

# 2015

И. В. Яценко, С. А. Шестаков,  
А. С. Трепалин, П. И. Захаров  
**МАТЕМАТИКА**

# ЕГЭ

**УНИКАЛЬНАЯ МЕТОДИКА ПОДГОТОВКИ,  
СОЗДАННАЯ РАЗРАБОТЧИКАМИ ЕГЭ**

**ТЕМАТИЧЕСКАЯ  
РАБОЧАЯ  
ТЕТРАДЬ**

**+20**  
вариантов  
тестов ЕГЭ

учени \_\_\_\_\_ класса \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ школы \_\_\_\_\_

- Диагностические тесты
- Тематические задания
- Контрольные варианты
- Ответы



**К НОВОЙ ОФИЦИАЛЬНОЙ  
ДЕМОНСТРАЦИОННОЙ ВЕРСИИ ЕГЭ**

# ЕГЭ

**ТЕМАТИЧЕСКАЯ  
РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ**

**И. В. Ященко  
С. А. Шестаков  
А. С. Трепалин  
П. И. Захаров**

# МАТЕМАТИКА

---

*20 вариантов тестов ЕГЭ*

*Диагностические тесты*

*Тематические задания*

*Контрольные варианты*

*Ответы*

*Издательство  
«ЭКЗАМЕН»  
МОСКВА, 2015*

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ ЗА КУРС 10 КЛАССА</b> .....	5
Диагностическая работа № 1 .....	7
Диагностическая работа № 2 .....	14
<b>ПОДГОТОВКА К ЧАСТИ 1 ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ</b> .....	21
Диагностическая работа № 3 .....	23
Диагностическая работа № 4 .....	25
Задача 1 .....	27
Задача 2 .....	31
Задача 3 .....	40
Задача 4 .....	51
Задача 5 .....	61
Задача 6 .....	66
Задача 7 .....	69
Задача 8 .....	73
Задача 9 .....	85
Задача 10 .....	89
Задача 11 .....	92
Задача 12 .....	101
Задача 13 .....	107
Задача 14 .....	112
Диагностическая работа № 5 .....	115
Диагностическая работа № 6 .....	117
<b>ПОДГОТОВКА К ЧАСТИ 2 ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ</b> .....	119
Диагностическая работа № 7 .....	121
Диагностическая работа № 8 .....	125
Задача 15 .....	129
Задача 16 .....	142
Задача 17 .....	155
Задача 18 .....	168
Задача 19 .....	181
Задача 20 .....	194
Задача 21 .....	207
Диагностическая работа № 9 .....	217
Диагностическая работа № 10 .....	221

<b>ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ</b> .....	225
Диагностическая работа № 11 .....	227
Диагностическая работа № 12 .....	234
Диагностическая работа № 13 .....	240
Диагностическая работа № 14 .....	247
Диагностическая работа № 15 .....	254
Диагностическая работа № 16 .....	261
Диагностическая работа № 17 .....	268
Диагностическая работа № 18 .....	275
Диагностическая работа № 19 .....	281
Диагностическая работа № 20 .....	288
<b>ОТВЕТЫ</b> .....	295



**ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ  
ЗА КУРС  
10 КЛАССА**

---

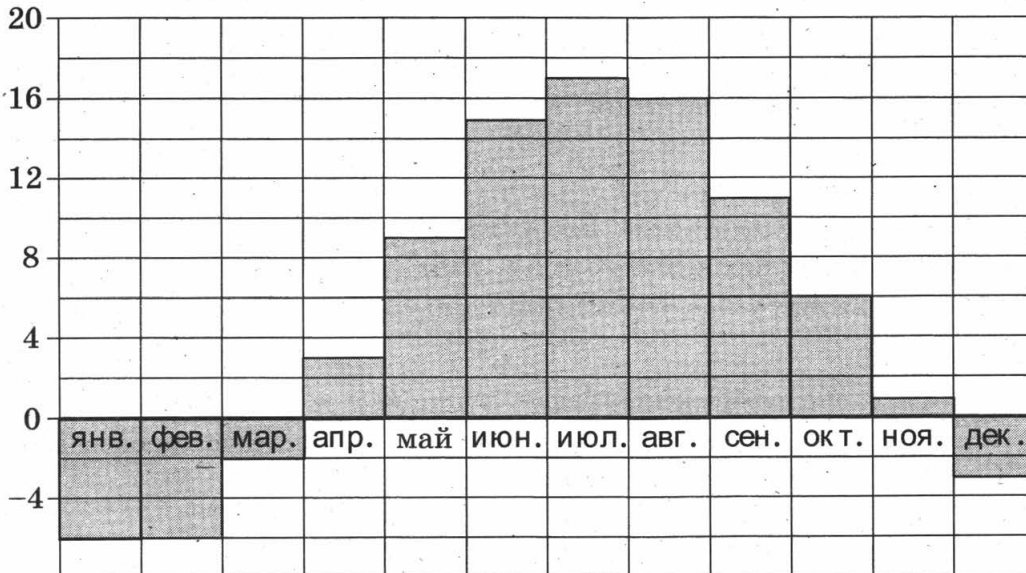
Ответом к заданиям части 1 (1–14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

# ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

## Часть 1

1. Алиса купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 48 поездок. Сколько рублей она сэкономила, если проездной на месяц стоит 720 рублей, а разовая поездка — 19 рублей?
2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Хельсинки за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3. Для транспортировки 6 тонн груза на 350 км можно воспользоваться услугами одной из трех фирм-перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъемность автомобилей для каждого перевозчика указаны в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешёвую перевозку?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 10 км)	Грузоподъёмность автомобилей (тонн)
А	80	1,6
Б	110	2,2
В	180	3,6

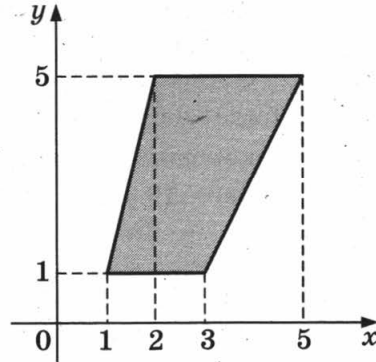
■ 1.1

■ 1.2

■ 1.3

1.4 ■

4. Найдите площадь трапеции, вершинами которой являются точки с координатами (1; 1), (2; 5), (5; 5), (3; 1).



1.5 ■

5. На тарелке 30 пирожков: 3 с мясом, 18 с капустой и 9 с вишней. Саша наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

1.6 ■

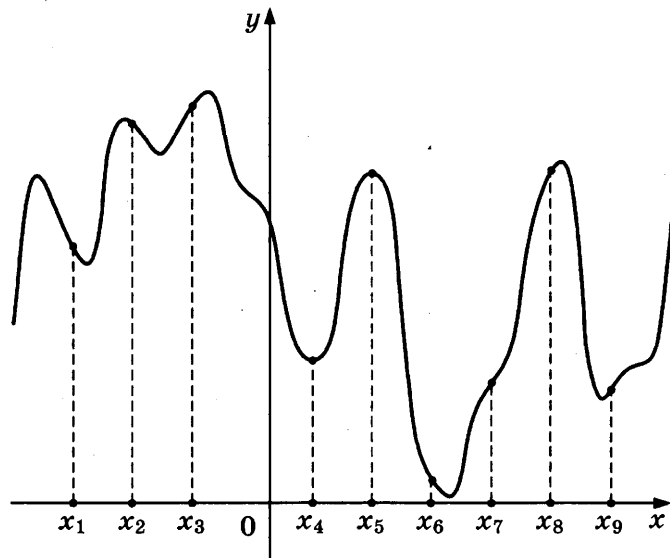
6. Найдите корень уравнения  $\frac{x-24}{x-3} = -2$ .

1.7 ■

7. Даны два смежных угла. Биссектриса первого из них образует угол  $43^\circ$  с общей стороной этих углов. Найдите величину второго из данных смежных углов. Ответ дайте в градусах.

1.8 ■

8. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и девять точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  положительна?





9. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 10, а сторона основания равна  $6\sqrt{3}$ . Найдите высоту пирамиды.

■ 1.9

10. Найдите значение выражения

$$\left(-1\frac{8}{9} - 3\frac{1}{6}\right) \cdot 8,64.$$

■ 1.10

11. Некоторая компания продает свою продукцию по цене  $p = 500$  рублей за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 300$  рублей, постоянные расходы предприятия  $f = 700\,000$  рублей в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi(q) = q(p - v) - f$ . Определите наименьший месячный объем производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 500 000 рублей.

■ 1.11

12. Площадь поверхности куба равна 50. Найдите его диагональ.

■ 1.12

13. Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 440 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба?

■ 1.13

14. Найдите наименьшее значение функции

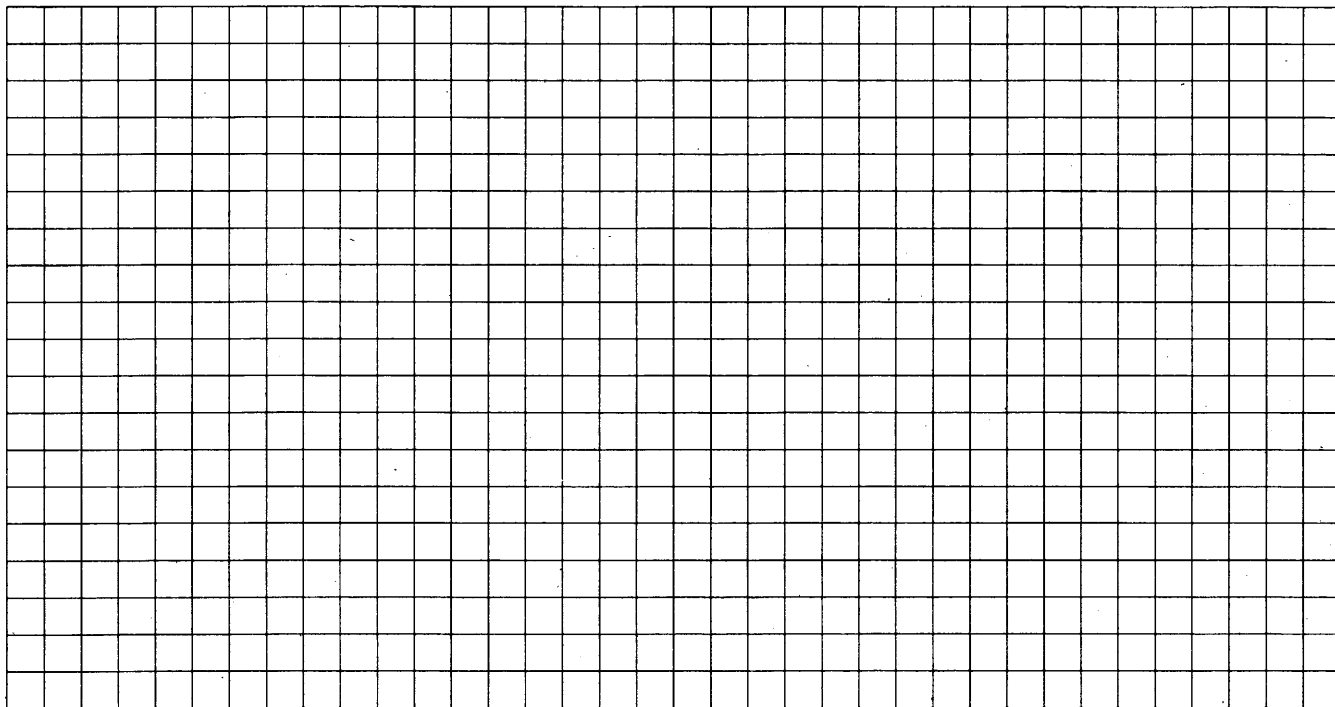
$$y = 28 \operatorname{tg} x - 28x - 7\pi + 7$$

■ 1.14

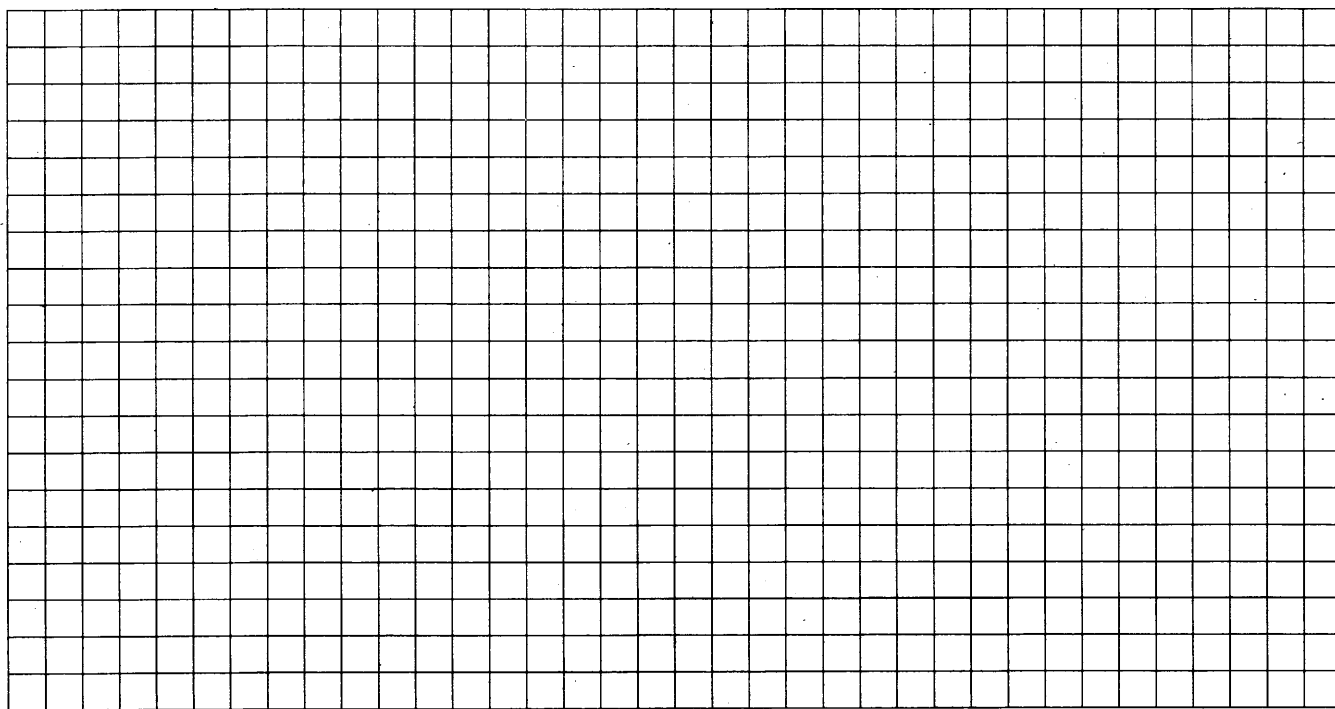
на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ .

## Часть 2

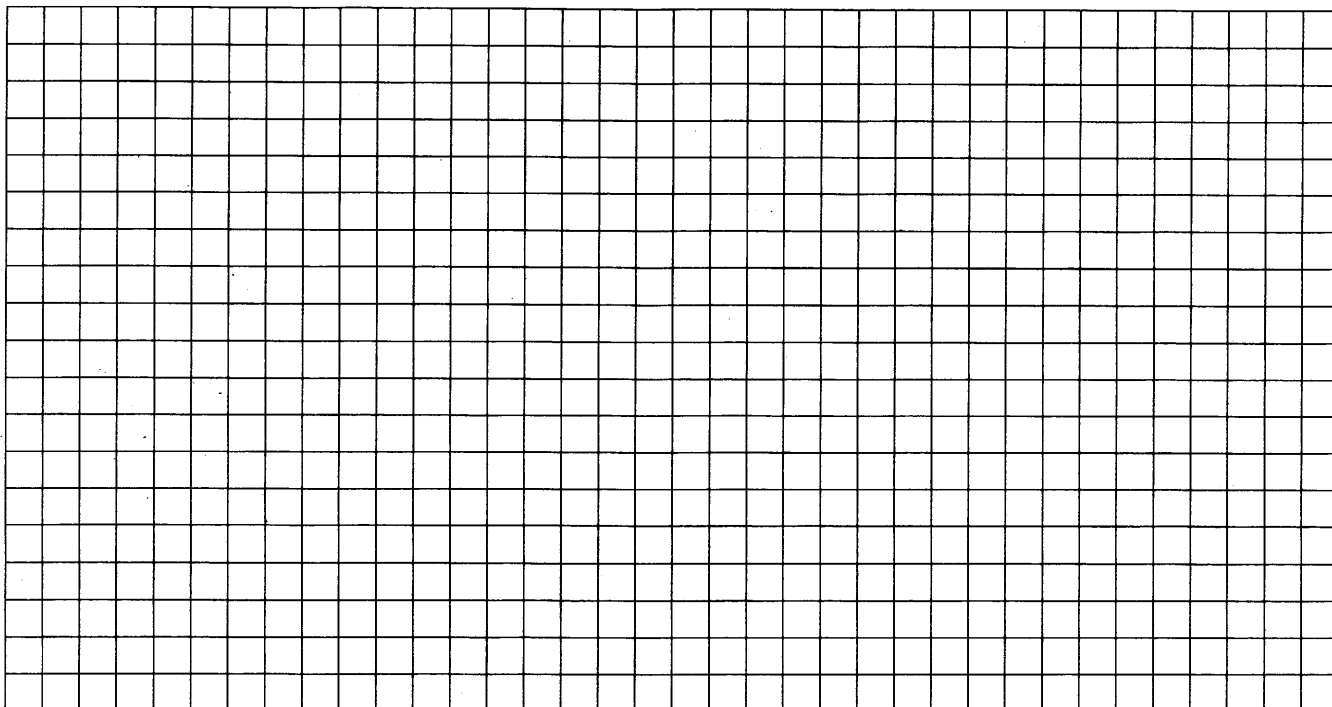
15. а) Решите уравнение  $2\sin^4 x + 3\cos 2x + 1 = 0$ .  
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\pi; 3\pi]$ .



16. В правильной шестиугольной призме  $A... F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $A_1B_1$ .



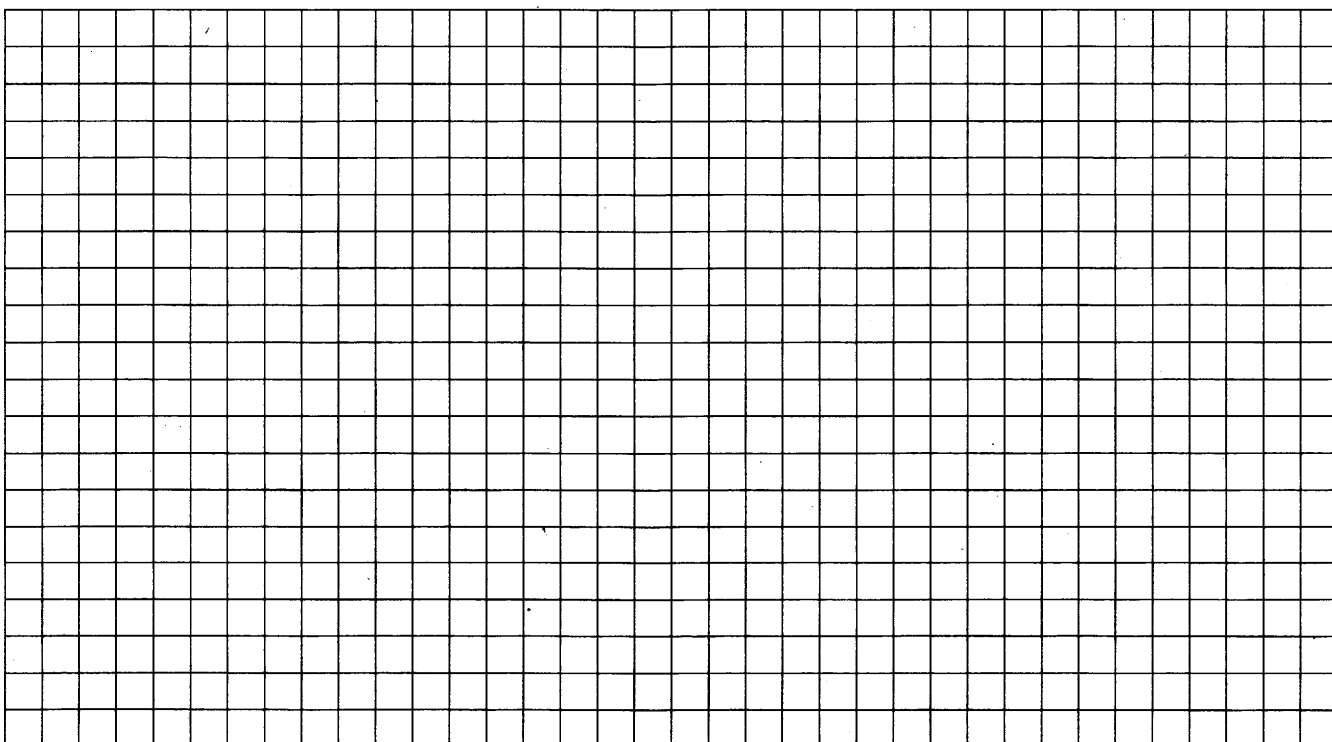
17. Решите неравенство  $1 - \frac{2}{|x|} \leq \frac{23}{x^2}$ .



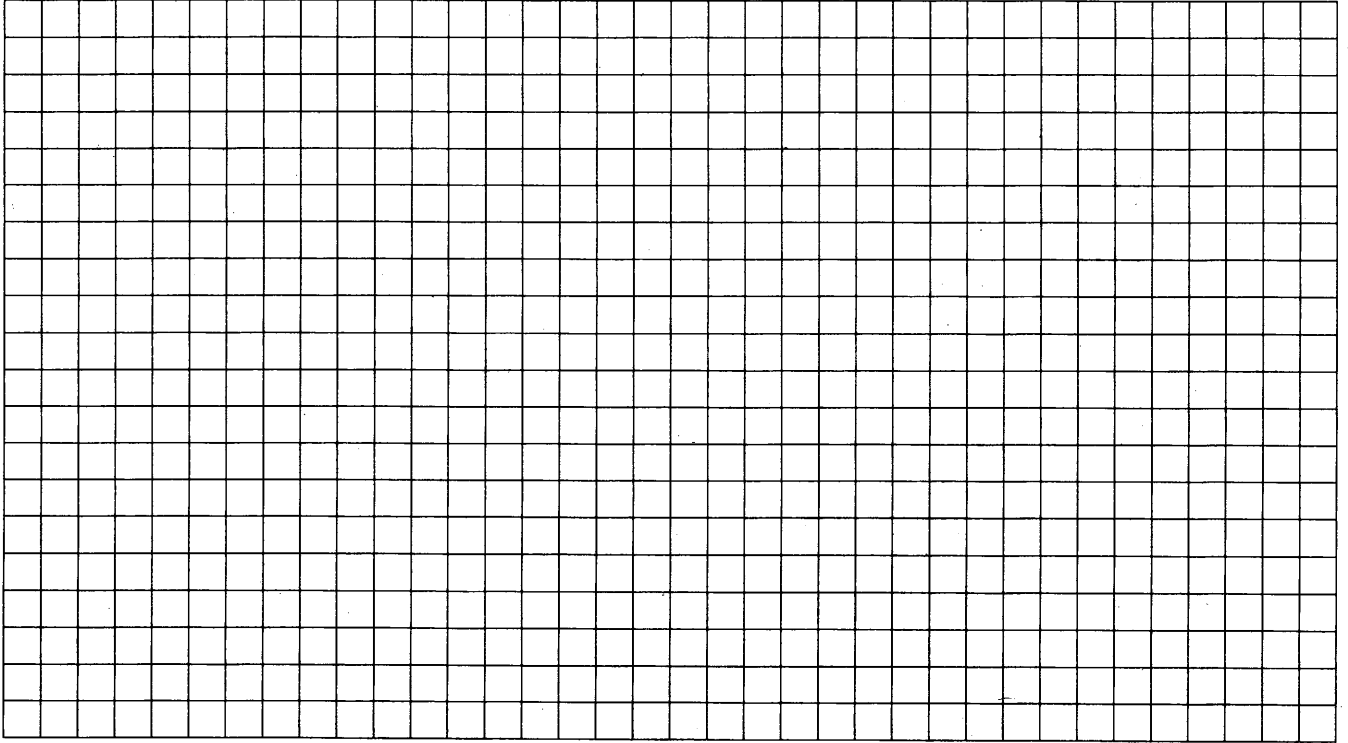
18. Расстояние между центрами окружностей радиусов 1 и 9 равно 17. Этих окружностей и их общей внутренней касательной касается третья окружность.

а) Докажите, что её точка касания с прямой совпадает с точкой касания одной из первых двух окружностей.

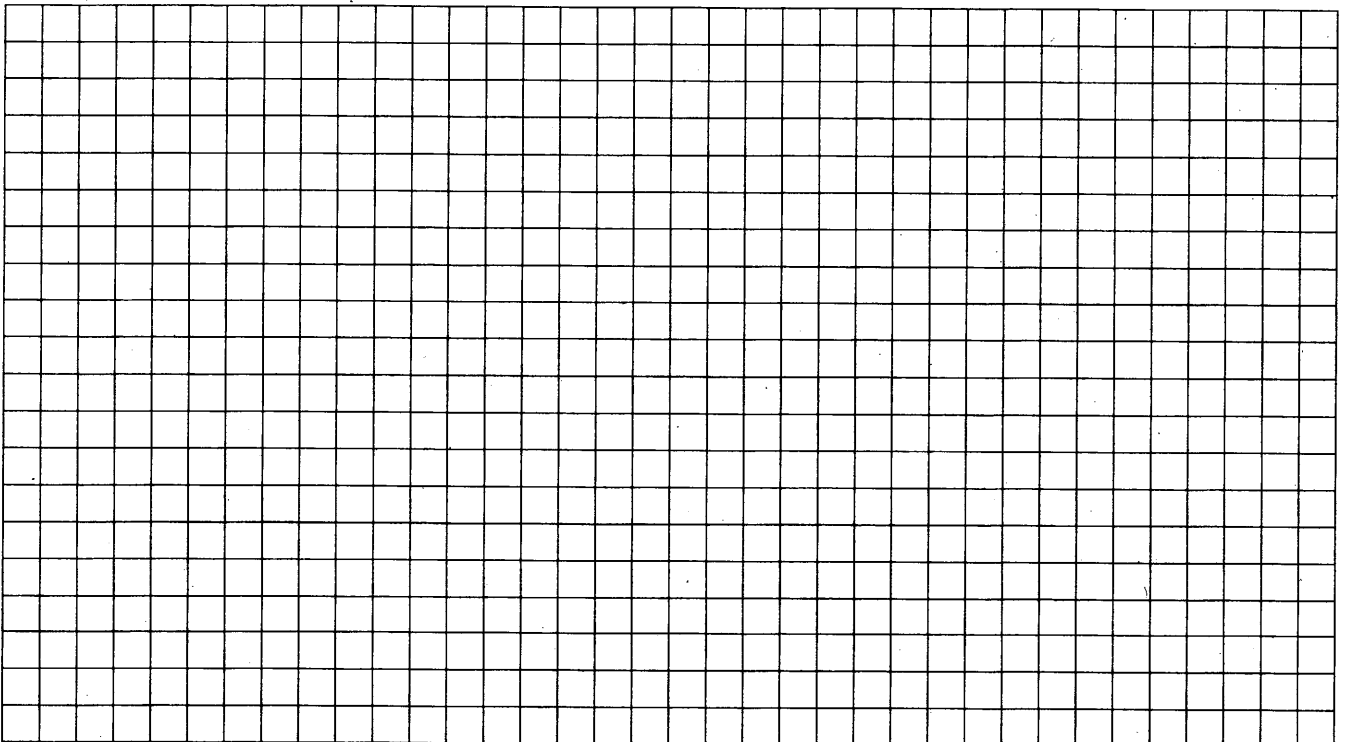
б) Найдите радиус третьей окружности.



19. Только 96% из 29 500 выпускников города правильно решили задачу 1, а из тех, кто правильно решил 1, только 50% правильно решили 11. Сколько выпускников города правильно решили обе эти задачи?

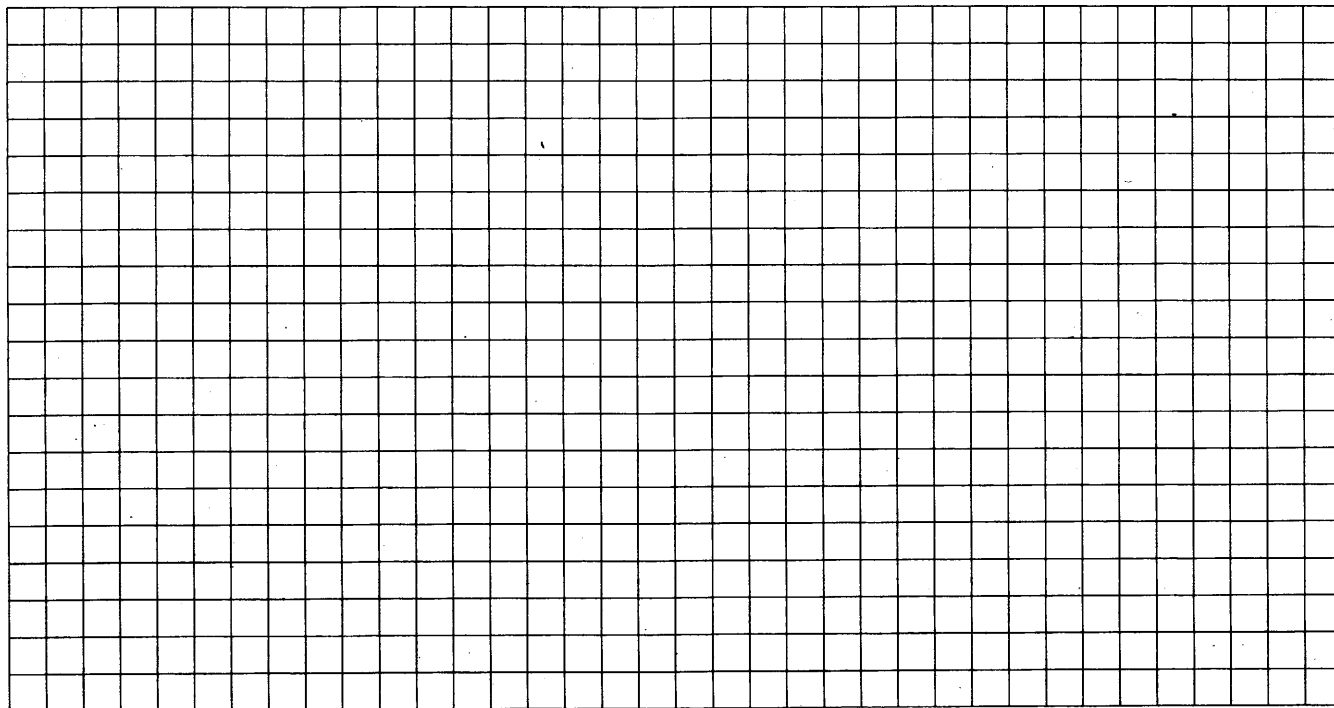


20. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых среди значений функции  $y = \frac{x^2 + 2x - a}{6 + x^2}$  есть ровно одно целое число.





- 21.** Натуральные числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  образуют возрастающую арифметическую прогрессию, причем все они больше 1000 и являются квадратами натуральных чисел. Найдите наименьшее возможное при указанных условиях значение  $b$ .



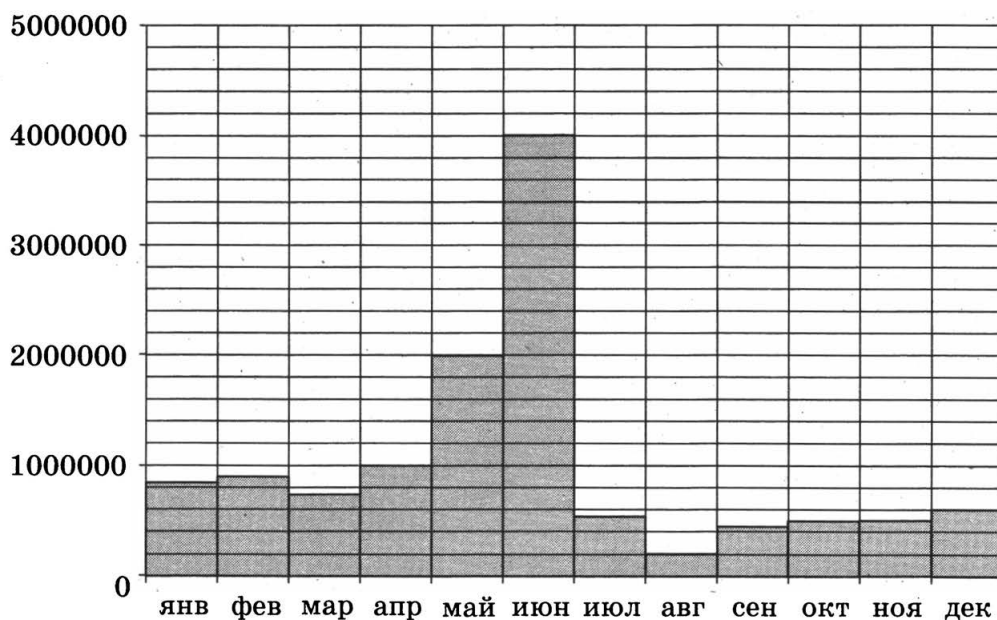
## ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

### Часть 1

**2.1 ■**

**2.2 ■**

1. Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 56 км/ч? (Считайте, что 1 миля равна 1,6 км.)
  
2. На диаграмме показано число запросов со словом ЕГЭ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по декабрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, сколько в 2009 году было месяцев, когда число запросов со словом ЕГЭ превышало 800 000.



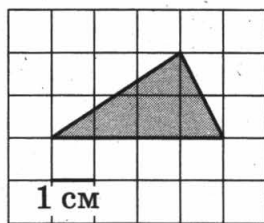
**2.3 ■**

3. От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси. В таблице показано время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу? Ответ дайте в часах.

Транспорт	1	2	3
Автобус	От дома до автобусной станции — 20 мин.	Автобус в пути: 1 ч 55 мин.	От остановки автобуса до дачи пешком 10 мин.
Электричка	От дома до станции железной дороги — 20 мин.	Электричка в пути: 1 ч 35 мин.	От станции до дачи пешком 25 мин.

Транспорт	1	2	3
Маршрутное такси	От дома до остановки маршрутного такси — 15 мин.	Маршрутное такси в дороге: 1 ч 30 мин.	От остановки маршрутного такси до дачи пешком 30 мин.

4. Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

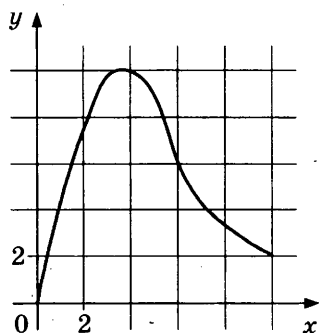


5. В каждой партии из 1000 лампочек в среднем 20 бракованных. Найдите вероятность того, что наугад взятая лампочка из партии будет исправной.

6. Найдите корень уравнения  $\log_3(x + 5) = \log_3(2x - 17)$ .

7. В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 34, вписана окружность. Найдите среднюю линию трапеции.

8. Материальная точка движется вдоль прямой от начального до конечного положения. На рисунке изображён график её движения. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите среднюю скорость движения точки. Ответ дайте в метрах в секунду.



■ 2.4

■ 2.5

■ 2.6

■ 2.7

■ 2.8

**2.9 ■****2.10 ■****2.11 ■****2.12 ■****2.13 ■****2.14 ■**

9. Высота правильной четырёхугольной пирамиды в два раза меньше диагонали основания. Найдите угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.

10. Найдите значение выражения  $44 \log_2 \frac{\sqrt{4}}{2}$ .

11. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела  $P$ , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — постоянная, площадь  $S$  измеряется в квадратных метрах, а температура  $T$  — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{432} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $1,71 \cdot 10^{26}$  Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

12. Объем куба равен 27. Найдите площадь его поверхности.

13. На изготовление 60 деталей первый рабочий тратит на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 80 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

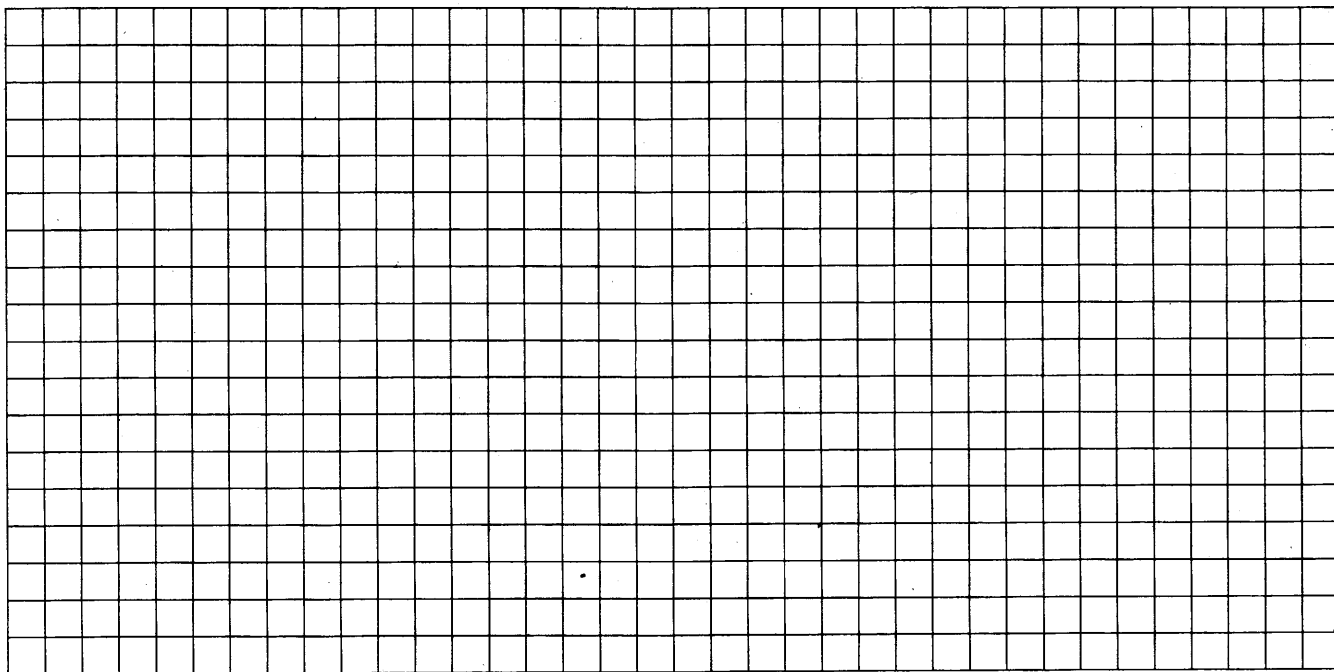
14. Найдите наименьшее значение функции  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1-x^2}$ .



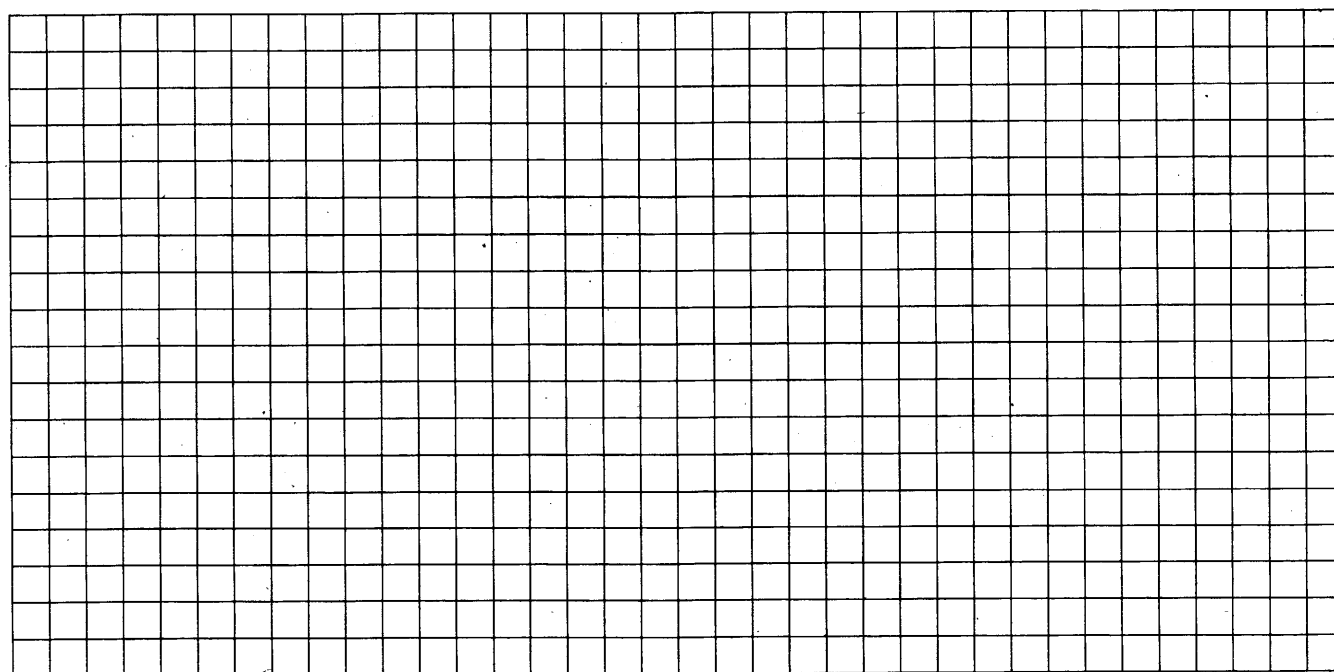
## Часть 2

15. а) Решите уравнение  $\frac{16^{\sin x} - 6 \cdot 4^{\sin x} + 8}{\log_2(1 - 2\cos x)} = 0$ .

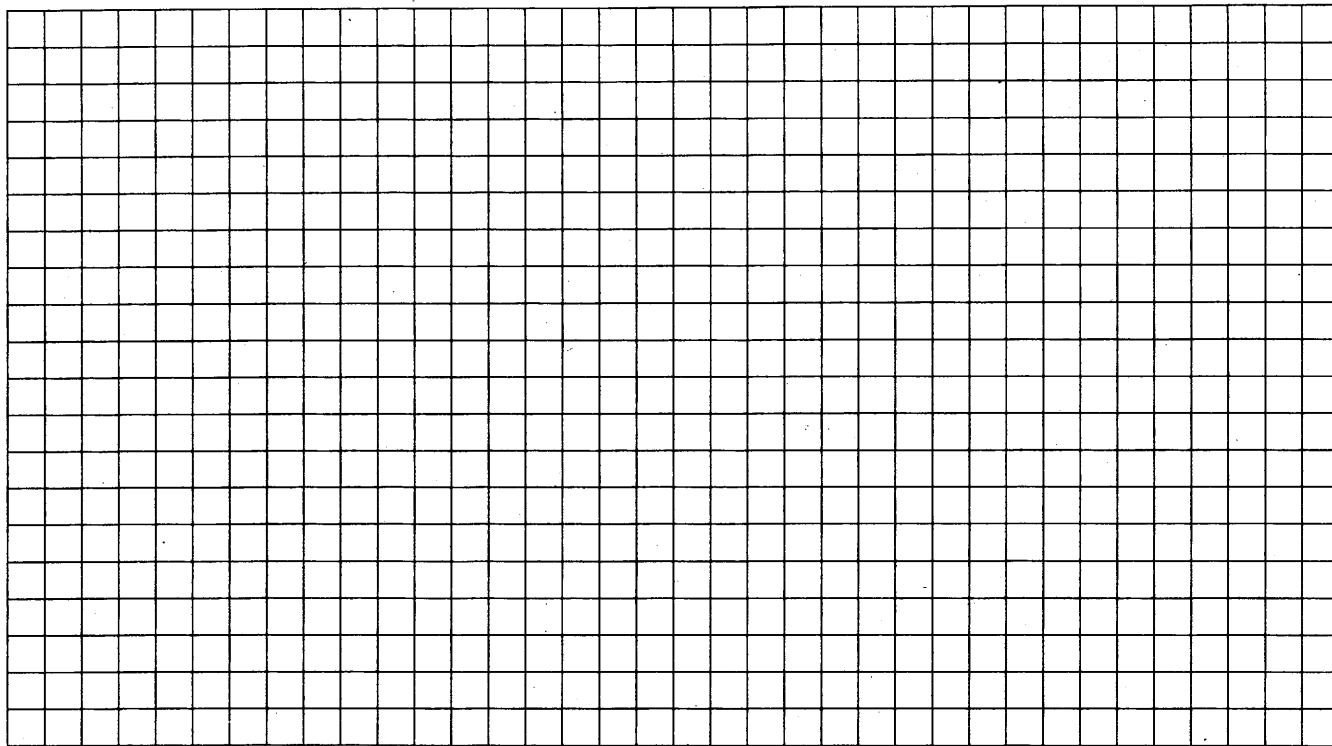
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .



16. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 6$ ,  $BC = 6$ ,  $CC_1 = 4$ , найдите тангенс угла между плоскостями  $ACD_1$  и  $A_1 B_1 C_1$ .



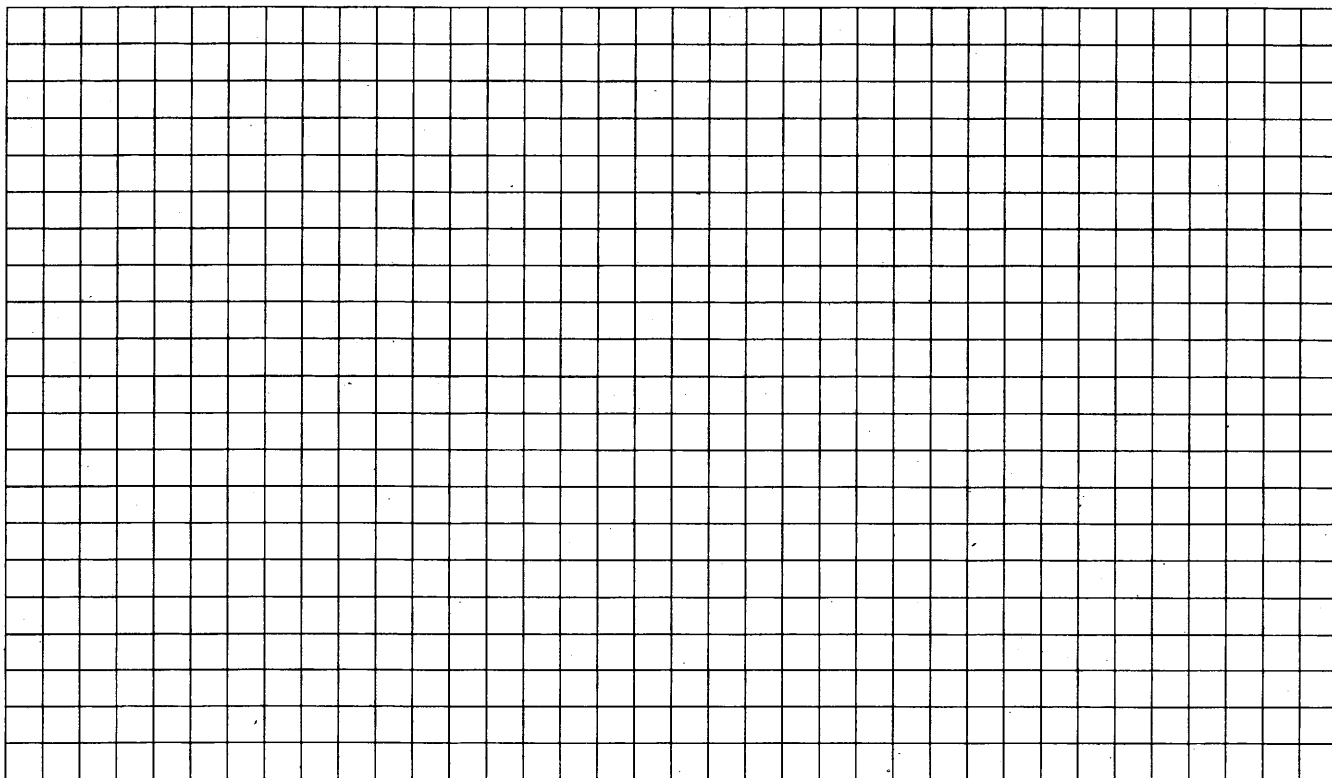
17. Решите неравенство  $\log_{5-x}(x^2 - 6x + 9) \leq 0$ .



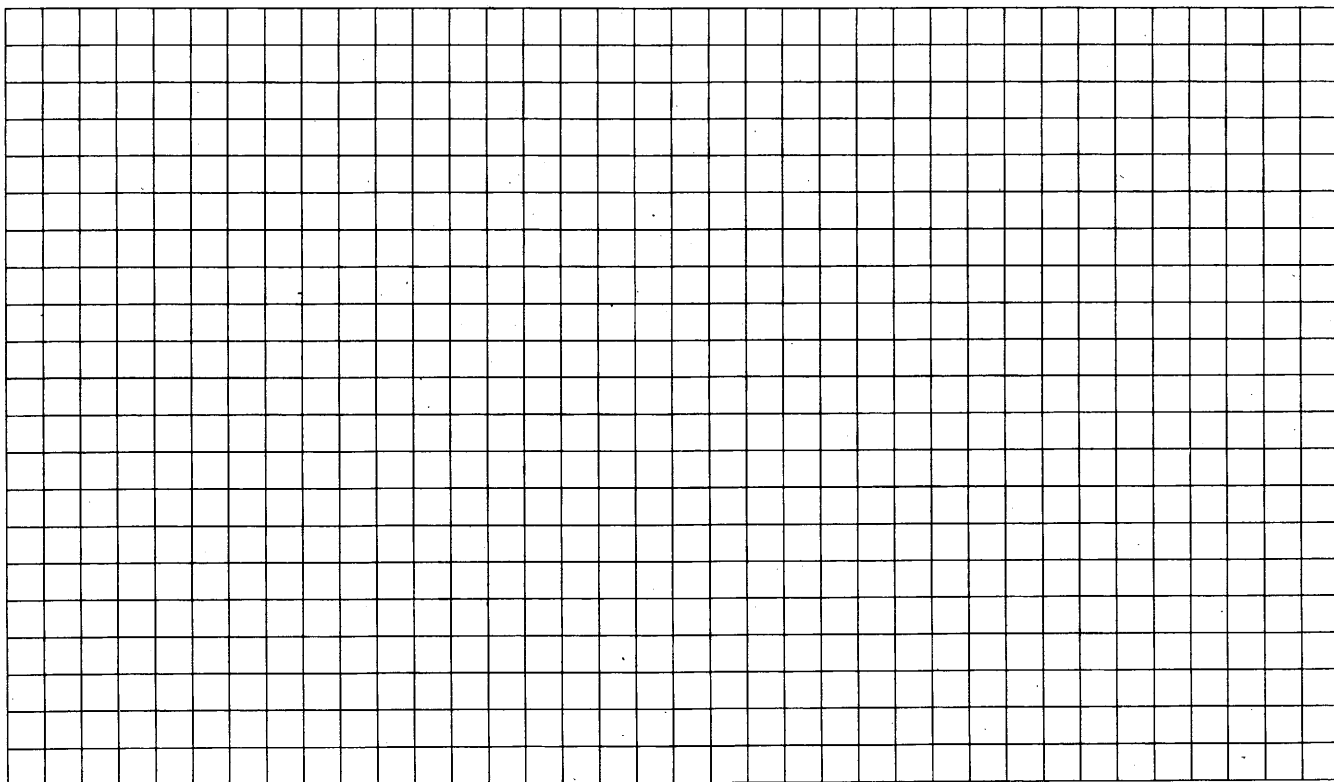
18. Дана трапеция  $ABCD$ , основания которой  $BC = 44$ ,  $AD = 100$ ,  $AB = CD = 35$ . Окружность, касающаяся прямых  $AD$  и  $AC$ , касается стороны  $CD$  в точке  $K$ .

а) Докажите, что  $AC = 75$ .

