

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ПО МАТЕМАТИКЕ  
2023/2024 учебного года

7 КЛАСС

Решения

1. В ряд через пробел записаны положительные однозначные числа в порядке возрастания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Во все пробелы между числами впишите знаки  $+$ ,  $-$ ,  $\cdot$  или скобки так, чтобы результат выполненных действий был равен 2023. Также разрешается ставить скобки перед первым числом и после последнего.

**Ответ:** например,  $(1 - 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \cdot 7 \cdot (8 + 9)$  или  $1 \cdot (-2) + (-3 + 4 + 5) \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 + 9$ .

Возможны и другие варианты.

**Критерии.**

Приведён верный пример – 7 баллов.

2. Имеются двухчашечные весы без стрелки и без гирь, а также неограниченное количество пустых ёмкостей, куда можно сыпать крупу. Как разделить 288 кг крупы на три части, массы которых равны 63 кг, 99 кг и 126 кг? Весы могут только показывать равновесие, то есть чаши весов будут находиться на одном уровне, если на чашах находятся одинаковые массы. Массу продукта весы не показывают. Крупу можно сыпать непосредственно на чаши весов, при этом можно некоторое количество крупы с известной массой распределять поровну по двум чашам весов.

**Решение.**

1)  $288 \rightarrow 144 + 144$  (эта символическая запись означает, что мы рассыпаем крупу массой 288 кг по двум чашам весов так, чтобы установилось равновесие).

2)  $144$  (1-я кучка)  $\rightarrow 72 + 72$ .

3)  $144$  (2-я кучка)  $\rightarrow 72 + 72$ .

4)  $72$  (1-я кучка)  $\rightarrow 36 + 36$ .

5)  $72$  (2-я кучка)  $\rightarrow 36 + 36$ .

6)  $36$  (1-я кучка)  $\rightarrow 18 + 18$ .

7)  $36$  (2-я кучка)  $\rightarrow 18 + 18$ .

8)  $18 \rightarrow 9 + 9$ .

После этих операций вся крупа (288 кг) будет распределена по следующим кучкам: 72 кг, 72 кг, 36 кг, 36 кг, 18 кг, 18 кг, 18 кг, 9 кг, 9 кг.

Теперь можно получить три кучки нужной массы:

$63 = 36 + 18 + 9$ ,  $99 = 72 + 18 + 9$ ,  $126 = 72 + 36 + 18$ .

Возможны и другие варианты деления кучек. Например, всю крупу разделить на 32 кучки по 9 кг и уже из них составлять кучки нужной массы.

### Критерии.

В решении приведён верный алгоритм взвешивания и последующего объединения куч – 7 баллов.

---

3. За круглым столом сидят 15 человек. Каждый человек либо рыцарь (всегда говорит правду), либо лжец (всегда лжет). Каждый знает про каждого, кто кем является. Известно, что хотя бы один рыцарь и хотя бы один лжец за столом есть. Каждый сидящий за столом человек сказал следующую фразу: «Если моего соседа слева спросить, кто сидит слева от него, то он ответит, что это рыцарь». Определите, сколько за столом рыцарей и сколько лжецов. Ответ обоснуйте.

**Ответ:** 5 рыцарей и 10 лжецов.

**Решение.** Будем записывать сидящих за столом людей в строку, обходя стол по часовой стрелке (то есть переходя от каждого человека к его соседу слева). Поскольку за столом есть как рыцари, так и лжецы, то есть место, где слева от рыцаря сидит лжец. Начиная с этого места и учитывая фразу, которую сказали все люди, сидящие за столом, мы приходим к единственному возможному варианту:

| Р Л Л | Р Л Л | Р Л Л | ...

Эта цепочка является периодической с периодом 3, причём период содержит одного рыцаря и двух лжецов. Таких периодов будет 5, следовательно, за столом сидят 5 рыцарей и 10 лжецов.

### Критерии.

Обоснованно получен верный ответ – 7 баллов.

Верный ответ без обоснования или с полностью неверным обоснованием – 0 баллов.

Рассматриваются возможные варианты начала цепочки: | Р Р..., | Р Л..., | Л Р..., | Л Л..., после чего делается вывод о том, как она может быть продолжена. Тогда баллы за следующие пункты суммируются.

Верно рассмотрен вариант начала | Р Р... и показано, что он невозможен, – 1 балл.

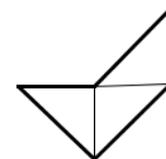
Верно рассмотрен вариант начала | Р Л... – 2 балла.

