

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ПО МАТЕМАТИКЕ

2023/2024 учебного года

11 КЛАСС

1. В левой нижней клетке доски размером 15×15 стоит ладья. За один ход ладья передвигается вправо или вверх, причем во время первого хода ладья передвигается ровно на одну клетку, во время второго хода – ровно на две клетки, во время третьего хода – ровно на три клетки и т. д. Сможет ли ладья, сделав несколько ходов, попасть точно в правую верхнюю клетку доски?

2. Имеется две кучки камней по 10 камней в каждой. Петя и Вася играют в следующую игру. За один ход игрок может сделать одно из следующих двух действий (если оно возможно):

1) взять по одному камню из каждой кучки;

2) взять 2 камня из одной кучки, один оставить себе, а второй переложить в другую кучку.

Пропускать ходы нельзя. Если в какой-то кучке не хватает камней для хода вида 1) или 2), то такой ход выполнять нельзя. Проигрывает тот игрок, который не сможет сделать очередной ход. Первым ходит Петя. Кто выиграет при правильной игре?

3. На пути из города Андреевска в город Васильевск на дороге расположена деревня Борисовка. Из Андреевска в Васильевск выехал на автомобиле Андрей, а одновременно с ним из Борисовки в том же направлении вышел пешеход Борис. Скорости автомобиля и пешехода постоянны. Через 27 минут после выезда Андрей догнал Бориса. Доехав до Васильевска, автомобиль сразу же развернулся и той же дорогой и с той же скоростью поехал обратно в Андреевск, встретив на обратном пути идущего навстречу Бориса через 8 минут после первой встречи. Андрей вернулся в Андреевск в тот же момент, когда Борис пришёл в Васильевск. За сколько минут Борис дошёл до Васильевска?

4. Найдите все пары простых чисел p и q такие, что все числа $2p + q$, $2q + p$, $pq - 4$, $2pq + 3$ и $p^2 + q^2 - pq + 2$ также являются простыми.

5. Остроугольный треугольник ABC ($AC \neq BC$) с высотой CH вписан в окружность с центром в точке O . Точка D – середина AB , точка F – проекция точки A на прямую OC . Докажите, что $DF = DH$. Рассмотрите все возможные случаи.

Все ответы необходимо обосновать!