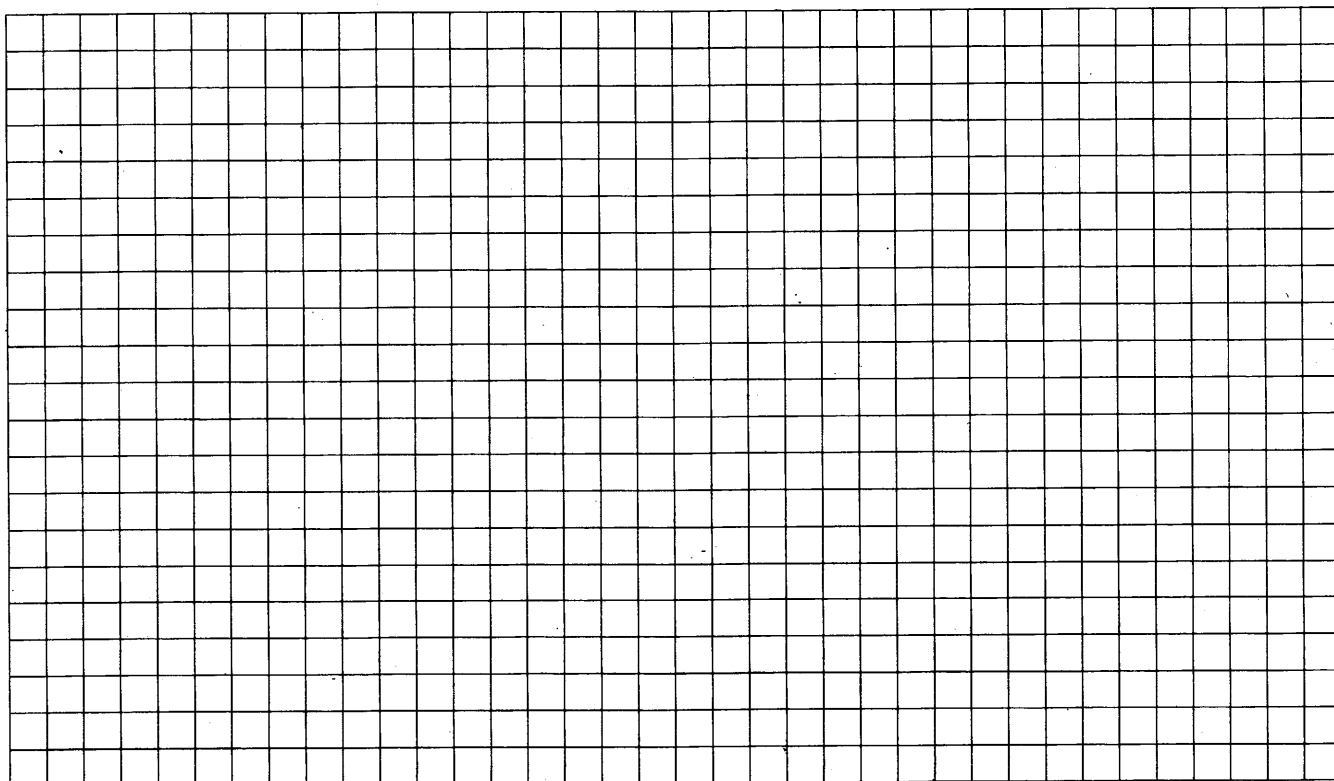
б) Найдите длину отрезка  $CK$ .



19. В июне 1 кг помидоров стоил 60 рублей. В июле цена помидоров снизилась на 30%, а в августе еще на 50%. Сколько рублей стоил 1 кг помидоров после снижения цены в августе?

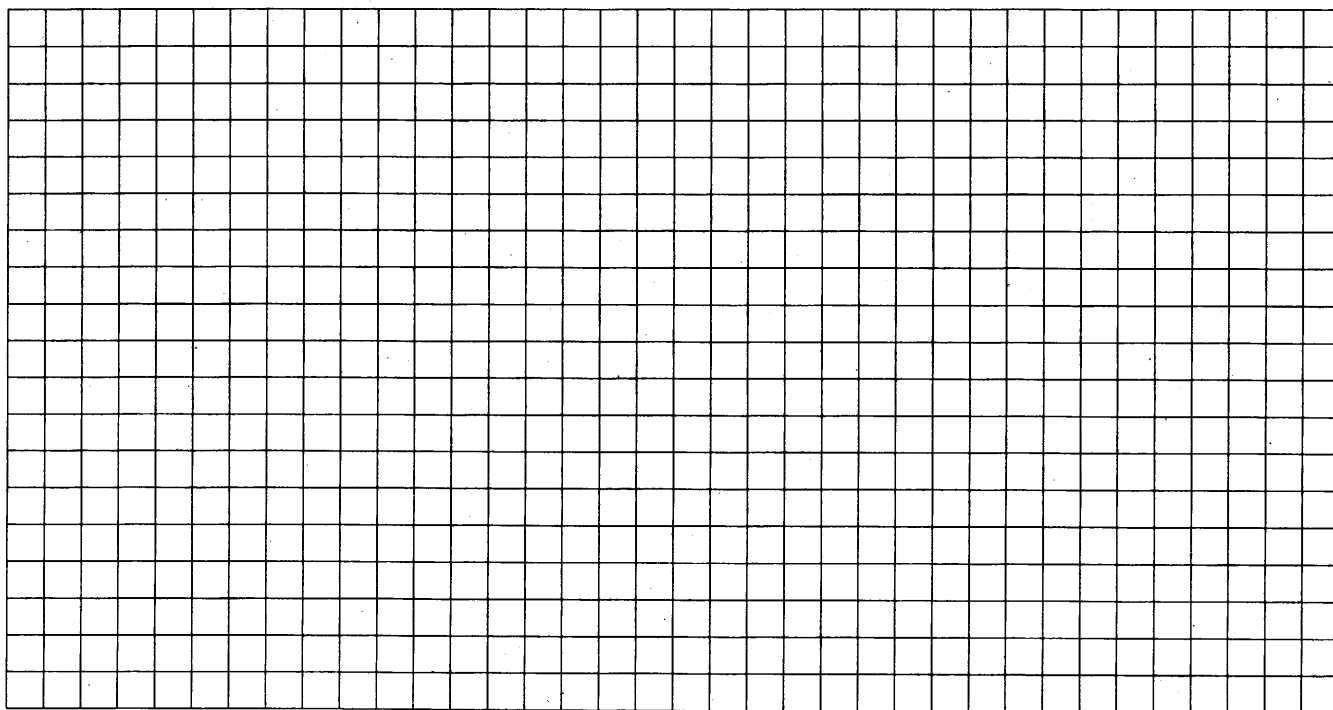


20. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых решения неравенства  $|2x - a| + 1 \leq |x + 3|$  образуют отрезок длины 1.



**21.** Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и все их возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доске в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.

- а) На доске выписан набор  $-3, -1, 2, 4, 6, 7, 9$ . Какие числа были задуманы?
- б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 6 раз. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?
- в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?





# **ПОДГОТОВКА К ЧАСТИ 1 ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ**

---

Ответом к заданиям части 1 (1–14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

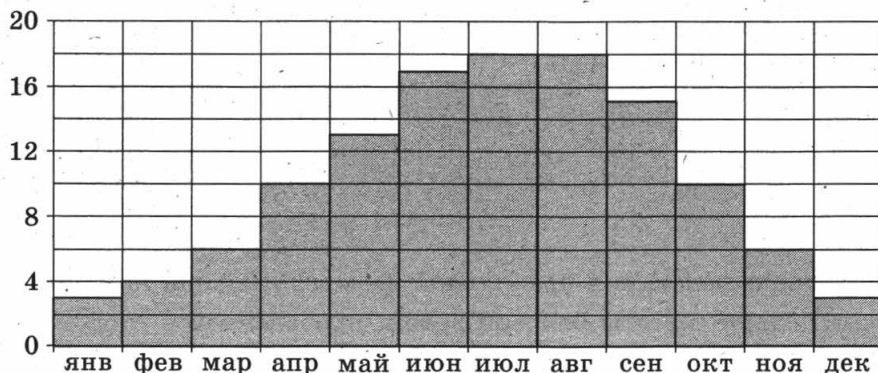
## ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

1. Поезд Казань-Москва отправляется в 21:35, а прибывает в 10:35 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

■ 3.1

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Париже за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда среднемесячная температура была равна 10 градусам Цельсия.

■ 3.2



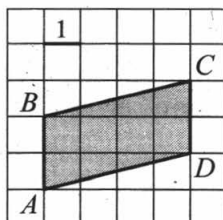
3. Строительная фирма собирается приобрести 85 кубометров пеноблоков у одного из трех поставщиков. Цены на пеноблоки и условия доставки приведены в таблице. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)?

■ 3.3

Поставщик	Цена пеноблоков (руб. за 1 м <sup>3</sup> )	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2700	15 000	При заказе на сумму больше 250 000 руб. доставка бесплатно
Б	2800	14 000	При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатно
В	2750	12 000	

4. Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ .

■ 3.4



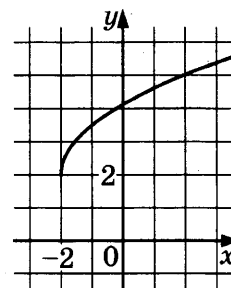
**3.5** ■**3.6** ■**3.7** ■**3.8** ■**3.9** ■**3.10** ■**3.11** ■**3.12** ■**3.13** ■**3.14** ■

5. В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в 12 из них встречается вопрос по круглым червям. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику попадет вопрос по круглым червям.

6. Решите уравнение  $\sqrt{7-x} = 4$ .

7. Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Найдите периметр параллелограмма, если  $BK = 7$ ,  $CK = 8$ .

8. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Прямая, проходящая через точку  $(-2; 4)$ , касается этого графика в точке с абсциссой 2. Найдите  $f'(2)$ .



9. Диагональ основания правильной четырехугольной пирамиды в два раза больше высоты боковой грани, проведенной к стороне основания пирамиды. Найдите угол между плоскостями несмежных боковых граней пирамиды. Ответ дайте в градусах.

10. Вычислите  $\log_5 135 - \log_5 5,4$ .

11. Высоту над землей подброшенного вверх камня можно вычислять по формуле  $h(t) = 1,6 + 13t - 5t^2$ , где  $t$  — время с момента броска в секундах,  $h$  — высота в метрах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 6 метров?

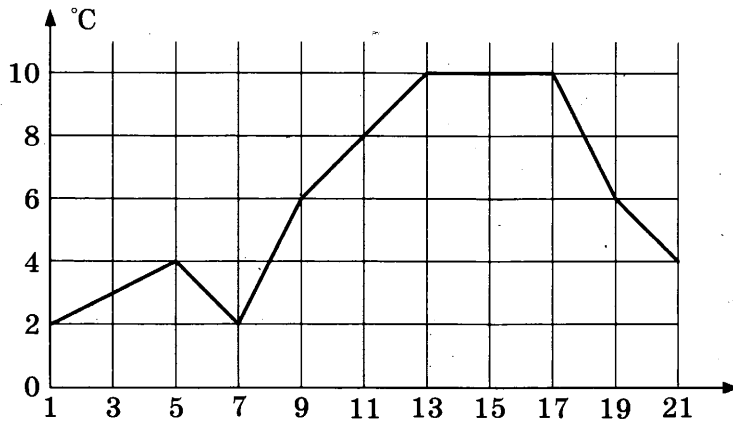
12. Площадь полной поверхности данного правильного тетраэдра равна  $80 \text{ см}^2$ . Найдите площадь полной поверхности правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в  $\text{см}^2$ .

13. Товарный поезд, идущий со скоростью  $30 \text{ км/ч}$ , проезжает мимо придорожного столба за  $36$  секунд. Определите длину поезда (в метрах).

14. Найдите наибольшее значение функции  $y = 11x + \cos x + 10$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ .

## ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

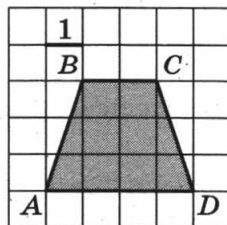
1. Пакет молока стоит 21 рубль 30 копеек. Сколько пакетов молока можно купить на 500 рублей?
2. Первый посев семян петрушки рекомендуется проводить в апреле при дневной температуре воздуха не менее  $+6^{\circ}\text{C}$ . На рисунке показан прогноз дневной температуры воздуха на первые три недели апреля. Определите, в течение скольких дней за этот период можно производить посев петрушки.



3. Для транспортировки 50 тонн груза на 900 км можно использовать одного из трёх перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъёмность автомобилей для каждого из них указаны в таблице. Сколько будет стоить самый дешёвый вариант перевозки (в рублях)?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъёмность автомобилей (тонн)
А	3700	3,5
Б	4300	5
В	9800	12

4. Найдите площадь трапеции  $ABCD$ .



■ 4.1

■ 4.2

■ 4.3

■ 4.4

4.5 ■

4.6 ■

4.7 ■

4.8 ■

4.9 ■

4.10 ■

4.11 ■

4.12 ■

4.13 ■

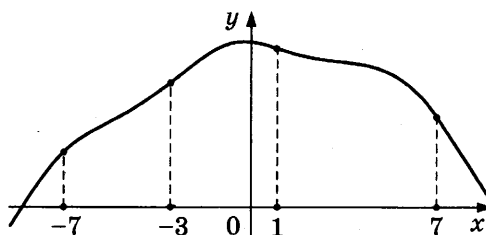
4.14 ■

5. Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день запланировано 20 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

6. Решите уравнение  $3^{x-3} = 27$ .

7. В треугольнике  $ABC$  углы  $A$  и  $B$  равны, соответственно,  $45^\circ$  и  $67^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой и высотой, проведёнными из вершины  $C$ . Ответ дайте в градусах.

8. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-7, -3, 1, 7$ . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



9. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 10 и образует с плоскостью основания угол, синус которого равен 0,8. Найдите высоту основания пирамиды.

10. Найдите значение выражения  $\log_4 104 - \log_4 6,5$ .

11. Коэффициент полезного действия некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ . При каком наименьшем значении температуры нагревателя  $T_1$  (в градусах Кельвина) КПД этого двигателя будет не меньше 80%, если температура холодильника  $T_2 = 200$  К?

12. Площадь боковой поверхности конуса равна  $16 \text{ см}^2$ . Радиус основания конуса уменьшили в 4 раза, а образующую увеличили в 2 раза. Найдите площадь боковой поверхности получившегося конуса. Ответ дайте в  $\text{см}^2$ .

13. Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

14. Найдите наименьшее значение функции  $y = 2 \cos x - 11x + 7$  на отрезке  $[-\pi; 0]$ .

## ЗАДАЧА 1

### Подготовительные задания

1. Сырок стоит 7 рублей 30 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 90 рублей?
2. Теплоход рассчитан на 720 пассажиров и 28 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 60 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?
3. В доме, в котором живет Вика, 5 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находится по 4 квартиры. Вика живёт в квартире № 39. В каком подъезде живёт Вика?
4. В школе есть трёхместные туристические байдарки. Какое наименьшее число байдарок нужно взять в поход, в котором участвуют 17 человек?
5. Максим купил проездной билет на месяц и сделал за месяц 52 поездки. Сколько рублей он сэкономил, если проездной билет на месяц стоит 620 рублей, а разовая поездка — 20 рублей?
6. Каждый день во время конференции расходуется 80 пакетиков чая. Конференция длится 6 дней. Чай продается в пачках по 50 пакетиков. Сколько пачек нужно купить на все дни конференции?
7. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 44 мили в час? Ответ округлите до целого числа.
8. Поезд Сосногорск-Москва отправляется в 5:11, а прибывает в 9:11 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?
9. В доме, в котором живет Наташа, один подъезд. На каждом этаже по девять квартир. Наташа живёт в квартире 93. На каком этаже живёт Наташа?
10. Для ремонта квартиры требуется 53 рулона обоев. Сколько пачек обойного клея нужно купить, если одна пачка клея рассчитана на 9 рулонов?

■ 1.1

■ 1.2

■ 1.3

■ 1.4

■ 1.5

■ 1.6

■ 1.7

■ 1.8

■ 1.9

■ 1.10

1.11 ■

1.12 ■

1.13 ■

1.14 ■

1.15 ■

1.16 ■

1.17 ■

1.18 ■

1.19 ■

1.20 ■

1.1 ■

1.2 ■

11. На день рождения принято дарить букет из нечётного числа цветов. Хризантемы стоят 65 рублей за штуку. У Вани есть 570 рублей. Из какого наибольшего числа хризантем он может купить букет Маше на день рождения?
12. Летом килограмм клубники стоит 75 рублей. Маша купила 2 кг 600 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 200 рублей?
13. Кафельная плитка продаётся коробками по 6 м<sup>2</sup>. Сколько коробок плитки нужно купить, чтобы хватило на облицовку стен площадью 35 м<sup>2</sup>?
14. Билет в ботанический сад стоит 50 рублей. Сколько рублей сдачи нужно получить с 2000 рублей, заплаченных за проход 36 человек?
15. В летнем лагере 164 ребенка и 23 воспитателя. В автобус помещается не более 40 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевезти всех из лагеря в город?
16. Какое минимальное количество восьмиместных шлюпок должно быть на корабле, на котором находятся 54 пассажира и 12 членов экипажа?
17. Билет в музей стоит 150 рублей. Сколько билетов можно купить на 1300 рублей?
18. Сколько автомобилей грузоподъёмностью 5 тонн понадобится, чтобы перевезти за один рейс 72 тонны груза?
19. Шоколадка стоит 45 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за три шоколадки, покупатель получает четыре (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 280 рублей в воскресенье?
20. Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 68 км в час? (Считайте, что 1 миля равна 1,6 км.)

### Зачетные задания

1. Костя хочет купить 3 пакета молока по цене 26 рублей за пакет и 4 буханки хлеба по цене 18 рублей за буханку. Сколько рублей сдачи он должен получить с 200 рублей?
2. В университетскую библиотеку привезли новые учебники по геометрии для трёх курсов, по 380 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 7 полок, на каждой полке помещается 30 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?



**3.** Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3500 руб. До установки счётчиков Александр платил за водоснабжение ежемесячно 1100 руб. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 900 руб. За сколько месяцев установка счётчиков окупится?

■ 1.3

**4.** Дальнобойщик Андрей за месяц проехал 9200 км. Средний расход дизельного топлива на 100 км составляет 30 л. Стоимость 1 л дизельного топлива 22 рубля. Сколько рублей составляет стоимость дизельного топлива, потраченного Андреем за этот месяц?

■ 1.4

**5.** В розницу один номер еженедельного журнала «Репортаж» стоит 37 руб., а полугодовая подписка на этот журнал стоит 750 руб. За полгода выходит 25 номеров журнала. Сколько рублей сэкономит г-н Иванов за полгода, если не будет покупать каждый номер журнала отдельно, а оформит подписку?

■ 1.5

**6.** В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1900 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 6 недель?

■ 1.6

**7.** По тарифному плану «Просто как день» со счёта абонента компания сотовой связи каждый день снимает 19 руб. Если на счёту осталось не больше 19 руб., то на следующий день номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня Лиза положила на свой счёт 800 руб. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёта?

■ 1.7

**8.** В спортмагазине на ракетки для бадминтона действует акция: за две купленные пары ракеток третью пару можно получить в подарок. Сколько денег потратит Андрей Игоревич на покупку десяти пар ракеток для детского лагеря, если пара ракеток для бадминтона стоит 170 рублей?

■ 1.8

**9.** Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 43 поездки. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет на месяц стоит 755 рублей, а разовая поездка — 19 рублей?

■ 1.9

**10.** Начинающий предприниматель Антон хочет организовать цветочный бизнес. Он собирается потратить 20 000 рублей на закупку цветочных горшков. Он хочет купить их оптом по цене 80 рублей за горшок и продавать по цене 108 рублей за горшок. Какую максимальную прибыль он может получить с продажи цветочных горшков? Ответ дайте в рублях.

■ 1.10

1.11 ■

1.12 ■

1.13 ■

1.14 ■

1.15 ■

1.16 ■

1.17 ■

1.18 ■

1.19 ■

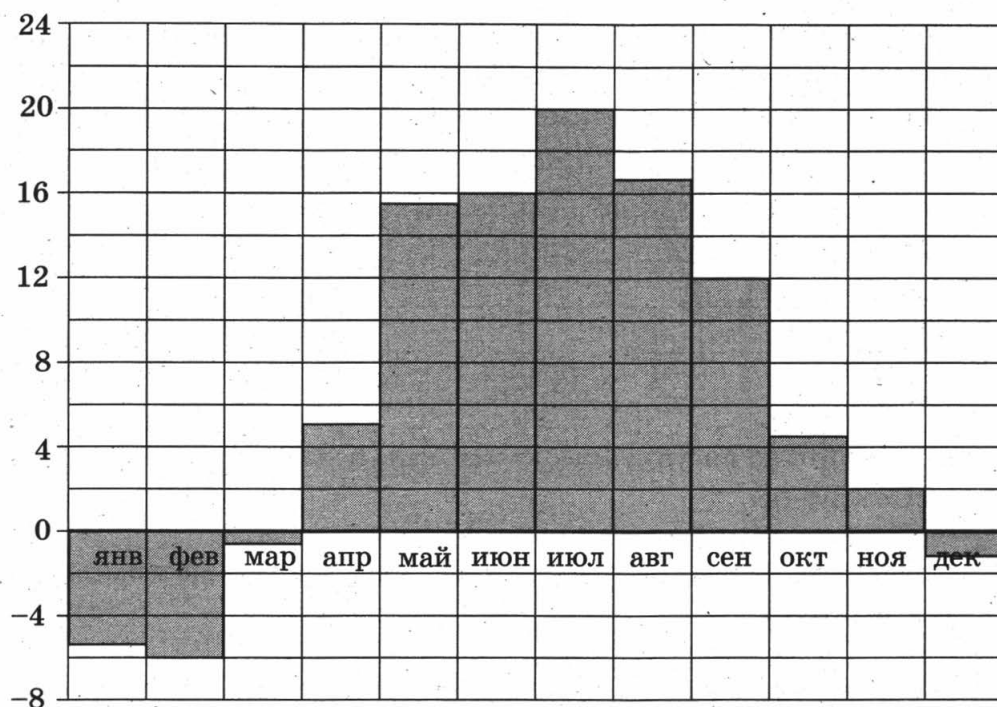
1.20 ■

11. Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 12 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продаётся в пакетиках по 10 г. Какое наименьшее число пакетиков нужно купить хозяйке для приготовления 6 литров маринада?
12. Большой корабль не может подойти к берегу, поэтому пассажиров отвозят с корабля на шлюпке, вмещающей 8 пассажиров. Сколько раз шлюпка приставала к берегу, если на берег отвезли 30 пассажиров?
13. В супермаркете проходит рекламная акция: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три шоколадки (одна шоколадка в подарок). Шоколадка стоит 24 рубля. Какое наибольшее число шоколадок можно получить на 150 рублей?
14. Летом килограмм черешни стоит 80 рублей. Мама купила 1 кг 800 г черешни. Сколько рублей сдачи она должна получить с 500 рублей?
15. Таксист за месяц проехал 5500 км. Стоимость 1 л бензина 22 рубля. Средний расход бензина на 100 км составляет 9 л. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?
16. Выпускники 11 «Б» класса покупают букеты цветов для последнего звонка: из 5 роз каждому учителю и из 7 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить цветы 18 учителям (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 25 рублей за штуку. Сколько рублей потребуется для покупки?
17. В летнем лагере на каждого участника полагается 30 г сахара в день. В лагере 133 человека. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 5 дней?
18. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 51 милю в час? Ответ округлите до целого числа.
19. В летнем лагере 160 детей и 22 воспитателя. В автобус помещается не более 20 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевезти всех из лагеря в город?
20. На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Хризантемы стоят 55 рублей за штуку. У Вани есть 520 рублей. Из какого наибольшего числа хризантем он может купить букет Маше на день рождения?

## ЗАДАЧА 2

### Подготовительные задания

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



1. Определите по диаграмме, какой была среднемесячная температура в сентябре 2003 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.
2. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 2003 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.
3. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру летом 2003 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.
4. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2003 году с отрицательной среднемесячной температурой.

■ 2.1

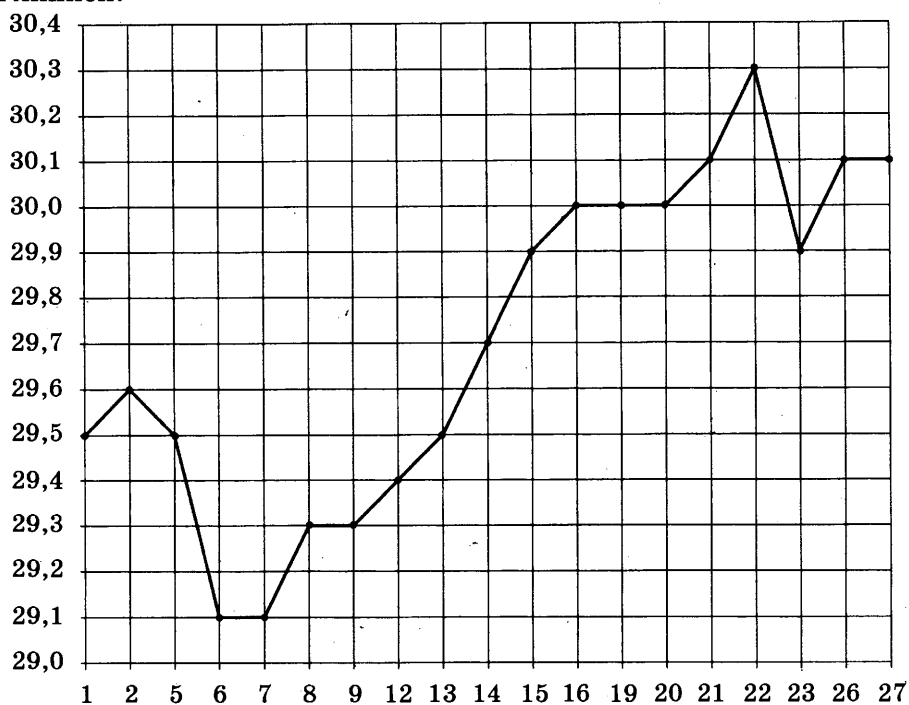
■ 2.2

■ 2.3

■ 2.4

На рисунке жирными точками показан курс австралийского доллара, установленный Центробанком РФ во все рабочие дни с 1 по 27 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали —

цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



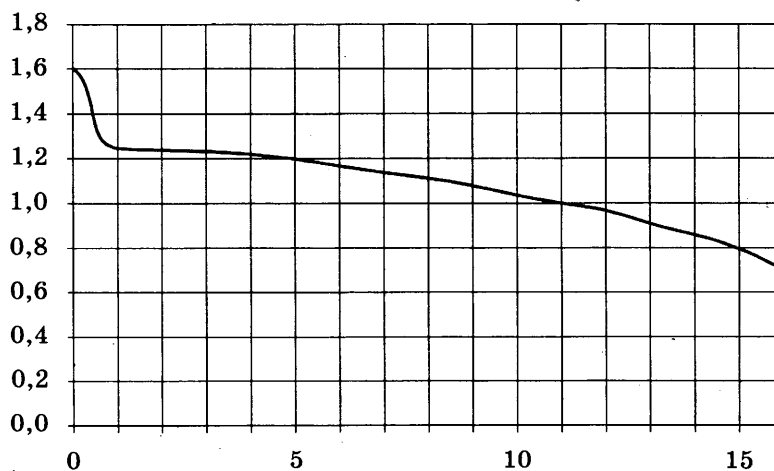
2.5 ■

2.6 ■

2.7 ■

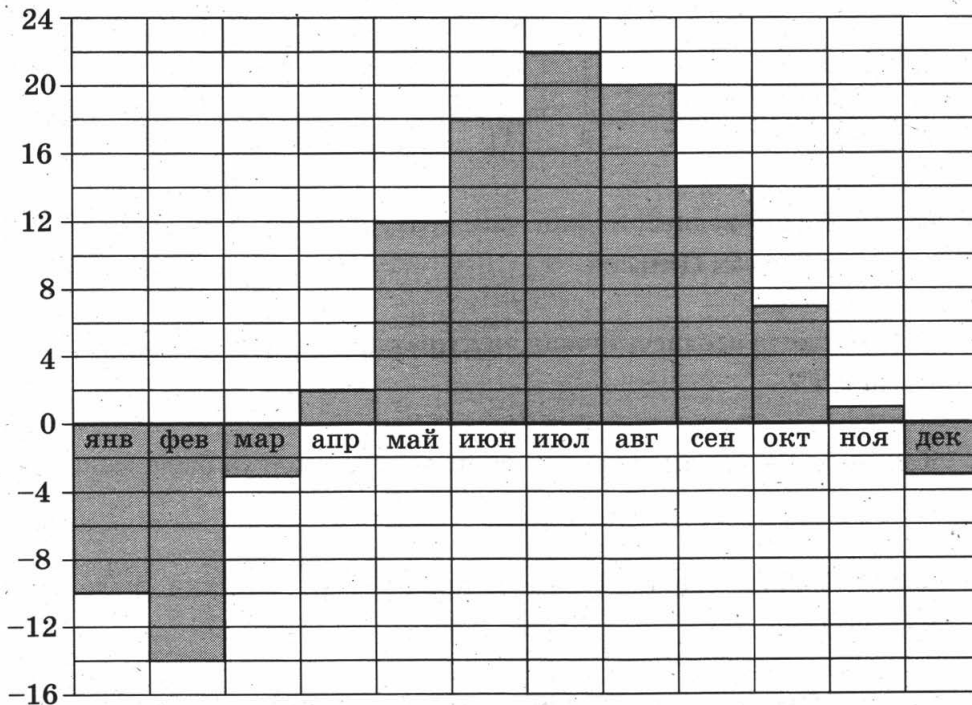
- Определите по рисунку, какой был курс доллара 15 октября. Ответ дайте в рублях.
- Определите по рисунку, какого числа курс доллара впервые был равен 30 рублям.
- Определите по рисунку, сколько дней за указанный период курс доллара был равен 29,5 рубля.

При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах.



8. Определите по рисунку, каким было напряжение в момент включения фонарика. Ответ дайте в вольтах.
9. Определите по рисунку, каким было напряжение через 15 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.
10. Определите по рисунку, через сколько часов работы фонарика напряжение упало до 1 вольта.

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Москве за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



11. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.
12. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.
13. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году с отрицательной среднемесячной температурой.
14. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда среднемесячная температура превышала 10 °C.

■ 2.8

■ 2.9

■ 2.10

■ 2.11

■ 2.12

■ 2.13

■ 2.14

На рисунке изображён график колебания температуры в течение первых 20 дней апреля. По горизонтальной оси отложены дни, а по вертикальной — среднесуточная температура воздуха.



2.15 ■

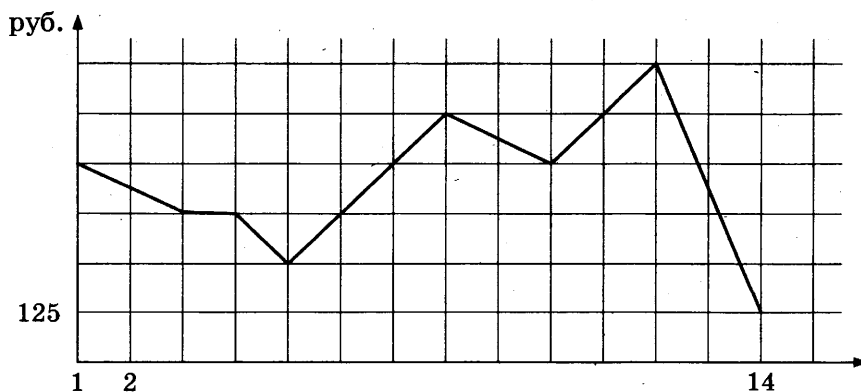
2.16 ■

2.17 ■

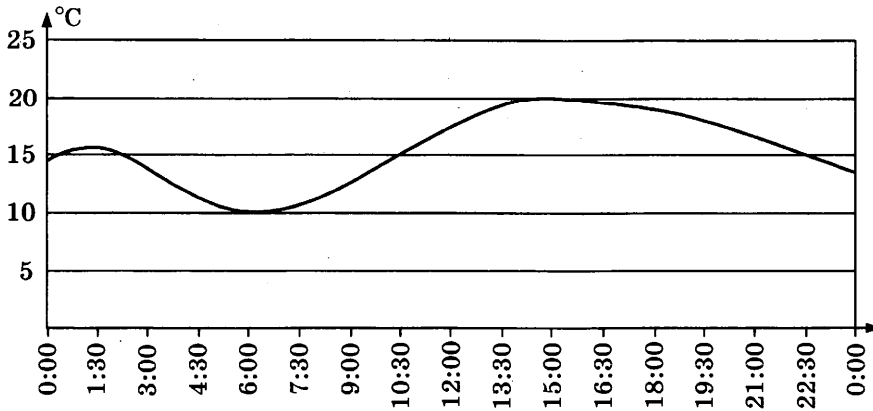
2.18 ■

2.19 ■

15. Какой была среднесуточная температура воздуха 6 апреля? Ответ дайте в градусах Цельсия.
16. Какого числа среднесуточная температура воздуха в первый раз достигла  $7^{\circ}\text{C}$ ?
17. Какого числа среднесуточная температура воздуха была максимальной?
18. Какого числа среднесуточная температура воздуха была минимальной?
19. На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций горнодобывающей компании в первые две недели февраля. В первую неделю февраля бизнесмен купил 12 акций, а потом продал их на второй неделе. Какую наибольшую прибыль (в рублях) он мог получить?

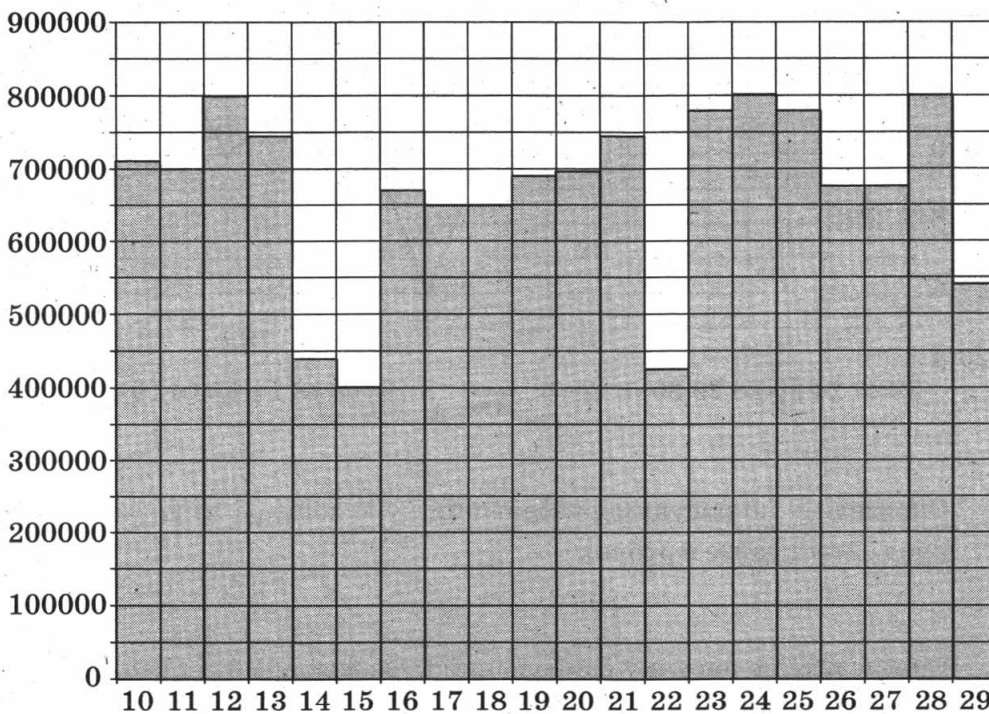


20. На графике изображено изменение температуры воздуха в пункте А на протяжении суток 17 августа. На оси абсцисс отмечается время суток, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику разность максимальной и минимальной температур в течение этих суток (в градусах Цельсия).



### Зачетные задания

- На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день.



1. Определите по диаграмме разность между наибольшим и наименьшим суточными количествами посетителей сайта в указанный период.

■ 2.20

■ 2.1

**2.2** ■**2.3** ■**2.4** ■

2. Определите по диаграмме, во сколько раз наибольшее суточное количество посетителей сайта превосходило наименьшее суточное количество посетителей сайта в указанный период.

3. Определите по диаграмме, сколько было дней в указанный период, когда суточное количество посетителей не превосходило 550 000.

4. Определите по диаграмме, сколько раз суточное количество посетителей сайта принимало максимальное значение в указанный период.

На рисунке жирными точками показан курс доллара США, установленный Центробанком РФ во все рабочие дни с 22 сентября по 22 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.

**2.5** ■**2.6** ■**2.7** ■

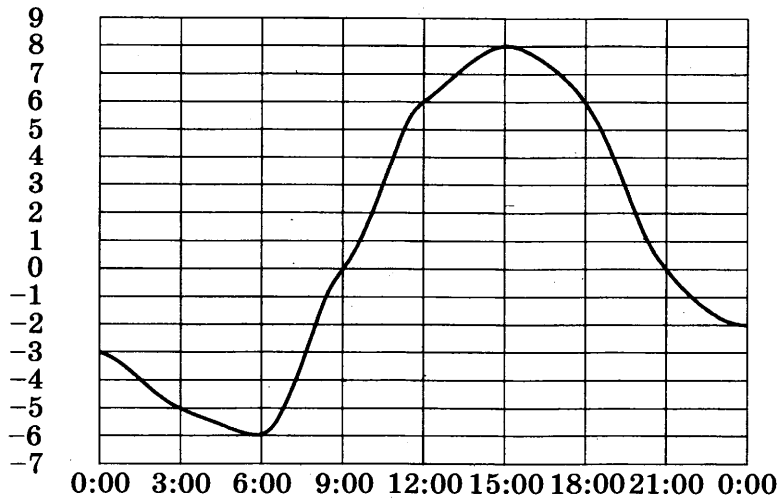
5. Определите по рисунку наименьший курс доллара за указанный период. Ответ дайте в рублях.

6. Определите по рисунку наибольший курс доллара в период с 1 октября по 20 октября. Ответ дайте в рублях.

7. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период курс доллара превышал 30,3 рубля. Ответ дайте в рублях.



На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия.



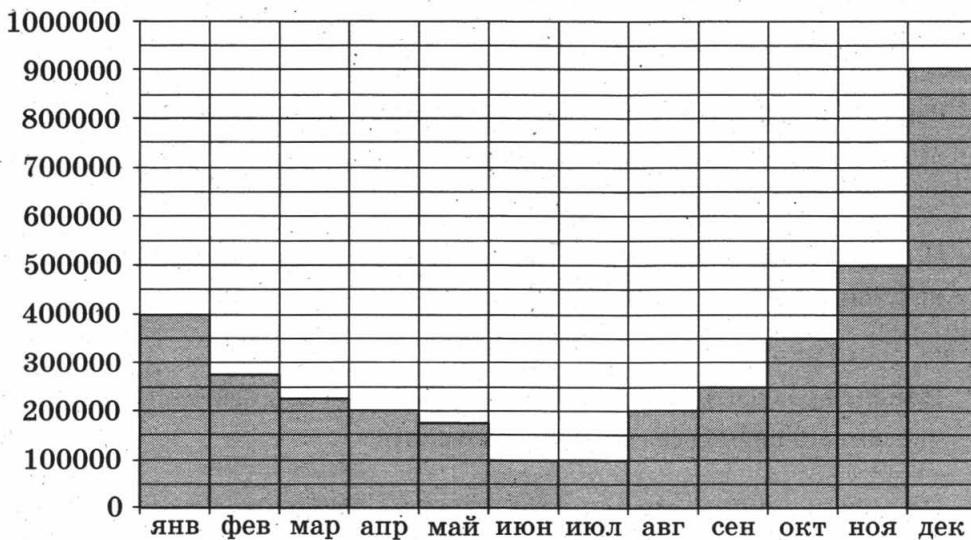
8. Определите по рисунку наименьшее значение температуры. Ответ дайте в градусах Цельсия.
9. Определите по рисунку наибольшее значение температуры в первой половине дня. Ответ дайте в градусах Цельсия.
10. Определите по рисунку, сколько часов температура была отрицательной.

■ 2.8

■ 2.9

■ 2.10

На диаграмме показано число запросов со словом СНЕГ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по декабрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц.



2.11 ■

2.12 ■

2.13 ■

2.14 ■

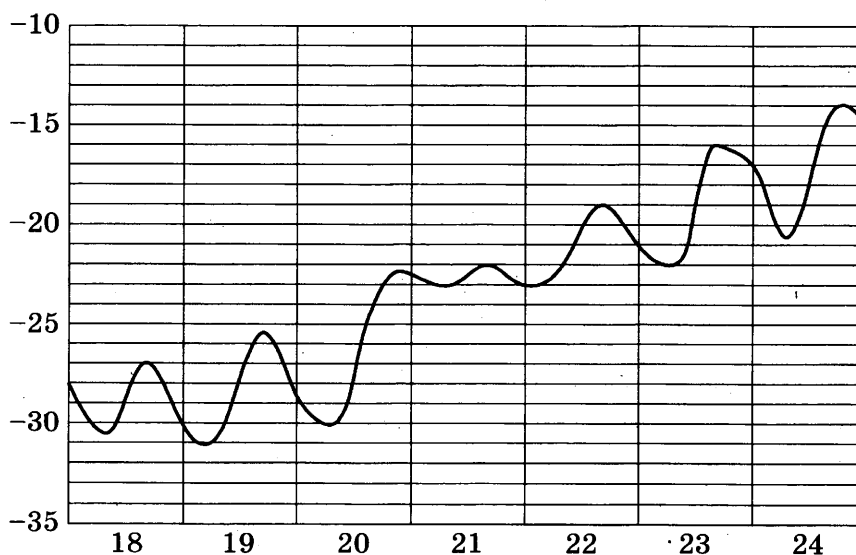
11. Определите по диаграмме максимальное месячное число запросов со словом СНЕГ в период с января по октябрь 2009 года.

12. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда число запросов со словом СНЕГ было равно 200 000.

13. Определите по диаграмме, во сколько раз максимальное месячное число запросов превышало минимальное месячное число запросов со словом СНЕГ в 2009 году.

14. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда число запросов со словом СНЕГ не превосходило 300 000.

На рисунке примерно показано изменение температуры воздуха в Москве с 18 по 24 января 2006 года. По горизонтали указываются числа января, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



2.15 ■

15. Определите по рисунку, какова была наименьшая температура воздуха за указанный период (в градусах Цельсия).

2.16 ■

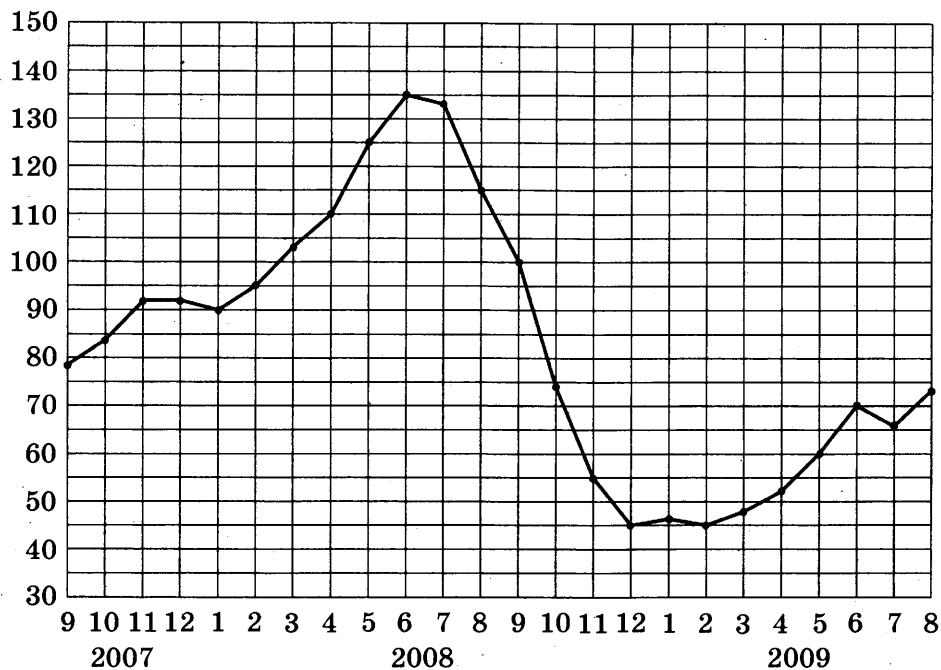
16. Определите по рисунку, какова была наибольшая температура воздуха 22 января (в градусах Цельсия).

2.17 ■

17. Найдите разность между наибольшей и наименьшей температурой за указанный период (в градусах Цельсия).

На рисунке жирными точками показана среднемесячная цена нефти с сентября 2007 по август 2009 года. По горизонтали указываются месяцы,

по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



**18.** Определите по рисунку, какой была среднемесячная цена нефти в мае 2009 года (в долларах за баррель).

■ **2.18**

**19.** Определите по рисунку, во сколько раз наибольшая среднемесячная цена нефти за указанный период превосходила её наименьшую среднемесячную цену.

■ **2.19**

**20.** Определите по рисунку наименьшую среднемесячную цену нефти в период с ноября 2007 по сентябрь 2008 года (в долларах за баррель).

■ **2.20**

## ЗАДАЧА 3

### Подготовительные задания

3.1 ■

3.2 ■

3.3 ■

3.4 ■

3.5 ■

1. Строительной фирме нужно перевезти 33 тонны цемента и 7 тонн облицовочного камня. Сколько машин потребуется фирме, чтобы за один рейс перевезти эти материалы, если фирма располагает грузовыми автомобилями грузоподъемностью 2,6 тонны?
2. Высокоскоростной Интернет позволяет скачать файл размером 84 Мб за 36 секунд. Сколько секунд будет скачиваться при той же скорости файл размером 252 Мб?
3. Рейтинговое агентство определяет рейтинги автомобилей на основе оценок безопасности  $S$ , комфорта  $C$ , функциональности  $F$ , качества  $Q$  и дизайна  $D$ . Каждый показатель оценивается читателями журнала по 5-балльной шкале. Рейтинг  $R$  вычисляется по формуле

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для трёх моделей автомобилей. Определите, какой автомобиль имеет наивысший рейтинг. В ответ запишите значение этого рейтинга.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	5	2	3	4	4
Б	3	4	3	5	3
В	4	3	5	3	4

4. Из города  $A$  в город  $B$  можно доехать на маршрутном такси, которое ходит ежедневно с 8 утра до 8 вечера каждые три часа. Время в пути составляет 2 часа. Из города  $B$  в город  $C$  можно доехать на электричке, которая ходит с 7 утра до 10 вечера каждые 50 минут. Также есть автобус из города  $A$  в город  $C$ , который ходит один раз в день в 14:00, и время в пути составляет 2 часа 45 минут. Миша пришёл на автовокзал в городе  $A$  в 12:30. Как ему быстрее всего добраться до города  $C$ , если от города  $B$  до города  $C$  электричка идет 20 минут? В ответе напишите, через сколько часов после прихода на автовокзал в городе  $A$  Миша окажется в городе  $C$ , если воспользуется этим вариантом.
5. Своему постоянному клиенту компания сотовой связи решила предоставить на выбор одну из скидок. Либо скидку 25% на звонки абонентам других сотовых компаний в своем регионе, либо скидку 5% на звонки в другие регионы, либо 15% на услуги мобильного Интернета. Клиент посмотрел распечатку своих звонков и выяснил, что за

месяц он потратил 300 рублей на звонки абонентам других компаний в своём регионе, 200 рублей на звонки в другие регионы и 400 рублей на мобильный Интернет. Клиент предполагает, что в следующем месяце затраты будут такими же, и, исходя из этого, выбирает наиболее выгодную для себя скидку. Какую скидку выбрал клиент? В ответ запишите, сколько рублей составит эта скидка.

6. Для изготовления книжных полок требуется заказать 48 одинаковых стекол в одной из трёх фирм. Площадь каждого стекла  $0,25 \text{ м}^2$ . В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекла и шлифовку края. Сколько рублей будет стоить самый дешёвый заказ?

Фирма	Цена стекла (руб. за $1 \text{ м}^2$ )	Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)
А	420	75
Б	440	65
В	470	55

7. Рейтинговое агентство определяет рейтинг соотношения «цена-качество» электрических фенов для волос. Рейтинг вычисляется на основе средней цены  $P$  и оценок функциональности  $F$ , качества  $Q$  и дизайна  $D$ . Каждый отдельный показатель оценивается экспертами по 5-балльной шкале целыми числами от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле

$$R = 3(F + Q) + D - 0,01P.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для нескольких моделей фенов. Определите, какая модель имеет наименьший рейтинг. В ответ запишите значение этого рейтинга.

Модель фена	Средняя цена (руб.)	Функциональность	Качество	Дизайн
А	1850	2	3	4
Б	2100	4	3	4
В	2000	3	4	2
Г	1950	3	2	4

8. Мебельный салон заключает договоры с производителями мебели. В договорах указывается, какой процент от суммы, вырученной за продажу мебели, поступает в доход мебельного салона.

Фирма-производитель	Процент от выручки, поступающий в доход салона	Примечания
«Альфа»	6,5%	Изделия ценой до 15 000 руб.
«Альфа»	2,5%	Изделия ценой свыше 15 000 руб.
«Бета»	3%	Все изделия
«Омикрон»	6%	Все изделия

■ 3.6

■ 3.7

■ 3.8

В преysкyранте приведены цены на четыре кресла-качалки. Определите, продажа какого кресла-качалки наиболее выгодна для салона. В ответ запишите, сколько рублей поступит в доход салона от продажи этого кресла-качалки.

Фирма-производитель	Изделие	Цена
«Альфа»	Кресло-качалка «Агнесса»	13 000 руб.
«Альфа»	Кресло-качалка «Валентина»	20 000 руб.
«Бета»	Кресло-качалка «Домна»	17 000 руб.
«Омикрон»	Кресло-качалка «Ия»	14 500 руб.

3.9 ■

3.10 ■

9. В первом банке один фунт стерлингов можно купить за 47,4 рубля. Во втором банке 30 фунтов — за 1446 рублей. В третьем банке 12 фунтов стоят 561 рубль. Какую наименьшую сумму (в рублях) придется заплатить за 10 фунтов стерлингов?

10. В книжном магазине объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше 1500 руб., он получает сертификат на 350 рублей, который можно обменять в том же магазине на любой товар ценой не выше 350 руб. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возратить товар в магазин. Покупатель И. хочет приобрести энциклопедию ценой 1200 руб., атлас автомобильных дорог ценой 340 руб. и учебник ценой 320 руб. В каком случае И. заплатит за покупку меньше всего:

- 1) И. купит все три книги сразу.
- 2) И. купит сначала энциклопедию и атлас, учебник получит за сертификат.
- 3) И. купит сначала энциклопедию и учебник, получит атлас за сертификат.

В ответ запишите, сколько рублей заплатит И. за покупку в этом случае.

3.11 ■

11. Рейтинговое агентство определяет рейтинги автомобилей на основе оценок безопасности  $S$ , комфорта  $C$ , функциональности  $F$ , качества  $Q$  и дизайна  $D$ . Каждый показатель оценивается читателями журнала по 5-балльной шкале. Рейтинг  $R$  вычисляется по формуле

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}$$

В таблице даны оценки каждого показателя для трех моделей автомобилей. Определите, какой автомобиль имеет наивысший рейтинг. В ответ запишите значение этого рейтинга.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	4	3	3	4	3
Б	2	4	4	5	5
В	4	4	3	3	4

12. Рейтинговое агентство определяет рейтинг соотношения «цена-качество» электрических фенов для волос. Рейтинг вычисляется на основе средней цены  $P$  и оценок функциональности  $F$ , качества  $Q$  и дизайна  $D$ . Каждый отдельный показатель оценивается экспертами по 5-балльной шкале целыми числами от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле

$$R = 3(F + Q) + D - 0,01P.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для нескольких моделей фенов. Определите, какая модель имеет наименьший рейтинг. В ответ запишите значение этого рейтинга.

Модель фена	Средняя цена (руб.)	Функциональность	Качество	Дизайн
А	1900	3	3	2
Б	1750	2	4	2
В	1950	3	3	3
Г	2150	3	4	2

13. Веревку можно покупать либо по метру, стоимостью 27 рублей за метр, либо бухтами по 50 метров, стоимостью 1200 рублей за бухту. Сколько рублей придется заплатить за самый дешевый вариант покупки 38 метров веревки?

14. Из пункта А в пункт Б автомобиль может ехать либо 30 км по просёлочной дороге, либо 45 км по шоссе. За какое минимальное время можно добраться на автомобиле из пункта А в пункт Б, если средняя скорость движения по просёлочной дороге — 45 км/ч, а средняя скорость движения по шоссе — 60 км/ч? Ответ дайте в минутах.

15. У продуктового магазина есть два поставщика макаронных изделий. Какова наименьшая стоимость (в рублях) покупки 45 коробок макаронных изделий с доставкой?

Поставщик	Цена макаронных изделий (руб. за 1 коробку)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	1510	2700	При заказе на сумму больше 50 000 руб. доставка бесплатно
Б	1500	2900	При заказе на сумму больше 70 000 руб. доставка бесплатно

■ 3.12

■ 3.13

■ 3.14

■ 3.15

3.16 ■

16. От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси. В таблице показано время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу? Ответ дайте в минутах.

Транспорт	1	2	3
Автобус	От дома до автобусной станции — 20 мин.	Автобус в пути: 2 ч 10 мин.	От остановки автобуса до дачи пешком 10 мин.
Электричка	От дома до станции железной дороги — 15 мин.	Электричка в пути: 1 ч 20 мин.	От станции до дачи пешком 55 мин.
Маршрутное такси	От дома до остановки маршрутного такси — 20 мин.	Маршрутное такси в пути: 1 ч 40 мин.	От остановки маршрутного такси до дачи пешком 35 мин.

