

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ВЕНТИЛЬНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ РАЗЛИЧНОЙ СТЕПЕНИ ДЕТАЛИЗАЦИИ ДЛЯ ЗАДАЧ СУДОВОЙ АВТОМАТИКИ

БОЛДИНА Ольга Борисовна

кандидат технических наук доцент

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет

г. Санкт-Петербург, Россия

В статье рассматриваются математические модели вентильных двигателей различной степени детализации, применяемые при анализе и проектировании систем судовой автоматики. Проведено сравнение полной электромеханической, усредненной и линеаризованной моделей по полноте описания процессов, точности воспроизведения динамических режимов и вычислительной сложности. Полученные результаты могут быть использованы при выборе модели в задачах анализа и проектирования систем судовой автоматики.

Ключевые слова: вентильный двигатель, математическая модель, судовая автоматика, электропривод, система управления, динамика электропривода, моделирование.

В системах судовой автоматики, где электропривод работает в условиях реальных нагрузок, выбор типа двигателя и подхода к его моделированию напрямую влияет на качество управления. Вентильные двигатели (ВД) получили широкое распространение в электроприводах благодаря высоким энергетическим показателям, надежности и возможности обеспечить широкий диапазон регулирования скорости. На судах они применяются в приводах вспомогательных механизмов, системах позиционирования и исполнительных устройствах. При проектировании подобных систем важную роль играет использование

математических моделей, позволяющих анализировать режимы работы электропривода и оценивать характеристики системы управления.

Математические модели ВД различаются по степени детализации: полные модели наиболее точно описывают процессы в приводе, но отличаются высокой вычислительной сложностью, поэтому для инженерных расчетов часто применяются упрощенные модели. Целью данного исследования является сравнительный анализ математических моделей ВД различной степени детализации и оценка их применимости при решении задач судовой автоматики.

Особенности применения ВД в системах судовой автоматики

В научной практике принято считать, что ВД – это электрическая машина постоянного тока с электронной коммутацией фаз обмоток статора. Функции механического коллектора и щеток выполняет полупроводниковый преобразователь, работа которого определяется информацией о положении ротора. Конструктивно ВД состоит из статора с многофазной обмоткой (чаще всего трехфазной), ротора с постоянными магнитами и электронной системы коммутации, формирующей последовательность включения фаз (рис. 1).

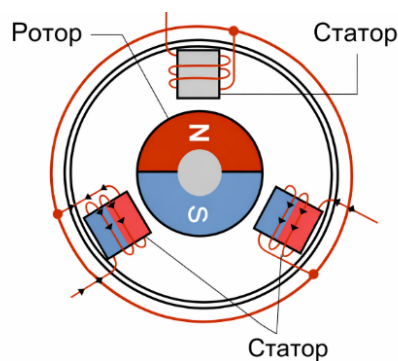


Рисунок 1. Конструктивная схема ВД

В отличие от традиционных коллекторных двигателей постоянного тока, коммутация токов в обмотках осуществляется с помощью силовых полупроводниковых ключей (транзисторов), что обеспечивает более высокую надежность, меньший износ и повышенную энергетическую эффективность [1].

Специфика применения ВД в системах судовой автоматики определяется переменными нагрузками, широким диапазоном рабочих режимов, частыми пусками и реверсами, а также повышенными требованиями к точности регулирования [2; 7]. Привод должен сохранять устойчивость при резких изменениях момента, корректно работать на малых скоростях и в переходных режимах, а также обеспечивать ограничение тока и момента при динамических воздействиях. Дополнительно существенное значение имеют ограничения по энергообеспечению и требования электромагнитной совместимости, что обуславливает приоритет энергоэффективности, тепловой устойчивости, качественной обратной связи, а также применения фильтрации, экранирования и рациональной компоновки силовых и сигнальных цепей.

Представленные особенности показывают, что в судовой автоматике ВД следует рассматривать как часть электроприводного модуля, динамика которого определяется совместной работой двигателя, преобразователя и системы управления. Переменные нагрузки и широкий диапазон режимов обуславливают необходимость сопоставления моделей разной детализации.

Полная электромеханическая модель ВД

При необходимости описывать привод не на уровне усредненных характеристик, а с учетом взаимодействия электрической и механической частей используется полная электромеханическая модель ВД, в которой электромагнитные и механические процессы рассматриваются совместно [5].

