

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ПО МАТЕМАТИКЕ

2023/2024 учебного года

8 КЛАСС

1. Вася поменял местами числитель и знаменатель обыкновенной дроби. В результате дробь изменилась на 19 процентов. Возможно ли это? Ответ обоснуйте.
2. На доске написано число 1. С этим числом, а также со всеми последующими числами, появляющимися на доске, за один ход разрешается сделать одно из двух действий: можно прибавить к нему 4 или вычесть 9, при этом имеющееся число стирается, а вместо него на доску записывается результат действия. Все числа, появляющиеся на доске, должны быть положительными и не должны быть больше 20. Какое число может оказаться на доске после тысячного хода? Укажите все возможные варианты и докажите, что других вариантов нет.
3. Имеются двухчашечные весы без стрелки и две гири с массой 200 г и 400 г, а также неограниченное количество пустых ёмкостей, куда можно сыпать крупу. Как за два взвешивания разделить 13 кг крупы на две части – 3 кг и 10 кг? Крупу можно сыпать непосредственно на чаши весов, при этом можно некоторое количество крупы с известной массой распределять по двум чашам весов (возможно, с имеющимися гирями), добиваясь их равновесия.
4. Для некоторых простых чисел  $p$  и  $q$  числа  $p^q + q$  и  $q^p + p$  тоже простые. Найдите все такие пары  $(p, q)$  и докажите, что других таких пар нет.
5. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  на гипотенузе  $AB$  и катете  $AC$  выбрали точки  $D$  и  $F$  соответственно так, что  $BC = CD = DF = AF$ . Найдите острые углы треугольника  $ABC$ .

***Все ответы необходимо обосновать!***