dmitrievna**

Candidate of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor

**LAZAREV Oleg Andreevich**

Student

Penza State University

Penza, Russia

*This work is devoted to two diffraction problems: the problem of diffraction of an electromagnetic wave on an anisotropic three-layer diaphragm and the problem of diffraction of an electromagnetic wave on an anisotropic n-layer diaphragm in a rectangular waveguide. The problems are reduced to boundary value problems for the system of Maxwell's equations. Analytical solutions of both diffraction problems are obtained.*

**Keywords:** diffraction problem, electromagnetic wave, anisotropic material.

## ОПТИМИЗАЦИЯ КОММУНИКАЦИЙ СТРУКТУРНЫХ ПОДРАЗДЕЛЕНИЙ

**ДЕРЕВЯНЧУК Екатерина Дмитриевна**

кандидат физико-математических наук, доцент

**СУРКИН Артем Александрович**

студент

Пензенский государственный университет

г. Пенза, Россия

*Данная работа посвящена задаче оптимизации коммуникаций структурных подразделений. Исследованы две задачи: задача поиска оптимизации связи между диспетчером и бригадами скорой помощи и задача коммивояжера. В качестве численного метода выбран алгоритм Прима. Результаты исследования могут быть применены для оптимизации коммуникаций подразделений.*

**Ключевые слова:** канал связи, оптимизация коммуникаций, алгоритм Прима.

**И**дея графов возникла в XVIII в. благодаря работе швейцарского математика Леонарда Эйлера. В 1736 г. он решил знаменитую проблему семи кенигсбергских мостов, представив карту города как граф и доказав, что невозможно обойти все мосты всего один раз, не проходя дважды по одному и тому же мосту.

Термины, используемые в теории графов, включают в себя понятия направления связей (ориентированные графы), наличие взвешенных связей (взвешенные графы), а также цик-

лов и путей между вершинами. Построение графа осуществляется при помощи вершин и ребер (рисунок 1). Вершины обычно обозначаются точками или кругами, а ребра – линиями или стрелками между вершинами. Под **графом**  $G(X, A)$  понимается пара множеств, первое из которых множество  $X$  представляет собой множество вершин, второе множество  $A$  – множество ребер, соединяющих две вершины (рисунок 1) [1]. Графы могут быть как ориентированными, так и неориентированными, их можно представить в виде матрицы смежности.