В общем случае математическое описание двигателя строится на **системе уравнений электрического равновесия по фазным обмоткам**. Для каждой фазы можно записать выражение вида:

$$u_k = Ri_k + L \frac{di_k}{dt} + e_k, \quad (1)$$

где u_k – приложенное к фазе напряжение, R – активное сопротивление фазной обмотки, L – ее индуктивность, i_k – фазный ток, e_k – обратная электродвижущая сила, индекс k соответствует одной из фаз статора. В простейшем варианте

предполагаются симметрия фаз и постоянство параметров R и L , что для инженерного анализа обычно допустимо. Уже на этом уровне модель позволяет учитывать изменение токов во времени и, следовательно, особенности коммутации, влияющие на пульсации момента.

Обратная электродвижущая сила определяется положением ротора и его угловой скоростью и для каждой фазы представляется как:

$$e_k = k_e f_k(\theta) \omega, \quad (2)$$

где k_e – коэффициент обратной электродвижущей силы, ω – угловая скорость ротора, θ – электрический угол ротора, а функция $f_k(\theta)$ задает закон изменения электродвижущей силы в соответствующей фазе. Вид $f_k(\theta)$ зависит от конструктивного исполнения: при трапецеидальной форме электродвижущей силы зависимость имеет форму ломаной линии, при синусоидальной – близка к гармонической.

Электромагнитный момент в полной модели определяется суммарным вкладом фаз, находящихся в проводящем состоянии. В общем виде он может быть записан как:

$$M_{эм} = \frac{1}{\omega} \sum_k e_k i_k, \quad (3)$$

либо эквивалентно – через коэффициент момента и функции положения ротора. Такая форма записи связывает момент не с усредненной характеристикой двигателя, а с распределением токов и электродвижущих сил по фазам. Это позволяет анализировать пульсации, возникающие при коммутации и несовпадении формы токов с формой электродвижущей силы. Для судовых приводов это важно, поскольку моментные пульсации вызывают вибрации, акустический шум и неравномерность движения исполнительного механизма.

Механическая подсистема описывается **уравнением движения ротора**:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{эм} - M_c - B_\omega, \quad (4)$$

где J – приведенный момент инерции, M_c – момент сопротивления нагрузки, B – коэффициент вязкого трения. Дополнительно используется кинематическое соотношение:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega, \quad (5)$$

Уравнения описывают движение ротора и позволяют рассматривать двигатель и нагрузку как систему. Такое представление необходимо для анализа переходных процессов и влияния изменения нагрузки на скорость вращения.

Отдельного внимания заслуживает **электронная коммутация**, поскольку в ВД токи и электромагнитный момент определяются не только свойствами машины, но и алгоритмом переключения силовых ключей инвертора [8]. В полной модели включение фаз задается по положению ротора, поэтому напряжения определяются состоянием преобразователя и модель приобретает гибридный характер: непрерывная динамика токов и скорости сочетается с дискретными переключениями ключей.

Практическая ценность полной модели ВД заключается в возможности исследования режимов, в которых необходимо учитывать нелинейности. Однако высокая степень детализации увеличивает вычислительную трудоемкость, поэтому при инженерных расчетах иногда используются более простые модели.

Упрощенные математические модели ВД

Как было сказано ранее, применение полной электромеханической модели ВД оправдано не всегда: при предварительных расчетах и настройке регуляторов избыточная детализация усложняет анализ. В задачах судовой автоматики обычно важнее оценить устойчивость, качество переходного процесса, чувствительность к изменению нагрузки [6].

Первое и наиболее распространенное упрощение связано с переходом от пофазного описания электрических процессов к **усредненной модели**. Если частота переключения инвертора значительно выше частоты изменения

механических координат, фазные токи заменяют обобщенными переменными тока и напряжения, и двигатель описывается следующей системой уравнений:

$$L_s \frac{di}{dt} + R_s i + k_e \omega = u, \quad (6)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = k_m i - M_c - B\omega, \quad (7)$$

где i – эквивалентный ток, u – эквивалентное управляющее напряжение, R_s и L_s – приведенные параметры электрической цепи, k_e и k_m – коэффициенты обратной ЭДС и момента, M_c – момент сопротивления, B – вязкое трение, J – приведенный момент инерции. Такая модель уже не воспроизводит коммутационные пульсации, но хорошо описывает реакцию привода на изменения управления и нагрузки, что обычно достаточно для анализа регулирования скорости и положения.