3.17 ■

17. Клиент хочет арендовать автомобиль на двое суток для поездки протяжённостью 2100 км. В таблице приведены характеристики трёх автомобилей и стоимость их аренды. Помимо аренды клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Какую сумму в рублях заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешёвый вариант? Цена дизельного топлива — 19 рублей за литр, бензина — 22 рубля за литр, газа — 14 рублей за литр.

Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
А	Дизельное	7	3700
Б	Бензин	10	3200
В	Газ	14	3200

3.18 ■

18. Для транспортировки 42 тонн груза на 1100 км можно воспользоваться услугами одной из трёх фирм-перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъёмность автомобилей для каждого перевозчика указана в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешёвую перевозку?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъёмность автомобилей (тонн)
А	3200	3,5
Б	4100	5
В	9500	12

3.19 ■

19. В таблице даны тарифы на услуги трёх фирм такси. Предполагается поездка длительностью 1 час. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить меньше всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?



Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты поездки сверх продолжительности минимальной поездки
«Пеликан»	350 руб.	Нет	13 руб.
«Фламинго»	Бесплатно	20 мин, 400 руб.	19 руб.
«Цапля»	200 руб.	15 мин, 225 руб.	15 руб.

\* Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

20. Художественная студия приобретает 300 кг скульптурного гипса у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость (в рублях) покупки гипса с доставкой? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Цена 1 кг гипса (руб.)	Стоимость доставки (руб.)	Специальные предложения и скидки
А	120	3000	
Б	110	2700	При заказе на сумму больше 35 000 руб. доставка бесплатно
В	125	2400	При заказе на сумму больше 30 000 руб. доставка бесплатно

### Зачетные задания

1. Школьники хотят купить в подарок на День учителя своей классной руководительнице букет из 11 роз. В магазине около школы розы стоят по 105 рублей, а в магазине на цветочной базе за городом, куда можно доехать только на такси, такие же розы стоят по 75 рублей за штуку. Оказалось, что в связи с праздником в магазине около школы действует скидка на розы, равная количеству купленных роз, но не более 15%. Такси до цветочной базы и обратно стоит 200 рублей. Как выгоднее поступить старосте, ответственной за покупку букета: купить цветы в магазине около школы или съездить на такси на цветочную базу? В ответе напишите, сколько рублей она потратит в этом случае.
2. В первом банке один швейцарский франк можно купить за 30,5 рубля. Во втором банке 110 франков — за 3366 рублей. В третьем банке 35 франков стоят 1074,5 рубля. Какую наименьшую сумму (в рублях) придется заплатить за 90 швейцарских франков?

■ 3.20

■ 3.1

■ 3.2

**3.3 ■**

3. В магазине одежды объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше 10 000 руб., он получает скидку на следующую покупку в размере 10% уплаченной суммы. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель Б. хочет приобрести пуховик ценой 9200 руб., рубашку ценой 900 руб. и перчатки ценой 1000 руб. В каком случае Б. заплатит за покупку меньше всего:

- 1) Б. купит все три товара сразу.
- 2) Б. купит сначала пуховик и рубашку, а потом перчатки со скидкой.
- 3) Б. купит сначала пуховик и перчатки, а потом рубашку со скидкой.

В ответ запишите, сколько рублей заплатит Б. за покупку в этом случае.

**3.4 ■**

4. В среднем входящий трафик гражданина К. составляет 1600 Мб в месяц, а исходящий — 1200 Мб. Раньше у К. был тариф, по которому 1 Мб любого трафика стоил 35 копеек. Потом К. перешёл на новый тариф, по которому 1 Мб исходящего трафика стоит 40 копеек, а 1 Мб входящего — 28 копеек.

За полгода трафик К. в среднем остался неизменным. На сколько больше рублей заплатил бы К. за Интернет за этот период, если бы не поменял тариф?

**3.5 ■**

5. Вася загружает на свой компьютер из Интернета файл размером 30 Мб за 26 секунд. Петя загружает файл размером 28 Мб за 25 секунд, а Миша загружает файл размером 32 Мб за 29 секунд. Сколько секунд будет загружаться файл размером 390 Мб на компьютер с наибольшей скоростью загрузки?

**3.6 ■**

6. В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года).

Наименование продукта	Кострома	Томск	Ярославль
Пшеничный хлеб (батон)	11	12	15
Молоко (1 литр)	26	25	26
Картофель (1 кг)	17	15	9
Сыр (1 кг)	240	220	240
Мясо (говядина)	285	310	230
Подсолнечное масло (1 литр)	52	50	58

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешевым следующий набор продуктов: 2 кг сыра, 1 кг говядины, 3 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

7. Для остекления музейных витрин требуется заказать 50 одинаковых стёкол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла  $0,35 \text{ м}^2$ . В таблице приведены цены на стекло и на резку стёкол. Сколько рублей будет стоить самый дешёвый заказ?

Фирма	Цена стекла (руб. за $1 \text{ м}^2$ )	Резка стекла (руб. за одно стекло)
А	320	20
В	310	25
С	340	15

8. Для того чтобы связать свитер, хозяйке нужно 600 граммов шерсти синего цвета. Можно купить синюю пряжу по цене 70 рублей за 100 г, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 60 рублей за 100 г и окрасить её. Один пакетик краски стоит 40 рублей и рассчитан на окраску 300 г пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответ напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.

9. В таблице даны условия банковского вклада в трёх различных банках. Предполагается, что клиент кладёт на счет 40 000 рублей на срок 1 год. В каком банке к концу года вклад окажется наибольшим? В ответе укажите сумму этого вклада в рублях.

Банк	Обслуживание счета*	Процентная ставка (% годовых)**
Банк А	40 руб. в год	2,1
Банк Б	8 руб. в месяц	2,5
Банк В	Бесплатно	2

\* В начале года или месяца со счета снимается указанная сумма в уплату за ведение счета.

\*\* В конце года вклад увеличивается на указанное количество процентов.

10. Своему постоянному клиенту компания сотовой связи решила предоставить на выбор одну из скидок. Либо скидку 25% на звонки абонентам других сотовых компаний в своем регионе, либо скидку 15% на звонки в другие регионы, либо 20% на услуги мобильного Интернета. Клиент посмотрел распечатку своих звонков и выяснил, что за месяц он потратил 300 рублей на звонки абонентам других компаний в своём регионе, 500 рублей на звонки в другие регионы и 400 рублей на мобильный Интернет. Клиент предполагает, что в следующем месяце затраты будут такими же, и, исходя из этого, выбирает наиболее выгодную для себя скидку. Какую скидку выбрал клиент? В ответ запишите, сколько рублей составит эта скидка.

■ 3.7

■ 3.8

■ 3.9

■ 3.10

**3.11** ■

11. Строительной фирме нужно приобрести 40 кубометров строительного бруса у одного из трёх поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)?

Поставщик	Цена бруса (руб. за 1 м <sup>3</sup> )	Стоимость доставки (руб.)	Специальные предложения и скидки
А	3600	10 700	
Б	4100	8700	При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатно
В	3700	8700	При заказе на сумму больше 200 000 руб. доставка бесплатно

**3.12** ■

12. Для перевозки 4 тонн груза на 350 км можно воспользоваться услугами одной из трёх транспортных компаний. Стоимость перевозки и грузоподъёмность автомобилей для каждой компании указаны в таблице. Сколько рублей будет стоить наиболее дешёвый вариант перевозки груза?

Компания-перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 10 км)	Грузоподъёмность автомобиля (тонн)
А	90	1,8
Б	130	2,6
В	140	2,8

**3.13** ■

13. Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «0»	Нет	2,5 руб. за 1 Мб
План «700»	600 руб. за 700 Мб трафика в месяц	2 руб. за 1 Мб сверх 700 Мб
План «1000»	830 руб. за 1000 Мб трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мб сверх 1000 Мб

Пользователь предполагает, что его трафик составит 810 Мб в месяц и, исходя из этого, выбирает наиболее дешёвый тарифный план. Сколько рублей заплатит пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 810 Мб?

**3.14** ■

14. Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за 1 минуту разговора
Повреждённый	Нет	0,35 руб.
Комбинированный	140 руб. за 350 минут в месяц	0,3 руб. за 1 минуту сверх 350 минут в месяц
Безлимитный	200 руб.	0 руб.

Абонент выбрал наиболее дешёвый тарифный план, исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составит 700 минут в месяц. Какую сумму он должен будет заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 700 минутам? Ответ дайте в рублях.

- 15.** Семья из трёх человек едет из Москвы в Чебоксары. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 740 рублей. Автомобиль расходует 9 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 19 руб. за литр. Какая поездка (поездом или машиной) обойдётся дешевле? В ответ напишите, сколько рублей она будет стоить.
- 16.** Для строительства гаража можно использовать один из двух типов фундамента: бетонный или фундамент из пеноблоков. Для фундамента из пеноблоков необходимо 4 кубометра пеноблоков и 3 мешка цемента. Для бетонного фундамента необходимо 4 тонны щебня и 40 мешков цемента. Кубометр пеноблоков стоит 2250 рублей, щебень стоит 560 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 180 рублей. Сколько рублей будет стоить материал, если выбрать наиболее дешёвый вариант?
- 17.** Пассажир приехал в Санкт-Петербург на Московский вокзал. Чтобы доехать до Петродворца, он может воспользоваться одним из трёх способов: маршрутным такси от ст. м. «Проспект Ветеранов», электричкой от Балтийского вокзала или теплоходом от Дворцовой набережной. В таблице показано время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу? Ответ дайте в часах.

Маршрутное такси	Электричка	Теплоход
От вокзала до остановки маршрутного такси 30 мин.	От Московского до Балтийского вокзала 20 мин.	От вокзала до пристани 30 мин.
Маршрутное такси в пути 40 мин.	Электричка в пути 40 мин.	Теплоход в пути 26 мин.
От остановки такси до Петродворца 5 мин.	От станции ж/д до Петродворца 20 мин.	От пристани до Петродворца 10 мин.

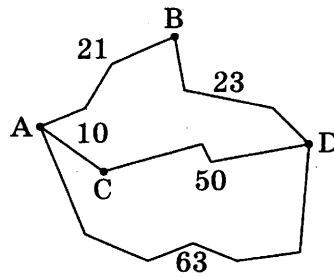
- 18.** Из пункта А в пункт D ведут три дороги. Первая дорога ведет через пункт В, и этой дорогой едет мотоциклист со средней скоростью 44 км/ч. Вторая дорога ведёт через пункт С, и по этой дороге едет грузовик со средней скоростью 40 км/ч. Третья дорога без промежуточных пунктов, по ней едет автобус со средней скоростью 36 км/ч. На рисунке показана схема дорог и даны расстояния в километрах.

■ 3.15

■ 3.16

■ 3.17

■ 3.18



Все транспортные средства вышли из пункта А одновременно. Какое из них доберётся до пункта D раньше других? В ответе запишите, сколько часов это транспортное средство будет в пути.

3.19 ■

19. Для транспортировки 45 тонн груза на 1300 км можно использовать одного из трёх перевозчиков. Тарифы перевозчиков приведены в таблице. Какова наименьшая стоимость (в рублях) транспортировки?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	3700	3,5
Б	4300	5
В	9800	12

3.20 ■

20. В таблице указаны средние цены на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным некоторого исследования).

Наименование продукта	Средняя цена (в рублях)		
	Петрозаводск	Ставрополь	Омск
Пшеничный хлеб (батон)	18	11	16
Молоко (1 литр)	28	20	24
Картофель (1 кг)	9	13	16
Сыр (1 кг)	240	215	260
Мясо (говядина, 1 кг)	275	230	295
Подсолнечное масло (1 литр)	38	44	50

Определите, в каком из этих трёх городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов:

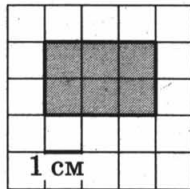
- 2 кг картофеля;
- 1 кг сыра;
- 1 л подсолнечного масла.

В ответ запишите полученную сумму в рублях.

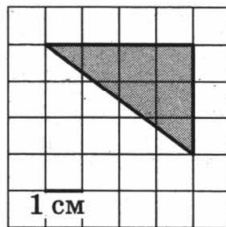
## ЗАДАЧА 4

### Подготовительные задания

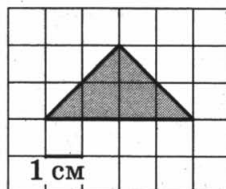
1. Найдите площадь прямоугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



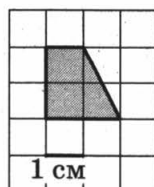
2. Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



3. Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



4. Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



■ 4.1

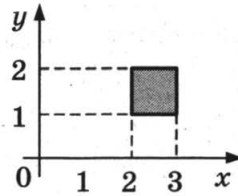
■ 4.2

■ 4.3

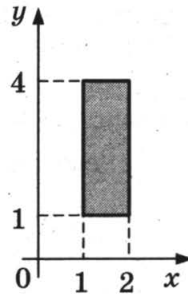
■ 4.4

**4.5** ■

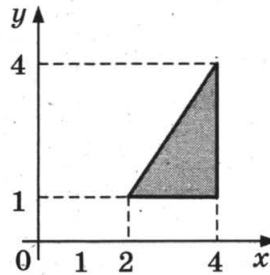
5. Найдите площадь квадрата, вершины которого имеют координаты  $(2; 1)$ ,  $(3; 1)$ ,  $(3; 2)$ ,  $(2; 2)$ .

**4.6** ■

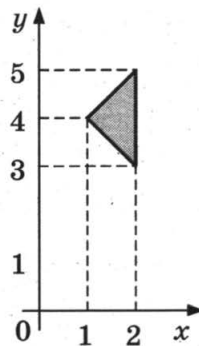
6. Найдите площадь прямоугольника, вершины которого имеют координаты  $(1; 1)$ ,  $(2; 1)$ ,  $(2; 4)$ ,  $(1; 4)$ .

**4.7** ■

7. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты  $(2; 1)$ ,  $(4; 1)$ ,  $(4; 4)$ .

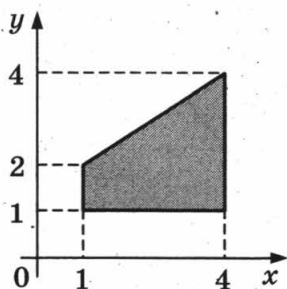
**4.8** ■

8. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты  $(1; 4)$ ,  $(2; 3)$ ,  $(2; 5)$ .

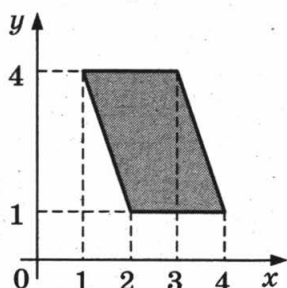




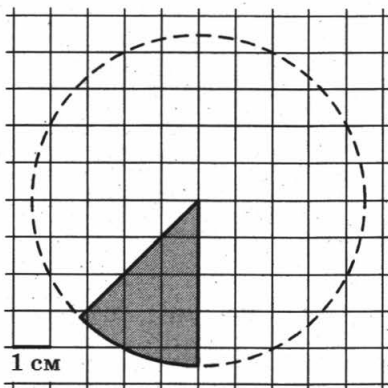
9. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты (1; 1), (4; 1), (4; 4), (1; 2).



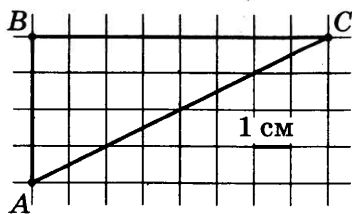
10. Найдите площадь параллелограмма, вершины которого имеют координаты (2; 1), (4; 1), (3; 4), (1; 4).



11. Найдите (в  $\text{см}^2$ ) площадь  $S$  фигуры, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  (см. рис.). В ответе запишите  $\frac{S}{\pi}$ .



12. На клетчатой бумаге с клетками размером  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  изображён треугольник (см. рис.). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



■ 4.9

■ 4.10

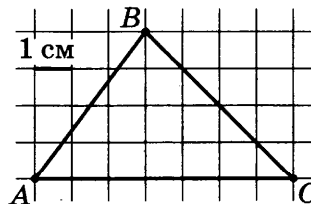
■ 4.11

■ 4.12

4.13 ■



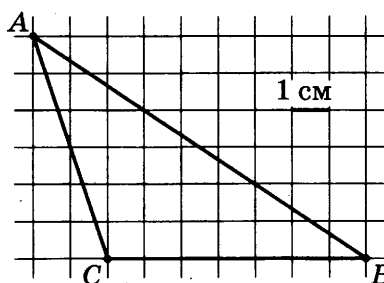
13. На клетчатой бумаге с клетками размером  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  изображён треугольник (см. рис.). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



4.14 ■



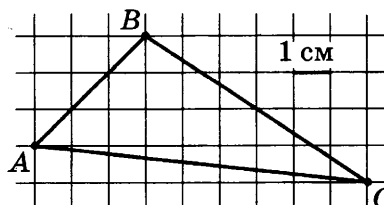
14. На клетчатой бумаге с клетками размером  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  изображён треугольник (см. рис.). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



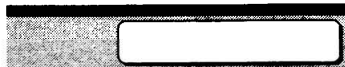
4.15 ■



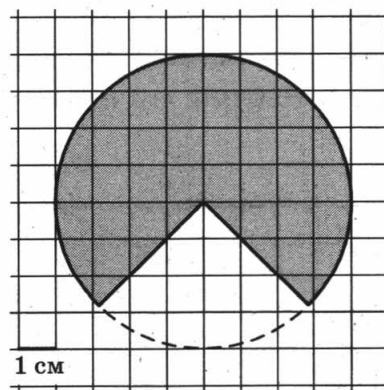
15. На клетчатой бумаге с клетками размером  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  изображён треугольник (см. рис.). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



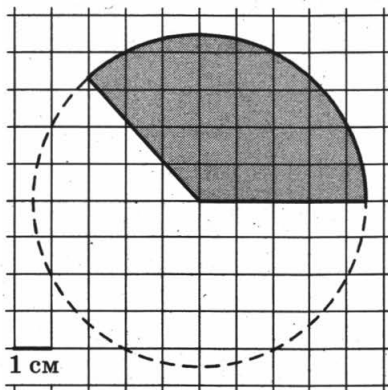
4.16 ■



16. Найдите (в  $\text{см}^2$ ) площадь  $S$  фигуры, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). В ответе запишите  $\frac{S}{\pi}$ .

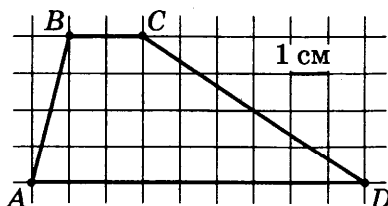


17. Найдите (в  $\text{см}^2$ ) площадь  $S$  фигуры, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  (см. рис.). В ответе запишите  $\frac{S}{\pi}$ .



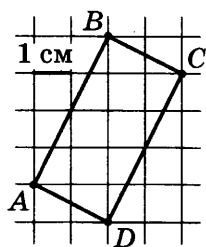
■ 4.17

18. На клетчатой бумаге с клетками размером  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  изображена трапеция (см. рис.). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



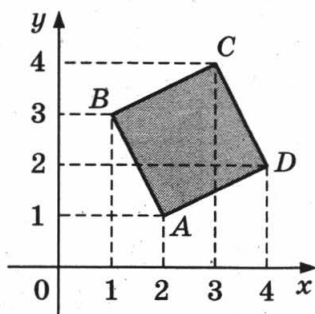
■ 4.18

19. На клетчатой бумаге с клетками размером  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  изображён прямоугольник (см. рис.). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



■ 4.19

20. Найдите площадь квадрата, вершины которого имеют координаты  $(2; 1)$ ,  $(1; 3)$ ,  $(3; 4)$ ,  $(4; 2)$ .

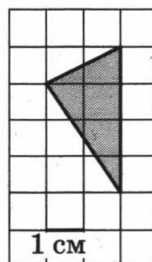


■ 4.20

## Зачетные задания

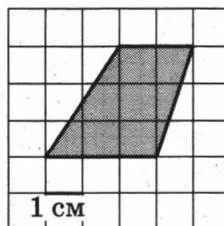
4.1 ■

1. Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



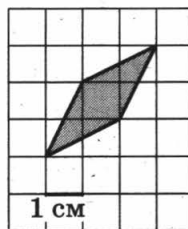
4.2 ■

2. Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



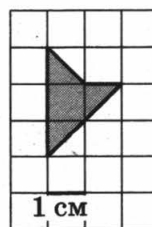
4.3 ■

3. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

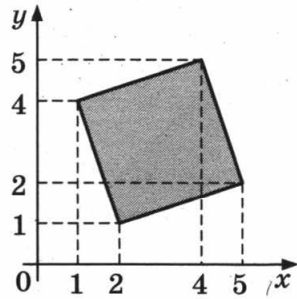


4.4 ■

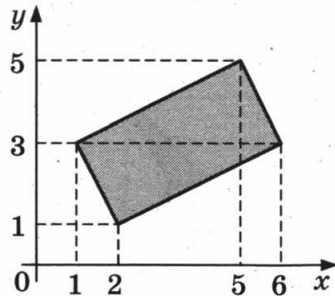
4. Найдите площадь четырёхугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



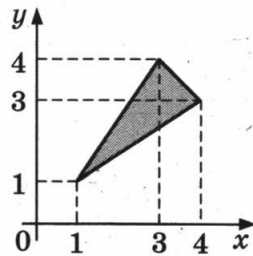
5. Найдите площадь квадрата, вершины которого имеют координаты  $(2; 1)$ ,  $(5; 2)$ ,  $(4; 5)$ ,  $(1; 4)$ .



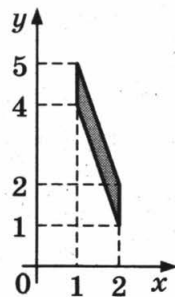
6. Найдите площадь прямоугольника, вершины которого имеют координаты  $(2; 1)$ ,  $(6; 3)$ ,  $(5; 5)$ ,  $(1; 3)$ .



7. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты  $(1; 1)$ ,  $(4; 3)$ ,  $(3; 4)$ .



8. Найдите площадь параллелограмма, вершины которого имеют координаты  $(2; 1)$ ,  $(2; 2)$ ,  $(1; 5)$ ,  $(1; 4)$ .



■ 4.5

■ 4.6

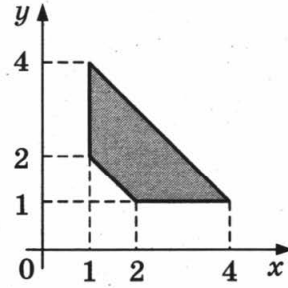
■ 4.7

■ 4.8

4.9 ■



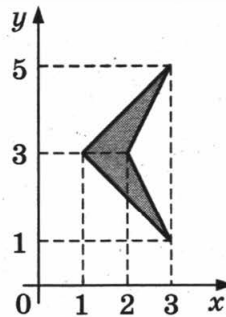
9. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты (2; 1), (4; 1), (1; 4), (1; 2).



4.10 ■



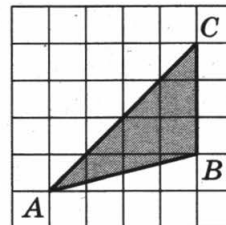
10. Найдите площадь четырёхугольника, вершины которого имеют координаты (1; 3), (3; 1), (2; 3), (3; 5).



4.11 ■



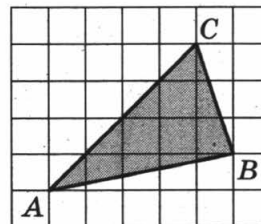
11. Найдите площадь треугольника  $ABC$ , считая стороны квадратных клеток равными 1.



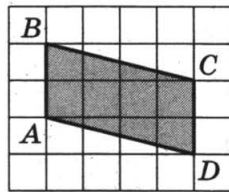
4.12 ■



12. Найдите площадь треугольника  $ABC$ , считая стороны квадратных клеток равными 1.

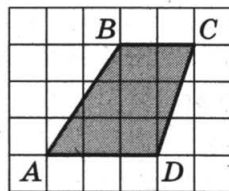


13. Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ , считая стороны квадратных клеток равными 1.



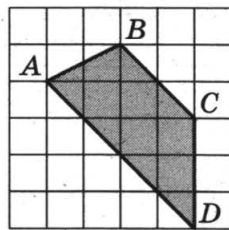
■ 4.13

14. Найдите площадь трапеции  $ABCD$ , считая стороны квадратных клеток равными 1.



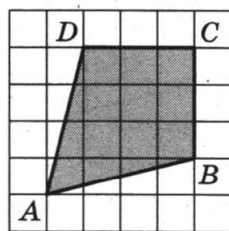
■ 4.14

15. Найдите площадь трапеции  $ABCD$ , считая стороны квадратных клеток равными 1.



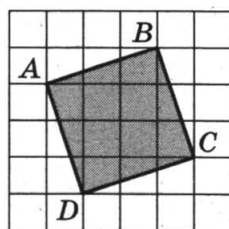
■ 4.15

16. Найдите площадь четырёхугольника  $ABCD$ , считая стороны квадратных клеток равными 1.



■ 4.16

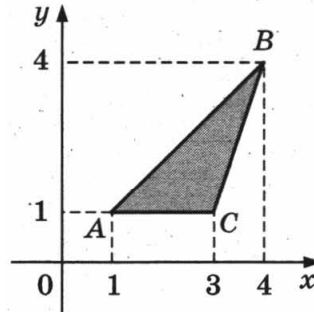
17. Найдите площадь квадрата  $ABCD$ , считая стороны квадратных клеток равными 1.



■ 4.17

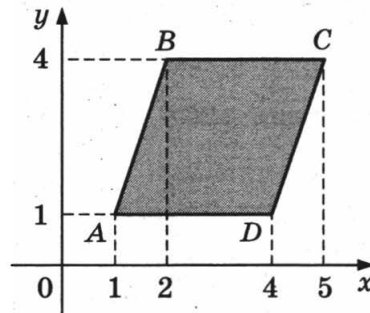
4.18 ■

18. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты  $(1; 1)$ ,  $(4; 4)$ ,  $(3; 1)$ .



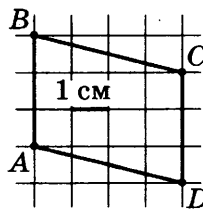
4.19 ■

19. Найдите площадь параллелограмма, вершины которого имеют координаты  $(1; 1)$ ,  $(2; 4)$ ,  $(5; 4)$ ,  $(4; 1)$ .



4.20 ■

20. На клетчатой бумаге с клетками размером  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  изображён параллелограмм (см. рис.). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.





## ЗАДАЧА 5

### Подготовительные задания

1. Найдите вероятность вытянуть из колоды из 36 карт карту красной (червы или бубны) масти.
2. В среднем из 300 карандашей у 47 сломан грифель. Найдите вероятность того, что у случайно выбранного карандаша грифель не сломан. Ответ округлите до сотых.
3. Чтобы решить, пойти в кино или в театр, Анна бросает три раза монетку. Если ровно в двух случаях из трёх выпадет решка, то она пойдет в кино, иначе — в театр. Найдите вероятность того, что Анна пойдет в театр.
4. На собрании жильцов дома присутствовали 56 человек, в том числе Антон Андреевич. Они жеребьевкой решали, кто войдет в состав дружины, которая должна состоять из 7 человек. Какова вероятность того, что Антон Андреевич станет дружинником?
5. При переезде нужно было перевезти 25 коробок, среди которых была ровно одна с чашками. 9 из всех коробок перевезли на грузовике, а остальные — на легковом автомобиле четырьмя рейсами, причём за каждый рейс перевозили одинаковое количество коробок и порядок погрузки определялся случайным образом. Найдите вероятность того, что коробка с чашками перевозилась на легковом автомобиле последним рейсом.
6. Бабушка испекла пирожки с повидлом, капустой и картошкой и выложила их вперемешку на одно блюдо. С повидлом было 8 пирожков, с капустой — 7, а с картошкой — 10. Внешне все пирожки выглядят одинаково. Найдите вероятность того, что случайно взятый внучкой пирожок окажется с капустой.
7. Маша, Олег, Соня, Миша и Кирилл играют в классики. Того, кому первым ходить, они определяют жребием. Найдите вероятность того, что начинать будет мальчик.
8. На складе фруктов в коробку с 22 яблоками случайно попало 3 нектарина. На складе перегорела лампочка, и продавцу пришлось на ощупь достать из этой коробки 1 фрукт. Найдите вероятность того, что это будет яблоко.

■ 5.1

■ 5.2

■ 5.3

■ 5.4

■ 5.5

■ 5.6

■ 5.7

■ 5.8

5.9 ■

5.10 ■

5.11 ■

5.12 ■

5.13 ■

5.14 ■

5.15 ■

5.16 ■

5.17 ■

5.18 ■

9. Кубик кинули 3 раза и сложили три выпавших числа. Найдите вероятность, что полученная сумма будет равна 7, если первый раз выпала двойка. Ответ округлите до десятых.
10. Генератор случайных чисел выдал двузначное число. Найдите вероятность того, что в его записи есть ноль.
11. Найдите вероятность того, что при броске монеты выпадет орёл.
12. Найдите вероятность того, что при броске двух кубиков на первом выпадет меньше 4 очков, а на втором — ровно 6 очков.
13. В среднем на 50 карманных фонариков приходится семь неисправных. Найдите вероятность покупки неисправного фонарика.
14. В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 13 из них встречается вопрос по производной. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не попадётся вопрос по производной.
15. На чемпионате по прыжкам с шестом выступают 30 спортсменов, среди них 6 прыгунов из Швеции и 7 прыгунов из Мексики. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что тринадцатым будет выступать прыгун из Швеции.
16. Две футбольные команды «Ротор» и «Статор» играют серию из трёх матчей. Вероятность ничьей в каждом матче равна 0,2. Силы команд равны, поэтому вероятности выигрыша и проигрыша каждой команды в одном матче одинаковы. Найдите вероятность того, что все три матча выиграет команда «Ротор».
17. В левом ящике стола лежат шесть карандашей — два красных и четыре синих. Павел, не глядя, вынимает три карандаша и перекладывает их в правый ящик стола. Найдите вероятность того, что два красных карандаша теперь лежат в одном ящике.
18. В левом ящике стола лежат шесть карандашей — два красных и четыре синих. Павел, не глядя, вынимает три карандаша и уносит их с собой в школу. Найдите вероятность того, что в ящике остался только один красный карандаш.

19. Коля и Толя играют в кости. Они бросают кубик по одному разу, выигрывает тот, у кого выпадет больше очков. Первым бросил Коля, у него выпало 4 очка. Найдите вероятность того, что Толя не выиграет.
20. В классе 12 мальчиков и 13 девочек. 1 сентября случайным образом определяют двух дежурных на 2 сентября, которые должны приготовить класс к занятиям. Найдите вероятность того, что будут дежурить мальчик и девочка.

### Зачетные задания

1. Ковбой Джон попадает в муху с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнется.
2. Компания проводит восьмидневную акцию, по которой дарит каждому из 1530 своих клиентов по одному подарку. В первый день планируется подарить 6 подарков, а в каждый следующий день, начиная со второго, — в два раза больше, чем в предыдущий. Порядок выдачи подарков клиентам определяется жребием. Найдите вероятность, что клиент компании Вячеслав К. получит свой подарок в первый, второй, пятый или шестой дни акции.
3. На соревнования по гребле приехали 6 спортсменов из Испании, 4 спортсмена из Китая, 5 спортсменов из Индии и 5 спортсменов из Англии. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что четвертым будет выступать спортсмен из Азии.
4. В летнюю школу по математике приехали 24 восьмиклассника, 26 девятиклассников и 30 десятиклассников. Во время обеда все школьники выстроились в случайном порядке в очередь. Найдите вероятность того, что первым в очереди в столовую окажется восьмиклассник.
5. Кубик кинули 3 раза и сложили три выпавших числа. Найдите вероятность того, что полученная сумма будет равна 4 или 17. Ответ округлите до сотых.
6. Колода в некоторой настольной игре состоит из 47 карт с различными картинками. Из них на 27 нарисованы животные, на 12 — растения, а на остальных — предметы. При этом треть карт с животными и четверть карт с предметами синего цвета, а половина карт с расте-

■ 5.19

■ 5.20

■ 5.1

■ 5.2

■ 5.3

■ 5.4

■ 5.5

■ 5.6

**5.7 ■**

**5.8 ■**

**5.9 ■**

**5.10 ■**

**5.11 ■**

**5.12 ■**

**5.13 ■**

**5.14 ■**

**5.15 ■**

ниями — красного. Из колоды убрали все синие карты, а оставшиеся карты перемешали и вытянули наугад одну карту. Найдите вероятность того, что вытянули карту с нарисованным на ней предметом, если изначально в колоде все карты были либо красного, либо синего цвета.

7. На «Веселых стартах» в параллели пятых классов проводились соревнования по прыжкам в мешках. Всех 75 участников разбили на тройки. Найдите вероятность того, что Вася Тяпкин из 5 «Б» выступает в четвёртой тройке.
8. Гроссмейстеры А. и Б. играют в шахматы. Если А. играет белыми, то он выигрывает у Б. с вероятностью 0,7. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,6. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняются цветами фигур. Найдите вероятность того, что Б. выиграет оба раза.
9. Монету подкинули три раза. Найдите вероятность того, что все три раза выпала решка, если известно, что в первый раз выпала решка.
10. Для лотереи напечатан миллион билетов, причём первый билет имеет номер 000000, второй — 000001, . . . , последний — 999999. Билет считается счастливым, если в его записи присутствуют ровно три цифры 7. Найдите вероятность купить счастливый билет, если они продаются в случайном порядке.
11. Найдите вероятность того, что при броске кубика выпадет чётное число очков.
12. Найдите вероятность того, что при броске двух монет выпадет ровно одна решка.
13. Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвуют 26 шахматистов, среди которых 5 участников из России, в том числе Кирилл Черноусов. Найдите вероятность того, что в первом туре Кирилл Черноусов будет играть с каким-либо шахматистом из России.
14. В среднем из 900 шариковых ручек 45 не пишут. Найдите вероятность того, что наугад взятая ручка будет писать.
15. В фирме такси в данный момент свободно 12 машин: 1 чёрная, 3 жёлтых и 8 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность, что эта машина — жёлтого цвета.

**16.** В группе по английскому языку учатся 10 школьников: Андрей, Катя, Лёша, Маша, Миша, Оля, Петя, Серёжа, Руслан и Толя. В начале урока учительница произвольным образом выбирает ученика, чтобы он отвечал домашнее задание у доски. Найдите вероятность того, что к доске пойдёт девочка.

■ 5.16

**17.** На соревнования по метанию ядра приехали 6 спортсменов из Италии, 3 из Германии и 3 из России. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что третьим будет выступать спортсмен из Германии.

■ 5.17

**18.** Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 50 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день запланировано 30 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

■ 5.18

**19.** Катя и Настя бросают кубик по одному разу. Выигрывает та девочка, у которой выпало больше очков. Ничья, если очков поровну. Первой бросила Катя, у неё выпало 4 очка. Найдите вероятность того, что Настя проигрывает.

■ 5.19

**20.** На турнир по настольному теннису прибыли 26 участников, в том числе близнецы Тоша и Гоша. Для проведения жеребьёвки первого тура участников случайным образом разбивают на две группы по 13 человек. Какова вероятность того, что Тоша и Гоша окажутся в одной группе?

■ 5.20

## ЗАДАЧА 6

### Подготовительные задания

6.1 ■

6.2 ■

6.3 ■

6.4 ■

6.5 ■

6.6 ■

6.7 ■

6.8 ■

6.9 ■

6.10 ■

6.11 ■

6.12 ■

6.13 ■

6.14 ■

1. Решите уравнение  $2x^2 + 5x - 3 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.
2. Решите уравнение  $(3x + 15)^2 = (3x - 9)^2$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.
3. Решите уравнение  $(x - 5)(x - 3) + 1 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.
4. Решите уравнение  $\sqrt{5x - 1} = 2x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.
5. Решите уравнение  $\sqrt{2x - 7} = 7$ .
6. Решите уравнение  $\sqrt[3]{x + 3} = \frac{1}{2}$ .
7. Решите уравнение  $9^{1-x} = \frac{1}{3}$ .
8. Решите уравнение  $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x+63} = 7^{x+21}$ .
9. Решите уравнение  $\log_4 x = 3$ .
10. Решите уравнение  $\lg(-5x + 2) = -1$ .
11. Решите уравнение  $26 - 13x = 0$ .
12. Решите уравнение  $\sqrt{x} = 7$ .
13. Решите уравнение  $\log_5 x = 2$ .
14. Решите уравнение  $\sqrt{x} = 0,3$ .

15. Решите уравнение  $\log_2 x = -3$ .

16. Решите уравнение  $2^x = 16$ .

17. Решите уравнение  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{32}$ .

18. Решите уравнение  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 16$ .

19. Решите уравнение  $5^{-x} = 125$ .

20. Решите уравнение  $\sqrt{x-3} = 6$ .

### Зачетные задания

1. Решите уравнение  $\frac{6x+1}{2x-4} = 5$ .

2. Решите уравнение  $6x = 1 + \frac{1}{x}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

3. Решите уравнение  $2\sqrt{11+2x} = x+3$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

4. Решите уравнение  $216^{4-x} = 36^{\frac{3}{2}x}$ .

5. Решите уравнение  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x+2} = \left(\frac{1}{22}\right)^{x^2-3x+2}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

6. Решите уравнение  $\log_5(-5x+13) = 3$ .

7. Решите уравнение  $\log_{2x+3} 7 = 0,5$ .

8. Решите уравнение  $\log_{27}(8x+21) = \frac{\log_3(7-6x)}{3}$ .

■ 6.15

■ 6.16

■ 6.17

■ 6.18

■ 6.19

■ 6.20

■ 6.1

■ 6.2

■ 6.3

■ 6.4

■ 6.5

■ 6.6

■ 6.7

■ 6.8

**6.9** ■**6.10** ■**6.11** ■**6.12** ■**6.13** ■**6.14** ■**6.15** ■**6.16** ■**6.17** ■**6.18** ■**6.19** ■**6.20** ■

9. Решите уравнение  $\cos \frac{\pi(x+1)}{33} = \frac{1}{2}$ . В ответе запишите наибольший отрицательный корень.
10. Решите уравнение  $\operatorname{tg}(-\pi x) = -1$ . В ответе запишите наименьший положительный корень.
11. Решите уравнение  $(2x+7)^2 = (2x-5)^2$ .
12. Решите уравнение  $\frac{5x-4}{6} = \frac{4x-5}{5}$ .
13. Решите уравнение  $(x-8)^2 = -32x$ .
14. Решите уравнение  $\frac{1}{11}x^2 = 9\frac{1}{11}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.
15. Решите уравнение  $\frac{1}{x+2} = \frac{2}{x}$ .
16. Решите уравнение  $\sqrt{20-3x} = \sqrt{5}$ .
17. Решите уравнение  $\sqrt{11+5x} = x+3$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.
18. Решите уравнение  $\sin \frac{\pi x}{12} = -0,5$ . В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.
19. Найдите корень уравнения  $2^x \cdot 3^x = 36^{x-4}$ .
20. Найдите корень уравнения  $2 \log_4(3x-5) = \log_2(15-x)$ .



## ЗАДАЧА 7

### Подготовительные задания

1. Угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла прямоугольного треугольника, равен  $15^\circ$ . Найдите гипотенузу, если меньший катет равен 5.
2. Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении  $4 : 3$ , считая от вершины острого угла. Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен 88.
3. Основания трапеции равны 12 и 17. Найдите больший из отрезков, на которые диагональ трапеции делит среднюю линию.
4. Биссектриса угла, смежного с углом параллелограмма, параллельна одной из его диагоналей. Найдите угол, под которым пересекаются диагонали параллелограмма. Ответ дайте в градусах.
5. Периметр параллелограмма  $ABCD$  равен 72. На диагонали  $AC$  отмечена точка  $O$ , такая что  $AO : OC = 5 : 3$ . Через точку  $O$  проведены две прямые, параллельные сторонам  $BC$  и  $AD$  параллелограмма, и они пересекают стороны  $AB$  и  $AD$ , соответственно, в точках  $K$  и  $M$ . Найдите периметр четырёхугольника  $AKOM$ .
6. Хорда  $AB$  делит окружность на две дуги, градусные величины которых относятся как  $5 : 7$ . Под каким углом видна эта хорда из точки  $C$ , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.
7. Найдите угол  $ACO$ , если его сторона  $CA$  касается окружности,  $O$  — центр окружности, а большая дуга  $AD$  окружности, заключенная внутри этого угла, равна  $116^\circ$ . Ответ дайте в градусах.
8. Около трапеции, один из углов которой равен  $35^\circ$ , описали окружность. Найдите меньший из остальных углов трапеции. Ответ дайте в градусах.
9. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, равен 6. Найдите гипотенузу этого треугольника, если его катеты относятся как  $8 : 15$ .

■ 7.1

■ 7.2

■ 7.3

■ 7.4

■ 7.5

■ 7.6

■ 7.7

■ 7.8

■ 7.9

**7.10 ■****7.11 ■****7.12 ■****7.13 ■****7.14 ■****7.15 ■****7.16 ■****7.17 ■****7.18 ■****7.19 ■****7.20 ■**

10. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 22, её большая боковая сторона равна 7. Найдите радиус окружности.
11. Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $K$  и  $M$  соответственно. Найдите  $AC$ , если  $BK : KA = 6 : 5$ ,  $KM = 18$ .
12. В прямоугольном треугольнике, один из острых углов которого равен  $60^\circ$ , гипотенуза равна 19. Найдите меньший катет этого треугольника.
13. В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AB$  и  $CD$  диагонали пересекаются в точке  $O$ . Найдите  $AO$ , если  $CO = 27$ ,  $DC = 30$ ,  $AB = 20$ .
14. Один из углов параллелограмма на  $56^\circ$  меньше другого угла. Найдите величину тупого угла параллелограмма. Ответ дайте в градусах.
15. Биссектрисы углов  $A$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке, лежащей на стороне  $BC$ . Найдите  $BC$ , если  $AB = 13$ .
16. Концы отрезка  $AB$  лежат по одну сторону от прямой  $l$ . Расстояние от точки  $A$  до прямой  $l$  равно 23, а расстояние от точки  $B$  до прямой  $l$  равно 45. Найдите расстояние от середины отрезка  $AB$  до прямой  $l$ .
17. Один из углов выпуклого двенадцатиугольника равен  $13^\circ$ . Найдите сумму остальных его углов. Ответ дайте в градусах.
18. Точки  $A$  и  $B$  делят окружность на две дуги, длины которых относятся как 7 : 8. Найдите величину центрального угла, опирающегося на меньшую из дуг. Ответ дайте в градусах.
19. Найдите радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, если радиус окружности, вписанной в этот треугольник, равен 12.
20. Около параллелограмма, одна из диагоналей которого равна 11, описана окружность. Найдите вторую диагональ параллелограмма.

### Зачетные задания

1. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 6$ , высота  $AH$  равна 3. Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.
2. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $60^\circ$ , угол  $B$  равен  $82^\circ$ .  $AD$ ,  $BE$  и  $CF$  — высоты, пересекающиеся в точке  $O$ . Найдите угол  $AOF$ . Ответ дайте в градусах.
3. Прямая, проведённая параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 4, отсекает треугольник, периметр которого равен 15. Найдите периметр трапеции.
4. Основания равнобедренной трапеции равны 6 и 12. Синус острого угла трапеции равен 0,8. Найдите боковую сторону.
5. В параллелограмме  $ABCD$  сторона  $AB$  меньше стороны  $AD$  на 2 и угол  $B$  тупой. Из вершины  $B$  на сторону  $AD$  опущена высота  $BH = 12$ . Найдите  $BC$ , если  $AH = 9$ .
6. Диагонали ромба относятся как 3 : 4. Периметр ромба равен 200. Найдите высоту ромба.
7. Сторона  $AB$  тупоугольного треугольника  $ABC$  равна радиусу описанной около него окружности. Найдите тупой угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.
8. Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 22, средняя линия равна 5. Найдите боковую сторону трапеции.
9. К окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , проведены три касательные, параллельные сторонам треугольника. Периметры отсечённых треугольников равны 6, 8, 10. Найдите периметр данного треугольника.
10. Три стороны описанного около окружности четырёхугольника относятся (в последовательном порядке) как 2 : 5 : 7. Найдите большую сторону этого четырёхугольника, если известно, что его периметр равен 54.
11. Даны два смежных угла, один из которых равен  $34^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой второго из данных углов и их общей стороной. Ответ дайте в градусах.

■ 7.1

■ 7.2

■ 7.3

■ 7.4

■ 7.5

■ 7.6

■ 7.7

■ 7.8

■ 7.9

■ 7.10

■ 7.11

7.12 ■

7.13 ■

7.14 ■

7.15 ■

7.16 ■

7.17 ■

7.18 ■

7.19 ■

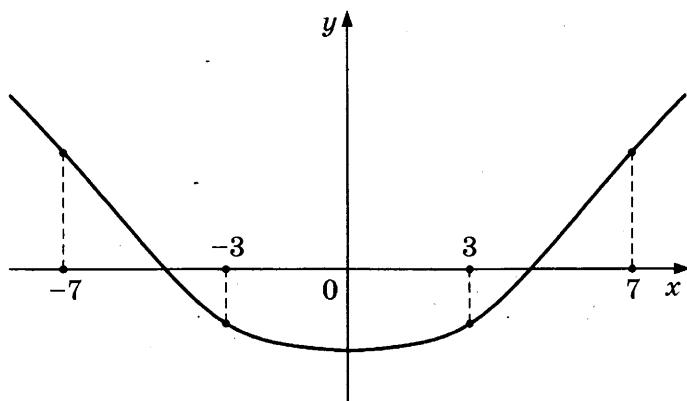
7.20 ■

12. Найдите угол  $B$  треугольника  $ABC$ , если  $AB = BC$ , а внешний угол при вершине  $C$  равен  $123^\circ$ . Ответ дайте в градусах.
13. Одно из оснований трапеции в 6 раз меньше её средней линии. Во сколько раз оно меньше другого основания трапеции?
14. Диагональ прямоугольника образует с одной из его сторон угол  $11^\circ$ . Найдите угол между прямыми, содержащими диагонали прямоугольника. Ответ дайте в градусах.
15. Угол между двумя высотами ромба, проведенными из вершины тупого угла, равен  $67^\circ$ . Найдите острый угол ромба. Ответ дайте в градусах.
16. Окружность с центром  $O$  касается сторон угла с вершиной  $A$  в точках  $B$  и  $C$ . Найдите угол  $BAC$ , если угол  $BOC$  равен  $127^\circ$ . Ответ дайте в градусах.
17. Отрезки  $AB$  и  $BC$  являются, соответственно, диаметром и хордой окружности с центром  $O$ . Найдите угол  $AOC$ , если угол  $ABC$  равен  $67^\circ$ . Ответ дайте в градусах.
18. В окружность вписан четырёхугольник  $ABCD$ . Найдите угол  $ACD$ , если углы  $BAD$  и  $ADB$  равны, соответственно,  $56^\circ$  и  $78^\circ$ . Ответ дайте в градусах.
19. В параллелограмм вписана окружность. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 7.
20. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, если один из углов треугольника равен  $60^\circ$ , а расстояние от центра окружности до вершины этого угла равно 10.

## ЗАДАЧА 8

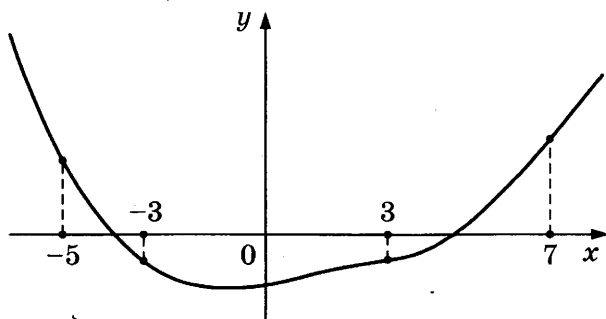
### Подготовительные задания

1. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-7$ ,  $-3$ ,  $3$ ,  $7$ . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



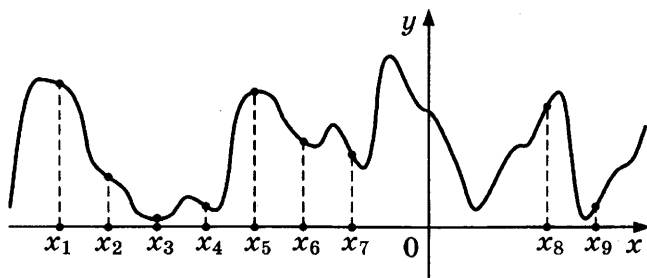
■ 8.1

2. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-5$ ,  $-3$ ,  $3$ ,  $7$ . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



■ 8.2

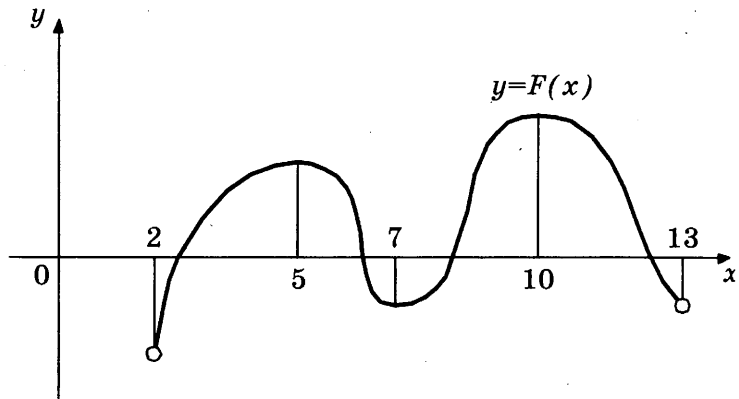
3. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и девять точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  положительна?



■ 8.3

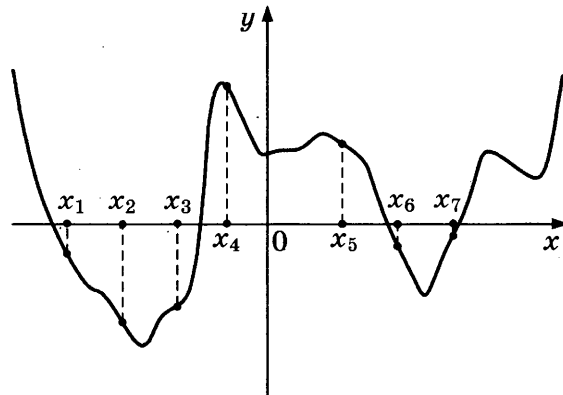
8.4 ■

4. На рисунке изображён график первообразной  $y = F(x)$  некоторой функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(2; 13)$ . Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения  $f(x) = 0$  на отрезке  $[6; 9]$ .



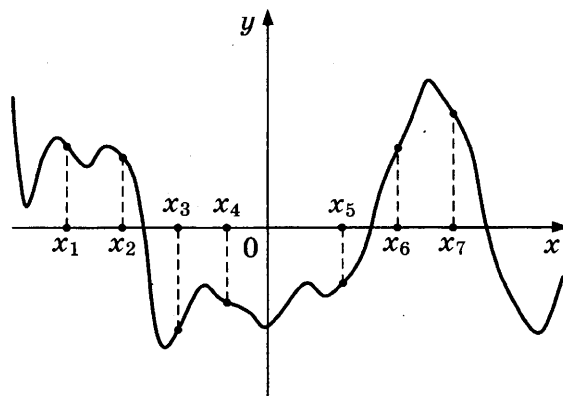
8.5 ■

5. На рисунке изображены график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , и семь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  возрастает?

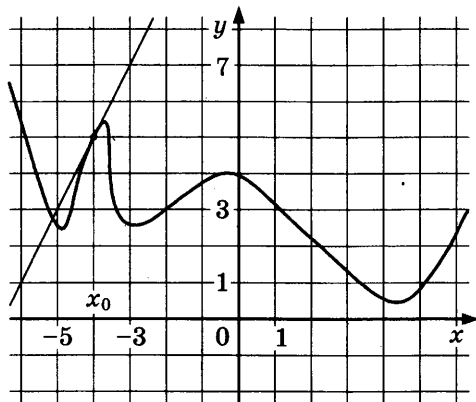


8.6 ■

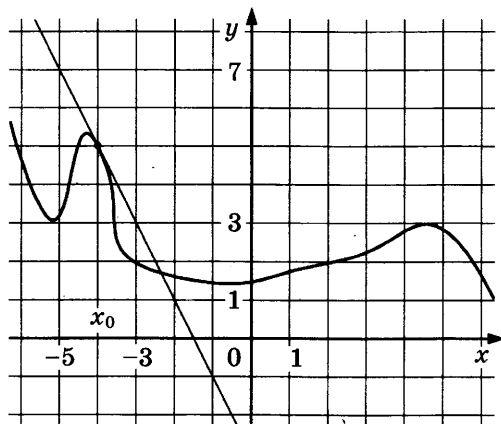
6. На рисунке изображены график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , и семь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  убывает?



7. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



8. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



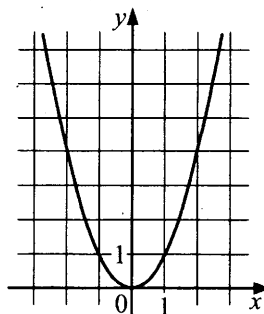
9. Прямая  $y = 7x - 9$  является касательной к графику функции  $ax^2 - 17x + 3$ . Найдите  $a$ .

10. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 5t + 23,$$

где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени  $t = 1$  с.

11. На рисунке изображен график функции  $y = x^2$ . Нарисуйте касательную к этому графику в точке с абсциссой  $x_0 = 2$ . (Используйте уравнение касательной.)



■ 8.7

■ 8.8

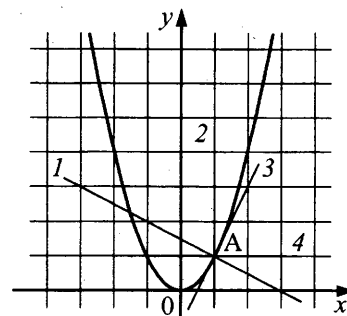
■ 8.9

■ 8.10

■ 8.11

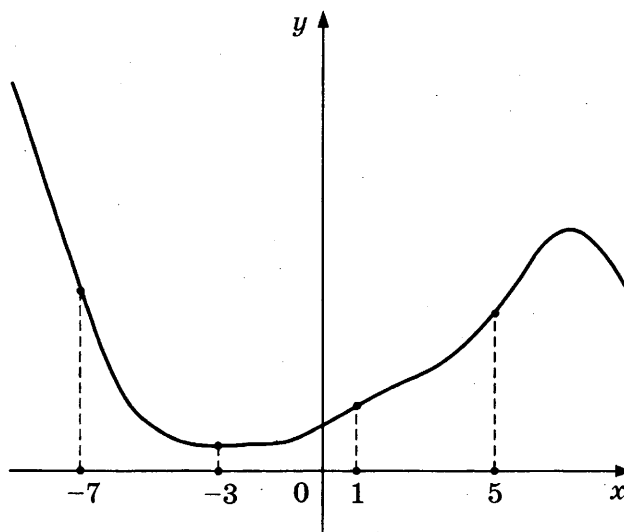
8.12 ■

12. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Какая из прямых является касательной к графику этой функции в точке A?



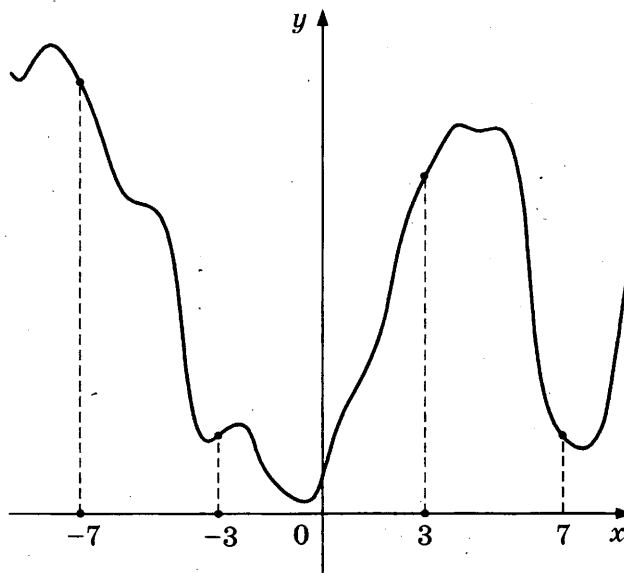
8.13 ■

13. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-7$ ,  $-3$ ,  $1$ ,  $5$ . В какой из этих точек значение производной этой функции наибольшее? В ответе укажите эту точку.



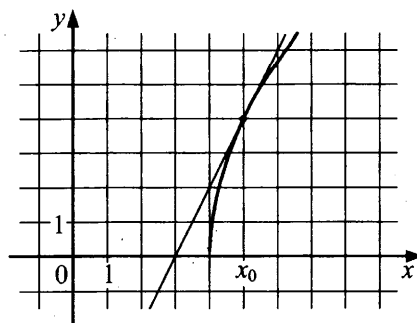
8.14 ■

14. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-7$ ,  $-3$ ,  $3$ ,  $7$ . В какой из этих точек значение производной этой функции наименьшее? В ответе укажите эту точку.



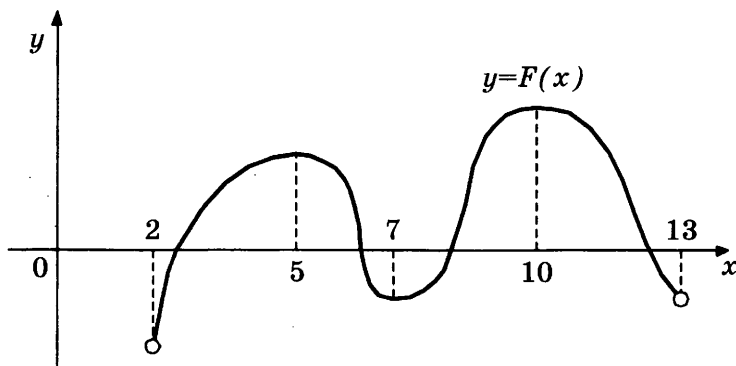


15. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной  $f'(x)$  в точке  $x_0$ .



■ 8.15

16. На рисунке изображён график первообразной  $y = F(x)$  некоторой функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(2; 13)$ . Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения  $f(x) = 0$  на отрезке  $[4; 12]$ .

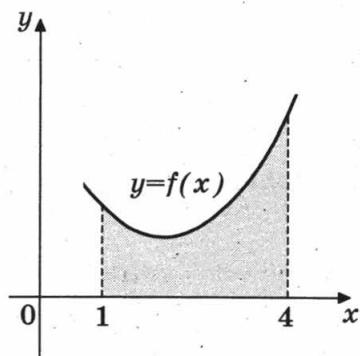


■ 8.16

17. На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$ . Одна из первообразных этой функции равна

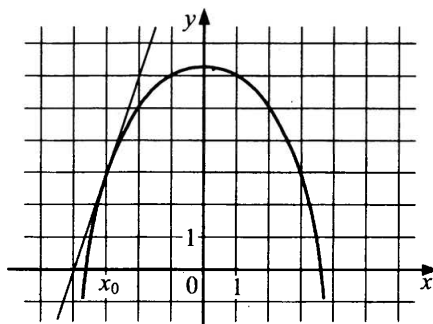
$$F(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + 3x + 2.$$

Найдите площадь заштрихованной фигуры.



■ 8.17

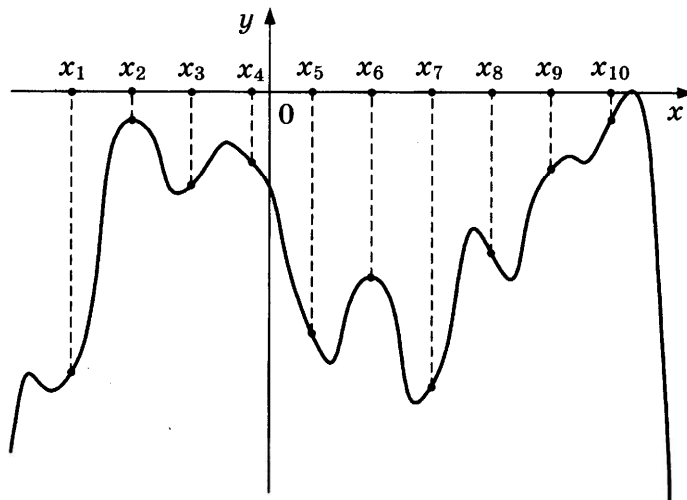
18. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной  $f'(x)$  в точке  $x_0$ .



■ 8.18

8.19 ■

19. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и десять точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  положительна?

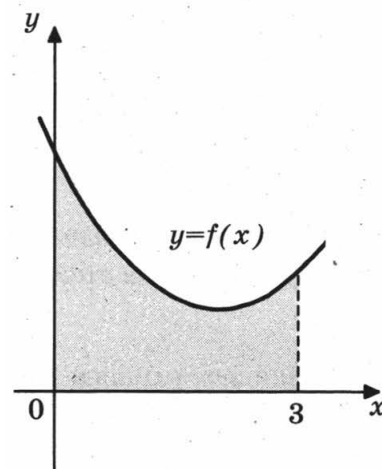


8.20 ■

20. На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$ . Одна из первообразных этой функции равна

$$F(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + 3x - 3.$$

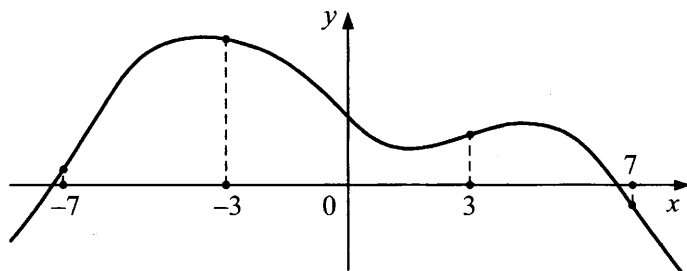
- Найдите площадь заштрихованной фигуры.



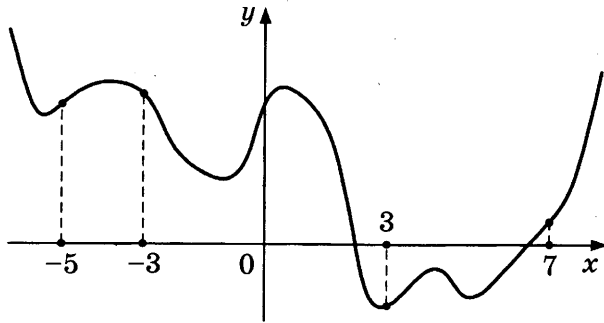
### Зачетные задания

8.1 ■

1. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-7, -3, 3, 7$ . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



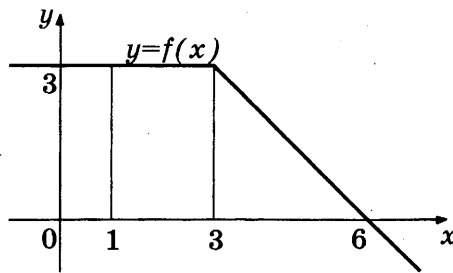
2. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-5, -3, 3, 7$ . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



■ 8.2

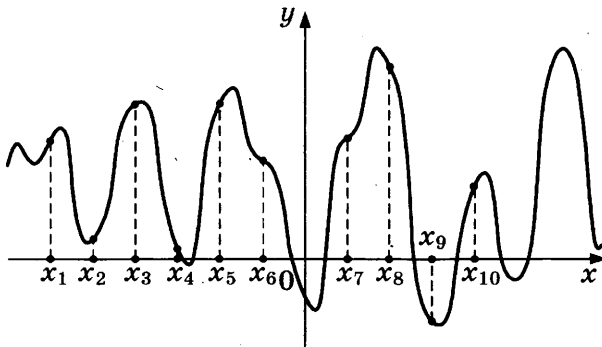
3. На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$ . Пользуясь рисунком, вычислите определённый интеграл

$$\int_1^6 f(x) dx.$$



■ 8.3

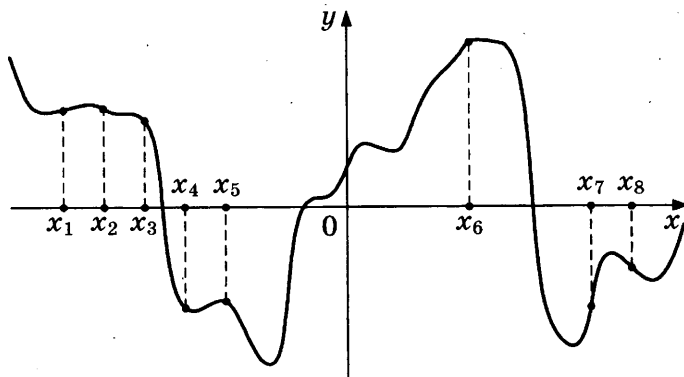
4. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и десять точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  отрицательна?



■ 8.4

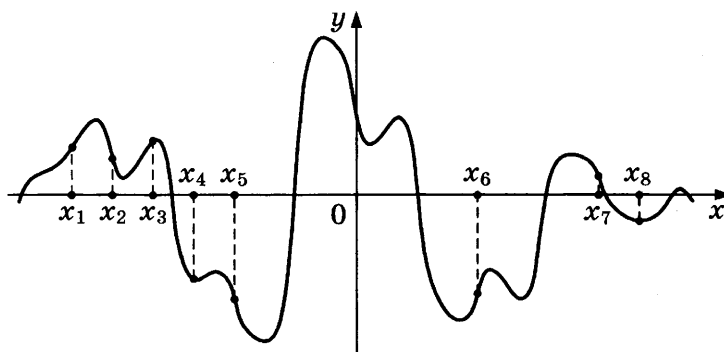
8.5 ■

5. На рисунке изображены график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , и восемь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  возрастает?



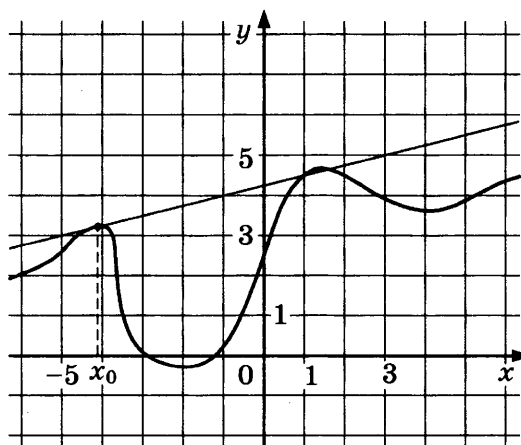
8.6 ■

6. На рисунке изображены график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , и восемь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  убывает?

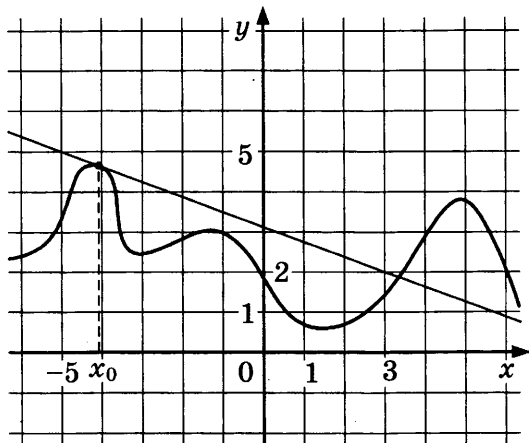


8.7 ■

7. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



8. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



■ 8.8

9. Прямая  $y = 9x - 2$  является касательной к графику функции  $13x^2 + bx + 11$ . Найдите  $b$ , учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

■ 8.9

10. Материальная точка движется прямолинейно по закону

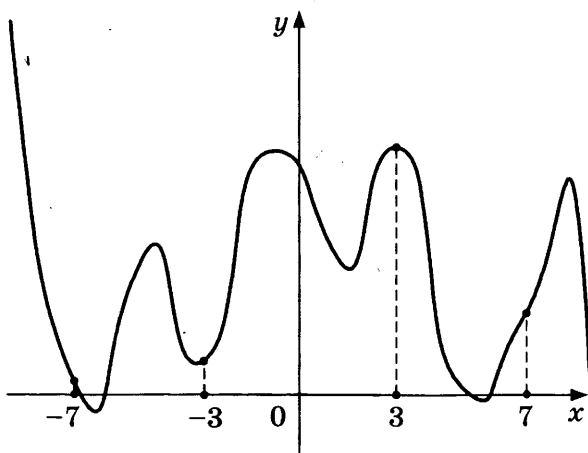
$$x(t) = \frac{1}{3}t^3 + 3t^2 - t + 17,$$

где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 6 м/с?

■ 8.10

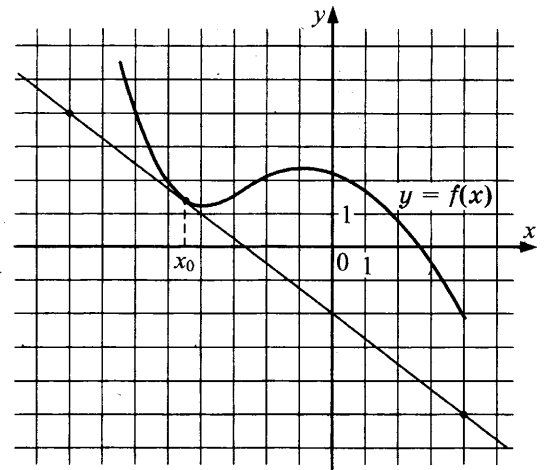
11. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-7$ ,  $-3$ ,  $3$ ,  $7$ . В какой из этих точек значение производной этой функции наибольшее? В ответе укажите эту точку.

■ 8.11



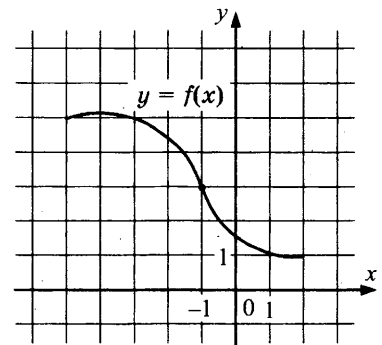
8.12 ■

12. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



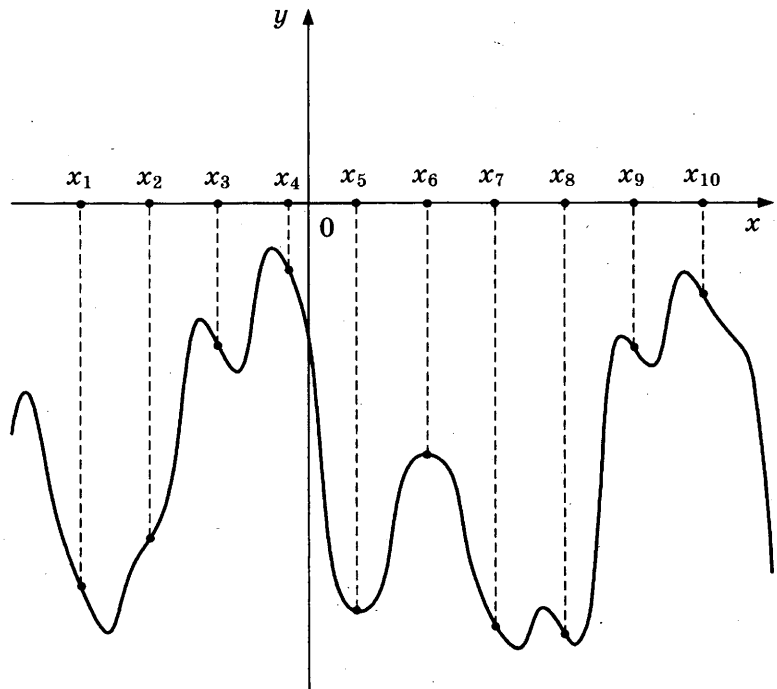
8.13 ■

13. На рисунке изображён график функции  $f(x)$ . Касательная к этому графику, проведённая в точке  $-1$ , проходит через начало координат. Найдите  $f'(-1)$ .



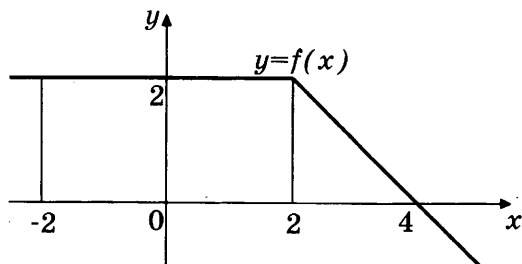
8.14 ■

14. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и десять точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  отрицательна?

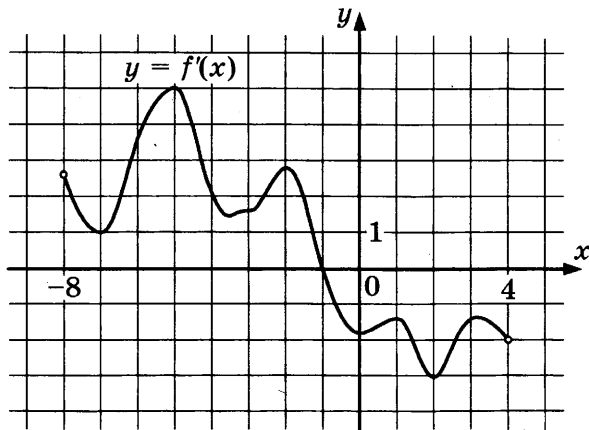


15. На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$ . Пользуясь рисунком, вычислите определённый интеграл

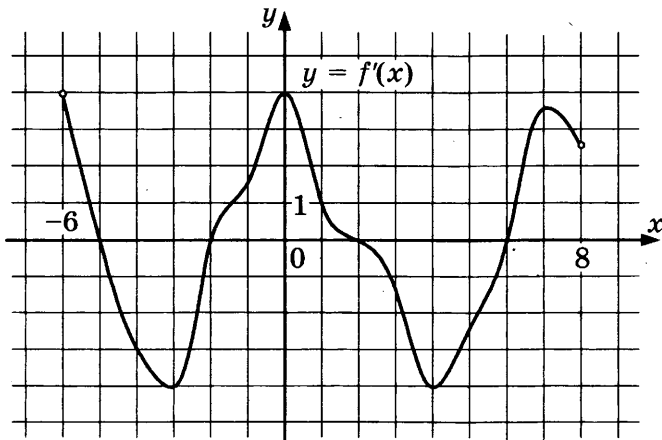
$$\int_{-2}^4 f(x) dx.$$



16. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-8; 4)$ . В какой точке отрезка  $[-7; -2]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



17. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 8)$ . Найдите количество таких чисел  $x_i$ , что касательная к графику функции  $f(x)$  в точке  $x_i$  параллельна прямой  $y = 2x - 5$  или совпадает с ней.



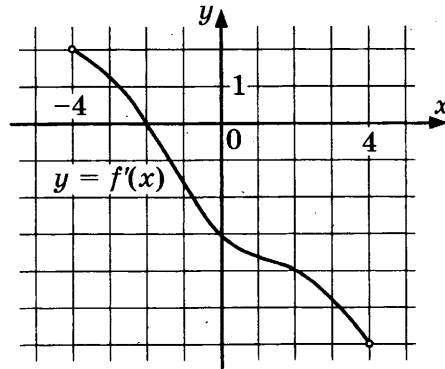
■ 8.15

■ 8.16

■ 8.17

**8.18 ■**

18. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 4)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = -3x - 11$  или совпадает с ней.

**8.19 ■**

19. Прямая  $y = 4x - 3$  является касательной к графику функции  $y = 8x^2 - 12x + c$ . Найдите  $c$ .

**8.20 ■**

20. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = t^3 - 9t^2 + 2t + 30,$$

где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени ее скорость была равна 50 м/с?



## ЗАДАЧА 9

### Подготовительные задания

1. Высота правильной треугольной пирамиды равна 5, а одна из медиан основания равна 18. Найдите боковое ребро пирамиды.
2. Тангенс угла между плоскостью боковой грани пирамиды и плоскостью ее основания равен  $\sqrt{12}$ . Найдите косинус угла между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.
3. Медиана боковой грани правильной треугольной пирамиды, проведённая к стороне основания, равна  $55\sqrt{2}$ , а медиана основания равна 33. Найдите тангенс угла между плоскостью боковой грани пирамиды и плоскостью её основания.
4. Длина бокового ребра правильной треугольной пирамиды на 60% больше её высоты. Найдите синус угла между боковым ребром пирамиды и плоскостью её основания.
5. Боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды равно 10, а сторона основания равна  $6\sqrt{2}$ . Найдите высоту пирамиды.
6. Все рёбра правильной четырёхугольной пирамиды равны  $22\sqrt{2}$ . Найдите высоту пирамиды.
7. Боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды  $PABCD$  с основанием  $ABCD$  в  $5\sqrt{2}$  раза больше стороны основания. Найдите косинус угла  $PCA$ .
8. В правильной четырёхугольной пирамиде  $PABCD$  с основанием  $ABCD$   $AB = 2\sqrt{2}$ ,  $PC = \sqrt{39}$ .  $K$  — середина  $AB$ ,  $N$  — середина  $AD$ . Найдите тангенс угла  $PNK$ .
9. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$   $AB = 7$ ,  $AA_1 = 24$ . Найдите косинус угла  $C_1AB$ .
10. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ , где все ребра равны 8, найдите расстояние от точки  $B$  до прямой  $E_1F_1$ .
11. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 13, а одна из высот основания равна 7,5. Найдите высоту пирамиды.

■ 9.1

■ 9.2

■ 9.3

■ 9.4

■ 9.5

■ 9.6

■ 9.7

■ 9.8

■ 9.9

■ 9.10

■ 9.11

**9.12 ■**

**9.13 ■**

**9.14 ■**

**9.15 ■**

**9.16 ■**

**9.17 ■**

**9.18 ■**

**9.19 ■**

**9.20 ■**

- 12.** Одна из биссектрис основания правильной треугольной пирамиды равна 15, а высота пирамиды равна 30. Найдите тангенс угла между плоскостью боковой грани пирамиды и плоскостью её основания.
- 13.** Тангенс угла между плоскостью боковой грани пирамиды и плоскостью её основания равен 5. Найдите тангенс угла между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.
- 14.** Высота правильной треугольной пирамиды равна стороне основания. Найдите угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.
- 15.** Высота основания правильной треугольной пирамиды в полтора раза больше высоты пирамиды. Найдите угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.
- 16.** Боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды равно диагонали основания пирамиды. Найдите угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.
- 17.** Все ребра правильной четырёхугольной пирамиды равны  $8\sqrt{2}$ . Найдите высоту пирамиды.
- 18.** Диагональ основания правильной четырёхугольной пирамиды равна  $2\sqrt{2}$ , а высота пирамиды равна  $\sqrt{7}$ . Найдите боковое ребро пирамиды.
- 19.** Высота боковой грани правильной четырёхугольной пирамиды, проведённая к стороне основания, равна 10, а высота пирамиды равна 8. Найдите сторону основания пирамиды.
- 20.** Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна высоте боковой грани, проведённой из вершины пирамиды к стороне основания. Найдите угол между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.

## Зачетные задания

1. Высота правильной треугольной пирамиды равна 5, а сторона основания равна 15. Найдите боковую сторону пирамиды.
2. Тангенс угла между плоскостью боковой грани пирамиды и плоскостью её основания равен  $7,5$ . Найдите сторону основания пирамиды, если её высота равна  $30\sqrt{3}$ .
3. Расстояние от вершины основания правильной треугольной пирамиды до плоскости боковой грани, не содержащей эту вершину, равно  $24\sqrt{3}$ , а высота пирамиды равна 16. Найдите сторону основания пирамиды.
4. Высота боковой грани правильной четырёхугольной пирамиды, проведенная к стороне основания, равна  $\sqrt{199}$ , а диагональ основания равна 36. Найдите боковое ребро пирамиды.
5. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна 24, а боковое ребро равно 15. Найдите площадь поверхности пирамиды.
6. Сторона основания  $ABCD$  правильной четырёхугольной пирамиды  $PABCD$  равна  $15\sqrt{2}$ ,  $H$  — основание высоты пирамиды,  $K$  — середина  $PH$ . Найдите  $AK$ , если  $PD = \sqrt{481}$ .
7. Боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды в  $\frac{\sqrt{21}}{6}$  раз больше стороны основания. Найдите угол между плоскостями несмежных боковых граней пирамиды. Ответ дайте в градусах.
8. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$   $AB = 2\sqrt{5}$ ,  $AA_1 = 2\sqrt{19}$ .  $K$  — середина  $AC$ . Найдите  $C_1K$ .
9. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCA_1B_1C_1D_1$   $AB = 4$ ,  $AD = 12$ ,  $AA_1 = 3$ . Найдите диагональ  $B_1D$ .
10. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$   $AB = \sqrt{2}$ , а  $AA_1$  в 2 раза больше  $AB$ .  $K$  — середина  $BE_1$ . Найдите длину отрезка  $B_1K$ .
11. Высота боковой грани правильной треугольной пирамиды, проведённая к ребру основания, равна 10, а высота основания пирамиды равна 18. Найдите высоту пирамиды.

■ 9.1

■ 9.2

■ 9.3

■ 9.4

■ 9.5

■ 9.6

■ 9.7

■ 9.8

■ 9.9

■ 9.10

■ 9.11

9.12 ■

9.13 ■

9.14 ■

9.15 ■

9.16 ■

9.17 ■

9.18 ■

9.19 ■

9.20 ■

12. Длина высоты правильной треугольной пирамиды на 20% меньше длины высоты боковой грани, проведённой к ребру основания. Найдите косинус угла между боковой гранью и основанием пирамиды.
13. Боковая грань правильной треугольной пирамиды образует с плоскостью основания угол, синус которого равен  $0,2\sqrt{3}$ , а сторона основания пирамиды равна 10. Найдите расстояние от вершины основания пирамиды до плоскости боковой грани.
14. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды образует с плоскостью основания угол, синус которого равен  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ , а сторона основания пирамиды равна 16. Найдите расстояние между скрещивающимися рёбрами пирамиды.
15. Расстояние от вершины основания правильной треугольной пирамиды до плоскости боковой грани, не содержащей эту вершину, равно 4, а синус угла между боковой гранью и основанием пирамиды равен 0,4. Найдите высоту основания пирамиды.
16. В правильной четырёхугольной пирамиде  $PABCD$  с вершиной  $P$  все рёбра равны. Найдите угол между прямыми  $PA$  и  $CD$ . Ответ дайте в градусах. Единицу измерения в ответе не пишите.
17. Сторона основания  $ABCD$  правильной четырёхугольной пирамиды  $PABCD$  равна  $6\sqrt{2}$ . Найдите расстояние от вершины  $D$  до плоскости  $PAC$ .
18. Дана правильная четырёхугольная пирамида  $PABCD$  с вершиной  $P$ . Отрезок  $BM$  является медианой треугольника  $BPD$ . Найдите угол между прямыми  $BM$  и  $AC$ . Ответ дайте в градусах.
19. Дана правильная четырёхугольная пирамида  $PABCD$  с вершиной  $P$  и стороной основания, равной  $5\sqrt{2}$ . Найдите расстояние от середины ребра  $PA$  до плоскости  $BPD$ .
20. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна высоте боковой грани. Найдите угол между плоскостями несмежных боковых граней пирамиды. Ответ дайте в градусах.

## ЗАДАЧА 10

### Подготовительные задания

1. Найдите значение выражения  $\left(5\frac{3}{5} - 2,8\right) : 0,8$ .
2. Найдите значение выражения  $\left(343^{\sqrt{5} \cdot \sqrt{12}}\right)^{\frac{1}{3\sqrt{15}}}$ .
3. Найдите значение выражения  $\frac{a^{-12} \cdot a^{23}}{a^8}$  при  $a = \sqrt[3]{23}$ .
4. Найдите значение выражения  $17(\cos x \cdot \cos 4x - \sin x \cdot \sin 4x)$  при  $x = 18^\circ$ .
5. Найдите значение выражения  $\lg 0,0001$ .
6. Вычислите  $\log_2 16$ .
7. Найдите значение выражения  $\log_{16} 128$ .
8. Найдите значение выражения  $\log_{x^2} x^{28}$  при  $x \neq 0$ .
9. Найдите значение выражения  $\log_y \frac{y^7}{\sqrt{y^3}}$  при  $y > 0$ .
10. Найдите значение выражения  $\log_{12} 36 + \log_{144} 16$ .
11. Найдите значение выражения  $\frac{\log_5 3}{\log_{25} 81}$ .
12. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{2,4} \cdot \sqrt{1,8}}{\sqrt{0,48}}$ .
13. Чему равно  $\log_3 a + \log_3 b$ ?  
1)  $\log_3(a + b)$     2)  $\log_3(a \cdot b)$     3)  $\log_3 a^b$     4)  $\log_3(a \cdot 3^b)$

■ 10.1

■ 10.2

■ 10.3

■ 10.4

■ 10.5

■ 10.6

■ 10.7

■ 10.8

■ 10.9

■ 10.10

■ 10.11

■ 10.12

■ 10.13

1	2	3	4
---	---	---	---

**10.14 ■****10.15 ■****10.16 ■****10.17 ■****10.18 ■****10.19 ■****10.20 ■**

14. Вычислите  $\log_3 \frac{1}{27}$ .

15. Вычислите  $\log_{\frac{1}{5}} 25$ .

16. Вычислите  $\log_{10} 0,0001$ .

17. Вычислите  $\log_{\frac{1}{3}} 9$ .

18. Вычислите  $\log_{0,1} 0,001$ .

19. Вычислите  $\log_5 70 - \log_5 14$ .

20. Вычислите  $\log_8 288 - \log_8 4,5$ .

**Зачетные задания****10.1 ■**

1. Найдите значение выражения  $\frac{(5x - 6y)^2 - (5x + 6y)^2}{xy}$  при  $x \neq 0$ ,  $y \neq 0$ .

**10.2 ■**

2. Найдите значение выражения  $\frac{(\sqrt{24} + \sqrt{150} + \sqrt{216})\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ .

**10.3 ■**

3. Найдите значение выражения  $6^{35} : 15^{34} \cdot 10^{32} : 2^{65}$ .

**10.4 ■**

4. Найдите значение выражения  $\frac{b^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{2}{3}}}{b^{\frac{1}{9}} \cdot b^{\frac{1}{18}}}$  при  $b = 11$ .

**10.5 ■**

5. Найдите значение выражения  $(81^{0,4\sqrt{7}})^{\frac{5}{\sqrt{448}}}$ .

**10.6 ■**

6. Найдите значение выражения  $\frac{\sin 16^\circ \cdot \cos 16^\circ \cdot \cos 32^\circ \cos 64^\circ}{\sin 52^\circ}$ .

**10.7 ■**

7. Найдите значение выражения  $\log_{\frac{1}{49}} \sqrt{343}$ .

**10.8 ■**

8. Найдите значение выражения  $\log_6 684 - \log_6 19$ .

9. Найдите значение выражения  $\log_6 32 + \log_6 324 - \log_6 144 - \log_6 2$ .
10. Найдите значение выражения  $\log_a \sqrt{\frac{a}{b^9}} + \log_b \sqrt{\frac{b^9}{a}}$ , если  $\log_b a = 3$ .
11. Найдите значение выражения  $4^{41} : 12^{40} \cdot 3^{42}$ .
12. Найдите значение выражения  $(5d - 1)(5d + 1) - (5d + 1)^2$  при  $d = 110$ .
13. Найдите значение выражения  $\left(5\frac{1}{3} - 3,5\right) : \frac{11}{12}$ .
14. Найдите значение выражения  $\frac{a^{-23} \cdot a^{-38}}{a^{-60}}$  при  $a = 0,01$ .
15. Найдите значение выражения  $\frac{b^2 \cdot \sqrt[6]{b}}{\sqrt[10]{b} \cdot \sqrt[15]{b}}$  при  $b = 6$ .
16. Найдите значение выражения  $\frac{44 \sin 44^\circ \cdot \cos 44^\circ}{\sin 88^\circ}$ .
17. Найдите  $34 \sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{15}{17}$  и  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .
18. Найдите значение выражения  $\left(9^{\frac{\sqrt{5}}{3}}\right)^{\frac{3}{2\sqrt{5}}}$ .
19. Вычислите значение выражения  $\log_{\frac{1}{7}} \sqrt{7}$ .
20. Найдите  $\log_a \frac{a^3}{b^7}$ , если  $\log_b a = 7$ .

■ 10.9

■ 10.10

■ 10.11

■ 10.12

■ 10.13

■ 10.14

■ 10.15

■ 10.16

■ 10.17

■ 10.18

■ 10.19

■ 10.20

## ЗАДАЧА 11

### Подготовительные задания

11.1 ■

1. Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене  $p = 500$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 300$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 700\,000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi(q) = q(p - v) - f$ . Определите наименьший месячный объём производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше  $300\,000$  руб.

11.2 ■

2. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$ , где  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана,  $H_0 = 5$  м — начальная высота столба воды,  $k = \frac{1}{400}$  — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

11.3 ■

3. Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трёх однородных соосных цилиндров: центрального массой  $m = 11$  кг и радиуса  $R = 6$  см и двух боковых с массами  $M = 4$  кг и с радиусами  $R + h$ . При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в кг·см<sup>2</sup>, дается формулой  $I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$ . При каком максимальном значении  $h$  момент инерции катушки не превышает предельного значения  $598$  кг·см<sup>2</sup>? Ответ выразите в сантиметрах.

11.4 ■

4. По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна  $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ , где  $\varepsilon$  — ЭДС источника (в вольтах),  $r = 4$  Ом — его внутреннее сопротивление,  $R$  — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 5% от силы тока короткого замыкания  $I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$ ? Ответ выразите в омах.



5. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 149 МГц. Скорость спуска батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле  $v = c \frac{f - f_0}{f + f_0}$ , где  $c = 1500$  м/с — скорость звука в воде,  $f_0$  — частота испускаемых импульсов (в МГц),  $f$  — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого сигнала  $f$ , если скорость погружения батискафа не должна превышать 10 м/с. Ответ выразите в МГц.
6. Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление  $P$  (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле  $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$ , где  $m = 2700$  кг — общая масса навеса и колонны,  $D$  — диаметр колонны (в метрах). Считая ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, а  $\pi = 3$ , определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400 000 Па. Ответ выразите в метрах.
7. Автомобиль, масса которого равна  $m = 1500$  кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение  $t$  секунд остаётся неизменным, и проходит за это время путь  $s = 600$  метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно  $F = \frac{2ms}{t^2}$ . Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила  $F$ , приложенная к автомобилю, не меньше 2000 Н. Ответ выразите в секундах.
8. Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре  $C = 2 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением  $R = 3 \cdot 10^6$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 16$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (кВ) за время, определяемое выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$  (с), где  $\alpha = 1,4$  — постоянная. Определите (в киловольтах) наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 8,4 с.
9. Мяч бросили под углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полёта мяча (в секундах) определяется по формуле  $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ . При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) время полёта будет не меньше 4 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью  $v_0 = 20$  м/с? Считайте, что ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

■ 11.5

■ 11.6

■ 11.7

■ 11.8

■ 11.9

**11.10 ■**

10. Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на неё проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку, (в Н·м) определяется формулой  $M = NIBl^2 \sin \alpha$ , где  $I = 8$  А — сила тока в рамке,  $B = 7 \cdot 10^{-3}$  Тл — значение индукции магнитного поля,  $l = 0,4$  м — размер рамки,  $N = 625$  — число витков провода в рамке,  $\alpha$  — острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент  $M$  был не меньше 2,8 Н·м?

**11.11 ■**

11. В социологическом опросе участвовали 540 случайно выбранных человек. Среди них были 293 женщины и 247 мужчин. Из всех опрошенных 83 человека оказались не старше 20 лет, 69 — в возрасте от 20 до 30 лет, 95 — в возрасте от 30 до 40 лет, 72 человека в возрасте от 40 до 50 лет, остальные опрошенные старше 50 лет. Сколько человек участвовало в социологическом опросе?

**11.12 ■**

12. Сила тока в цепи  $I$  (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома:  $I = \frac{U}{R}$ , где  $U$  — напряжение в вольтах,  $R$  — сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включён предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 8 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в омах.

**11.13 ■**

13. Начальная скорость  $v_0$  движущегося с постоянным ускорением тела равна 15 м/с. Ускорение тела  $a$  равно 13 м/с<sup>2</sup>. С какой скоростью (в м/с) будет двигаться тело в момент времени  $t = 9$  с, если скорость движения тела при равноускоренном движении вычисляется по формуле  $v = v_0 + a \cdot t$ ?

**11.14 ■**

14. Расстояние от линзы до предмета  $d_1$  и расстояние от линзы до изображения  $d_2$  связаны соотношением  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ , где  $f$  — главное фокусное расстояние линзы. Найдите  $f$ , если известно, что при расстоянии от линзы до предмета, равном 70 см, расстояние от линзы до изображения этого предмета равно 30 см. Ответ дайте в сантиметрах.

**11.15 ■**

15. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной  $l$  км с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>, вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ . Определите наименьшее ускоре-

ние, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,5 километра, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

16. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  — температура нагревателя (в градусах Кельвина),  $T_2$  — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя КПД этого двигателя будет не меньше 25%, если температура холодильника  $T_2 = 285$  К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

17. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время  $t$  падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле  $h = 5t^2$ , где  $h$  — расстояние в метрах,  $t$  — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,2 с. После дождя измеряемое время уменьшилось на 0,2 с. На сколько метров поднялся уровень воды?

18. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 54$  км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 8$  км/ч<sup>2</sup>. Расстояние  $S$  от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется по формуле  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ . Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует связь на расстоянии не далее чем в 58 км от города. Ответ выразите в минутах.

19. Камень подбросили вверх. Его высота над землей (в метрах) вычисляется по формуле  $h(t) = 23t - 5t^2$ , где  $t$  — время в секундах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 12 метров?

20. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведёт лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое минимальное количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы расстояние от него до горизонта было больше 12 километров? Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  над землей, до линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{2Rh}$ , где  $R = 6400$  км — радиус Земли.

■ 11.16

■ 11.17

■ 11.18

■ 11.19

■ 11.20

## Зачетные задания

**11.1** ■

1. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = at^2 + bt + H_0$ , где  $H_0 = 6$  м — начальный уровень воды,  $a = \frac{1}{600}$  м/мин<sup>2</sup>, и  $b = -\frac{1}{5}$  м/мин — постоянные,  $t$  — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

**11.2** ■

2. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температура вычисляется по формуле  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1400$  К,  $a = -50$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 400$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1750 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

**11.3** ■

3. Компания Яндекс-Маркет вычисляет рейтинг интернет-магазинов по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1) \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}},$$

где  $r_{\text{пок}}$  — средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1),  $r_{\text{экс}}$  — оценка магазина экспертами компании (от 0 до 0,7) и  $K$  — число покупателей, оценивших магазин.

Найдите рейтинг интернет-магазина «Дзета», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 8, их средняя оценка равна 0,22, а оценка экспертов равна 0,49.

**11.4** ■

4. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле:  $F_A = \rho g l^3$ , где  $l$  — длина ребра куба в метрах,  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup> — плотность воды, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 9,8$  Н/кг). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем 3081433,6 Н? Ответ выразите в метрах.

5. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = \text{const}$ , где  $p$  — давление в газе в паскалях,  $V$  — объем газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с одноатомным идеальным газом (для него  $k = \frac{4}{3}$ ) из начального состояния, в котором  $\text{const} = 2,56 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$ , газ начинают сжимать. Какой наибольший объем  $V$  может занимать газ при давлениях  $p$  не ниже  $6,25 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ? Ответ выразите в кубических метрах.

■ 11.5

6. Для обогрева помещения, температура в котором равна  $T_n = 25^\circ\text{C}$ , через радиатор отопления пропускают горячую воду температурой  $T_b = 57^\circ\text{C}$ . Расход проходящей через трубу воды  $m = 0,3 \text{ кг/с}$ . Проходя по трубе расстояние  $x$  (м), вода охлаждается до температуры  $T$  ( $^\circ\text{C}$ ), причем  $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_b - T_n}{T - T_n}$  (м), где  $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$  — теплоёмкость воды,  $\gamma = 28 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$  — коэффициент теплообмена, а  $\alpha = 1,4$  — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 126 м?

■ 11.6

7. Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени  $\nu = 4$  моля воздуха объемом  $V_1 = 20 \text{ л}$ , медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема  $V_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$  (Дж), где  $\alpha = 6,7$  — постоянная, а  $T = 300 \text{ К}$  — температура воздуха. Какой объем  $V_2$  (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 24 120 Дж?

■ 11.7

8. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону  $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $t$  — время в секундах, амплитуда  $U_0 = 2 \text{ В}$ , частота  $\omega = 60^\circ/\text{с}$ , фаза  $\varphi = -15^\circ$ . Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

■ 11.8

9. Два тела массой  $m = 4 \text{ кг}$  каждое движутся с одинаковой скоростью  $v = 5 \text{ м/с}$  под углом  $2\alpha$  друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении определяется выражением  $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$ . Под каким наименьшим углом  $2\alpha$  (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 25 джоулей?

■ 11.9

11.10 ■

10. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде  $pV^a = \text{const}$ , где  $p$  (Па) — давление в газе,  $V$  — объём газа в кубических метрах,  $a$  — положительная константа. При каком наименьшем значении константы  $a$  увеличение вчетверо объёма газа, участвующего в этом процессе, приводит к уменьшению давления не менее, чем в 2 раза?

11.11 ■

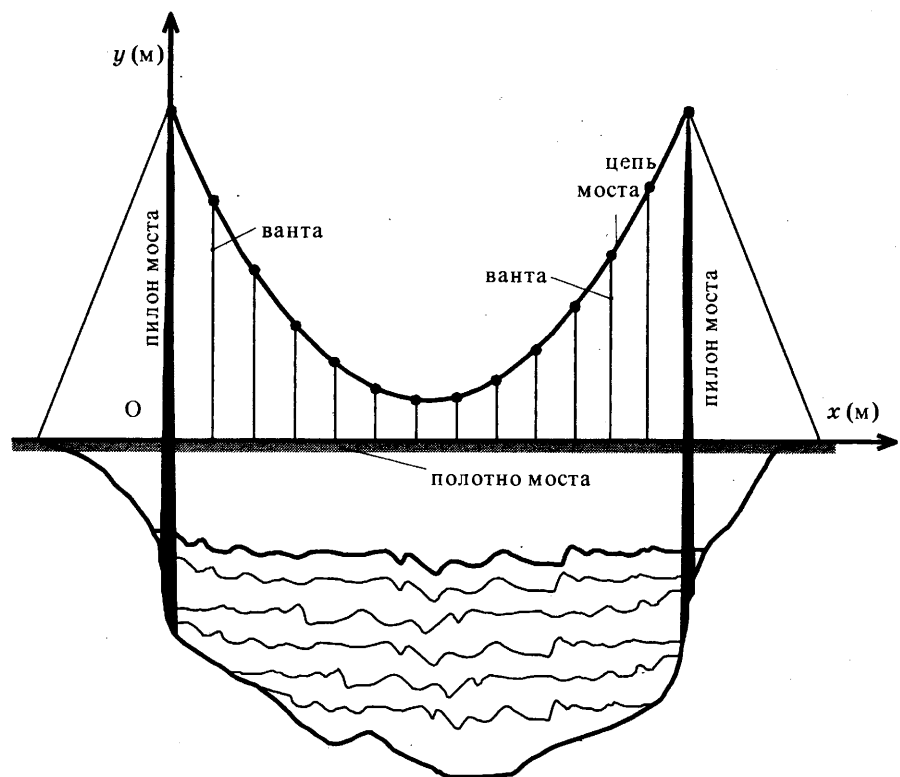
11. При температуре  $0^\circ$  рельс имеет длину  $l_0 = 15$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}(\text{ }^\circ\text{C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 4,5 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

11.12 ■

12. Зависимость объёма спроса  $q$  на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задается формулой  $q = 70 - 5p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) определяется как  $r(p) = q \cdot p$ . Определите максимальный уровень цены  $p$ , при котором месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

11.13 ■

13. Самые красивые мосты — вантовые. Вертикальные **пилоны** связаны огромной провисающей **цепью**. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают **полотно моста**, называются **вантами**.



На рисунке изображена схема одного вантового моста. Введём систему координат: ось  $Oy$  направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось  $Ox$  направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение

$$y = 0,0058x^2 - 0,796x + 32,$$

где  $x$  и  $y$  измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 100 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.

14. Автомобиль разгоняется с места с постоянным ускорением  $a = 0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$  и через некоторое время достигает скорости  $v = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ . Какое расстояние к этому моменту прошёл автомобиль? Ответ выразите в метрах. Скорость  $v$ , пройденный путь  $l$ , время разгона  $t$  и ускорение  $a$  связаны соотношениями

$$v = at, \quad l = \frac{at^2}{2}$$

15. Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1,8 + 12t - 5t^2$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее четырех метров?

16. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела  $P$ , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — постоянная, площадь  $S$  измеряется в квадратных метрах, температура  $T$  — в градусах Кельвина, а мощность  $P$  — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь поверхности  $S = \frac{1}{64} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $2,28 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$ . Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

17. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 35$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 35 до 60 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана — в пределах от 240 до 280 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

■ 11.14

■ 11.15

■ 11.16

■ 11.17

**11.18 ■**

18. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0 = 190$  Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону

$$f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}},$$

где  $c$  — скорость звука в воздухе (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а  $c = 300$  м/с. Ответ выразите в м/с.

**11.19 ■**

19. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной  $l$  (в километрах) с постоянным ускорением  $a$  (в км/ч<sup>2</sup>), вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ . Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,8 километра, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

**11.20 ■**

20. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  — время, прошедшее от начала распада,  $T$  — период полураспада в часах. В лаборатории получили вещество, содержащее  $m_0 = 80$  мкг изотопа натрия-24, период полураспада которого  $T = 15$  ч. В течение скольких часов масса изотопа натрия-24 будет не меньше 10 мкг?



## ЗАДАЧА 12

### Подготовительные задания

1. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда со сторонами 5, 7, 9.
2. Объём куба равен  $3\sqrt{3}$ . Найдите площадь его поверхности.
3. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, вписанной в цилиндр, радиус основания которого равен  $4\sqrt{3}$ , а высота равна 5.
4. Найдите объём правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 3, а высота равна  $2\sqrt{3}$ .
5. Найдите объём правильной шестиугольной призмы, стороны основания которой равны 3, а боковые ребра равны  $\sqrt{0,75}$ .
6. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 50 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 5 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.
7. Найдите объём  $V$  конуса, образующая которого равна 26 и наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . В ответе укажите  $\frac{V}{\pi}$ .
8. Объём конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объём меньшего конуса.
9. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 9,5. Объём параллелепипеда равен 72,2. Найдите высоту цилиндра.
10. Около куба с ребром  $\sqrt{12}$  описан шар. Найдите объём этого шара, делённый на  $\pi$ .
11. Объём прямоугольного параллелепипеда равен 24. Одно из его рёбер равно 3. Найдите площадь грани параллелепипеда, перпендикулярной этому ребру.

■ 12.1

■ 12.2

■ 12.3

■ 12.4

■ 12.5

■ 12.6

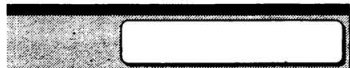
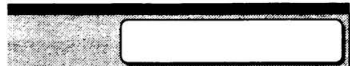
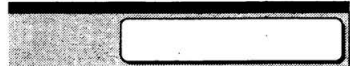
■ 12.7

■ 12.8

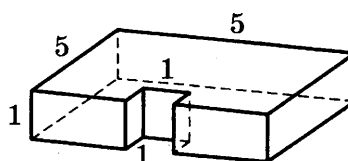
■ 12.9

■ 12.10

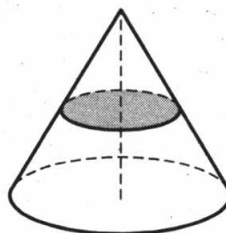
■ 12.11

**12.12 ■****12.13 ■****12.14 ■****12.15 ■****12.16 ■**

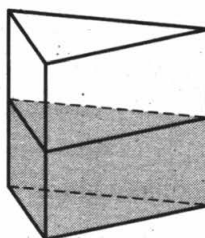
- 12.** Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



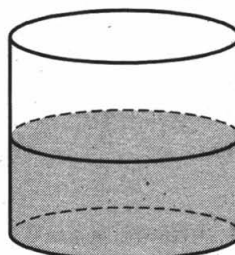
- 13.** Объём конуса равен 120. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объём меньшего конуса.



- 14.** В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 18 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если её перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 3 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в сантиметрах.

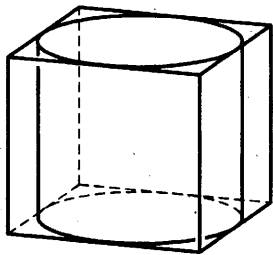


- 15.** В цилиндрический сосуд налили  $1800 \text{ см}^3$  воды. Уровень жидкости оказался равным 12 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 2 см. Чему равен объём детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .



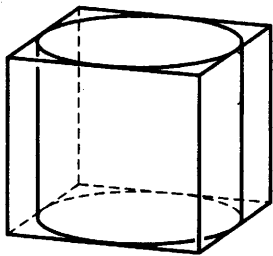
- 16.** Найдите объём конуса, если
- его высота равна 1, радиус основания равен 1;
  - его высота равна 2, радиус основания равен 1;
  - его высота равна 1, радиус основания равен 2.

17. Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Высота параллелепипеда равна 3. Найдите длину образующей цилиндра.