Верно рассмотрен вариант начала | Л Р... – 2 балла.

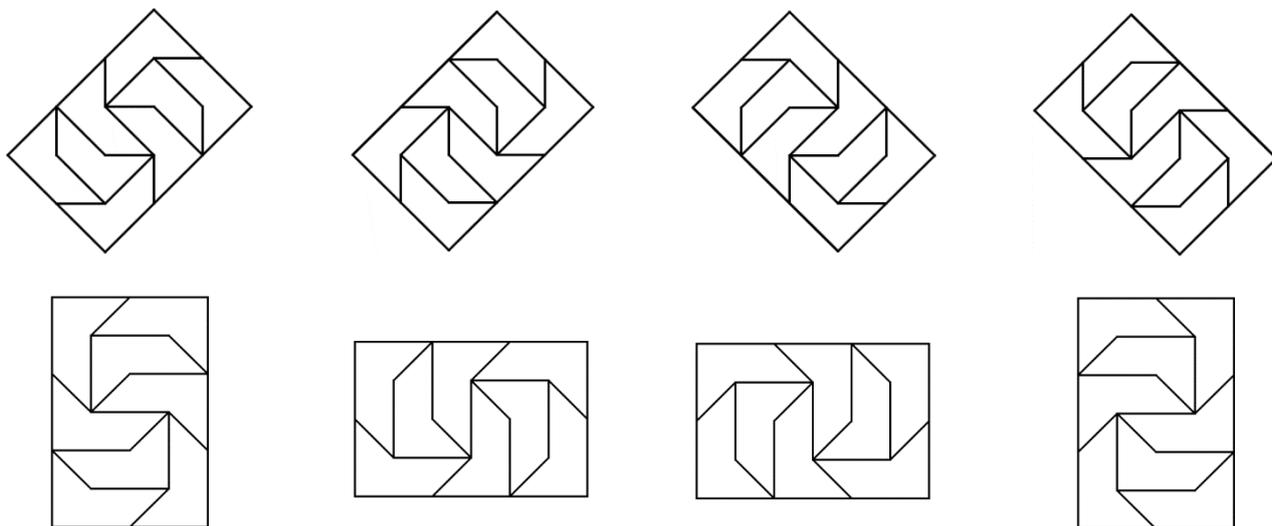
Верно рассмотрен вариант начала | Л Л... – 2 балла.

---

4. Из восьми одинаковых фигур, изображённых на рисунке, сложите прямоугольник без зазоров и наложений. Изображённая фигура состоит из трёх равнобедренных прямоугольных треугольников, фигуру можно поворачивать и переворачивать.



**Решение.** Варианты прямоугольников изображены на рисунке.



**Критерии.**

На рисунке изображён прямоугольник, разбитый на 8 фигур указанного вида, – 7 баллов.

5. На некотором острове все семьи состоят из мужа, жены и двух или трёх детей. Кроме этого есть незамужние женщины, которых в полтора раза больше, чем женщин с тремя детьми, и неженатые мужчины, которых в полтора раза меньше, чем мужчин с двумя детьми. Все дети живут только в семьях. Всего детей на острове на 20% больше, чем их родителей. На сколько процентов взрослых на острове больше, чем детей? Ответ обоснуйте.

**Ответ:** на 25%.

**Решение.** Пусть  $x$  – количество семей с двумя детьми,  $y$  – количество семей с тремя детьми. Тогда всего взрослых в семьях  $2x + 2y$ , а количество детей равно  $2x + 3y$ . Так как это количество по условию на 20% больше, чем количество родителей, то имеем равенство  $1,2(2x + 2y) = 2x + 3y$  или  $\frac{6}{5}(2x + 2y) = 2x + 3y$ , что равносильно  $6(2x + 2y) = 5(2x + 3y)$ . После упрощения получаем  $2x = 3y$ . Следовательно,  $2x$  кратно трём, значит,  $x = 3n$  для некоторого натурального  $n$ . Тогда  $y = 2n$ . Тогда всего на острове  $2 \cdot 3n + 3 \cdot 2n = 12n$  детей,  $2 \cdot 3n + 2 \cdot 2n = 10n$  семейных взрослых,  $2n$  неженатых мужчин и  $3n$  незамужних женщин. Таким образом, всего взрослых  $15n$ , что на 25% больше, чем  $12n$ .

**Критерии.**

Обоснованно получен верный ответ – 7 баллов.

Только верный ответ без обоснования или с неверным обоснованием – 0 баллов.

Верно найдено соотношение количества семей с двумя и с тремя детьми – 3 балла.