Следующий этап упрощения состоит в **линеаризации модели в окрестности рабочего режима**. ВД рассматривается как динамический объект с заданными постоянными времени и коэффициентами передачи, что удобно для анализа замкнутых систем и синтеза регуляторов. Если электрическая подсистема быстрее механической, ее аппроксимируют как быстродействующую, а объект во внешнем контуре скорости описывают уравнением:

$$J \frac{d\omega}{dt} + B\omega = M - M_c, \quad (8)$$

где M трактуется как управляемый электромагнитный момент (например, при наличии внутреннего контура тока). Такой вариант удобен при настройке регулятора скорости, поскольку позволяет связать параметры управления с показателями переходного процесса.

В задачах анализа замкнутого контура и настройки регуляторов часто используют **промежуточную модель**, сохраняющую электрическую инерционность, но без пофазного описания коммутации. Такой подход применим, когда пренебрежение электрической динамикой дает заметную погрешность, а

детальное моделирование коммутации несущественно для показателей качества регулирования. В этом случае объект описывается передаточной функцией второго порядка, связывающей управляющее напряжение с угловой скоростью:

$$W(s) = \frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{k_m}{(L_s s + R_s)(Js + B) + k_e k_m}, \quad (9)$$

Такая запись удобна тем, что непосредственно отражает влияние электрических и механических параметров на динамику привода, позволяет оценивать полюса системы, применять стандартные методы расчета регуляторов и проводить сравнительный анализ без численного моделирования коммутации фаз. Для задач синтеза систем автоматического управления это, как правило, более полезно, чем детальная фазная модель.

Вместе с тем любое упрощение связано с потерей части информации о реальном объекте: усредненная модель не отражает коммутационные пульсации токов и момента, а линеаризованная корректна лишь вблизи рабочей точки. Поэтому область применимости моделей следует определять заранее: для плавного регулирования скорости упрощенного описания обычно достаточно, тогда как при пуске под нагрузкой, резких изменениях момента сопротивления и малых скоростях требуется более детальная модель.

Сравнительный анализ математических моделей ВД

Сопоставление моделей различной степени детализации при проектировании судовых электроприводов целесообразно проводить с учетом этапа работ: на одних стадиях важны достоверность переходных режимов и воспроизведение коммутации, на других – быстрота расчетов и настройка контуров регулирования (таблица 1).

Таблица 1.

СРАВНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ВД [3; 4; 9]

Критерий	Полная модель	Усредненная модель	Линеаризованная модель
Уровень описания	Пофазные процессы, коммутация, форма обратной ЭДС, пульсации момента.	Связь электрической и механической частей без пофазного описания.	Линейное представление вблизи рабочей точки.
Достоверность переходных режимов	Высокая, включая пуск и режимы на низкой скорости.	Достаточная для оценки общей динамики.	Ограниченная, корректна при малых отклонениях.
Учет нелинейностей и ограничений	Наиболее полный (в пределах принятых допущений).	Частичный, в усредненной форме.	Как правило, неявный или отсутствует.
Пригодность для настройки регуляторов	Ограниченная из-за сложности и избыточной детализации.	Высокая для практических задач регулирования скорости и момента.	Максимальная для расчета и настройки контуров регулирования.
Вычислительная трудоемкость	Высокая.	Умеренная.	Низкая.
Типовые задачи в судовой автоматике	Пуск под нагрузкой, перегрузки, малые скорости, анализ коммутации.	Анализ динамики, нагрузки и вспомогательных механизмов.	Оценка устойчивости, настройка регуляторов.

Представленное сравнение позволяет выбирать модель по требуемой точности, вычислительным затратам и характеру режимов. Для судовых электроприводов, где существенны переходные процессы, переменность нагрузки и ограничения по управлению, важно заранее определить, какие эффекты должны быть учтены, а какие допустимо исключить без искажения выводов.