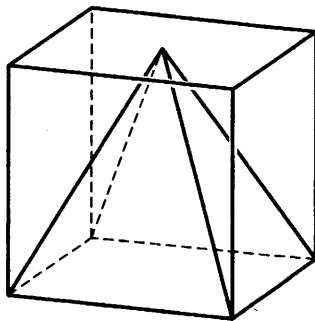
■ 12.17

18. Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания цилиндра равен 5. Найдите площадь основания параллелепипеда.



■ 12.18

19. Основание правильной четырёхугольной пирамиды совпадает с одной из граней куба, а вершина этой пирамиды лежит в центре противоположной грани. Найдите объём этой пирамиды, если объём куба равен 24.



■ 12.19

20. Объём цилиндра равен  $25 \text{ см}^3$ . Радиус основания цилиндра увеличили в 3 раза, а образующую уменьшили в 3 раза. Найдите объём получившегося цилиндра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

■ 12.20

### Зачетные задания

1. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.

■ 12.1

12.2 ■

12.3 ■

12.4 ■

12.5 ■

12.6 ■

12.7 ■

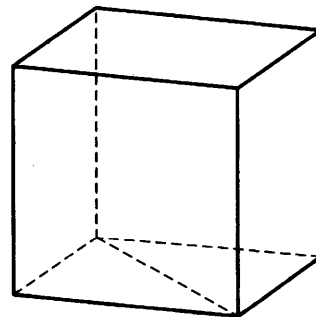
12.8 ■

12.9 ■

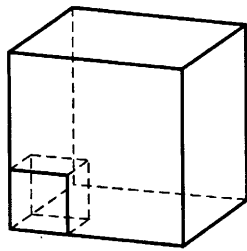
12.10 ■

12.11 ■

2. Найдите площадь поверхности правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  с основанием  $ABCD$ , если  $AB = 6$ ,  $SA = 5$ .
3. Радиусы двух шаров равны 9 и 12. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей их поверхностей.
4. Объём параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 27. Найдите объём треугольной пирамиды  $ABDA_1$ .
5. Объём треугольной пирамиды  $SABC$ , являющейся частью правильной шестиугольной пирамиды  $SABCDEF$ , равен 7. Найдите объём шестиугольной пирамиды.
6. Найдите объём призмы, в основании которой лежит правильный шестиугольник со стороной 6, а боковые ребра равны  $3\sqrt{3}$  и наклонены к плоскости основания под углом  $30^\circ$ .
7. Объём первого цилиндра равен  $92 \text{ м}^3$ . У второго цилиндра высота в 3 раза больше, а радиус основания в 2 раза меньше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.
8. Конус описан около правильной четырёхугольной пирамиды со стороной основания 3 и высотой 7. Найдите его объём, деленный на  $\pi$ .
9. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса  $\frac{3}{2}$ . Найдите его объём.
10. Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём конуса равен 38. Найдите объём шара.
11. Диагональ грани куба равна  $\sqrt{8}$ . Найдите его объём.

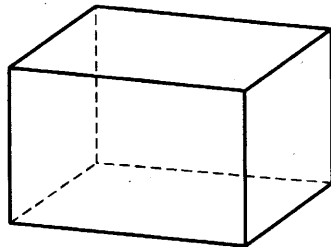


12. Во сколько раз увеличится объём куба, если его рёбра увеличить в три раза?



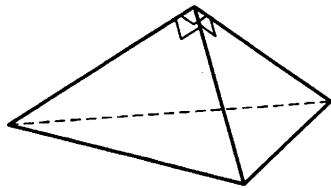
■ 12.12

13. Объём прямоугольного параллелепипеда равен 60. Площадь одной его грани равна 12. Найдите ребро параллелепипеда, перпендикулярное этой грани.



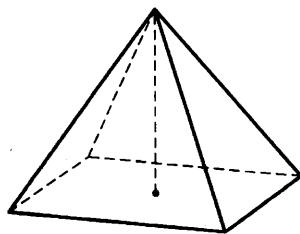
■ 12.13

14. Боковые ребра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, каждое из них равно 3. Найдите объём пирамиды.



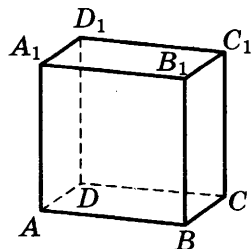
■ 12.14

15. В правильной четырёхугольной пирамиде высота равна 12, объём равен 200. Найдите боковое ребро пирамиды.



■ 12.15

16. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины  $A_1, B, C, C_1, B_1$  параллелепипеда  $A...D_1$ , у которого  $AB = 4, AD = 3, AA_1 = 4$ .

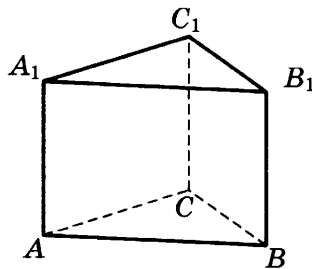


■ 12.16

12.17 ■



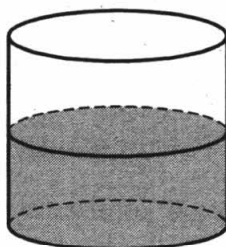
17. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины  $A, B, A_1, C_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 2.



12.18 ■



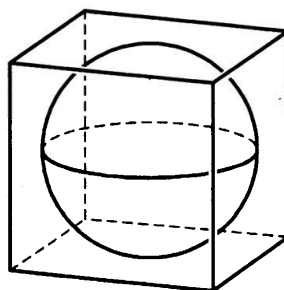
18. В цилиндрический сосуд, в котором находится 6 дм<sup>3</sup> воды, опустили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,5 раза. Чему равен объём детали? Ответ дайте в дм<sup>3</sup>.



12.19 ■



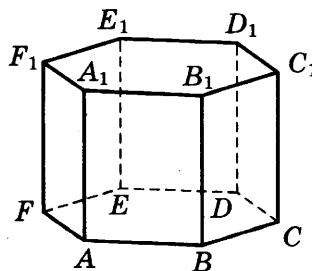
19. Объём прямоугольного параллелепипеда, описанного около сферы, равен 216. Найдите радиус сферы.



12.20 ■



20. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины  $A, B, D, E, A_1, B_1, D_1, E_1$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ , площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 2.



## ЗАДАЧА 13

### Подготовительные задания

1. Две трубы наполняют бак за 4 часа. Одна вторая труба наполняет бак за 7 часов. За сколько минут наполняет бак одна первая труба?
2. Двое художников за 3 часа раскрашивают 180 чашек, причем первый красит в  $\frac{7}{3}$  раза быстрее. Сколько чашек в час красит второй?
3. Дима и Леша вместе могут вскопать весь огород за два с половиной часа, а Дима и Коля могут вскопать весь огород за два часа. Втроём они могут вскопать весь огород за 100 минут. За сколько минут Дима один сможет вскопать весь огород?
4. На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?
5. Имеется два сплава, массы которых отличаются на 54 килограмма. Первый сплав содержит 10% олова, второй — 30%. Из этих двух сплавов получили третий сплав, который содержит 18,2% олова. Найдите массу более лёгкого сплава.
6. Имеется два раствора. Первый содержит 10% кислоты, второй — 12% кислоты. Известно, что масса кислоты в растворах одинакова. Когда растворы смешали, оказалось, что получившийся раствор весит 4 килограмма 400 грамм. Сколько килограммов весит первый раствор?
7. Первые 3 часа автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие полчаса — со скоростью 60 км/ч, а затем два часа — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.
8. Расстояние между городами А и В равно 875 км. Из города А в город В в полдень со скоростью 75 км/ч выехал автомобиль, в час дня он сделал остановку на час, а в три часа дня навстречу первому из города В выехал второй автомобиль со скоростью 70 км/ч. Через сколько часов после выезда первого автомобиля они встретятся?

■ 13.1

■ 13.2

■ 13.3

■ 13.4

■ 13.5

■ 13.6

■ 13.7

■ 13.8

13.9 ■

9. Из пункта *A* в пункт *B* одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 63 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 12 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в *B* одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

13.10 ■

10. Пристани *A* и *B* расположены на озере, расстояние между ними равно 390 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из *A* в *B*. На следующий день она отправилась обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 9 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из *A* в *B*. Найдите скорость баржи на пути из *A* в *B*. Ответ дайте в км/ч.

13.11 ■

11. Труба наполняет бассейн за 6 часов. Сколько литров воды за час пропускает труба, если объём бассейна 900 литров?

13.12 ■

12. На изготовление заказа у рабочего уходит 26 часов. Сколько деталей входит в заказ, если за час рабочий делает 30 деталей?

13.13 ■

13. С какой средней скоростью нужно ехать гонщику, если он хочет проехать 450 километров за 2,5 часа? Ответ дайте в километрах в час.

13.14 ■

14. Первая труба наполняет бассейн за 9 часов. За сколько часов заполнит бассейн вторая труба, если известно, что она пропускает в полтора раза больше воды, чем первая?

13.15 ■

15. Первый рабочий делает за час на 5 деталей больше, чем второй. На сколько часов больше затратит второй рабочий на изготовление 800 деталей, если первый рабочий за час делает 25 деталей?

13.16 ■

16. Брюки дороже рубашки на 30%. Какую долю от стоимости брюк составляет стоимость рубашки?

13.17 ■

17. Скорость товарного поезда равна 45 км/ч. Выразите скорость поезда в метрах в секунду.

13.18 ■

18. Имеется 10 литров 60-процентного раствора соли. Сколько литров воды нужно долить, чтобы получить 40-процентный раствор соли?



19. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 15 км/ч, проходит по течению реки до пункта назначения и после стоянки возвращается в исходный пункт. Найдите расстояние, пройденное теплоходом за весь рейс, если скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 12 часов после отплытия из него. Ответ дайте в километрах.

■ 13.19

20. Моторная лодка прошла путь от пункта А до пункта В и обратно без остановок за 9 часов. Найдите расстояние между пунктами А и В, если скорость лодки в неподвижной воде равна 18 км/ч, а скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в километрах.

■ 13.20

### Зачетные задания

1. Три трубы наполняют бассейн за 6 часов. Одна первая труба наполняет бассейн за 9 часов, а одна третья труба — за 54 часа. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

■ 13.1

2. Первый рабочий делает в час на 4 детали больше, чем второй, и весь заказ он может сделать за 5 часов. Второй рабочий такой же заказ может сделать за 9 часов. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

■ 13.2

3. Марина и Оля могут прополоть все грядки за 3 часа 55 минут, Оля и Настя могут прополоть эти же грядки за 3 часа 8 минут, а Настя и Марина — за 2 часа 21 минуту. За сколько времени они могут прополоть все грядки, если будут работать все вместе? Ответ дайте в часах.

■ 13.3

4. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 1% алюминия, второй сплав — 20% алюминия. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 760 килограммов, который содержит 10% алюминия. Сколько килограммов весил второй сплав?

■ 13.4

5. Имеется два сосуда. Первый содержит 150 кг, второй — 180 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 20% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 18,5% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором сосуде?

■ 13.5

6. Из городов А и В навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 3 часа раньше, чем велосипедист приехал в А, а встретились они через 48 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

■ 13.6

**13.7 ■**

7. Из пункта *A* в пункт *B* одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 90 км/ч, а вторую половину пути со скоростью, на 15 км/ч меньшей скорости первого, в результате чего прибыл в *B* одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она меньше 50 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

**13.8 ■**

8. Моторная лодка прошла против течения реки 195 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на шесть с половиной часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 16 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

**13.9 ■**

9. От пристани *A* к пристани *B*, расстояние между которыми равно 270 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 3 часа после этого следом за ним, со скоростью на 3 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт *B* оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

**13.10 ■**

10. Бизнесмен Пирожков получил в 2000 году прибыль в размере 10 000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Пирожков за 2004 год?

**13.11 ■**

11. Расстояние между городами *A* и *B* равно 580 км. Из города *A* в город *B* со скоростью 80 км/ч выехал автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города *B* выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. Через сколько часов после выезда второго автомобиля автомобили встретятся?

**13.12 ■**

12. Товарный поезд каждую минуту проезжает на 500 метров меньше, чем скорый, и на путь в 120 км тратит времени на 2 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

**13.13 ■**

13. Два мотоцикла стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 20 км. Через сколько минут мотоциклы поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 12 км/ч больше скорости другого?

**13.14 ■**

14. Расстояние между пристанями *A* и *B* равно 60 км. Из *A* в *B* по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт *B*, тотчас повернула обратно и возвратилась в *A*. К этому времени плот прошел 36 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

- 15.** Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 55 км/ч, следующий час — со скоростью 70 км/ч, а затем три часа — со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.
- 16.** Маша и Настя вымоют окно за 12 минут. Настя и Лена вымоют это же окно за 20 минут, а Маша и Лена — за 15 минут. За сколько минут девочки вымоют окно, работая втроем?
- 17.** Две трубы наполняют бассейн за 4 часа. Только одна первая труба наполняет бассейн за 5 часов. За сколько часов наполняет бассейн вторая труба?
- 18.** В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?
- 19.** Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?
- 20.** Турист идёт из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошёл 10 километров. Определите, сколько километров прошёл турист за третий день, если весь путь он прошёл за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.

■ 13.15

■ 13.16

■ 13.17

■ 13.18

■ 13.19

■ 13.20

## ЗАДАЧА 14

### Подготовительные задания

14.1 ■

14.2 ■

14.3 ■

14.4 ■

14.5 ■

14.6 ■

14.7 ■

14.8 ■

14.9 ■

14.10 ■

14.11 ■

14.12 ■

14.13 ■

1. Найдите производную функции  $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2x + 2$ .
2. Найдите наибольшее значение функции  $y = 16x - 11\sin x + 6$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ .
3. Найдите наименьшее значение функции  $y = 5\sin x - 9 + 3$  на отрезке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .
4. Найдите значение производной функции  $f(x) = \ln x + \sqrt[5]{x}$  в точке  $x = 1$ .
5. Найдите значение производной функции  $f(x) = \frac{\cos x}{x - 1}$  в точке  $x = 0$ .
6. Найдите значение производной функции  $f(x) = e^{x^2 - 4}$  в точке  $x = -2$ .
7. Найдите точку минимума функции  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 15$ .
8. Найдите точку максимума функции  $f(x) = x^2 - 6x + 4\ln x + 8$ .
9. Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = \frac{42x}{\pi} - 12\sin x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$ .
10. Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = (2x - 5)e^{x - \frac{3}{2}}$  на отрезке  $[0; 4]$ .
11. Найдите наименьшее значение функции  $y = x - \operatorname{tg} x + 4$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$ .
12. Найдите наибольшее значение функции  $y = \ln(x + 8)^3 - 3x$  на отрезке  $[-7, 5; 0]$ .
13. Найдите точку минимума функции  $y = (x + 5)^2 e^{2 - x}$ .

14. Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{x^2 + 49}{x}$  на отрезке  $[1; 19]$ .
15. Найдите точку максимума функции  $y = \sqrt{-6 + 12x - x^2}$ .
16. Найдите наименьшее значение функции  $y = \sqrt{x^2 + 2x + 17}$ .
17. Найдите наибольшее значение функции  $y = \log_2(-8 + 8x - x^2) + 9$ .
18. Найдите наибольшее значение функции  $y = (x + 6)^2(x - 8) + 9$  на отрезке  $[-18; -1]$ .
19. Найдите наименьшее значение функции  $y = 3 \cos x - \frac{48}{\pi}x + 19$  на отрезке  $[-\frac{2\pi}{3}; 0]$ .
20. Найдите наименьшее значение функции  $y = 5x - \ln(x + 5)^5$  на отрезке  $[-4,5; 1]$ .

### Зачетные задания

1. Найдите точку минимума функции  $y = \frac{x^3}{3} - 36x + \frac{2}{5}$ .
2. Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{x^2 + 36}{x}$  на отрезке  $[1; 17]$ .
3. Найдите точку максимума функции  $y = 27x - x\sqrt{x} + 9$ .
4. Найдите наибольшее значение функции  $y = -\frac{2\sqrt{x^3}}{3} + 12x + 5$  на отрезке  $[143; 145]$ .
5. Найдите точку минимума функции  $y = (x + 2) \cos x - \sin x$  на отрезке  $(-\pi; 0)$ .
6. Найдите наибольшее значение функции  $y = 28 \operatorname{tg} x - 28x + 7\pi - 4$  на отрезке  $[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}]$ .
7. Найдите точку максимума функции  $y = (2x^2 - 16x + 16)e^{x+28}$ .

■ 14.14

■ 14.15

■ 14.16

■ 14.17

■ 14.18

■ 14.19

■ 14.20

■ 14.1

■ 14.2

■ 14.3

■ 14.4

■ 14.5

■ 14.6

■ 14.7

**14.8 ■****14.9 ■****14.10 ■****14.11 ■****14.12 ■****14.13 ■****14.14 ■****14.15 ■****14.16 ■****14.17 ■****14.18 ■****14.19 ■****14.20 ■**

8. Найдите наименьшее значение функции  $y = (x^2 - 39x + 39)e^{2-x}$  на отрезке  $[0; 6]$ .

9. Найдите точку минимума функции  $y = 4x - 4\ln(x + 7) + 3$ .

10. Найдите наибольшее значение функции  $y = 9\ln(x + 8) - 9x + 12$  на отрезке  $[-7,5; 0]$ .

11. Найдите точку максимума функции  $y = \frac{16}{x} - x^2 + 9$ .

12. Найдите наименьшее значение функции  $y = x^2 + \frac{25 + x^2 - x^3}{x}$  на отрезке  $[1; 10]$ .

13. Найдите точку максимума функции  $y = 11 + 6\sqrt{x} - 2x\sqrt{x}$ .

14. Найдите наибольшее значение функции  $y = (10 - x)\sqrt{x + 2}$  на отрезке  $[-1; 7]$ .

15. Найдите точку минимума функции  $y = x \sin x + \cos x - \frac{3}{4} \sin x$ , принадлежащую промежутку  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

16. Найдите наибольшее значение функции  $y = 2 \sin x - \sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}}{6} \pi + 7$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

17. Найдите точку максимума функции  $y = (x - 6)^2 e^{x-6}$ .

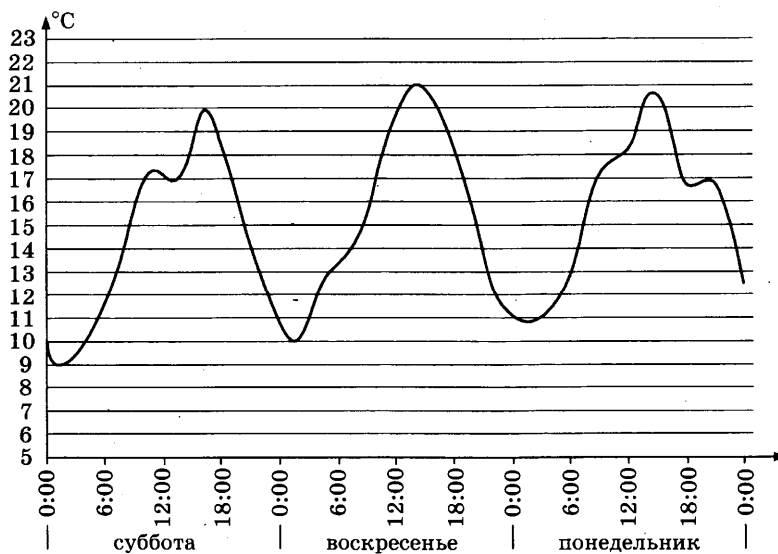
18. Найдите наибольшее значение функции  $y = (3 - x^2)e^{x-1}$  на отрезке  $[0; 2]$ .

19. Найдите точку максимума функции  $y = \ln(x + 5) - 5x + 5$ .

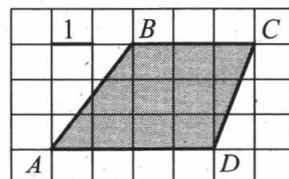
20. Найдите наибольшее значение функции  $y = 7 - \ln x + 5x - 2x^2$  на отрезке  $\left[\frac{1}{2}; \frac{7}{6}\right]$ .

## ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5

1. В школе есть двухместные туристические байдарки. Какое наименьшее число байдарок нужно взять в поход, в котором участвуют 27 человек?
  
2. На графике показано изменение температуры воздуха в некотором населённом пункте на протяжении трёх суток, начиная с 0 часов субботы. На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наименьшую температуру воздуха в ночь с субботы на воскресенье. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3. Семья из трёх человек едет из Москвы в Бологое. Можно ехать поездом, а можно на своей машине. Билет на поезд стоит 325 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 11 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 350 км, а цена бензина равна 19 рублей за литр. Какова наименьшая стоимость (в рублях) семейной поездки?
  
4. Найдите площадь трапеции  $ABCD$ .



5. На соревнования по метанию диска приехали 6 спортсменов из Швейцарии, 3 из Болгарии и 6 из Австрии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что третьим будет выступать спортсмен из Болгарии.

■ 5.1

■ 5.2

■ 5.3

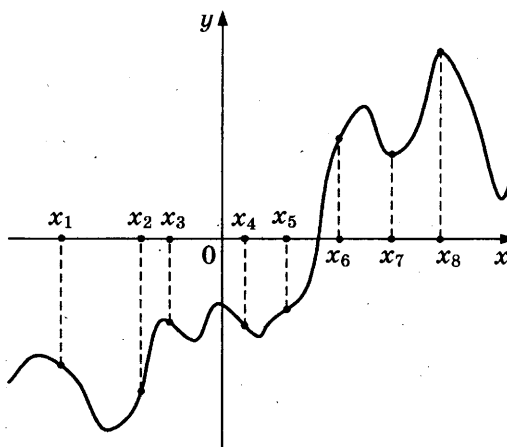
■ 5.4

■ 5.5

5.6 ■

5.7 ■

5.8 ■

6. Решите уравнение  $\log_2 x = 5$ .7. Окружность, вписанная в треугольник  $ABC$ , касается сторон  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  в точках  $M$ ,  $K$  и  $P$  соответственно. Найдите периметр треугольника  $ABC$ , если  $AP = 5$ ,  $BM = 6$ ,  $CK = 7$ .8. На рисунке изображены график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , и восемь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$ . Сколько из этих точек принадлежат промежуткам убывания функции?

9. Расстояние между скрещивающимися рёбрами правильной треугольной пирамиды равно 12, а синус угла между боковым ребром и плоскостью основания равен 0,3. Найдите высоту основания пирамиды.

10. Вычислите  $\log_6 144 - \log_6 4$ .11. Температуру нагревательного элемента (в градусах Кельвина) в зависимости от времени (в минутах) можно вычислять по формуле  $T(t) = T_0 + at + bt^2$ , где  $T_0 = 760$  К,  $a = 34$  К/мин,  $b = -0,2$  К/мин<sup>2</sup>. Известно, что при температурах нагревателя свыше 1600 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время (в минутах) после начала работы нужно отключать прибор.12. Площадь боковой поверхности конуса равна  $10$  см<sup>2</sup>. Радиус основания конуса увеличили в 6 раз, а образующую уменьшили в 4 раза. Найдите площадь боковой поверхности получившегося конуса. Ответ дайте в см<sup>2</sup>.

13. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 90 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

14. Найдите наименьшее значение функции  $y = 13 - 7 \sin x - 9x$  на отрезке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

5.9 ■

5.10 ■

5.11 ■

5.12 ■

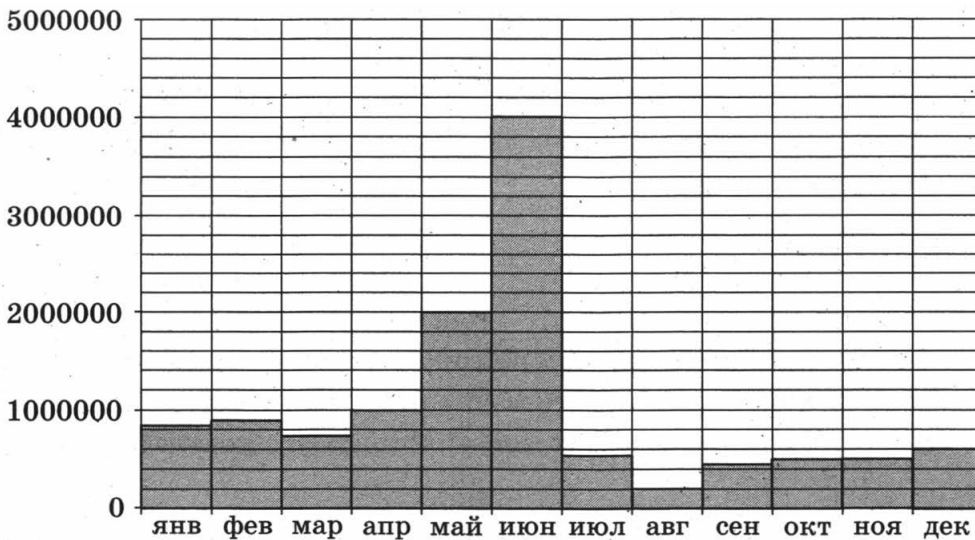
5.13 ■

5.14 ■

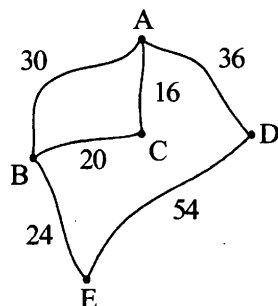


## ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6

1. Больному прописан курс лекарства, которое нужно принимать по 250 мг два раза в день в течение 7 дней. В одной упаковке лекарства содержится 10 таблеток по 125 мг. Какое наименьшее количество упаковок понадобится на весь курс лечения?
  
2. На диаграмме показано число запросов со словом ЕГЭ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по декабрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, во сколько раз максимальное месячное число запросов превышало минимальное месячное число запросов со словом ЕГЭ в 2009 году.



3. На рисунке показаны схема дорог и расстояние в километрах между населёнными пунктами А, В, С, D и E вдоль этих дорог. Мопед, грузовик и автобус одновременно выезжают из города А и добираются в город E разными путями. Мопед едет через посёлки С и В, грузовик — только через В, а автобус едет через город D. Мопед был в пути 1 час 20 минут, грузовик — 1 час, а автобус — 1 час 40 минут. Найдите среднюю скорость того транспортного средства, у которого эта скорость наибольшая. Ответ дайте в км/ч.



■ 6.1

■ 6.2

■ 6.3

6.4 ■

6.5 ■

6.6 ■

6.7 ■

6.8 ■

6.9 ■

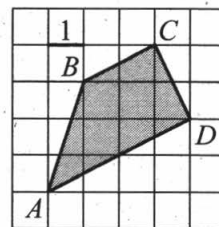
6.10 ■

6.11 ■

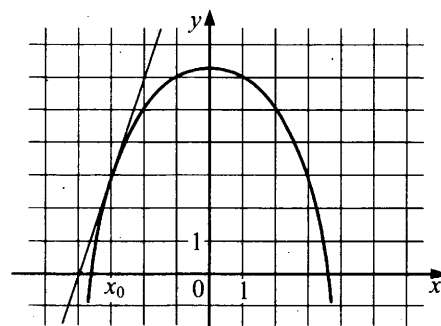
6.12 ■

6.13 ■

6.14 ■

4. Найдите площадь трапеции  $ABCD$ .

5. Найдите вероятность того, что при бросании двух кубиков на каждом выпадет менее 4 очков.

6. Решите уравнение  $5^{x+5} = 0,04$ .7. Хорды  $AB$  и  $CD$  окружности пересекаются в точке  $M$ . Найдите  $MA$ , если  $MB = 12$ ,  $MC = 16$ ,  $MD = 6$ .8. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной  $f'(x)$  в точке  $x_0$ .9. Тангенс угла между боковым ребром правильной четырёхугольной пирамиды и плоскостью её основания равен  $\sqrt{2}$ . Найдите тангенс угла между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды.10. Найдите значение выражения  $\frac{28}{2^{\log_2 7}}$ .11. Время полёта мяча, брошенного под углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли, можно посчитать по формуле  $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$  (с).

При каком наименьшем значении угла (в градусах) время в полёте будет не меньше 2,5 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью  $v_0 = 25$  м/с? Ускорение свободного падения  $g$  считать равным  $10$  м/с<sup>2</sup>.

12. Объем цилиндра равен  $20$  см<sup>3</sup>. Радиус основания цилиндра увеличили в 3 раза, а образующую уменьшили в 4 раза. Найдите объем получившегося цилиндра. Ответ дайте в см<sup>3</sup>.13. Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью  $90$  км/ч, а вторую — со скоростью  $60$  км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.14. Найдите наибольшее значение функции  $y = \frac{54}{\pi}x + 6 \sin x + 13$  на отрезке  $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$ .

# **ПОДГОТОВКА К ЧАСТИ 2 ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ**

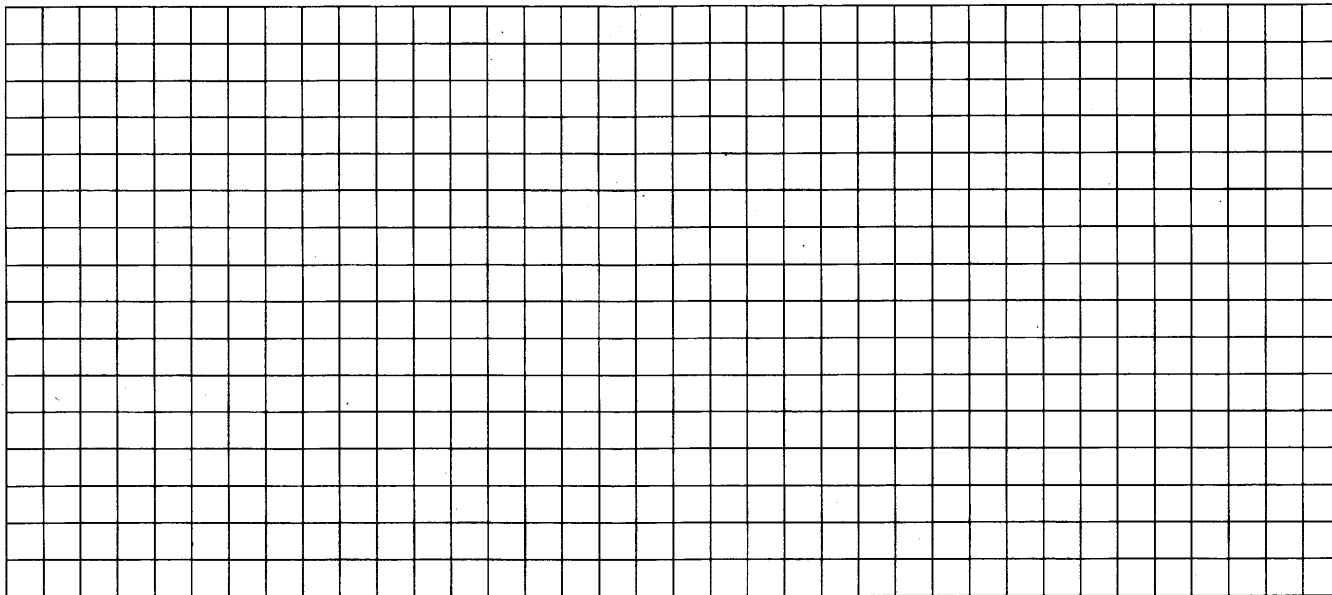
---

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

## ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 7

15. а) Решите уравнение  $3 \sin^2 x + 5 \sin x + 2 = 0$ .

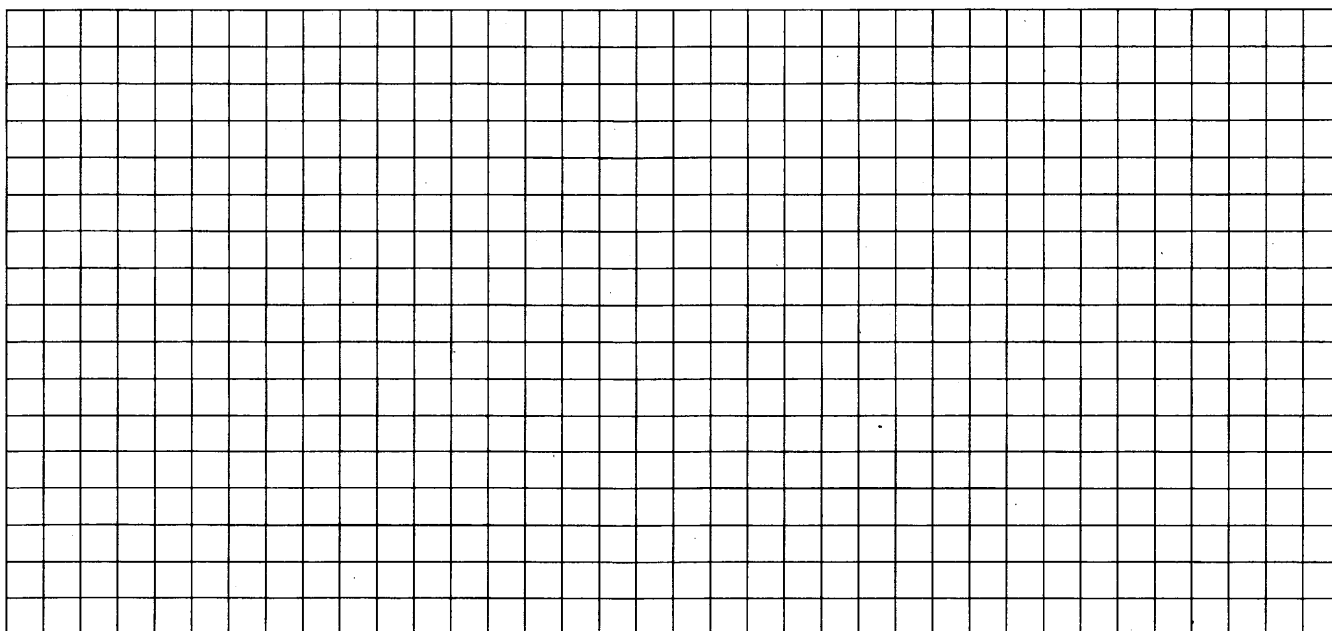
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ \frac{\pi}{2}; 2\pi \right]$ .



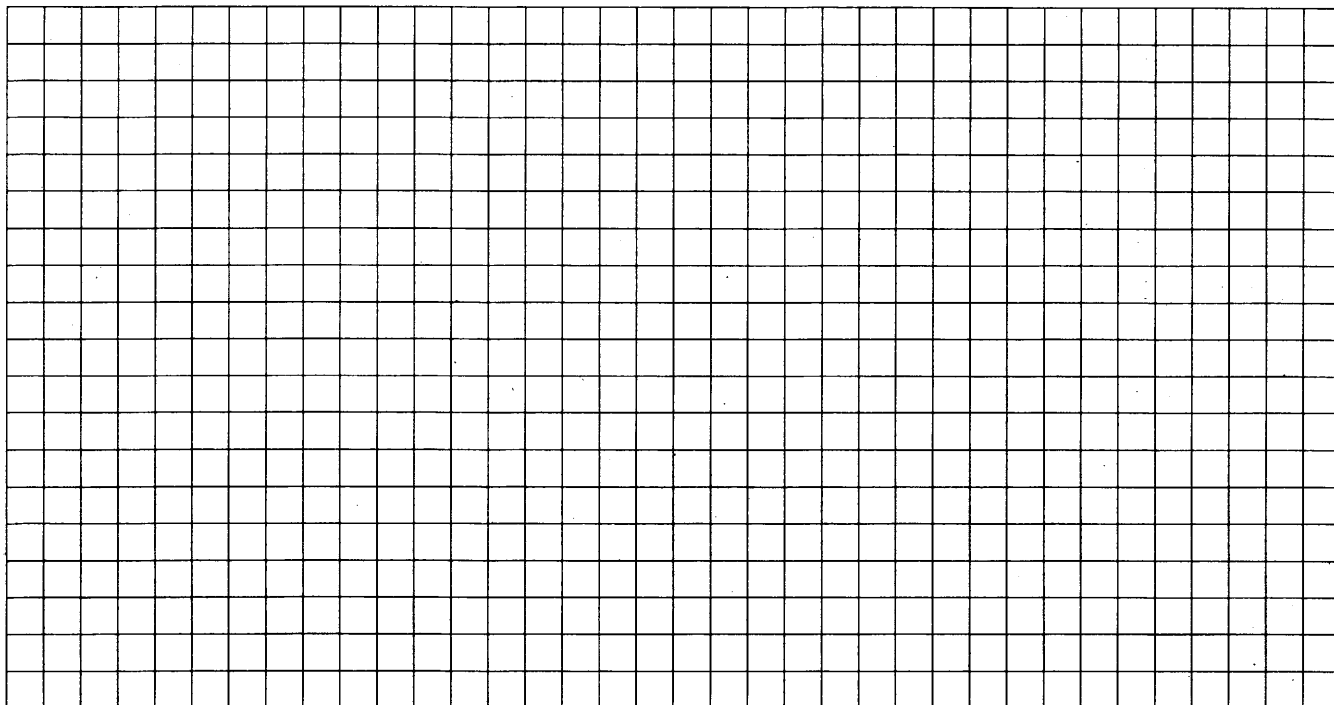
16. Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 12 и 16. Расстояние между этими хордами равно  $2\sqrt{197}$ .

а) Постройте прямую пересечения этой плоскости с плоскостью, проходящей через диаметры оснований, перпендикулярные этим хордам.

б) Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.



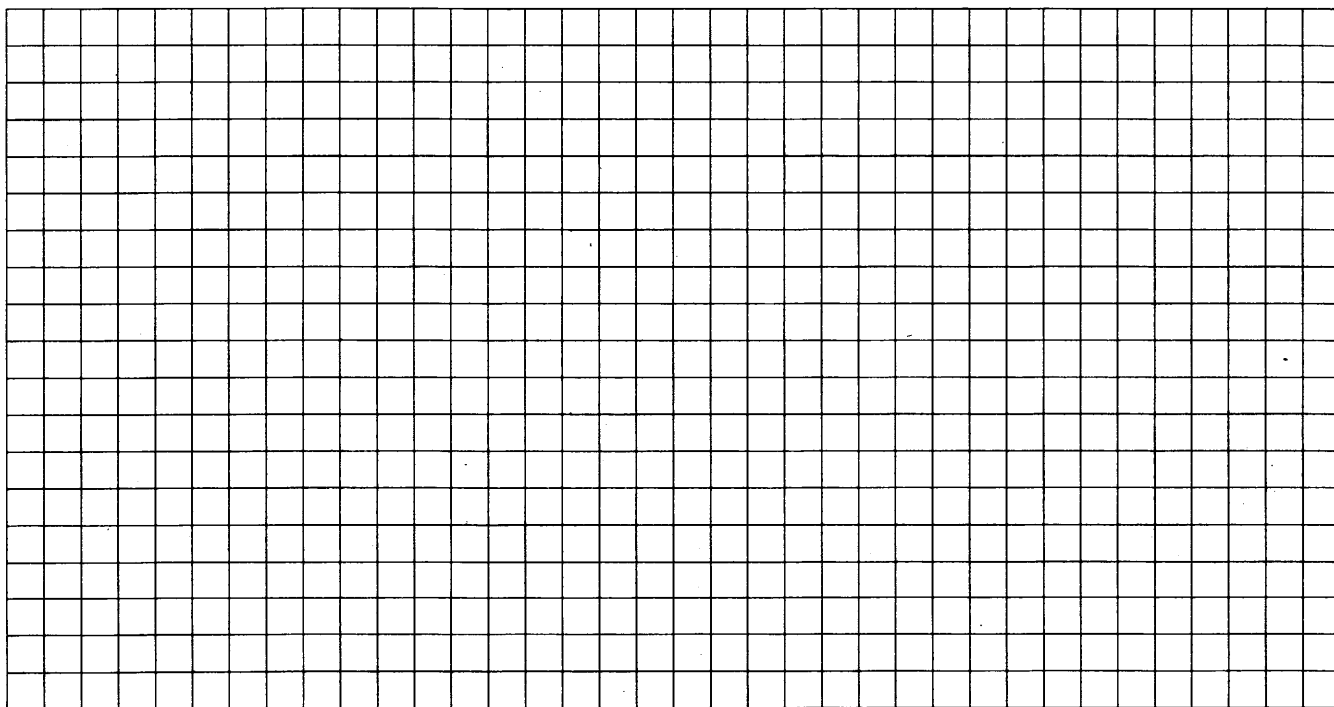
17. Решите неравенство  $\frac{2-(x-6)^{-1}}{5(x-6)^{-1}-1} \leq -0,2$ .



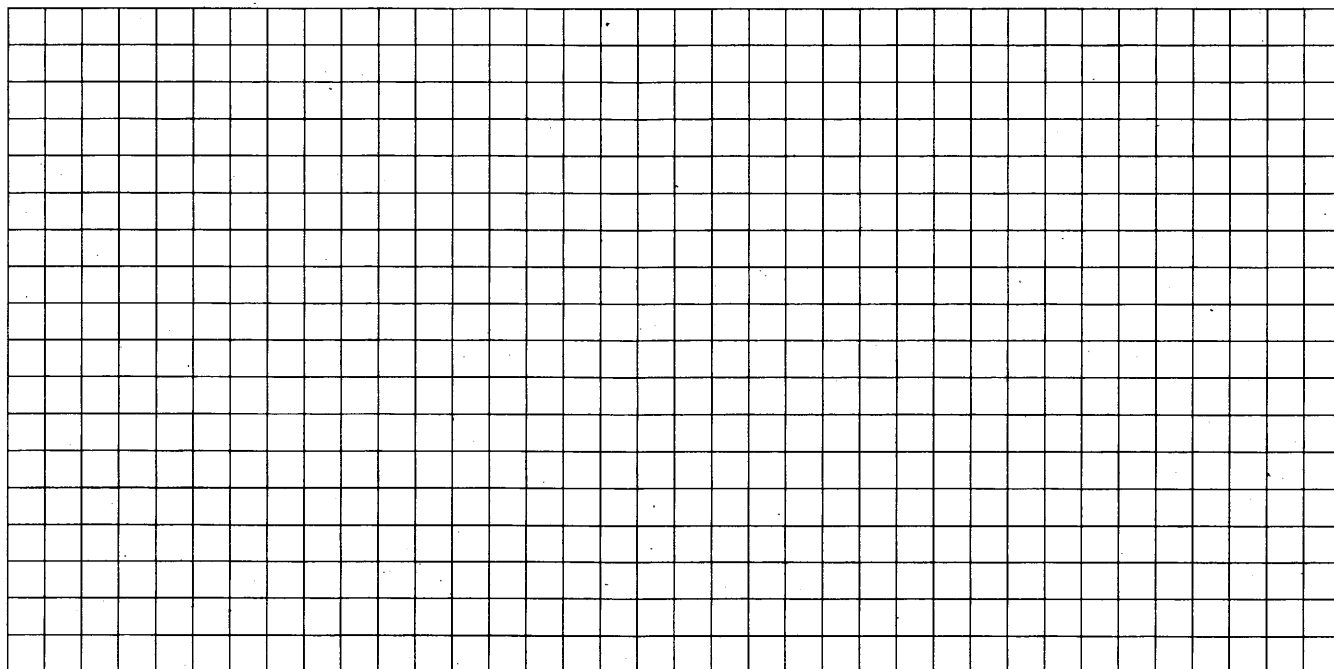
18. Медиана  $AM$  и биссектриса  $CD$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  пересекаются в точке  $O$ .

а) Докажите, что  $\frac{CO}{OD} = \frac{AB}{AD}$

б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $CO = 9$ ,  $OD = 5$ .



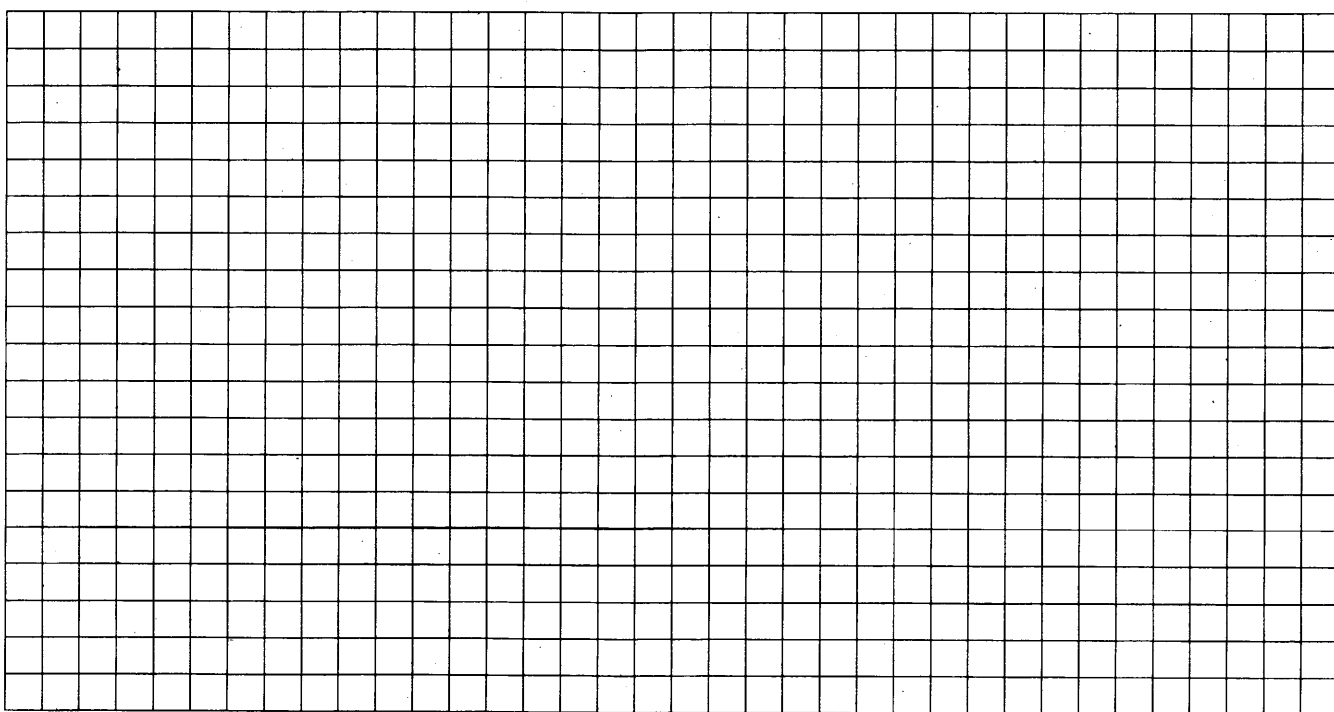
- 19.** 1 января 2015 года Михаил Юрьевич взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 2 процента на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 2%), затем Михаил Юрьевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Михаил Юрьевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 250 тыс. рублей?



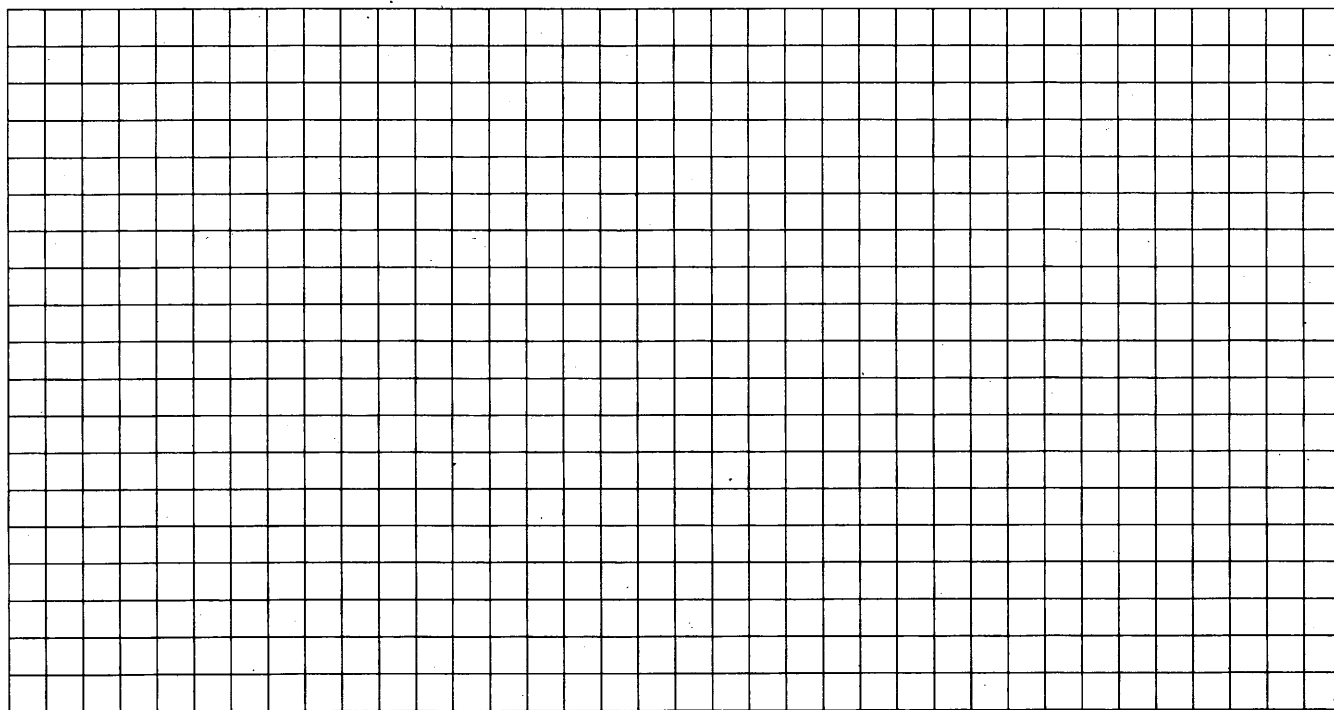
- 20.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x - a^2 + 4a - 2| + |x - a^2 + 2a + 3| = 2a - 5$$

имеет хотя бы один корень на отрезке  $[5; 23]$ .



21. Найдите все пары натуральных чисел  $k < n$ , удовлетворяющие уравнению  $(\sqrt{n})^k = (\sqrt{k})^n$ .

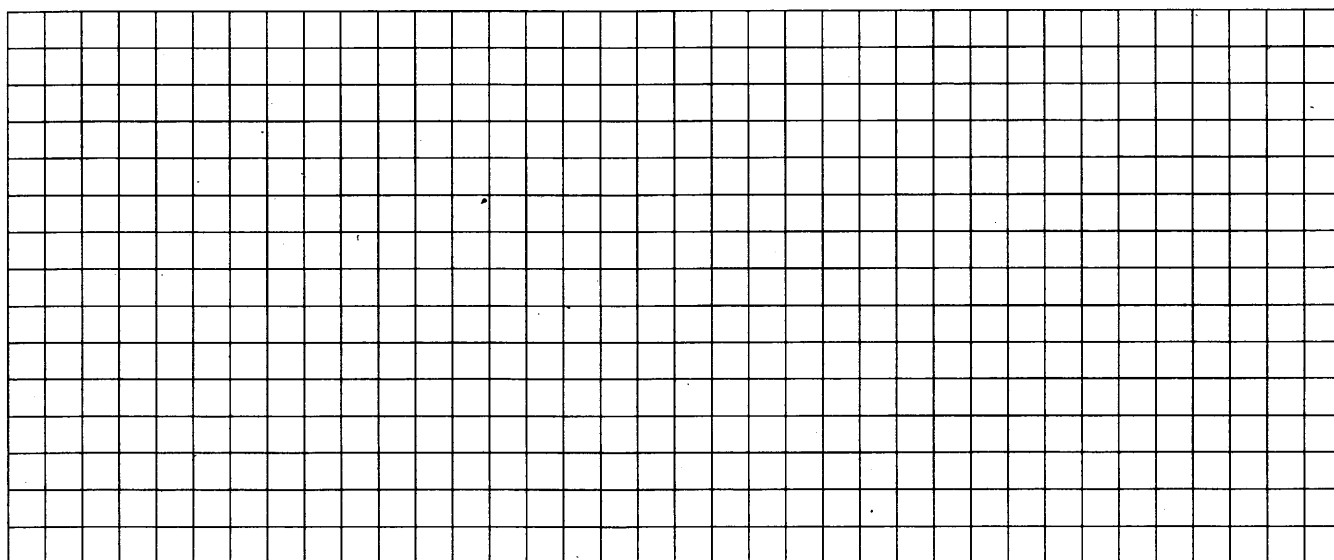




## ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8

15. а) Решите уравнение  $\frac{\sin x(2\sin x+1)(\sqrt{2}\sin x-1)}{\lg(\operatorname{tg}x)}=0$ .