Выводы. Выбор математической модели ВД для задач судовой автоматике должен определяться режимами и характеристиками конкретной системы управления. Полная электромеханическая модель обеспечивает наилучшее соответствие реальному объекту в переходных режимах, чувствительных к коммутации, ограничениям по напряжению и пульсациям момента. Именно ее целесообразно использовать при анализе пуска под нагрузкой, перегрузок и низкоскоростных режимов, а также при верификации упрощенных представлений.

Усредненная модель обеспечивает рациональный компромисс между точностью и вычислительными затратами, сохраняя связь электрической и механической подсистем без избыточной пофазной детализации. Линеаризованная инженерная модель, корректная вблизи рабочей точки и при быстродействующем контуре тока, удобна для синтеза регуляторов и оценки устойчивости внешних контуров. Однако при ее использовании необходимо учитывать границы применимости, прежде всего при насыщении преобразователя и существенных изменениях нагрузки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Высоцкий В.Е. Вентильные двигатели с постоянными магнитами в системах судового электропривода: состояние и перспективы // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. – 2023. – Т. 15, №. 3. – С. 476-489. – doi.org/10.21821/2309-5180-2023-15-3-476-489.
2. Григорьев А.В. Основные направления развития электротехники и автоматизации на судах // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. – 2022. – Т. 14, №6. – С. 961-973. – doi.org/10.21821/2309-5180-2022-14-6-961-973.
3. Калинин И.М., Николаев М.Ал., Третьяк М.В., Опарин А.Н. Компьютерное моделирование судовой электроэнергетической системы с вентильно-индукторным гребным электроприводом // Труды Крыловского государственного научного центра. – 2022. – Т. 3, №. 393. – С. 176-184. – doi.org/10.24937/2542-2324-2020-3-393-54-67.
4. Ледовских А.А., Каземирова Ю.К., Фам Д.Л., Демидова Г.Л., Юань С., Анучин А.С. Топология тягового электропривода с входным трансформатором и активным выпрямителем напряжения на основе многофазного вентильно-индукторного двигателя // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2026. – Т. 26, №1. – С. 185-195. – doi.org/10.17586/2226-1494-2026-26-1-185-195.

5. Однокопылов Г.И., Гаврилин А.Н., Соколов С.С., Розаев И.А., Брагин А.Д., Тинников П.Э. Математическая модель вентильного электродвигателя в неполнофазных режимах работы // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2024. – №9. – С. 29-35. – doi.org/10.24412/2071-6168-2024-9-29-30.

6. Фэн Х. Исследование методов адаптивного скользящего режима управления для повышения эффективности вентильных двигателей в промышленных приложениях // Вопросы природопользования. – 2024. – Т. 3, №3. – С. 27-35. – doi.org/10.25726/t3982-6154-2333-x.

7. Kasiyanto I., Firdaus H., Supono I., Kusnandar N., Lailiyah Q., Muttaqie T.A. Tutorial to Implement a BLDC Motor Speed Control for an Electric Boat Using Simscape and Simulink // 2024 14th International Conference on System Engineering and Technology (ICSET). – IEEE, 2024. – P. 137-142.

8. Li Y., Li R., Yang J., Yu X., Xu J. Review of recent advances in the drive method of hydraulic control valve // Processes. 2023, vol. 11, no. 9, p. 2537. doi.org/10.3390/pr11092537.

9. Nikitin Y., Trefilov S. Development of Mathematical Model of a Brushless DC Motor Taking into Account the Faults // MM Science Journal. 2025, pp. 8951-8958. doi.org/10.17973/MMSJ.2025_11_2025105.

**COMPARATIVE ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODELS OF
BRUSHLESS MOTORS WITH DIFFERENT LEVELS OF DETAIL FOR
MARINE AUTOMATION APPLICATIONS**

BOLDINA Olga Borisovna

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor

Saint-Petersburg State Marine Technical University

Saint Petersburg, Russia

The article considers mathematical models of brushless motors with different levels of detail used in the analysis and design of marine automation systems. A comparison of the full electromechanical, averaged, and linearized models is carried out in terms of process description completeness, accuracy in reproducing dynamic modes, and computational complexity. The obtained results can be used in selecting a motor model for the analysis and design of marine automation systems.

Keywords: brushless motor, mathematical model, marine automation, electric drive, control system, electric drive dynamics, modeling.