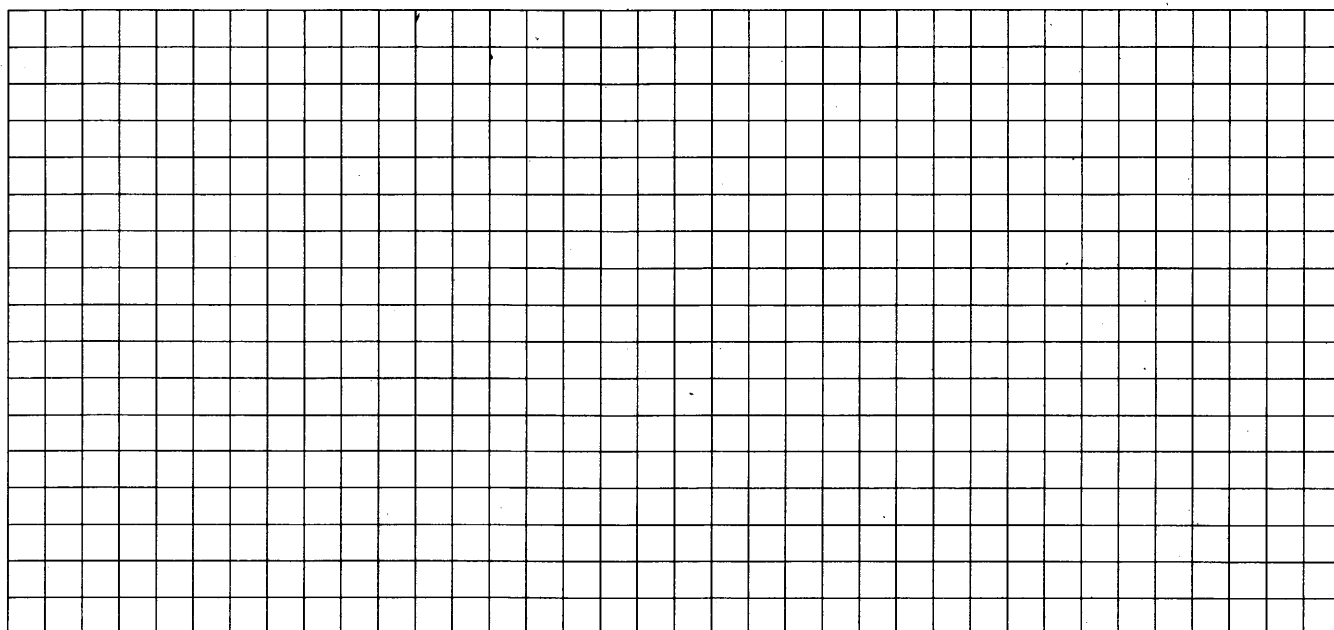
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .



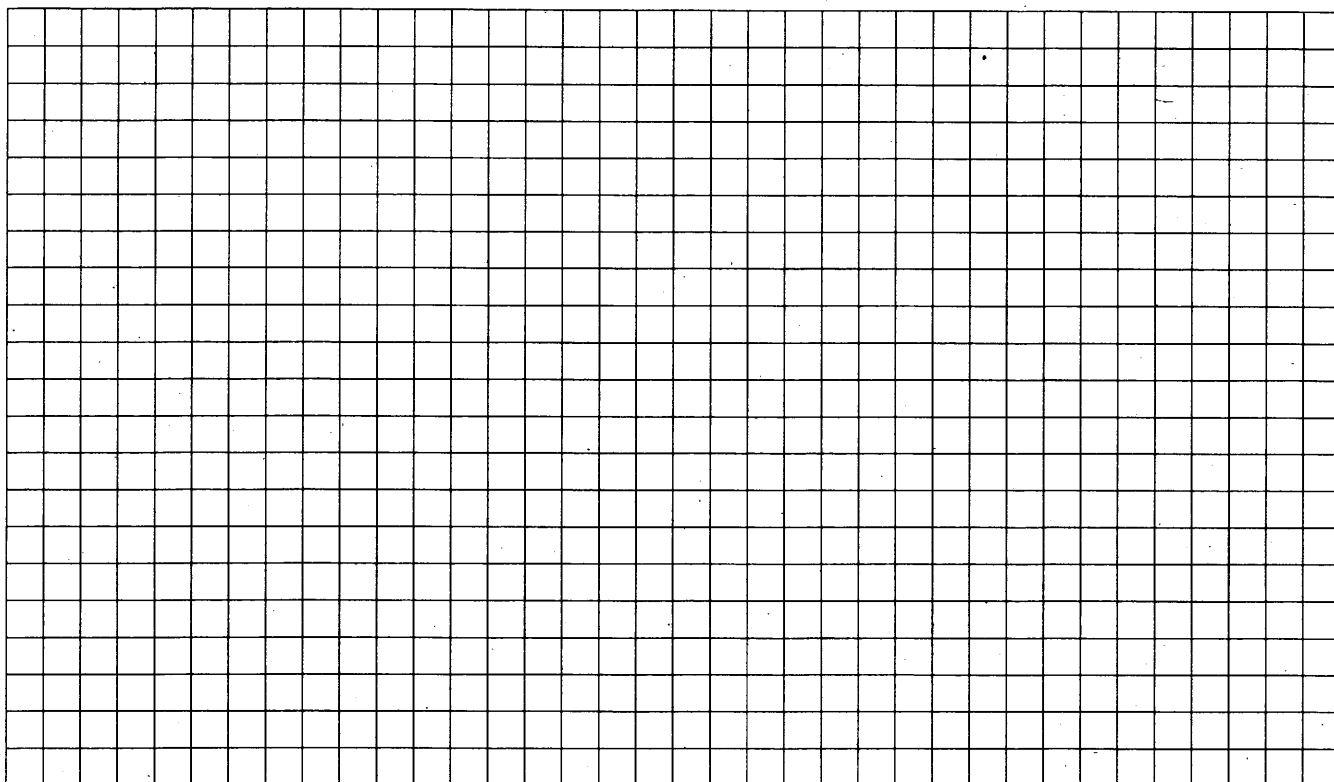
16. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  стороны основания равны 5, а боковые рёбра равны 11.

а) Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точки  $C$ ,  $A_1$  и  $F_1$ .

б) Найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $A_1 F_1$ .



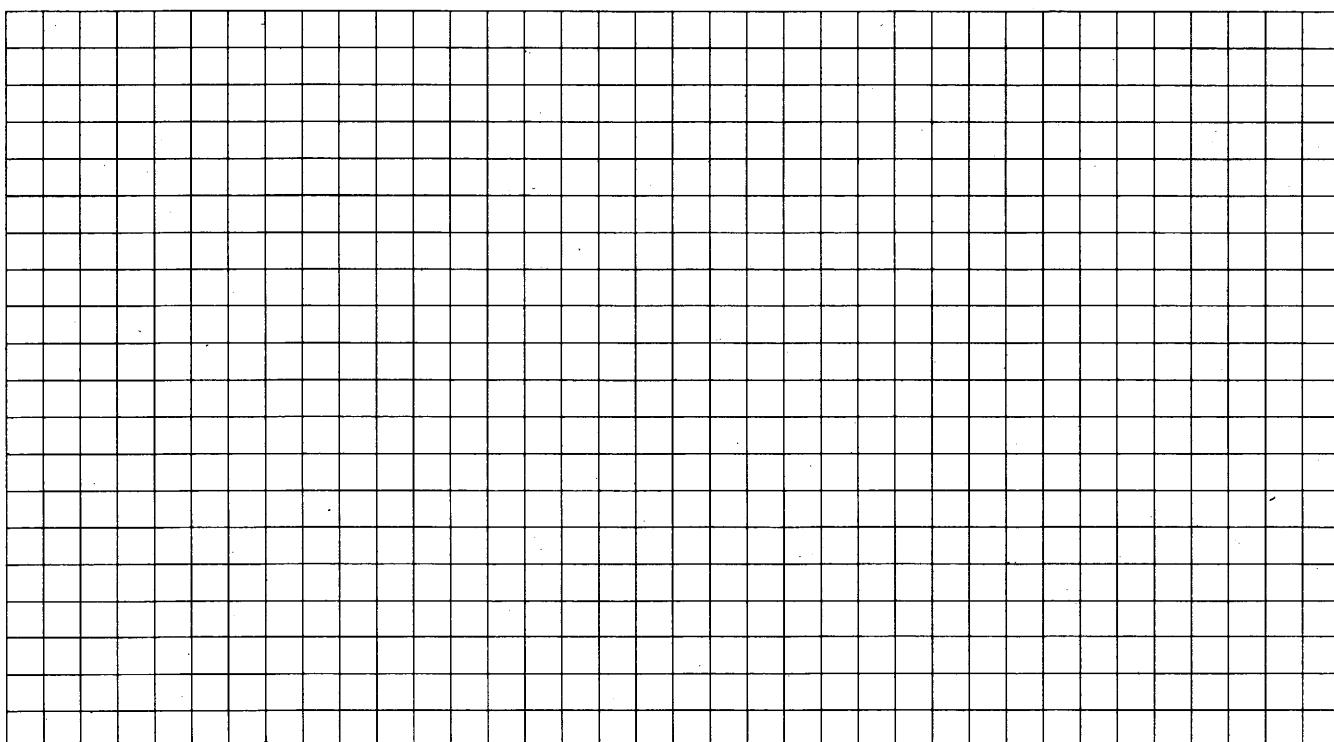
17. Решите неравенство  $2^x + 3 \cdot 2^{-x} \leq 4$ .



18. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  проведена биссектриса  $AD$ . Из точки  $D$  параллельно основанию проведена прямая, пересекающая сторону  $AB$  в точке  $K$ .

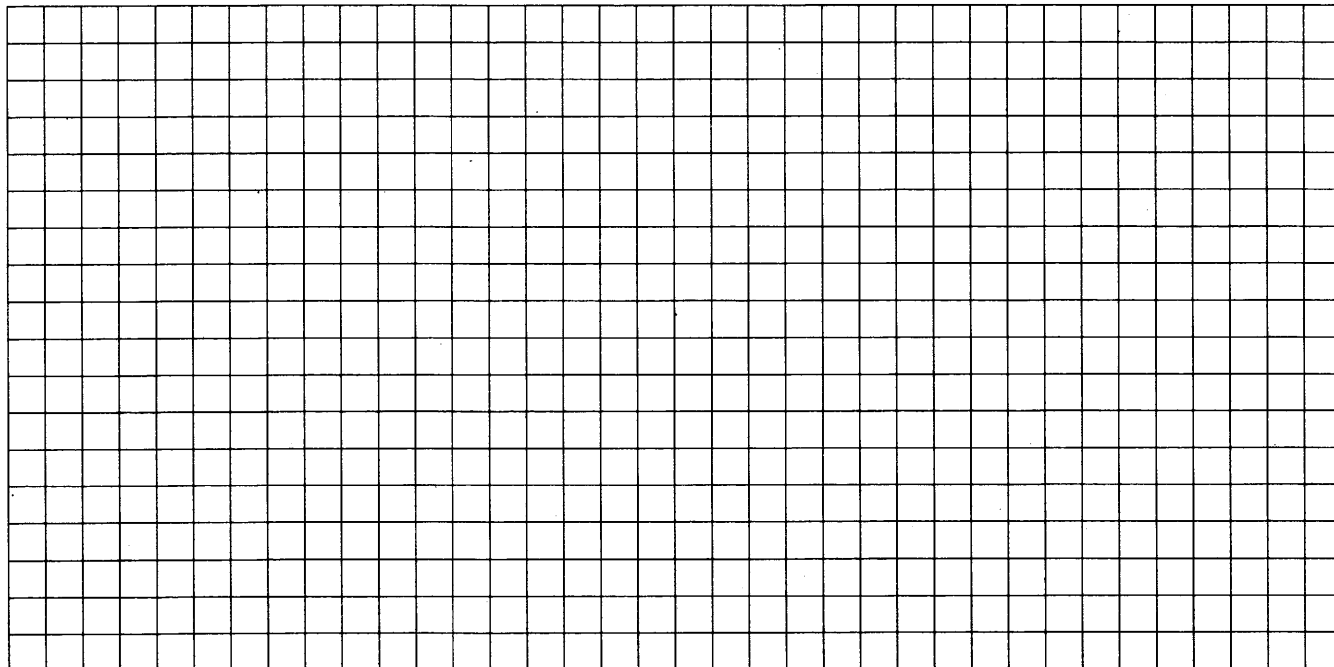
а) Докажите, что треугольник  $AKD$  — равнобедренный.

б) Найдите длину отрезка  $AD$ , если  $AC = 5$ ,  $AB = BC = 20$ .





- 21.** Десятичная запись натурального числа  $n$  должна состоять из различных (не менее двух) цифр одной четности, а само оно должно быть квадратом целого числа. Найдите все такие  $n$ .

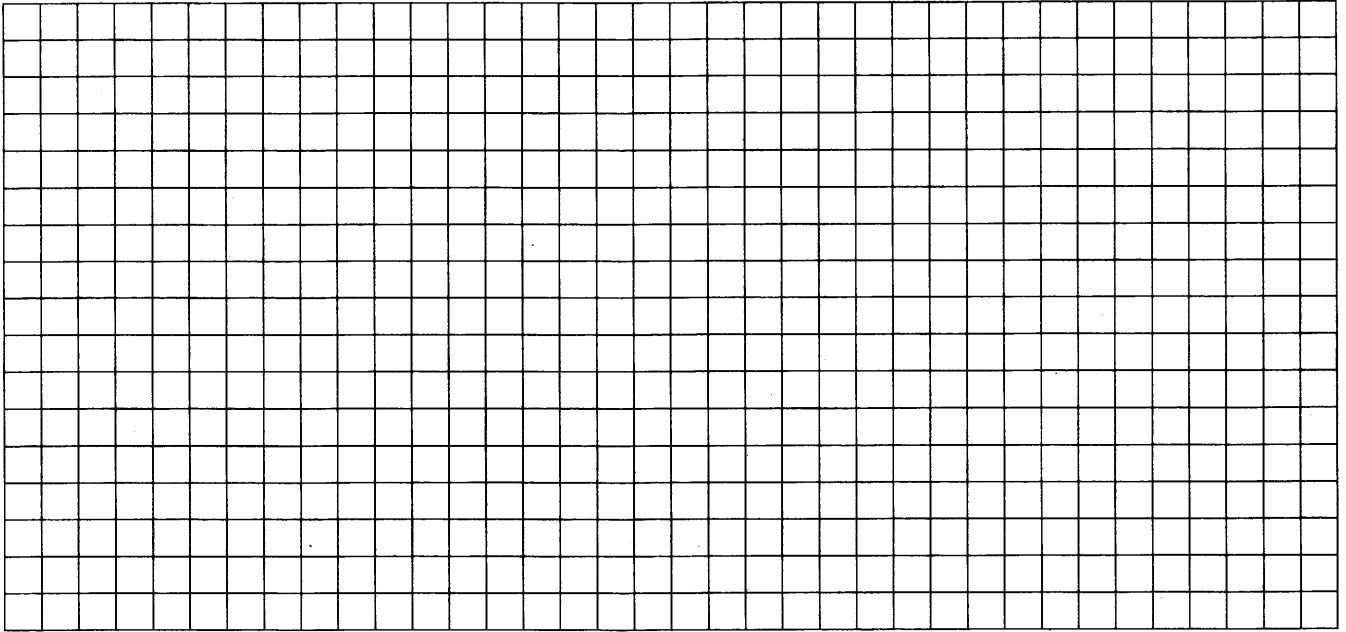


## ЗАДАЧА 15

### Подготовительные задания

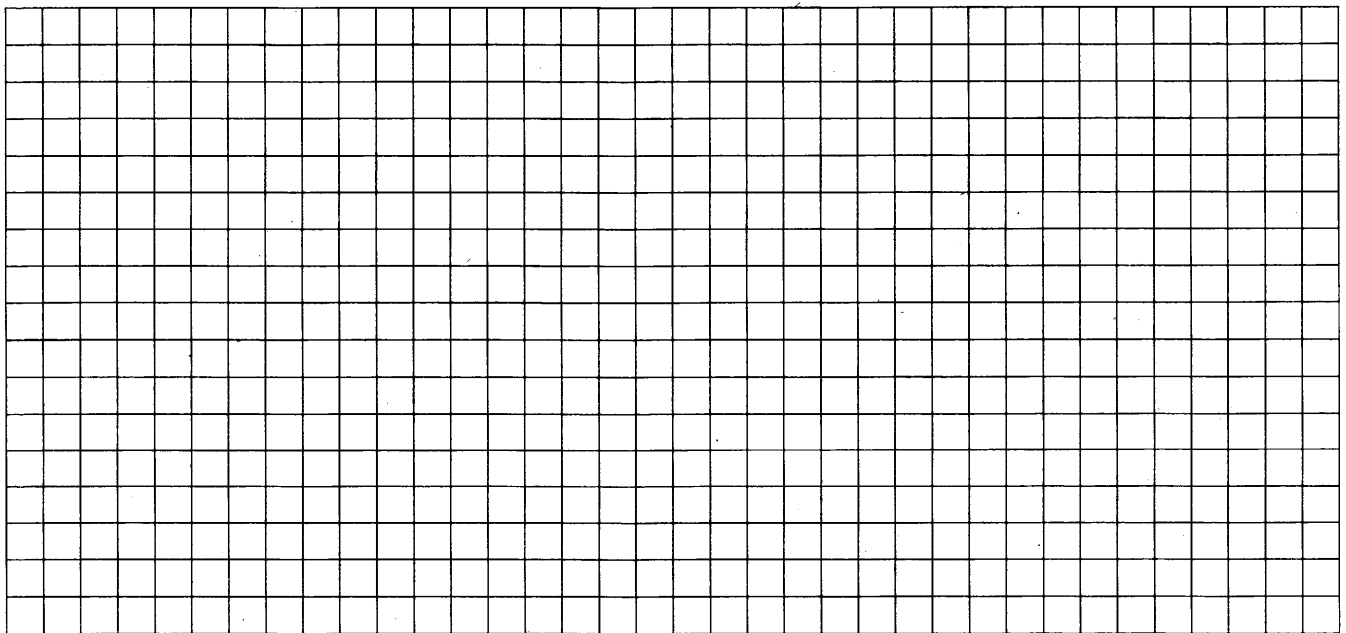
1. а) Решите уравнение  $4\sin^3 x - 3\sin x + 2\cos 2x + 1 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-\pi; 0]$ .



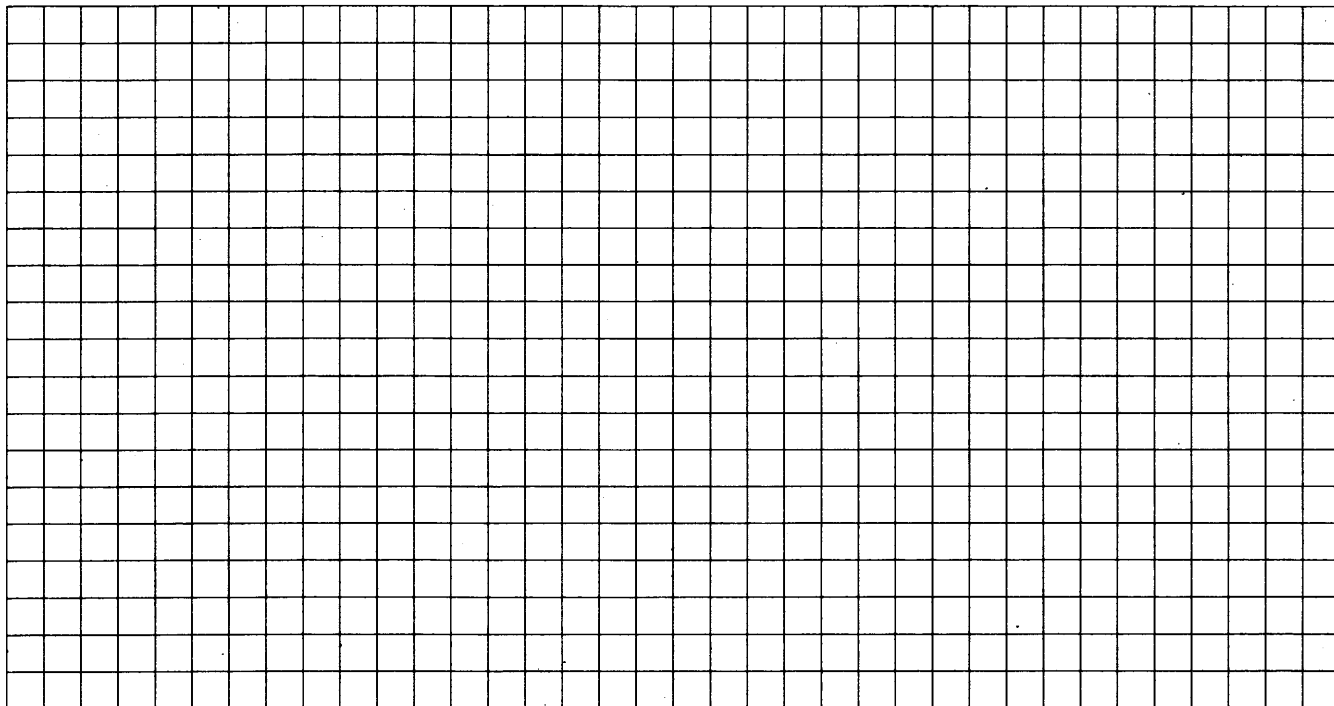
2. а) Решите уравнение  $\frac{2}{\operatorname{tg}^2(x+5\pi)} + \frac{1}{\sin(x-5\pi)} - 4 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .



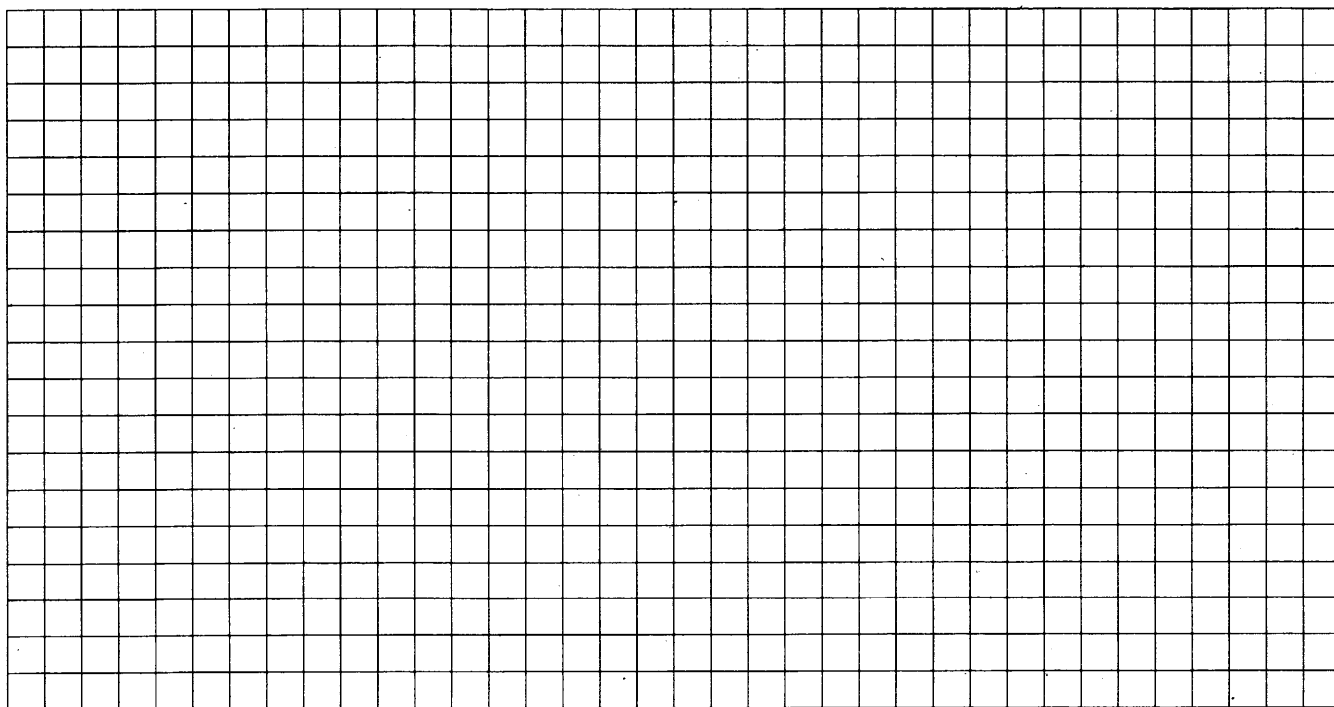
3. а) Решите уравнение  $\operatorname{tg}^2 x - \frac{5}{\sin(4,5\pi - x)} + 7 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[\pi; 2\pi]$ .



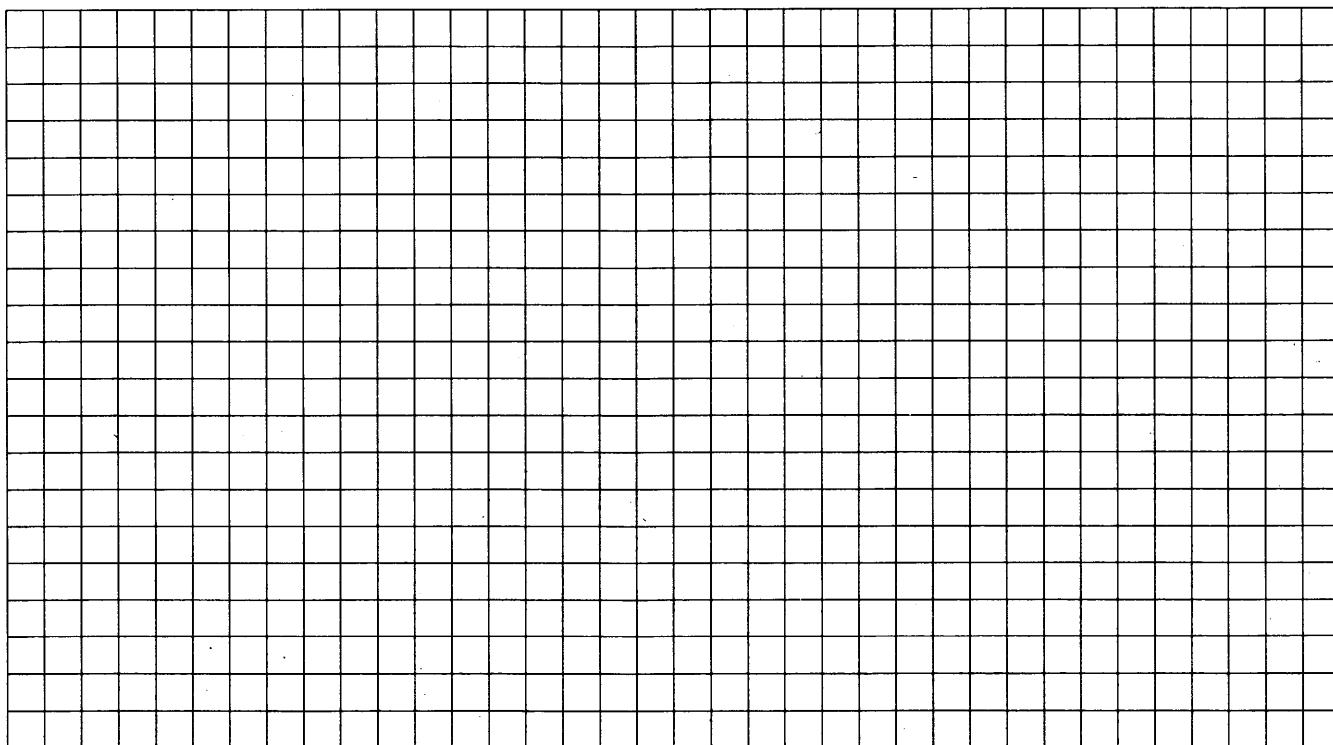
4. а) Решите уравнение  $3\cos 2x + 4 = 5\sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ .



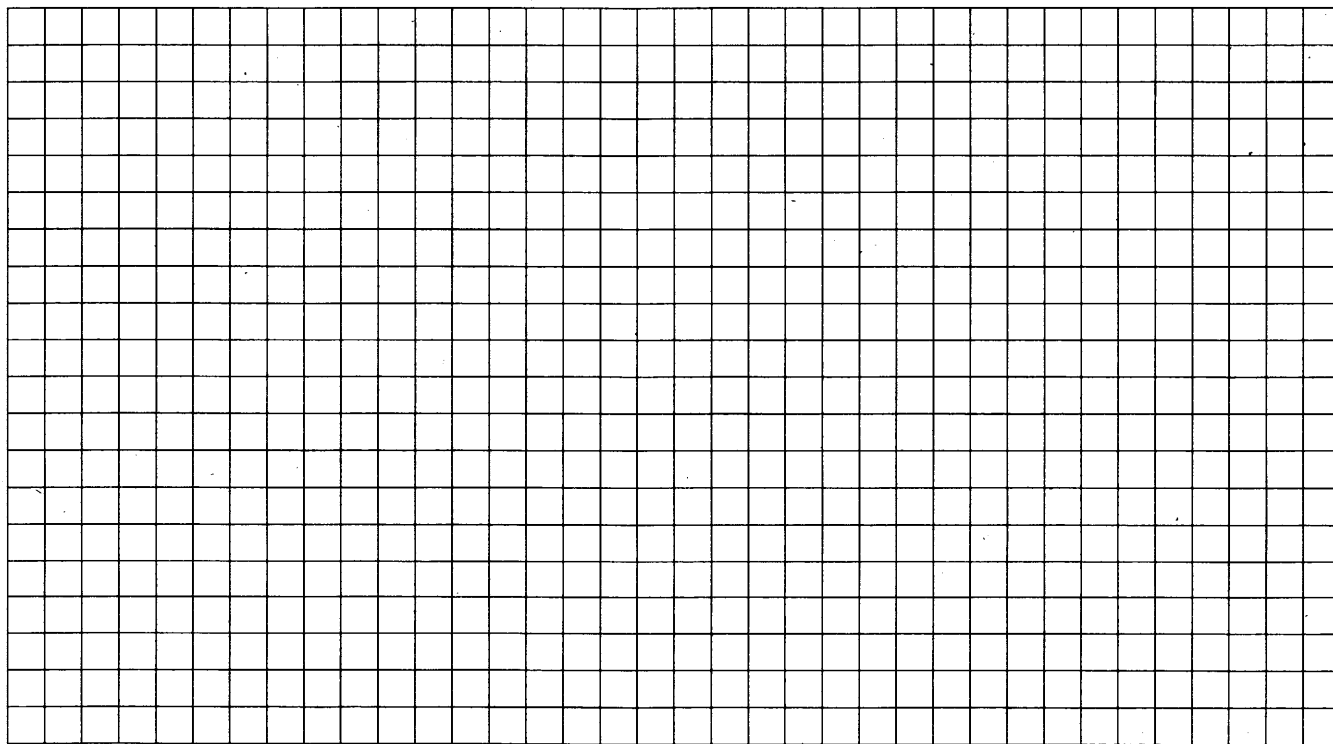
5. а) Решите уравнение  $3\cos^2 x - 5\sin x - 1 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-3\pi; -2\pi]$ .



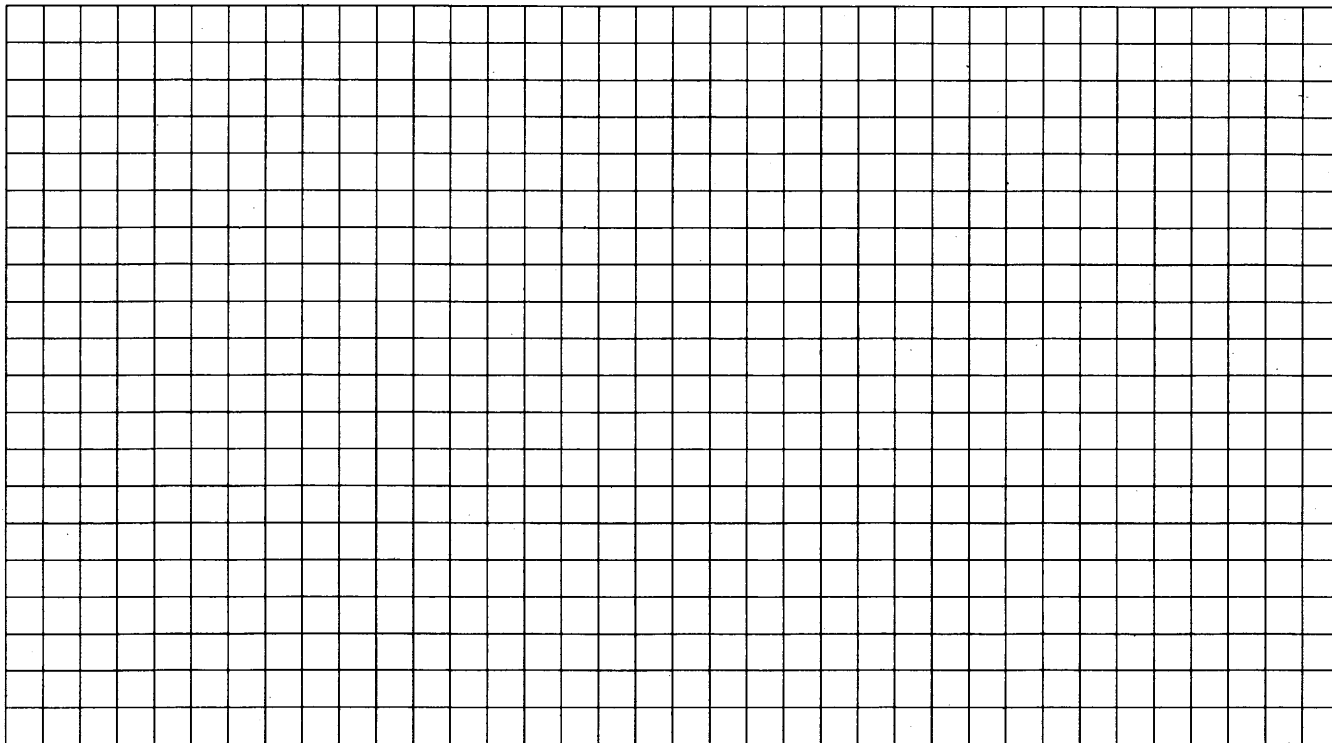
6. а) Решите уравнение  $7\cos^2 x - \cos x - 8 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .



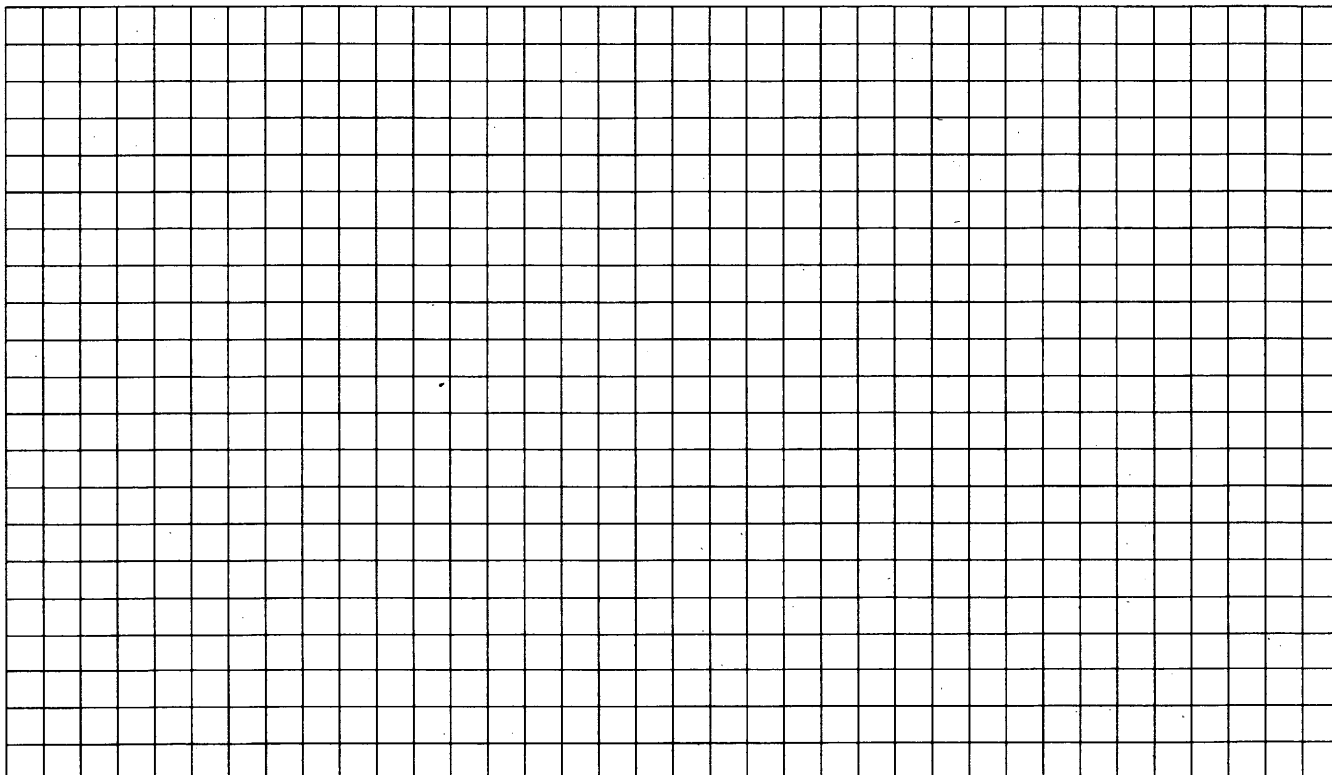
7. а) Решите уравнение  $(\sqrt{2} \sin x + 1)(2 \sin x - 3) = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие неравенству  $\operatorname{tg} x < 0$ .



8. а) Решите уравнение  $(\sqrt{2} \cos x - 1)(2 \cos x + 1) = 0$ .

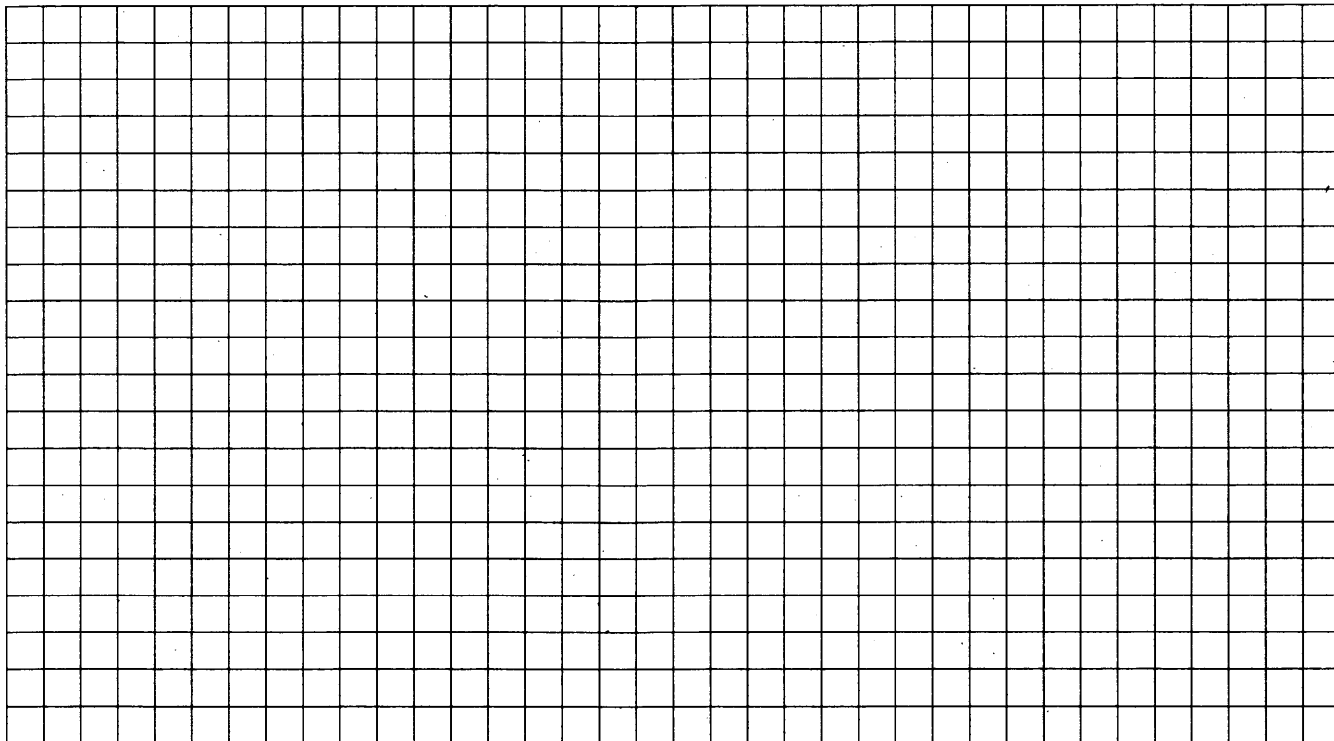
б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие неравенству  $\sin x < 0$ .





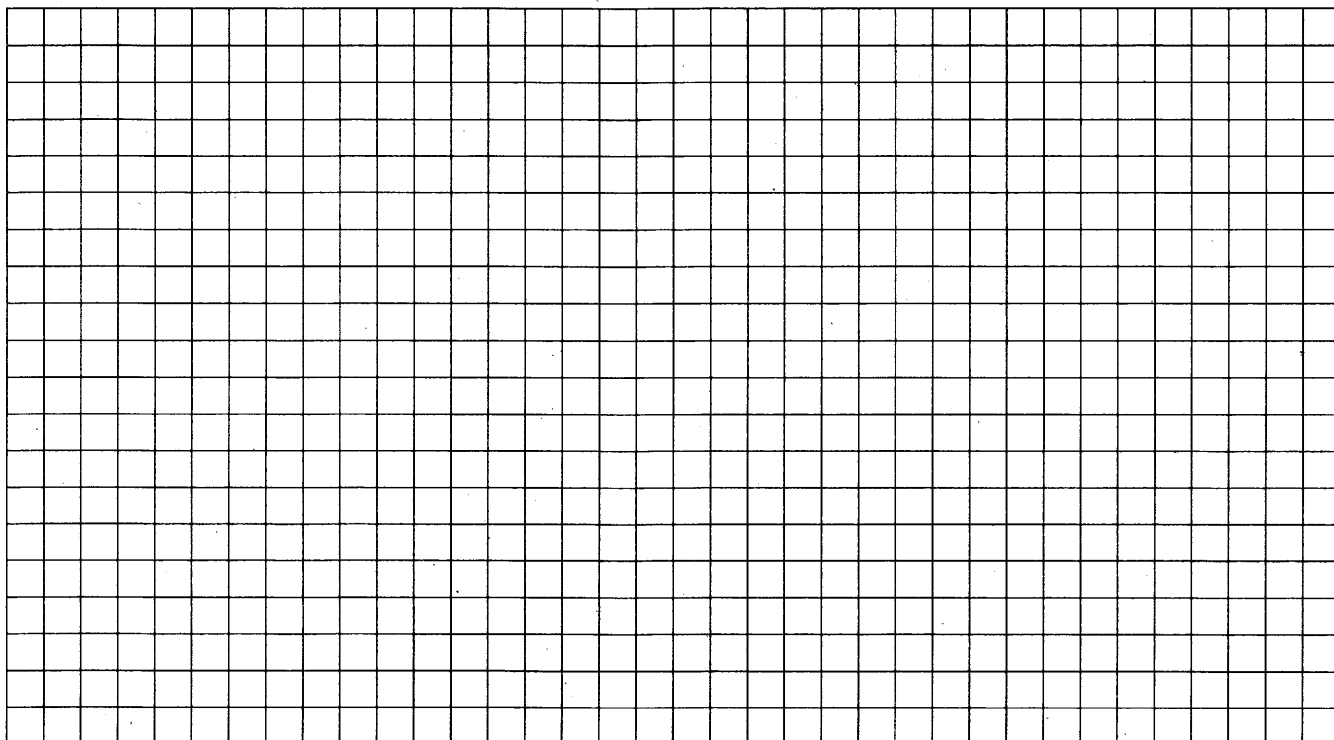
9. а) Решите уравнение  $\frac{6}{\cos^2 x} - \frac{7}{\cos x} + 1 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-3\pi; -\pi]$ .



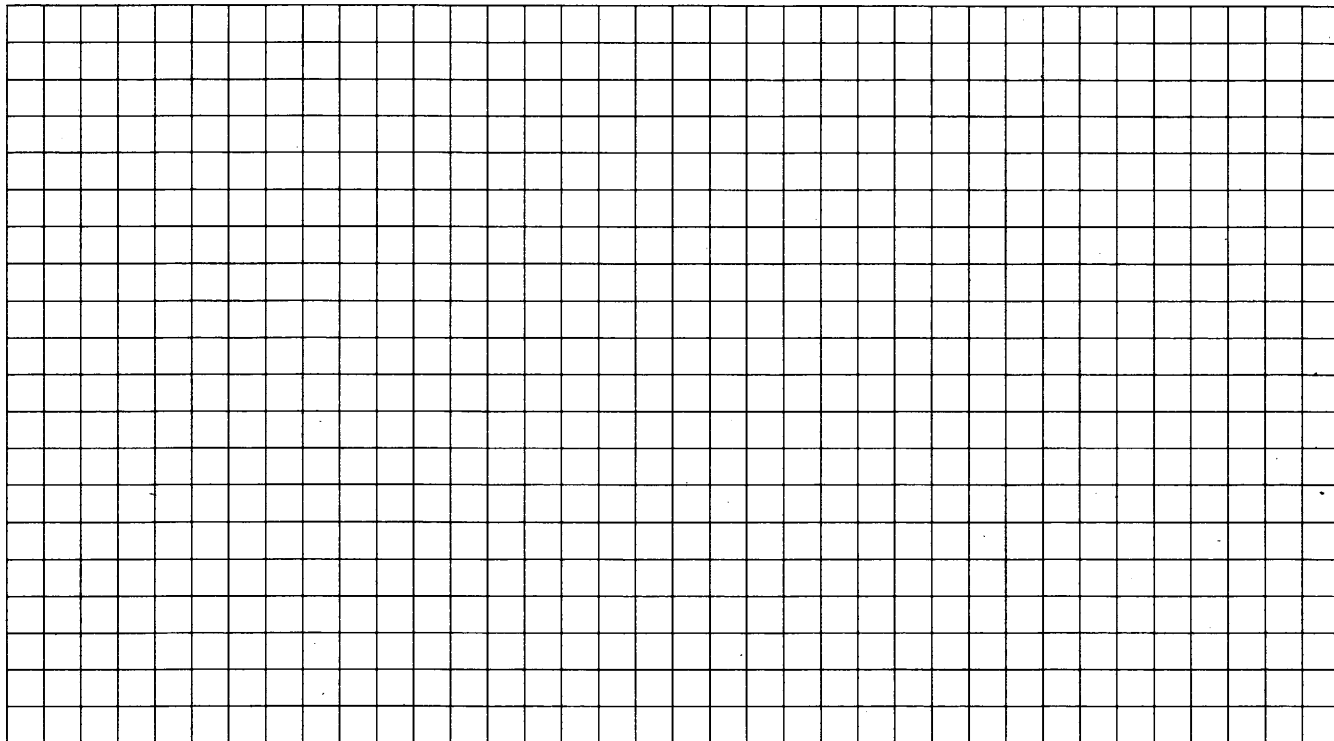
10. а) Решите уравнение  $(\operatorname{tg} x + \sqrt{3})(2\cos x - 1) = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие неравенству  $\sin x > 0$ .



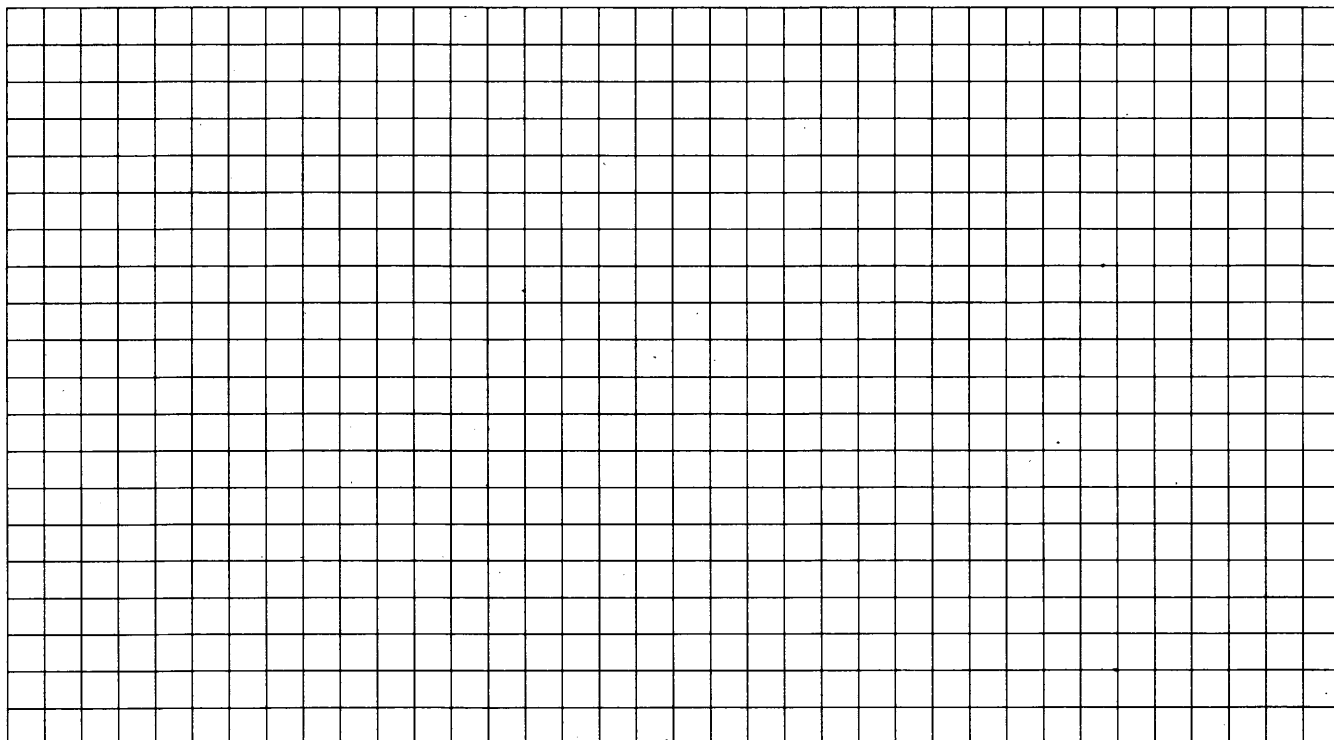
11. а) Решите уравнение  $(\operatorname{tg} x - 1)(\sqrt{2} \sin x + 1) = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие неравенству  $\cos x < 0$ .



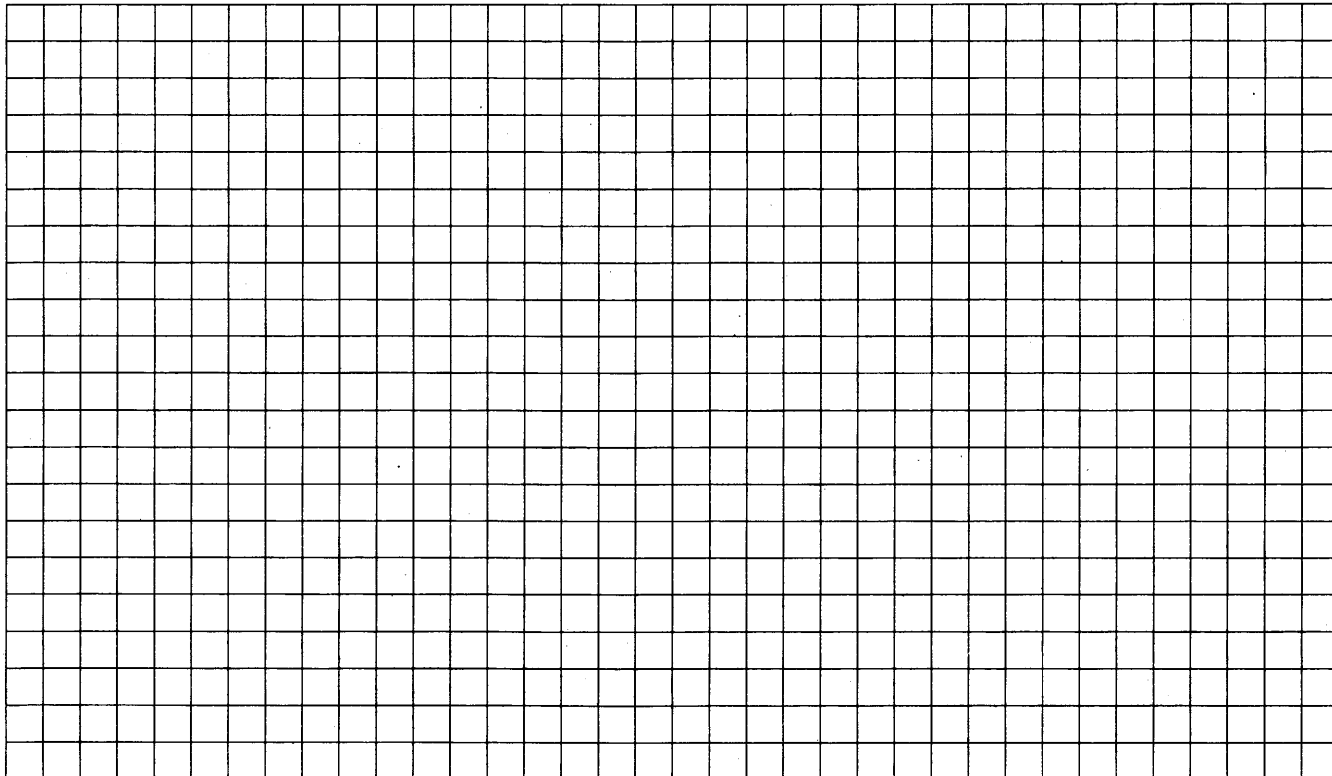
12. а) Решите уравнение  $3 \cos^2 x - 4 \sin x + 4 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; \pi\right]$ .



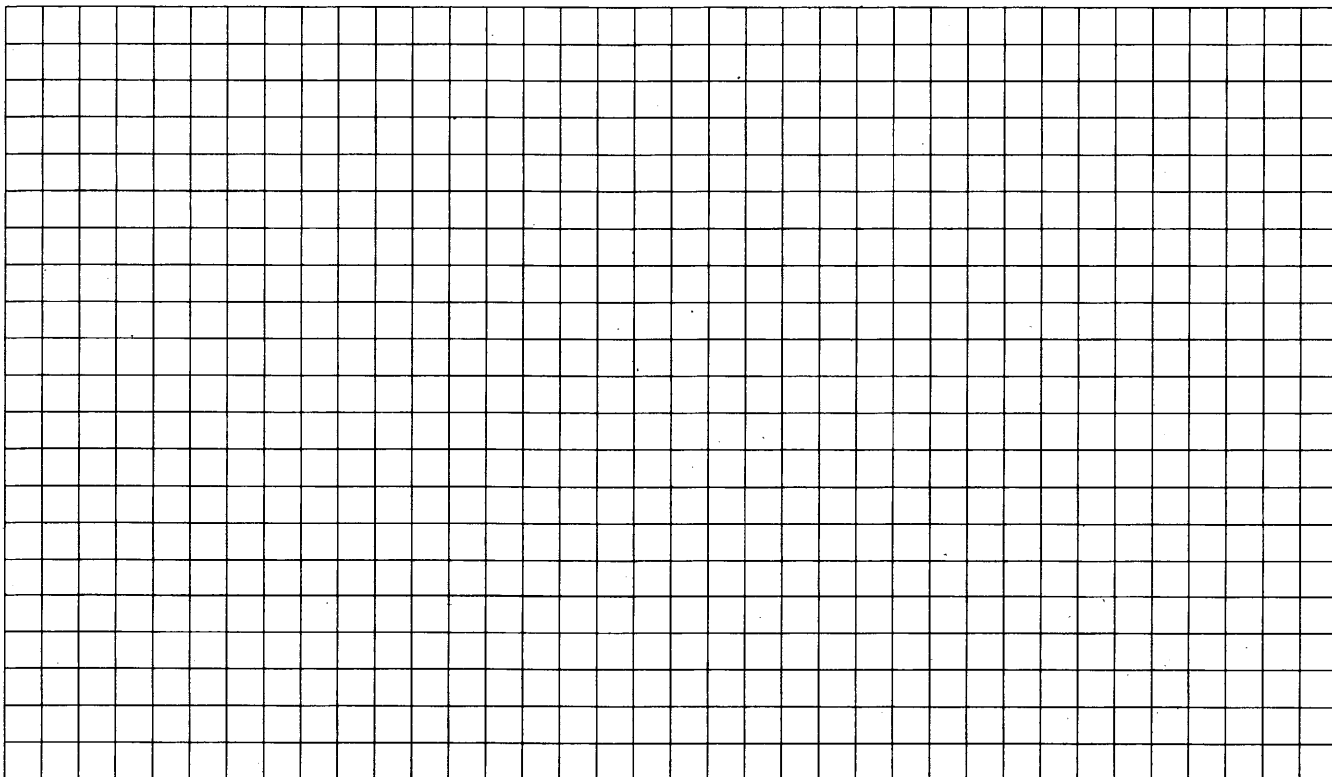
13. а) Решите уравнение  $\sqrt{2} \sin^2 x = \sin x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие неравенству  $\cos x < 0$ .



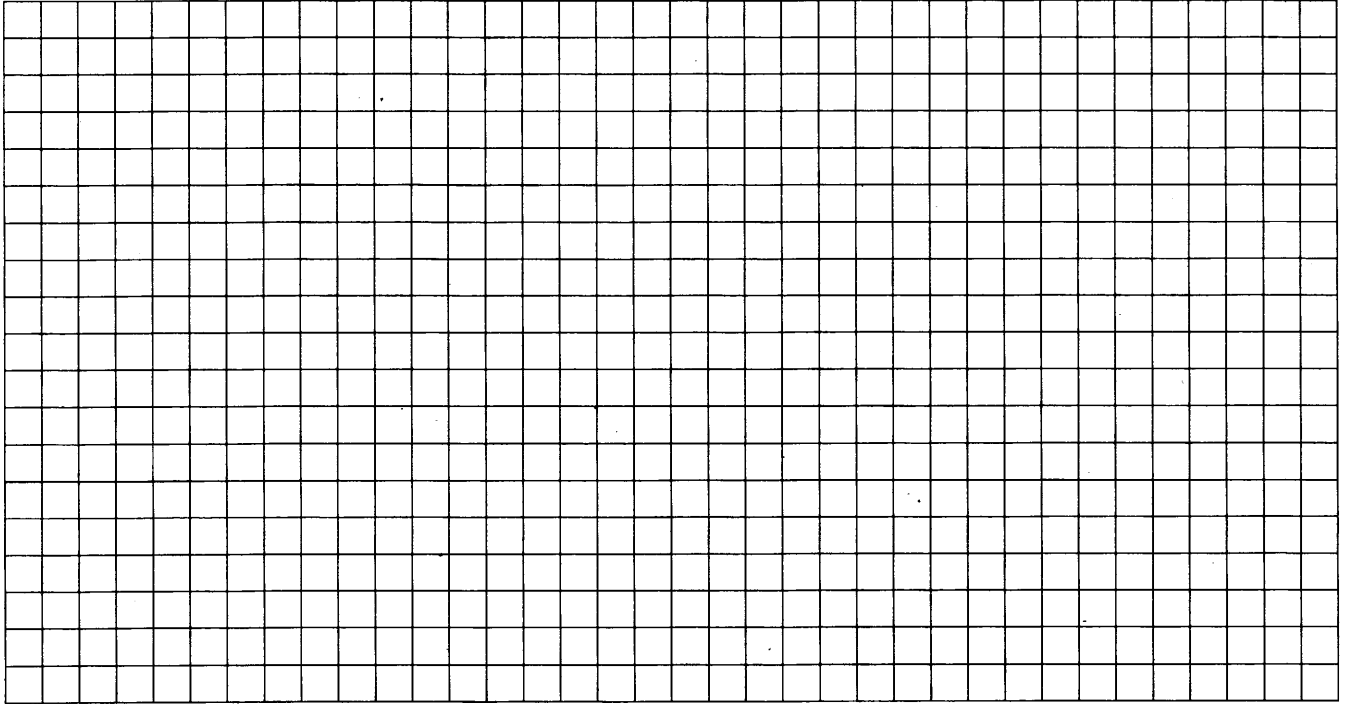
14. а) Решите уравнение  $2\cos^2 x + \sqrt{3}\cos x = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие неравенству  $\sin x < 0$ .



15. а) Решите уравнение  $2\cos 2x - 12\cos x + 7 = 0$ .

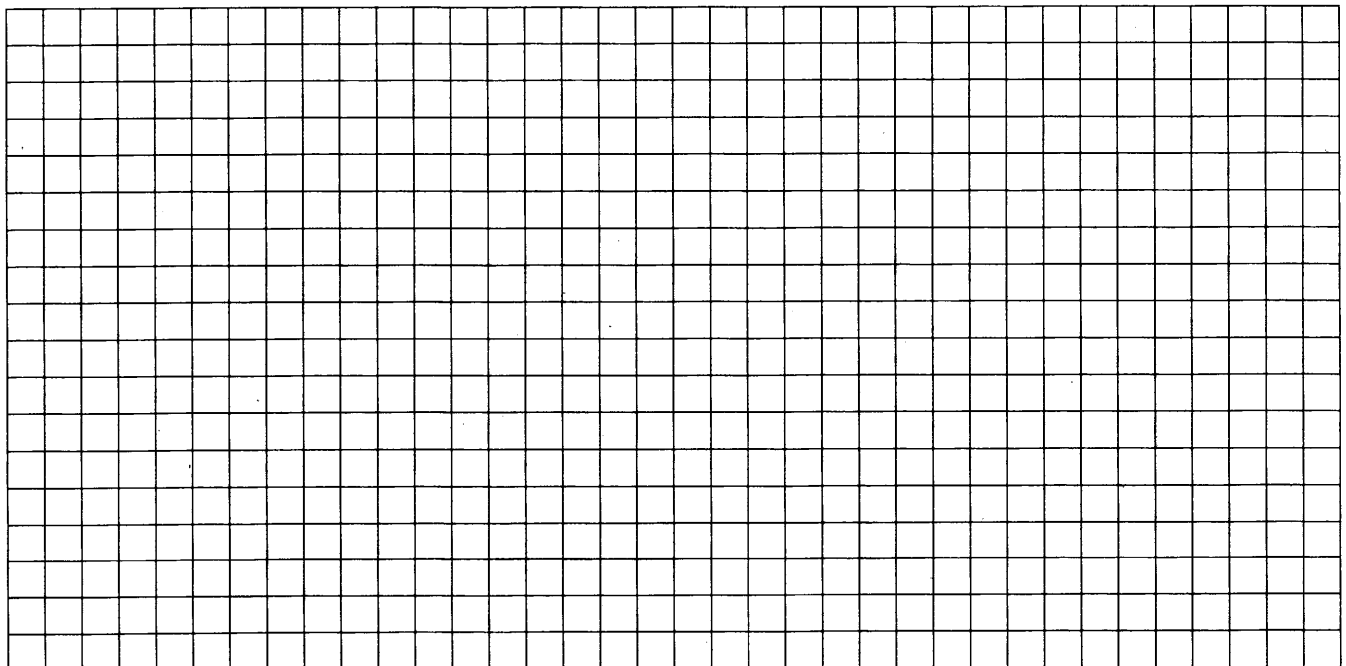
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .



### Зачетные задания

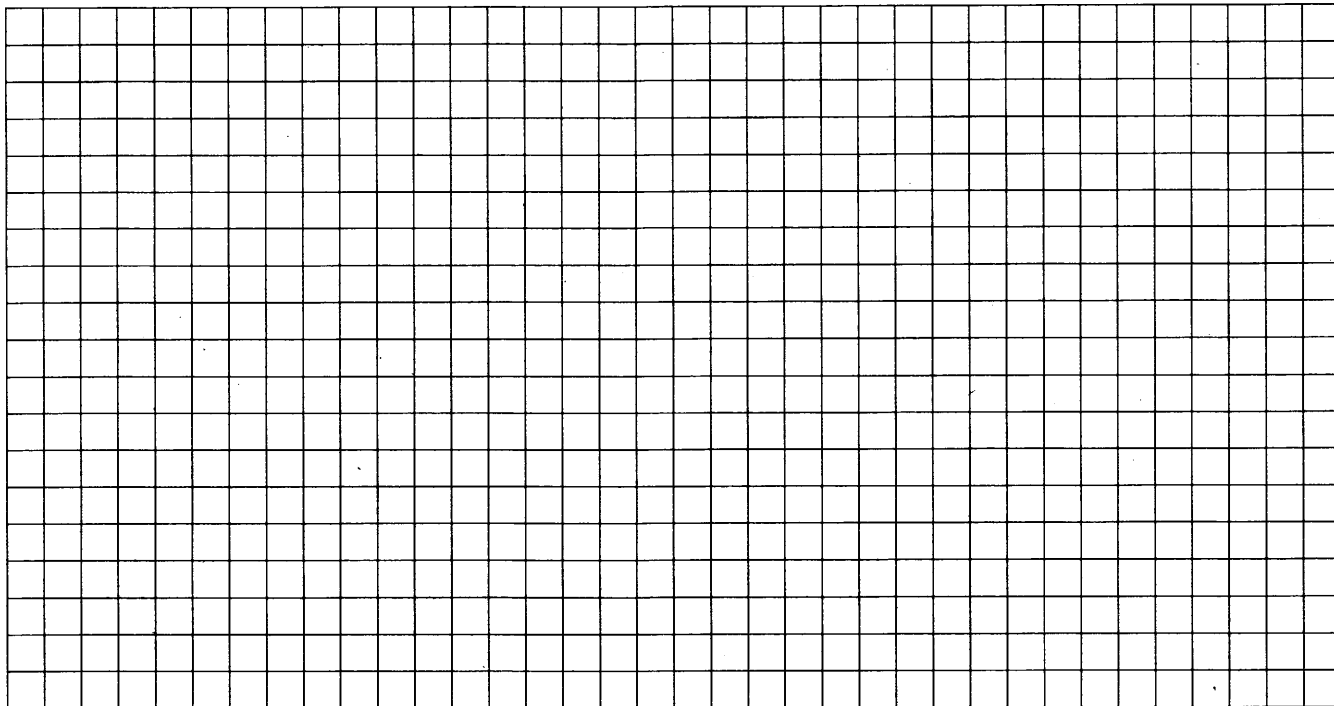
1. а) Решите уравнение  $8\sin^2 x + 2\sin x - 3 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[0; \pi]$ .



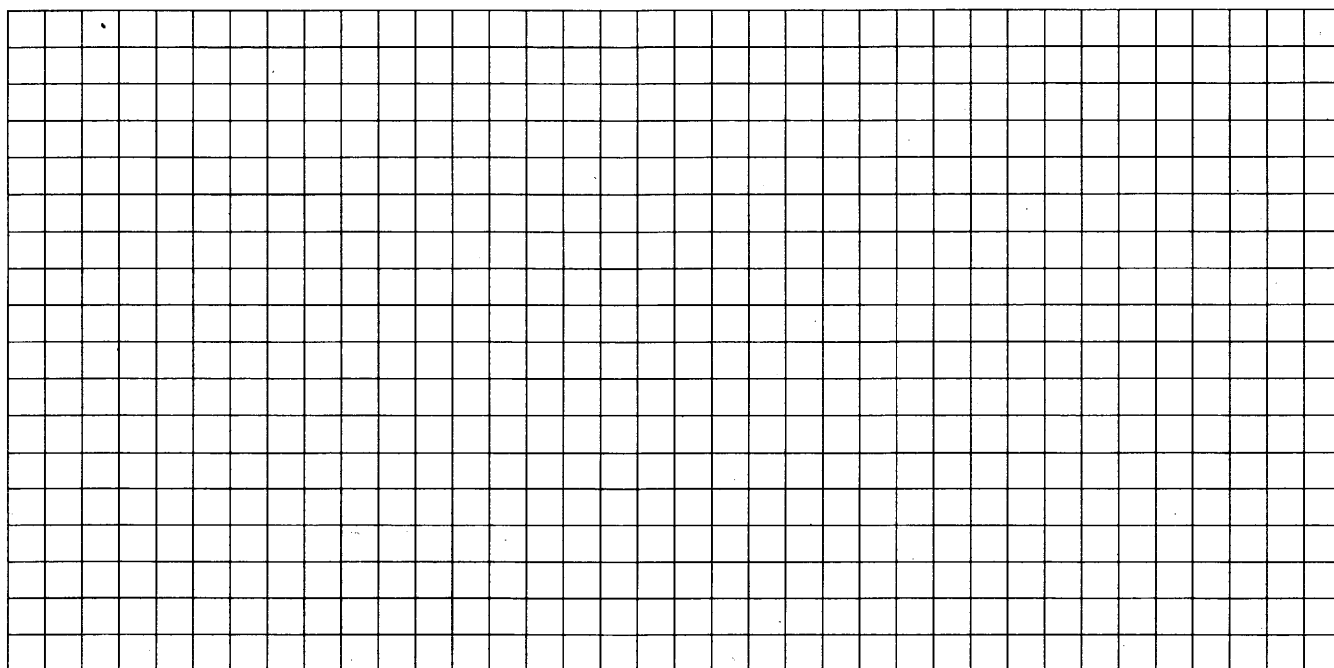
2. а) Решите уравнение  $\frac{2\cos^3 x + 3\cos^2 x + \cos x}{\sqrt{\operatorname{ctg} x}} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .



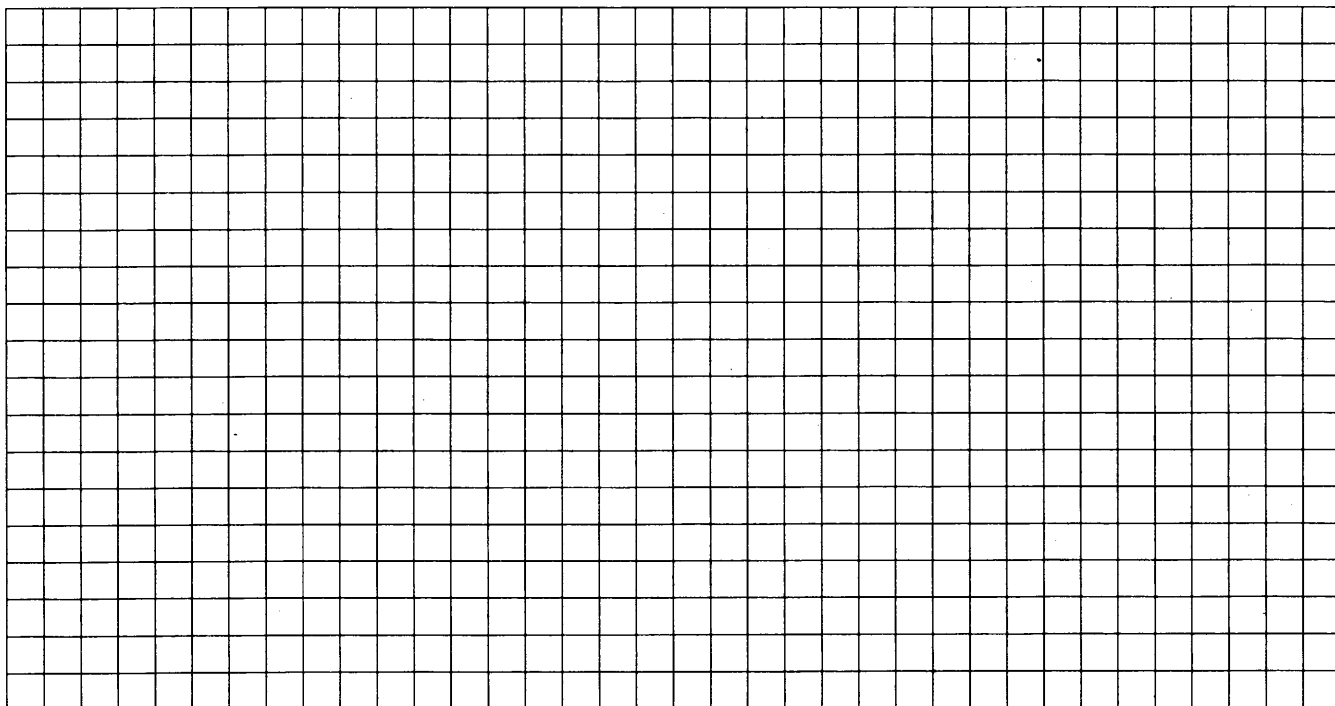
3. а) Решите уравнение  $\frac{2\sin^3 x + \sin^2 x - \sin x}{\sqrt{\operatorname{tg} x}} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .



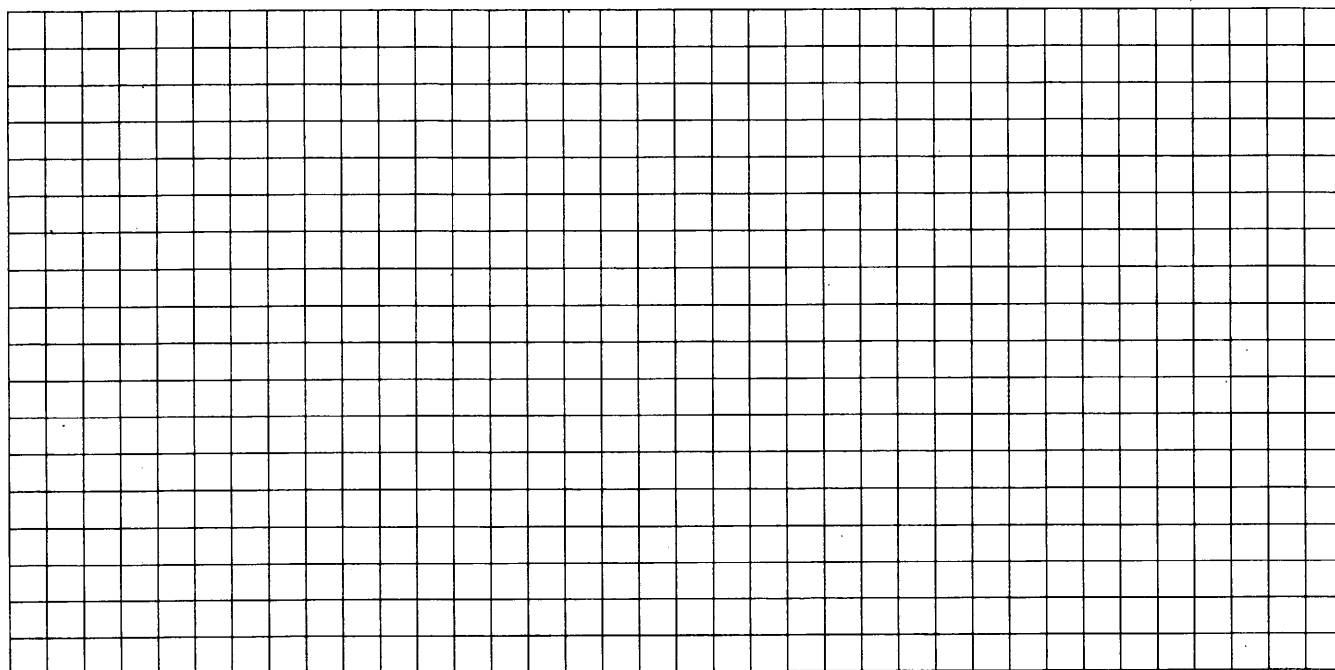
4. а) Решите уравнение  $\frac{5}{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{19}{\sin x} + 17 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .



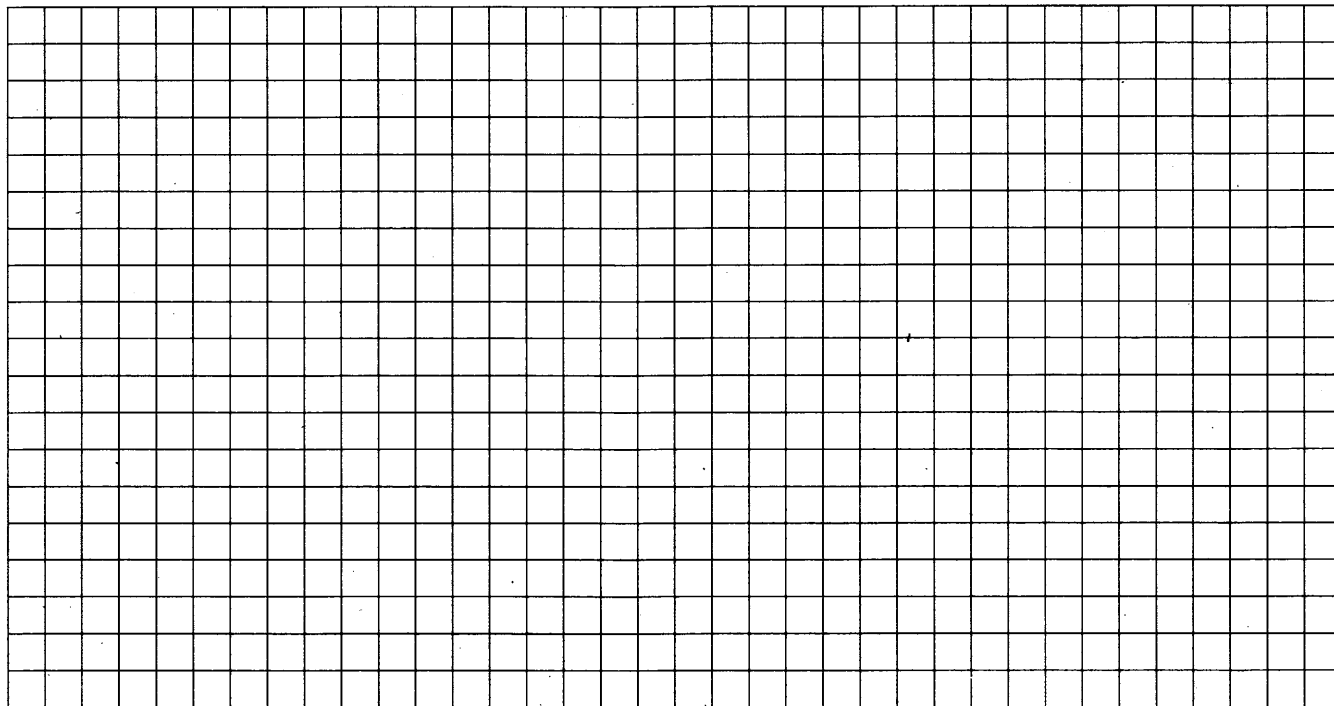
5. а) Решите уравнение  $\frac{\operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x}{\sqrt{-\sin x}} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .



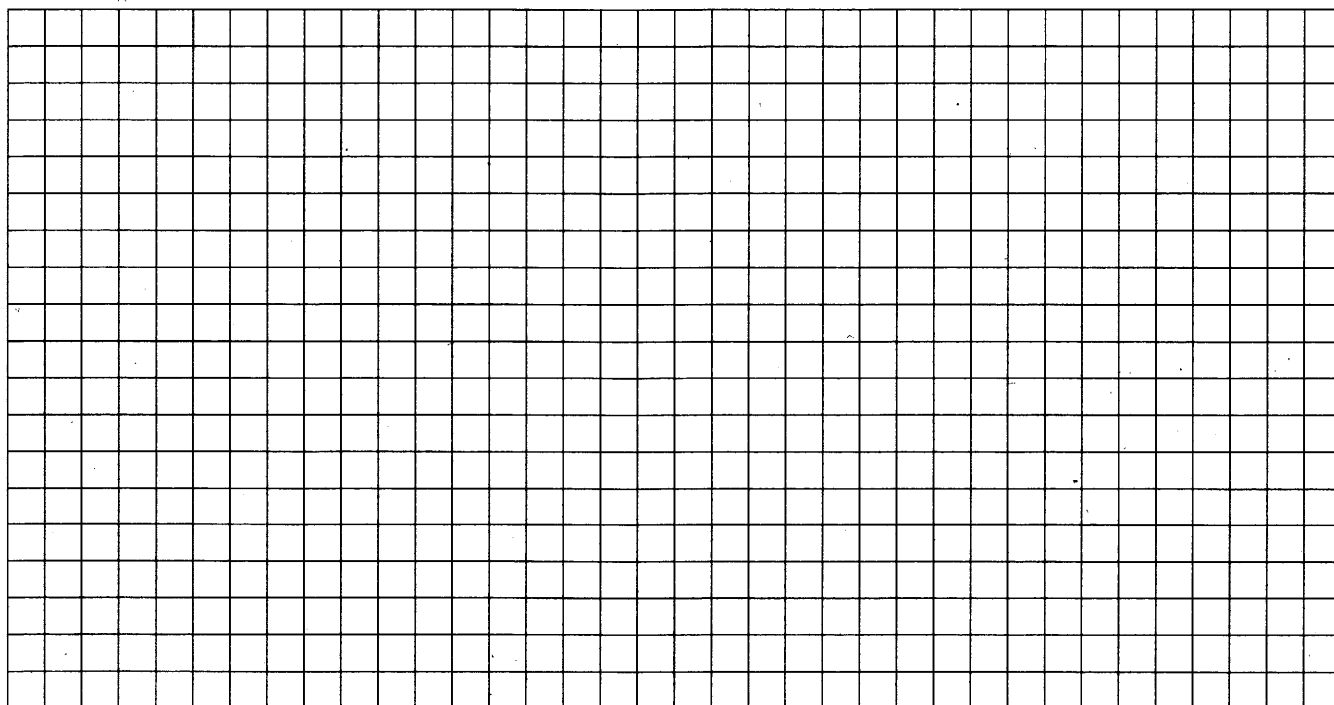
6. а) Решите уравнение  $\frac{\operatorname{ctg}^3 x - \operatorname{ctg} x}{\sqrt{\cos x}} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .



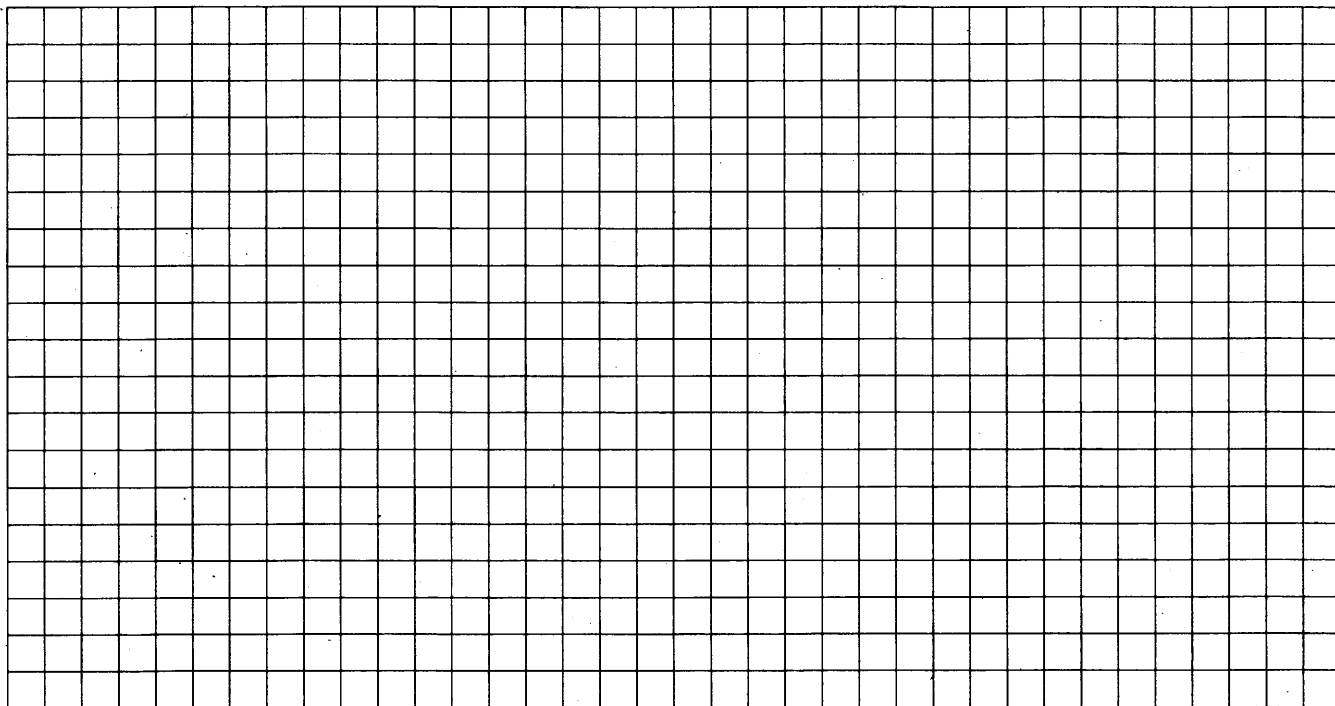
7. а) Решите уравнение  $\frac{7}{\sin^2 x} - \frac{10}{\sin x} + 3 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; \pi\right]$ .



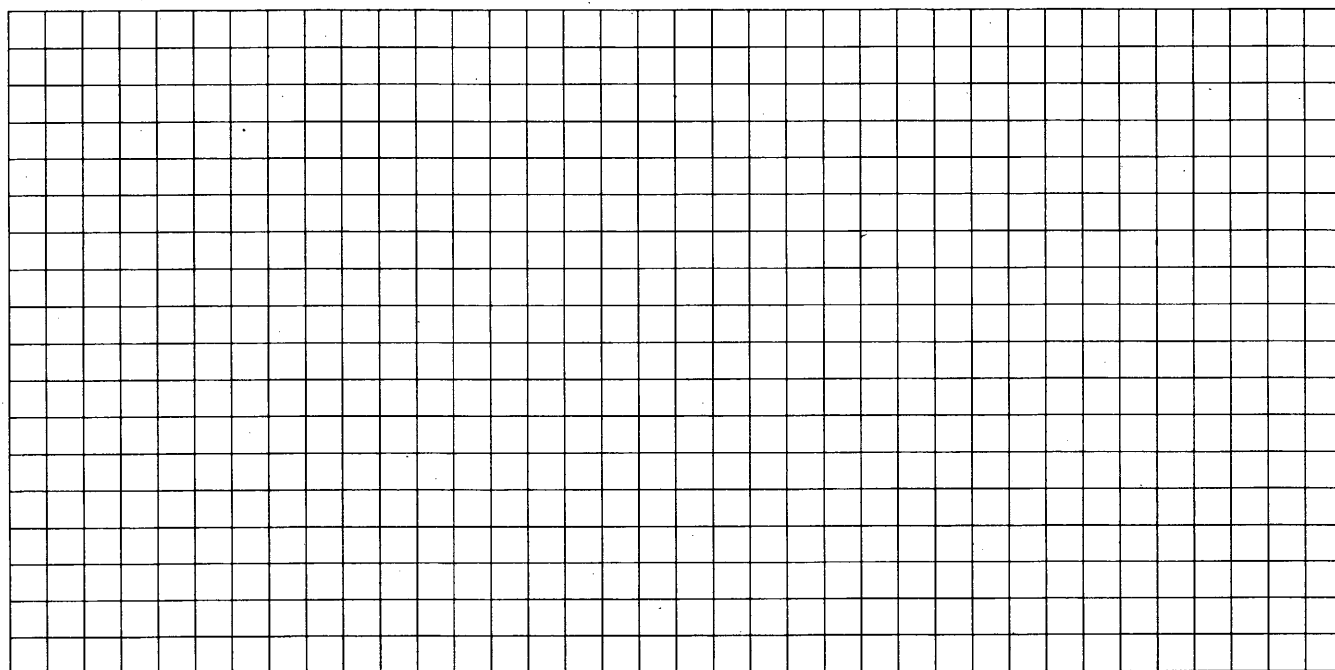
8. а) Решите уравнение  $\frac{6\cos^2 x + 5\cos x + 1}{\sqrt{\sin x}} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$ .



9. а) Решите уравнение  $\frac{6\sin^3 x - \sin^2 x - \sin x}{\sqrt{\operatorname{tg} x}} = 0$ .

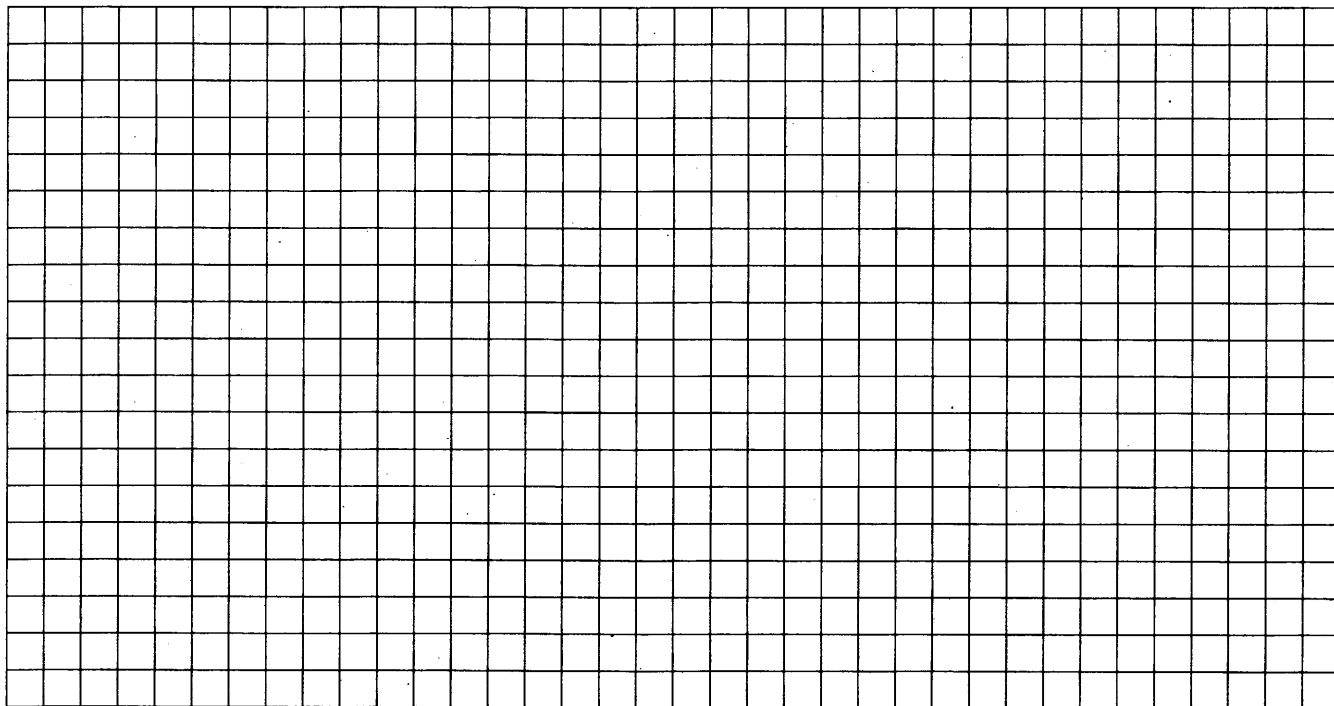
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ .





10. а) Решите уравнение  $3\cos 2x + 5\sin x + 1 = 0$ .

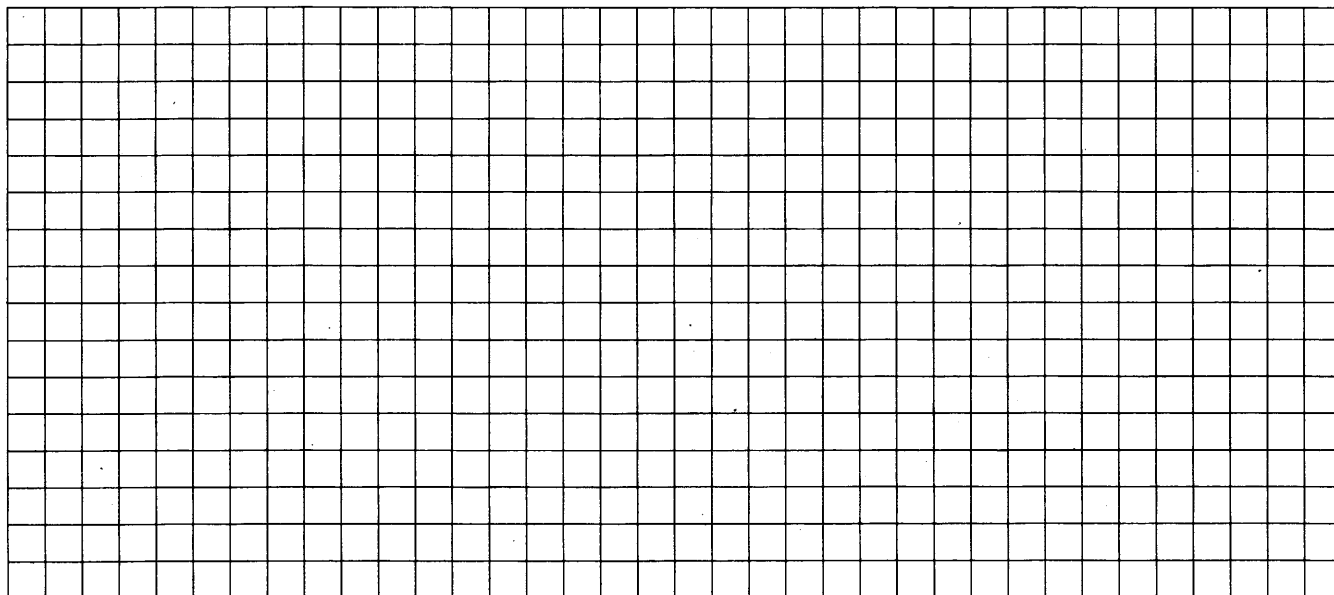
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .



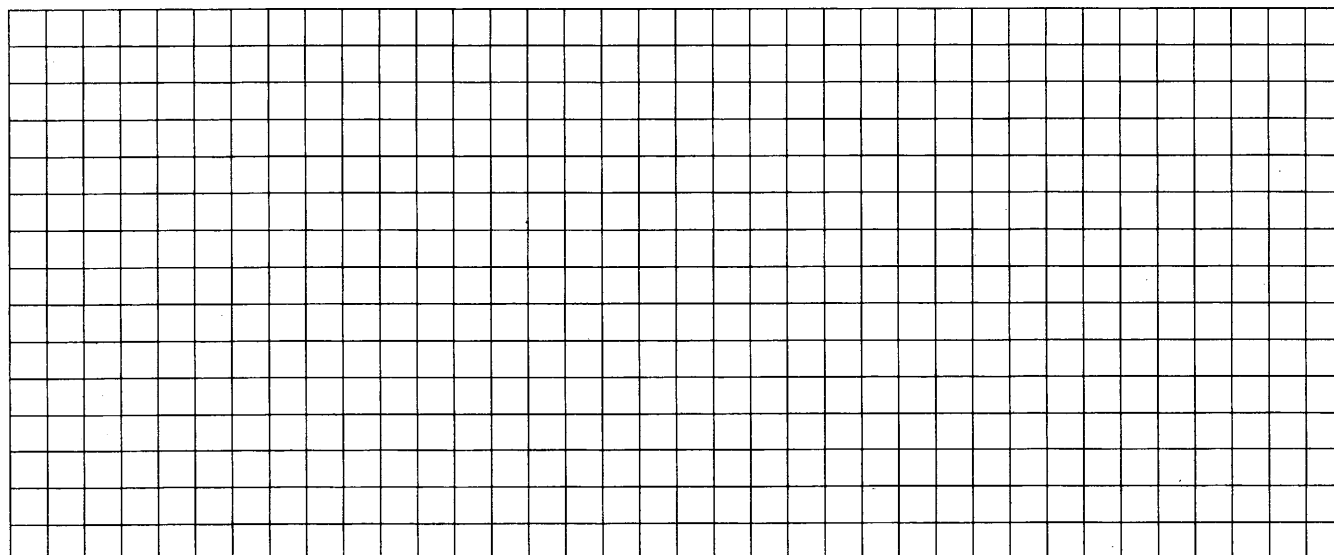
## ЗАДАЧА 16

### Подготовительные задания

1. Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равна 108, а площадь полной поверхности этой пирамиды равна 144.
- а) Постройте прямую пересечения плоскости  $SAC$  и плоскости, проходящей через вершину  $S$  этой пирамиды, середину стороны  $AB$  и центр основания.
- б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью  $SAC$ .



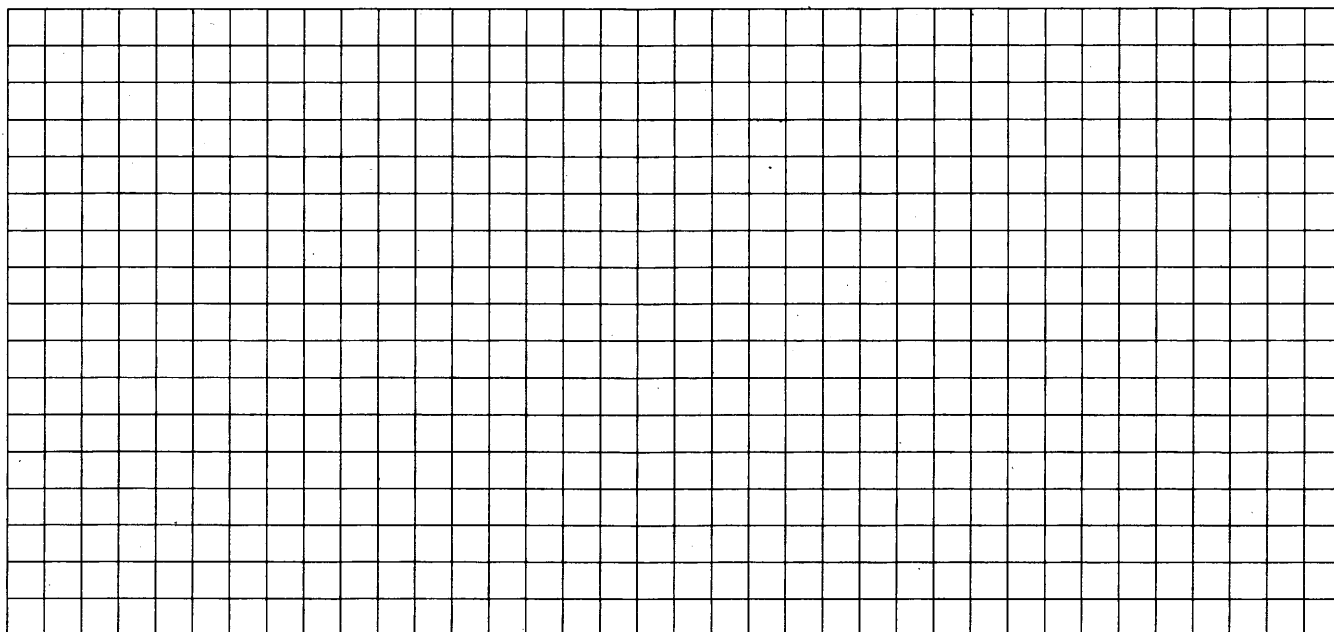
2. Площадь основания правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равна 64.
- а) Постройте прямую пересечения плоскости  $SAC$  и плоскости, проходящей через вершину  $S$  этой пирамиды, середину стороны  $AB$  и центр основания.
- б) Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды, если площадь сечения пирамиды плоскостью  $SAC$  равна 64.



3. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Расстояние между этими хордами равно  $\sqrt{730}$ .

а) Постройте прямую пересечения этой плоскости с плоскостью, проходящей через диаметры оснований, перпендикулярные этим хордам.

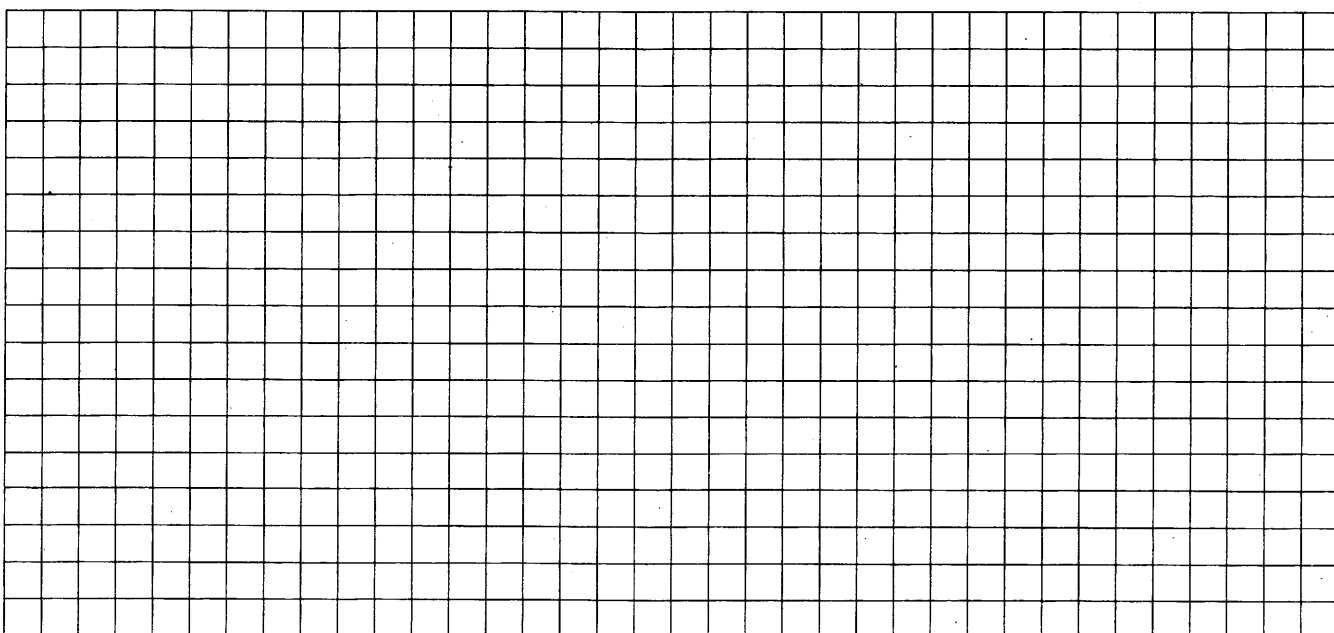
б) Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.



4. Дана правильная четырёхугольная пирамида  $MABCD$ , рёбра основания которой равны  $5\sqrt{2}$ . Точка  $L$  — середина ребра  $MB$ . Тангенс угла между прямыми  $DM$  и  $AL$  равен  $\sqrt{2}$ .

а) Пусть  $O$  — центр основания пирамиды. Докажите, что прямые  $AO$  и  $LO$  перпендикулярны.

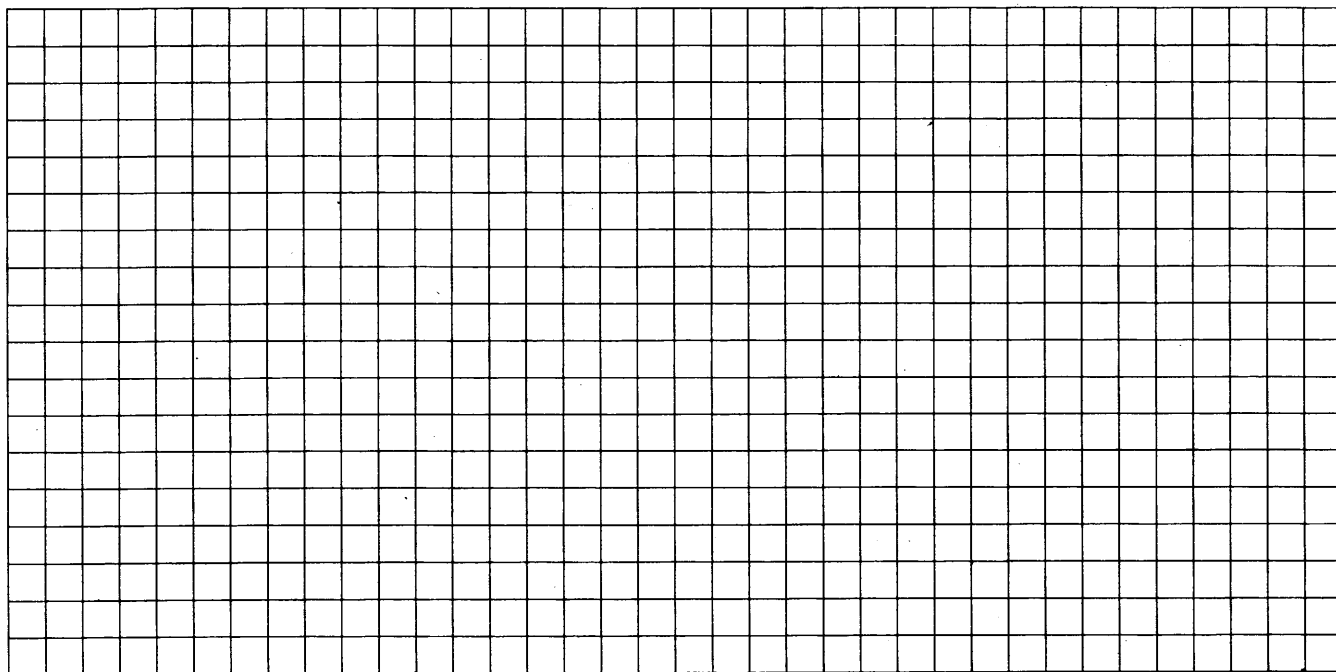
б) Найдите высоту данной пирамиды.



5. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все рёбра равны 1.

а) Постройте прямую пересечения плоскости  $ABB_1$  и плоскости, проходящей через точки  $C, C_1$  перпендикулярно плоскости  $ACC_1$ .

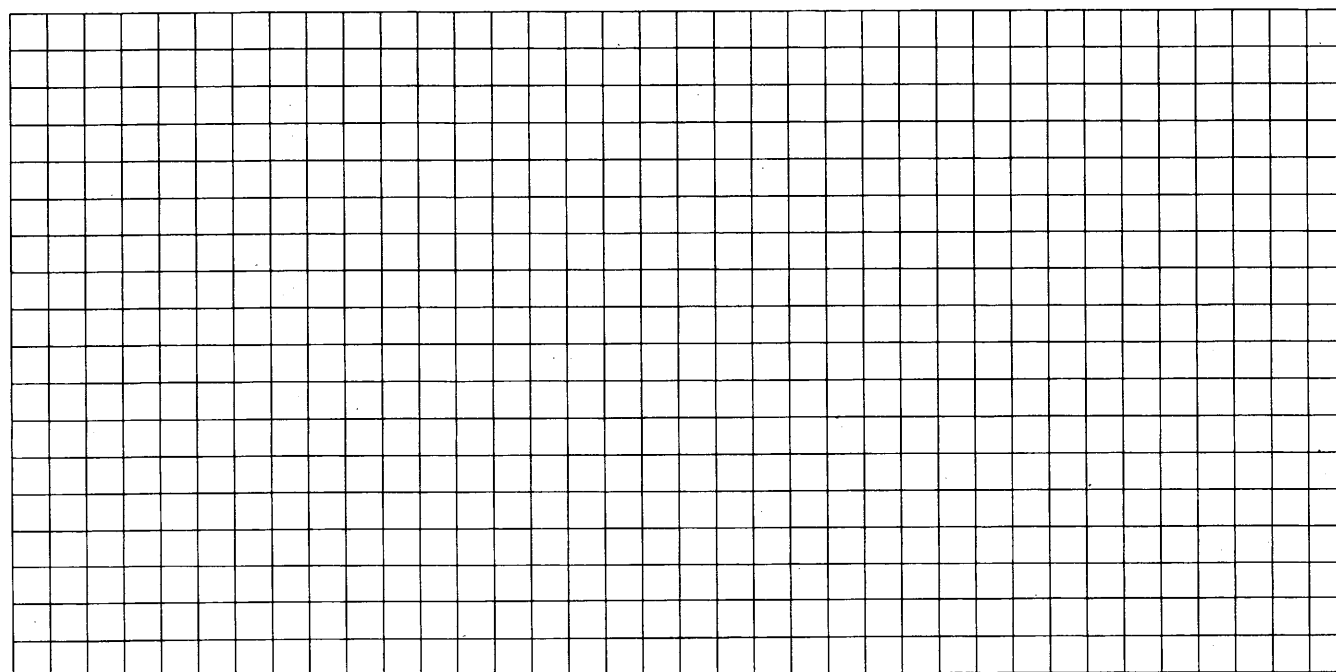
б) Найдите косинус угла между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$ .



6. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с вершиной  $S$ , все рёбра которой равны 4, точка  $N$  — середина ребра  $AC$ , точка  $O$  — центр основания пирамиды, точка  $P$  делит отрезок  $SO$  в отношении  $3:1$ , считая от вершины пирамиды.

а) Докажите, что прямая  $NP$  перпендикулярна прямой  $BS$ .

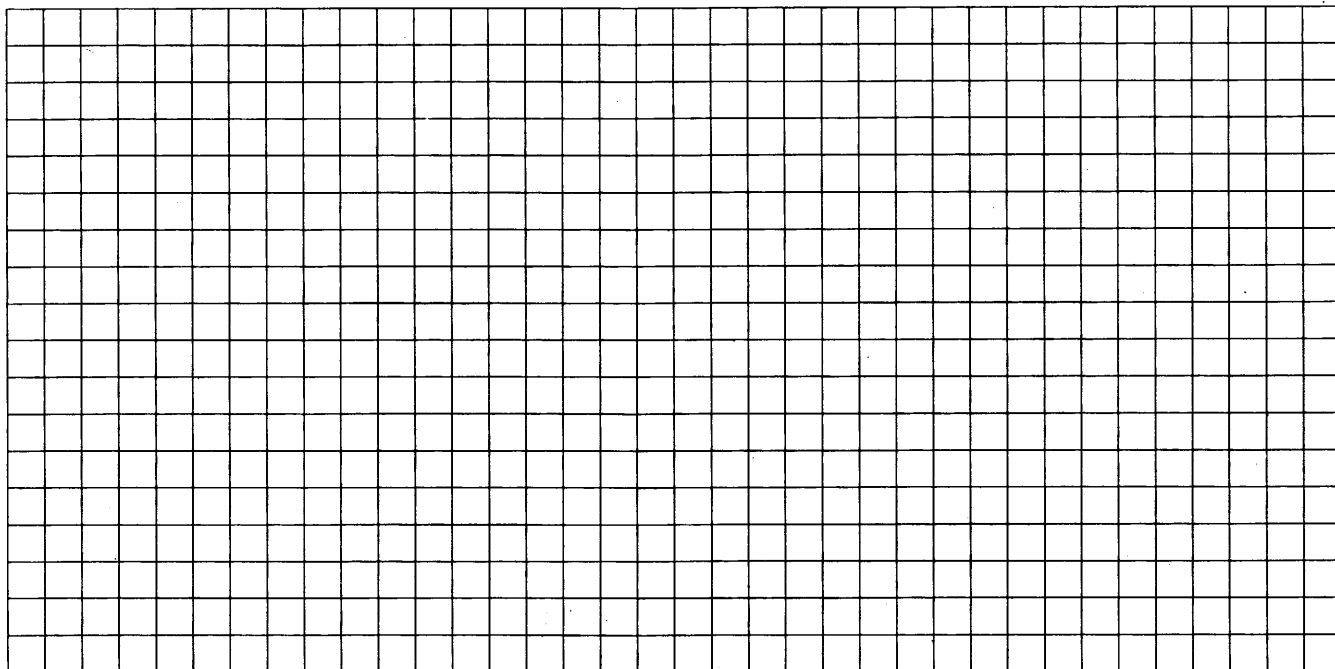
б) Найдите расстояние от точки  $B$  до прямой  $NP$ .



7. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с вершиной  $S$ , все рёбра которой равны 2, точка  $M$  — середина ребра  $AB$ , точка  $O$  — центр основания пирамиды, точка  $F$  делит отрезок  $SO$  в отношении  $3 : 1$ , считая от вершины пирамиды.

а) Докажите, что прямая  $MF$  перпендикулярна прямой  $SC$ .

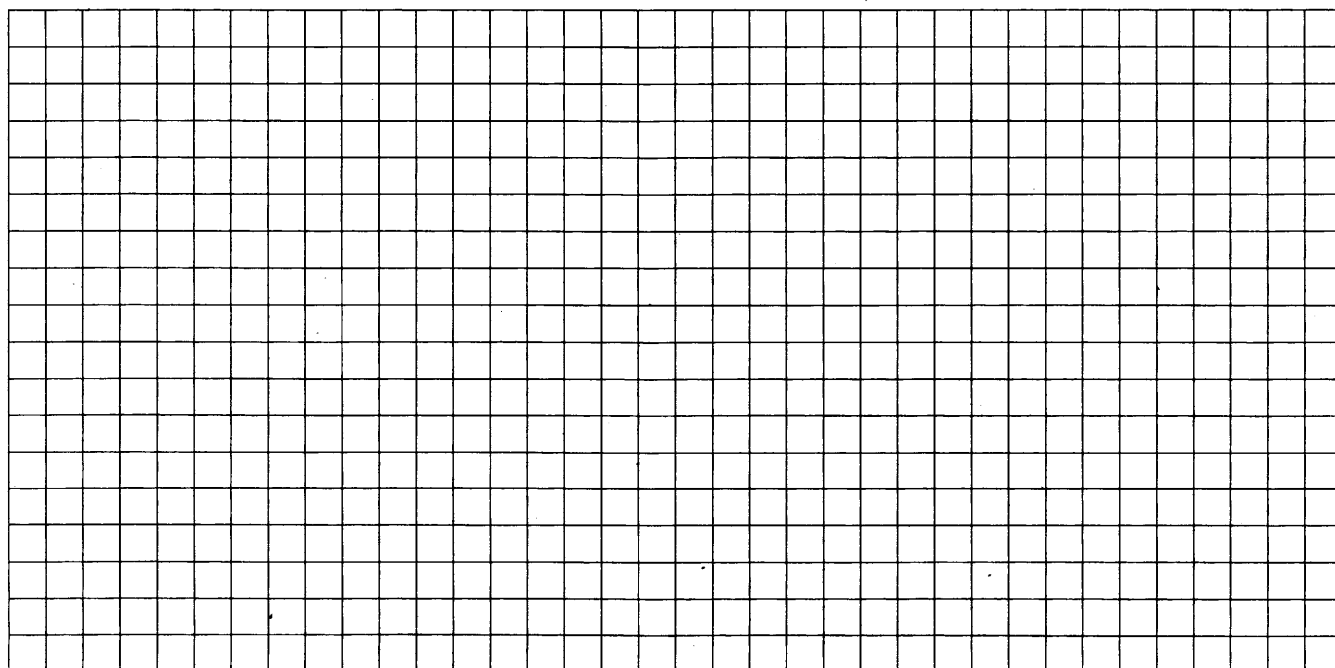
б) Найдите угол между плоскостью  $MBF$  и плоскостью  $ABC$ .



8. В правильной шестиугольной пирамиде  $SABCDEF$  боковые рёбра равны 2, а стороны основания — 1.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через вершину  $S$  и середины рёбер  $AF$  и  $CD$  перпендикулярна плоскости основания.

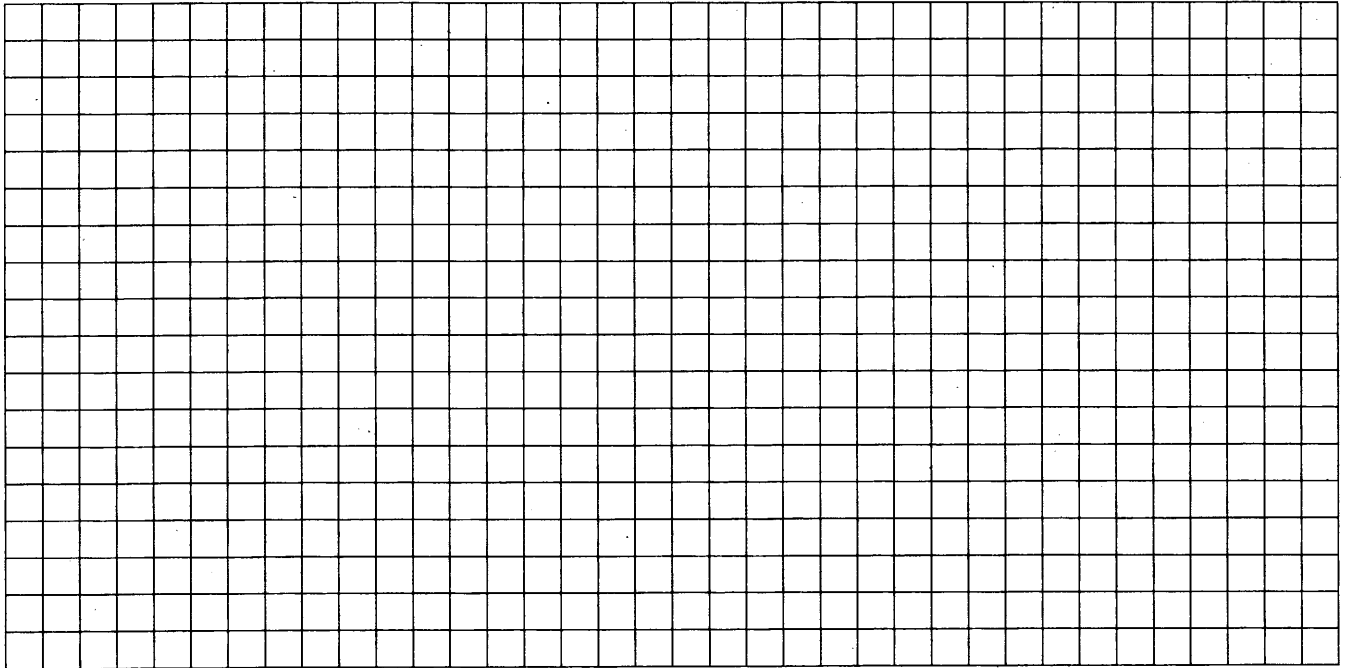
б) Найдите косинус угла между прямой  $AC$  и плоскостью  $SAF$ .



9. Основание прямой четырёхугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямоугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = 12$ ,  $AD = \sqrt{31}$ . Расстояние между прямыми  $AC$  и  $B_1 D_1$  равно 5.

а) Постройте прямую пересечения плоскости  $BB_1 D_1 D$  с плоскостью, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно прямой  $BD_1$ .

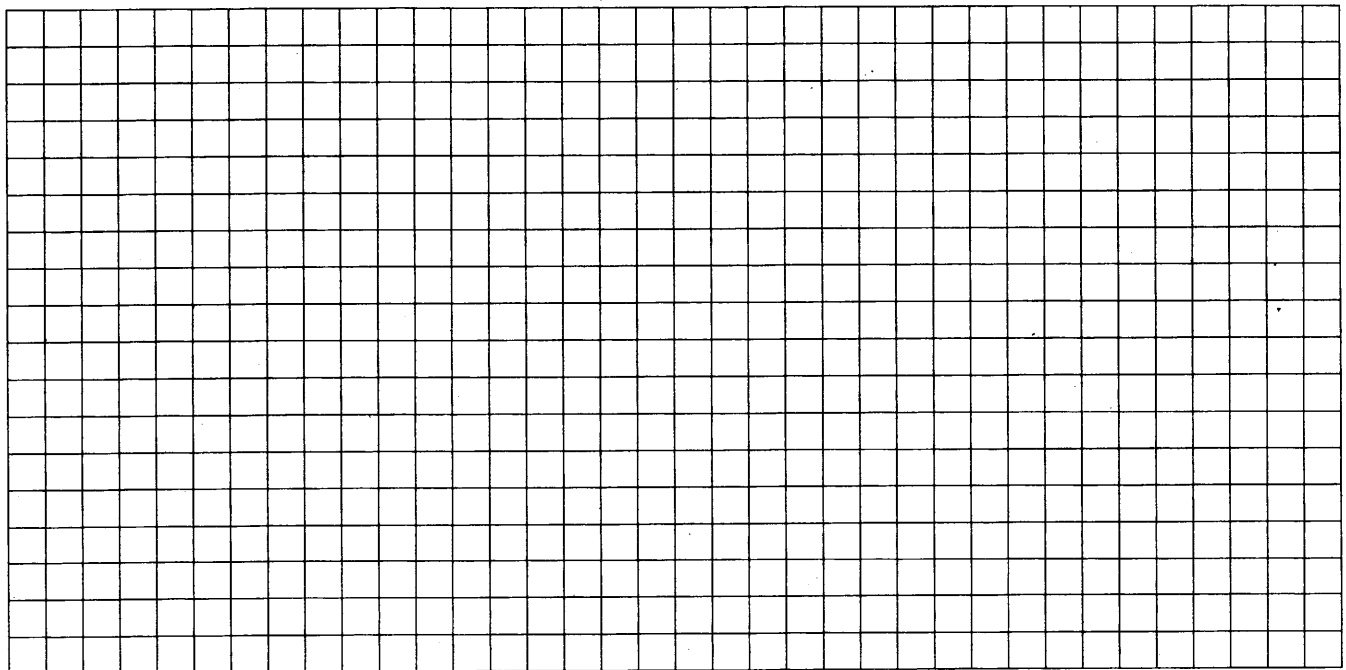
б) Найдите косинус угла между плоскостью, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно прямой  $BD_1$ , и плоскостью основания призмы.



10. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

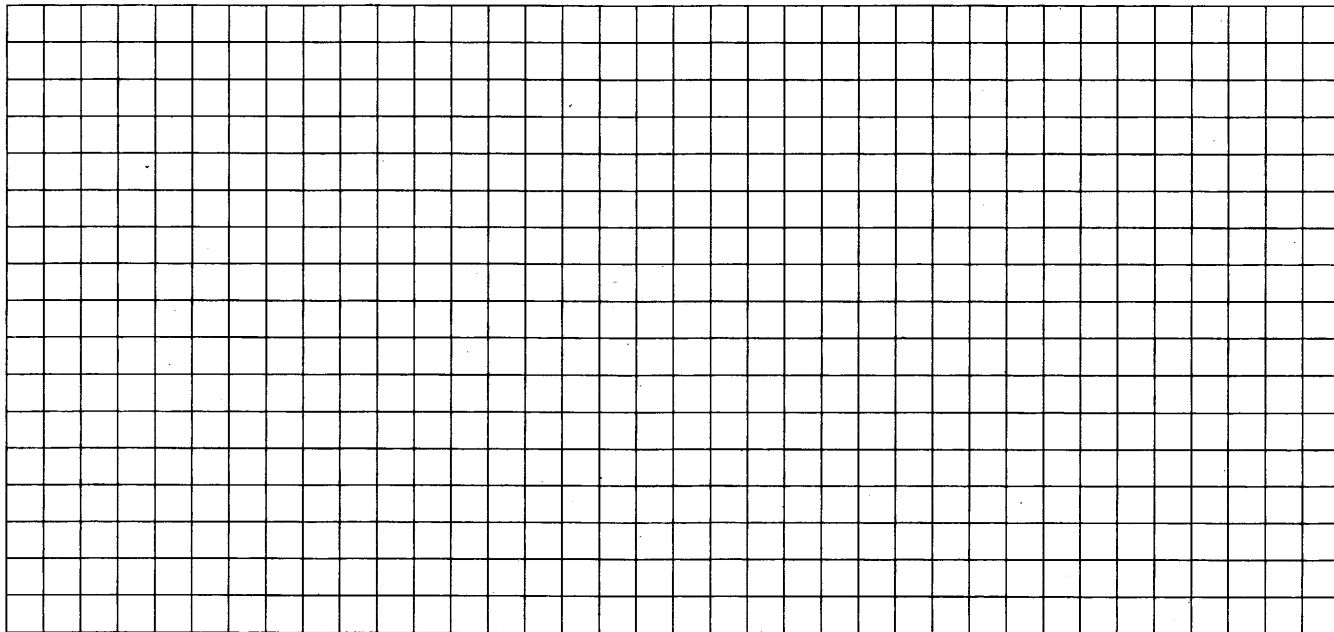
а) Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $B$  и  $C_1$ .

б) Найдите угол между прямой  $AC_1$  и плоскостью  $BCC_1$ .



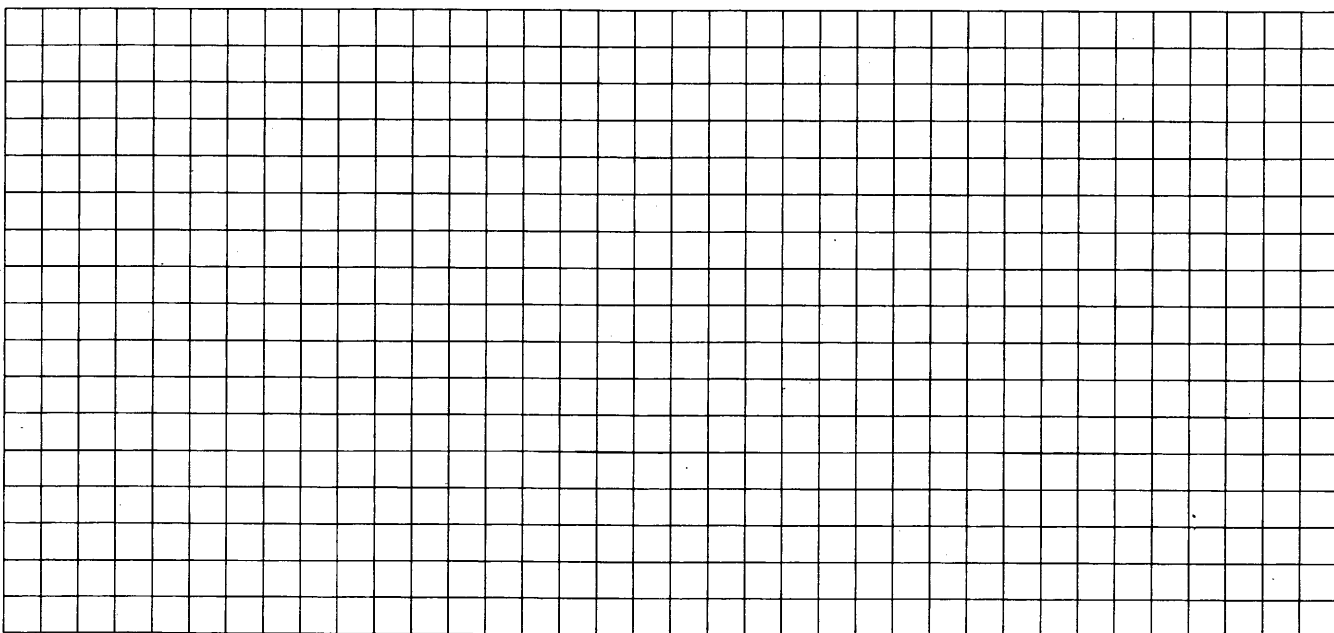
**11.** Основанием прямой треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  является равнобедренный треугольник  $ABC$ , в котором  $AB = BC = 20$ ,  $AC = 32$ . Боковое ребро призмы равно 24. Точка  $P$  принадлежит ребру  $BB_1$ , причём  $BP : PB_1 = 1 : 3$ .

- Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точку  $P$  перпендикулярно  $AC$ .
- Найдите тангенс угла между плоскостями  $A_1B_1C_1$  и  $ACP$ .



**12.** Основание прямой четырёхугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1D_1$  — прямоугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = 5$ ,  $AD = \sqrt{11}$ . Расстояние между прямыми  $AC$  и  $B_1D_1$  равно 12.

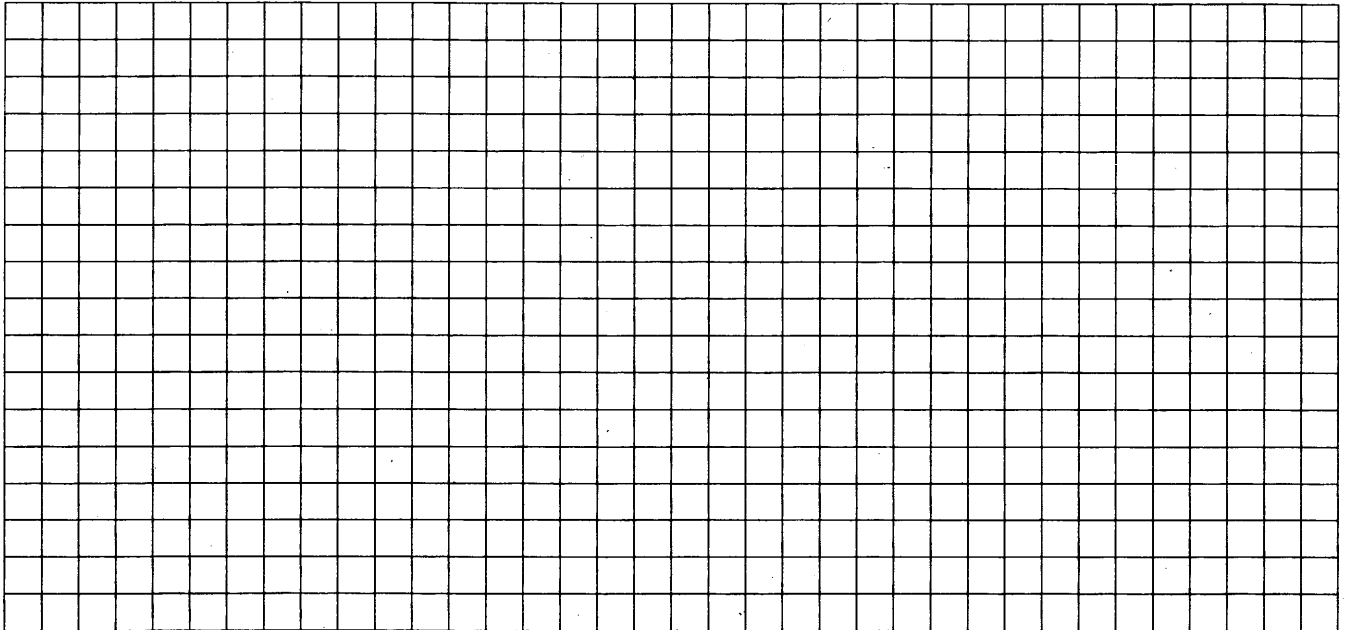
- Постройте прямую пересечения плоскости  $BB_1DD_1$  с плоскостью, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно прямой  $BD_1$ .
- Найдите тангенс угла между плоскостью, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно прямой  $BD_1$ , и плоскостью основания призмы.



**13.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с вершиной  $S$ , все рёбра которой равны 6, точка  $M$  — середина ребра  $BC$ , точка  $O$  — центр основания пирамиды, точка  $F$  делит отрезок  $SO$  в отношении  $1 : 2$ , считая от вершины пирамиды.

а) Постройте прямую пересечения плоскости  $MCF$  с плоскостью, проходящей через точку  $M$  перпендикулярно прямой  $BC$ .

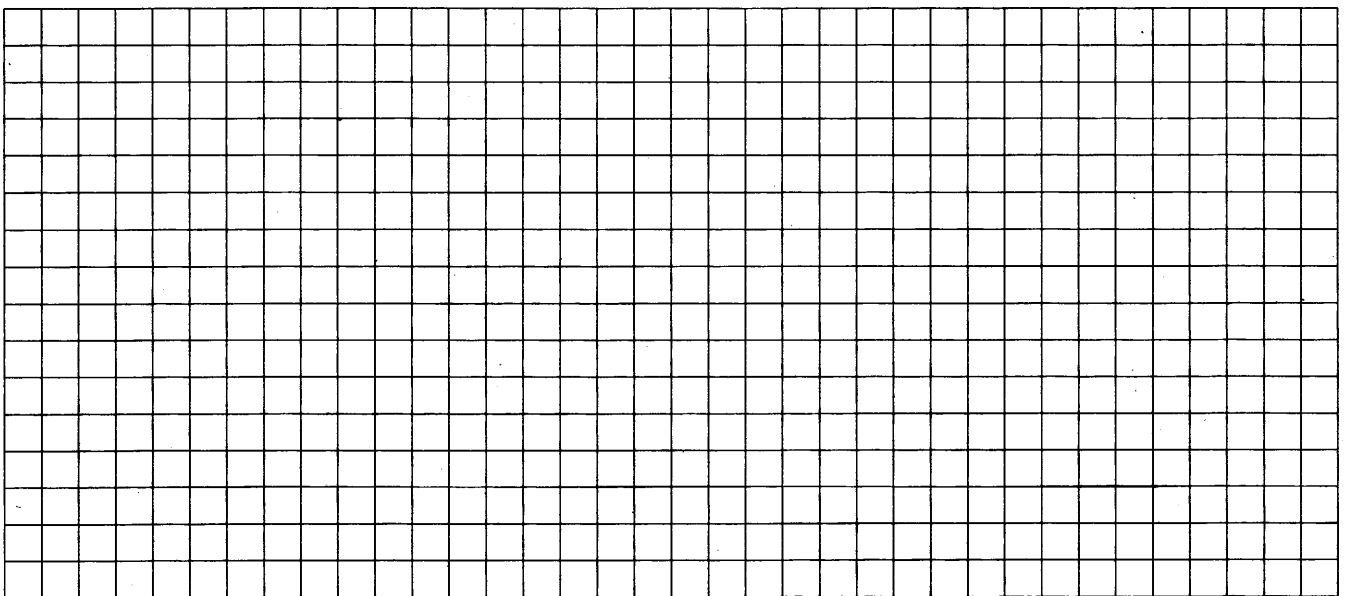
б) Найдите угол между плоскостью  $MCF$  и плоскостью  $ABC$ .



**14.** В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  с вершиной  $S$  сторона основания равна 8. Точка  $L$  — середина ребра  $SC$ . Тангенс угла между прямыми  $BL$  и  $SA$  равен  $2\sqrt{\frac{2}{5}}$ .

а) Пусть  $O$  — центр основания пирамиды. Докажите, что прямые  $BO$  и  $LO$  перпендикулярны.

б) Найдите площадь поверхности пирамиды.

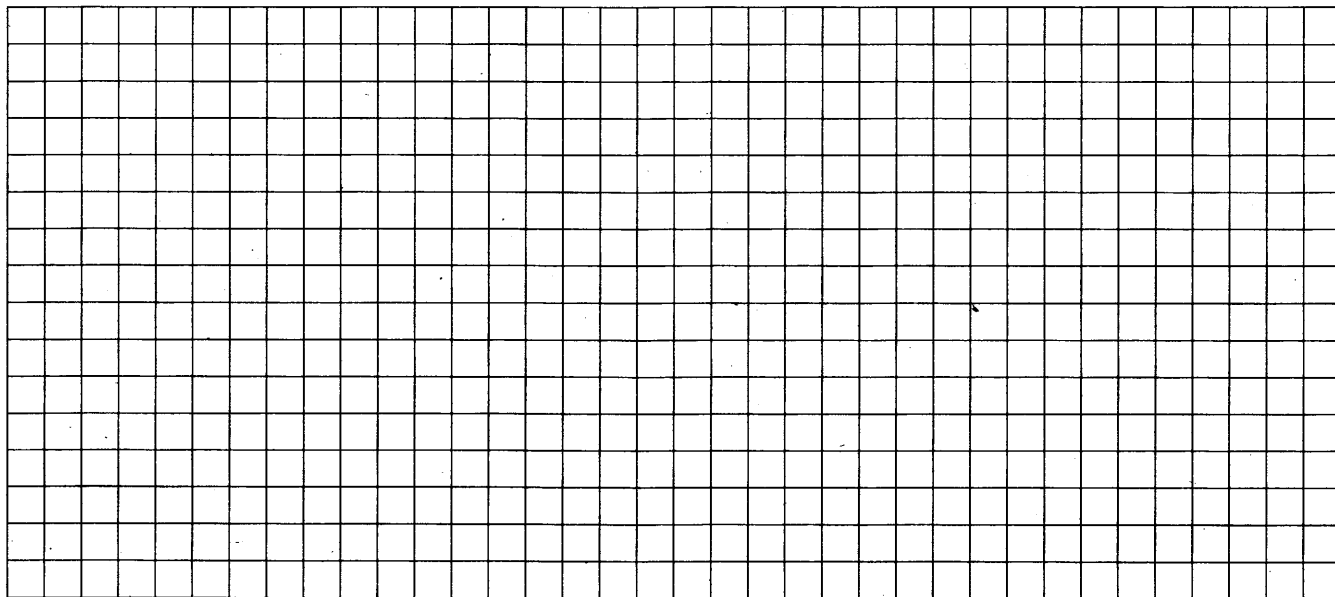




15. Ребро  $SA$  пирамиды  $SABC$  перпендикулярно плоскости основания  $ABC$ .

а) Постройте прямую пересечения плоскости, проходящей через середины ребер  $AB$ ,  $AC$  и  $SA$ , и плоскости, проходящей через середину ребра  $BC$  и перпендикулярной ему.

б) Найдите расстояние от вершины  $A$  до этой плоскости, если  $SA = 2\sqrt{5}$ ,  $AB = AC = 10$ ,  $BC = 4\sqrt{5}$ .

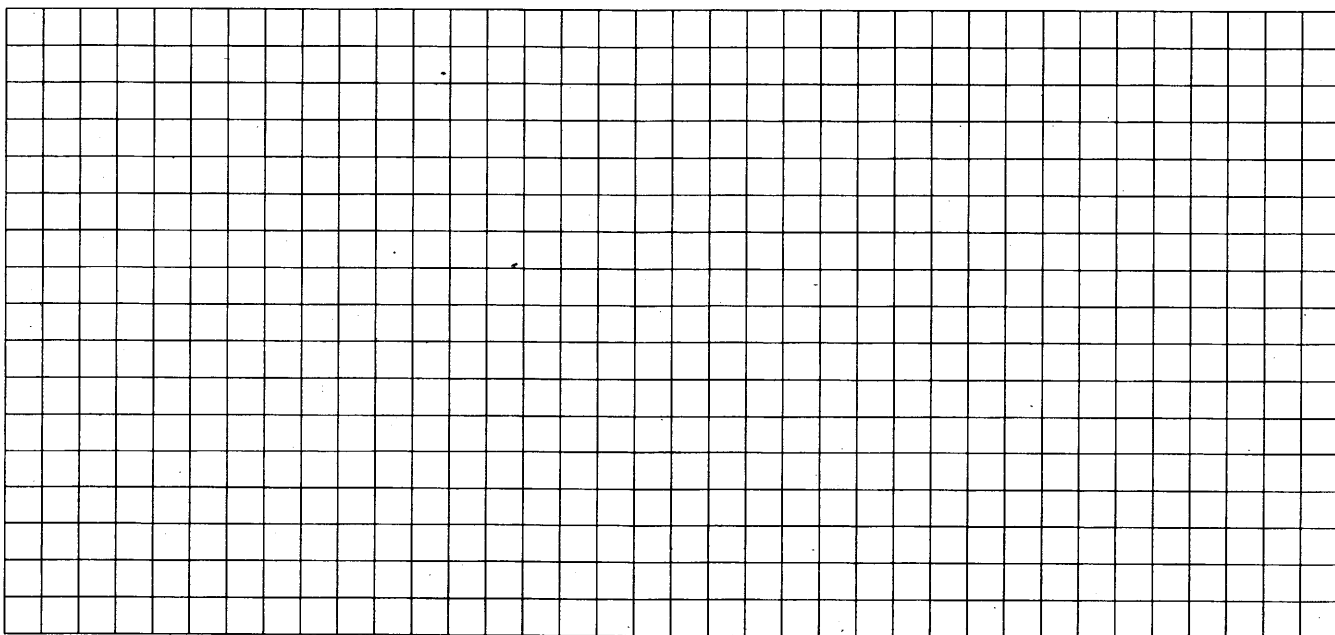


### Зачетные задания

1. В пирамиде  $SABC$  известны длины ребер:  $AB = AC = SB = SC = 10$ ,  $BC = SA = 12$ .

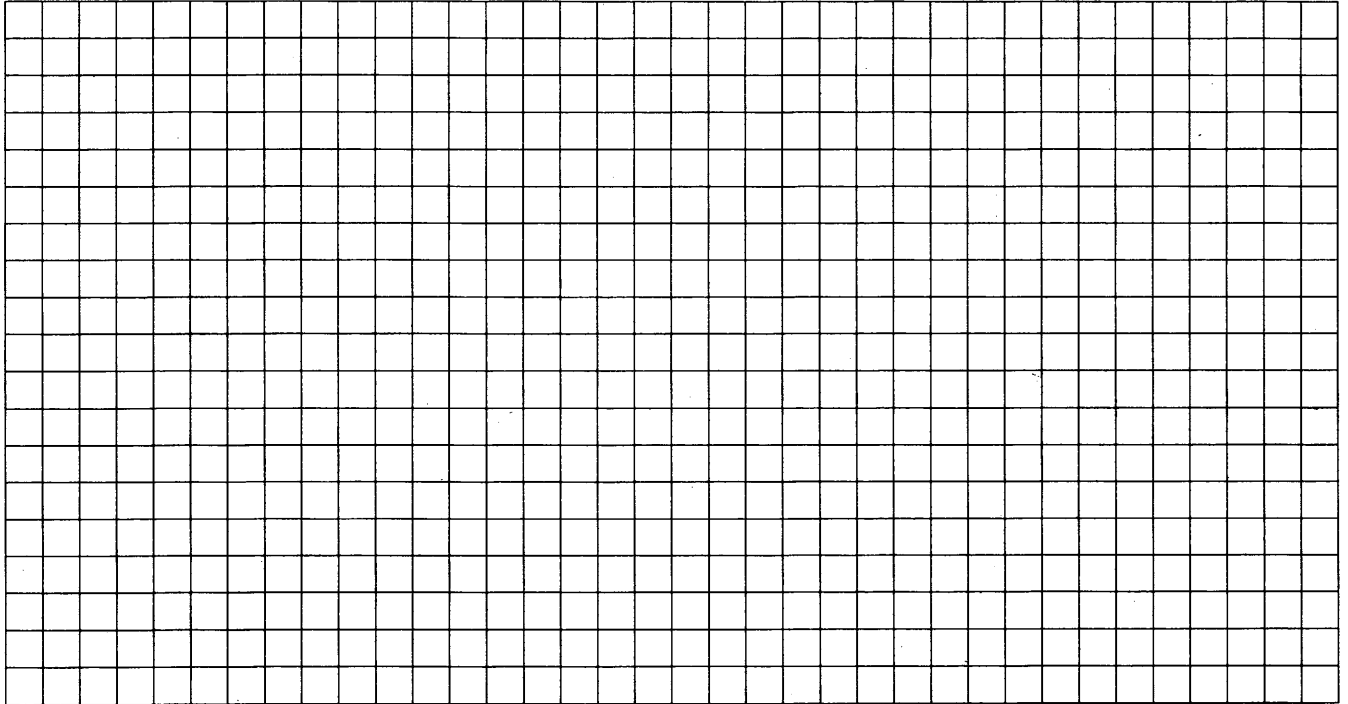
а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через середину ребра  $BC$  и перпендикулярной ему.

б) Найдите расстояние между прямыми  $SA$  и  $BC$ .



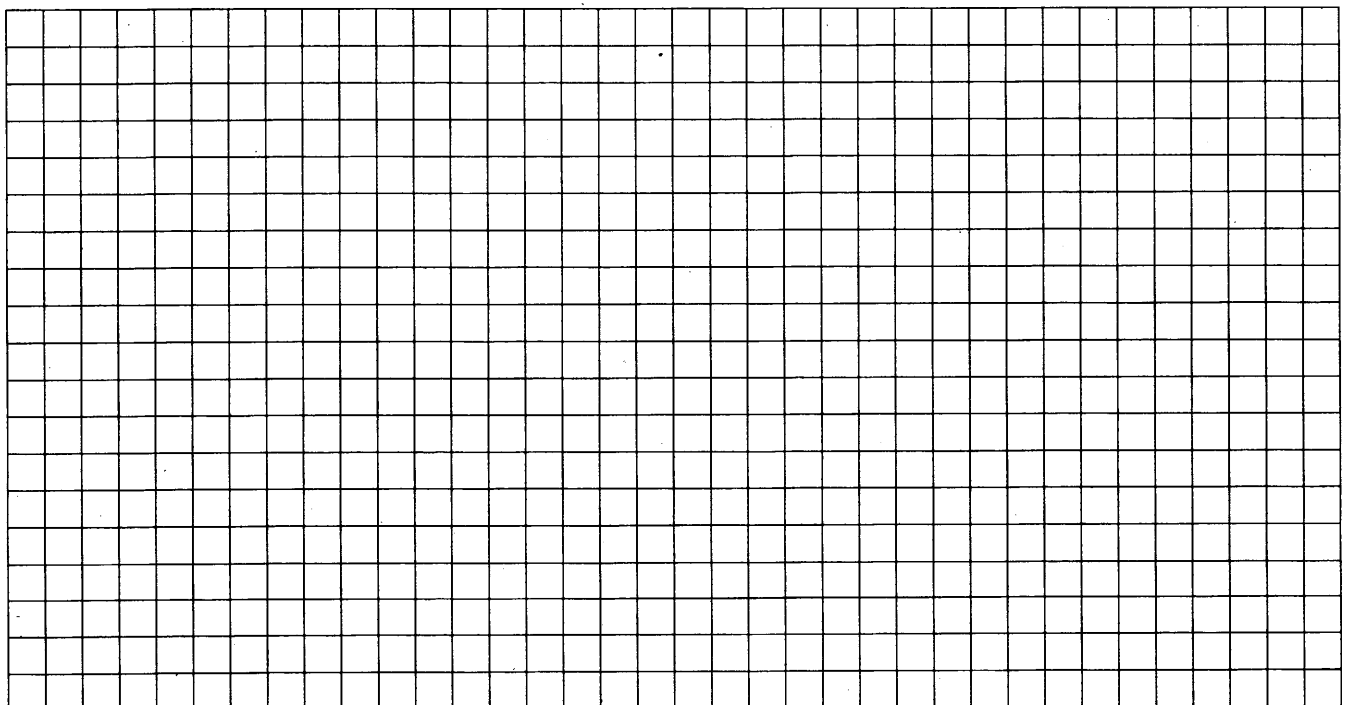
2. Основанием прямой треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  является равнобедренный треугольник  $ABC$ , в котором  $AB = BC = 10$ ,  $AC = 16$ . Боковое ребро призмы равно 24. Точка  $P$  — середина ребра  $BB_1$ .

- а) Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точку  $P$  перпендикулярно  $AC$ .
- б) Найдите тангенс угла между плоскостями  $A_1B_1C_1$  и  $ACP$ .

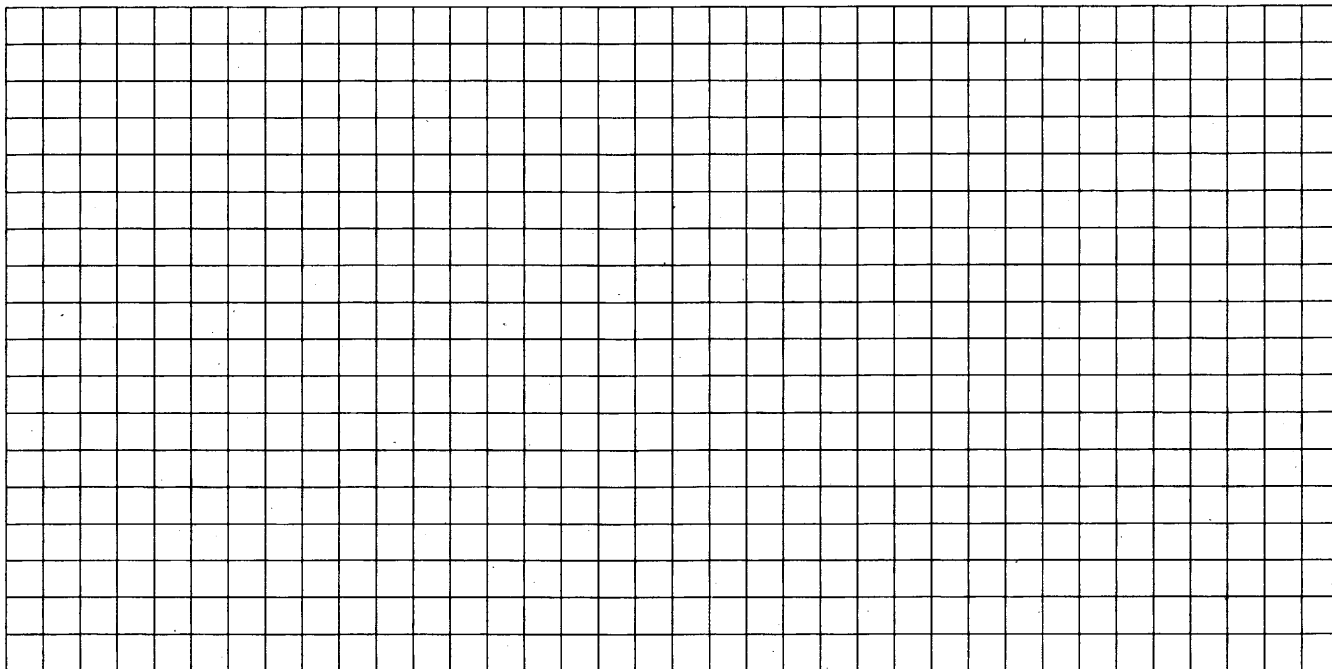


3. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

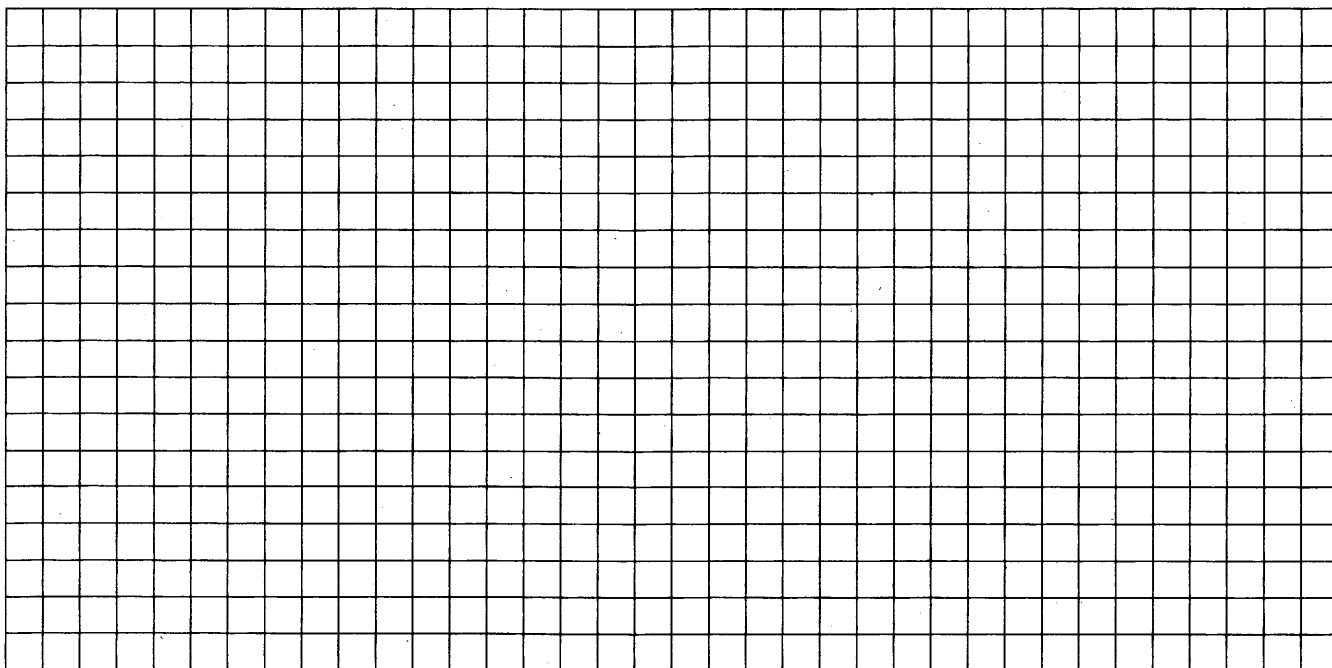
- а) Докажите, что прямая  $B_1D$  перпендикулярна, плоскости  $A_1BC_1$ .
- б) Найдите угол между плоскостями  $AB_1C_1$  и  $A_1B_1C$ .



4. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины ребер:  $AA_1 = 5$ ,  $AB = 12$ ,  $AD = 8$ . Точка  $K$  — середина ребра  $C_1 D_1$ .
- Постройте прямую пересечения плоскости  $AA_1 K$  с плоскостью, проходящей через точку  $B$  перпендикулярно прямой  $AK$ .
  - Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью  $ABC$ .



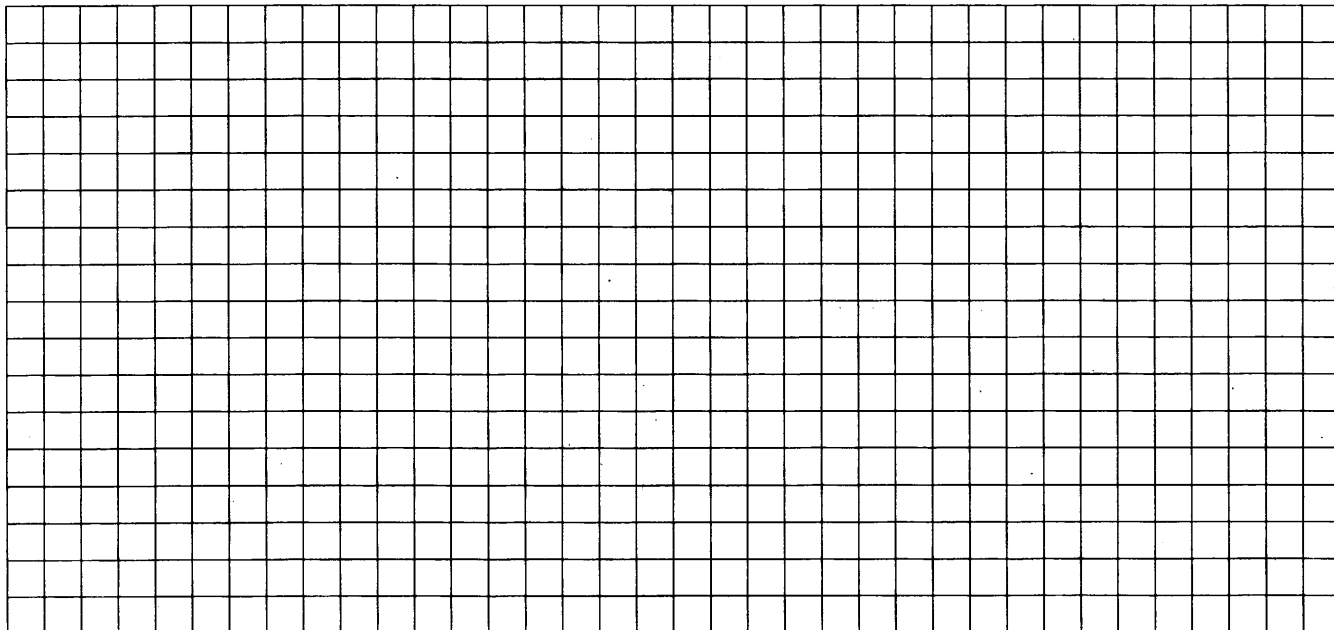
5. В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  ребро основания  $AB = 8\sqrt{3}$ , а боковое ребро  $AA_1 = 7$ .
- Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через середину ребра  $BC$  и перпендикулярной ему.
  - Найдите тангенс угла между плоскостями  $BCA_1$  и  $BB_1 C_1$ .



6. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины ребер:  $AA_1 = 7$ ,  $AB = 16$ ,  $AD = 6$ . Точка  $K$  — середина ребра  $C_1 D_1$ .

а) Постройте прямую пересечения плоскости  $AA_1 K$  с плоскостью, проходящей через точку  $B$  перпендикулярно прямой  $AK$ .

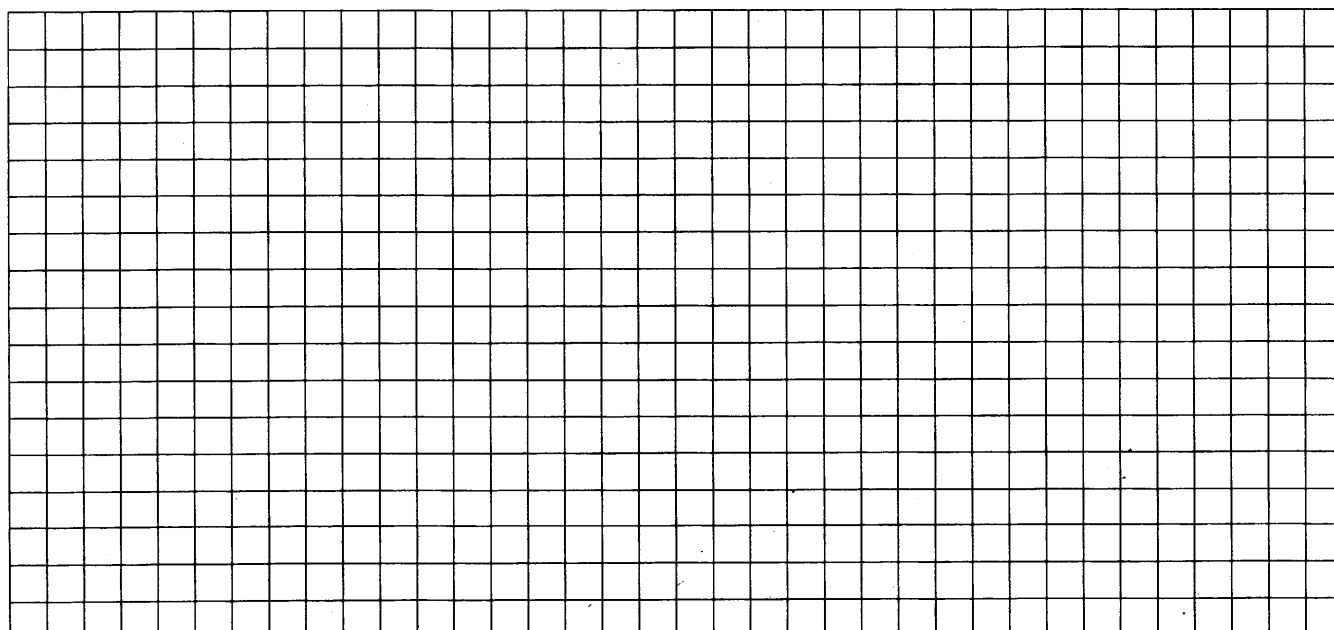
б) Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью  $ABC$ .



7. Основание прямой четырёхугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямоугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = 5$ ,  $AD = \sqrt{33}$ . Расстояние между прямыми  $A_1 C_1$  и  $BD$  равно  $\sqrt{3}$ .

а) Постройте прямую пересечения плоскости  $BB_1 DD_1$  с плоскостью, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно прямой  $BD_1$ .

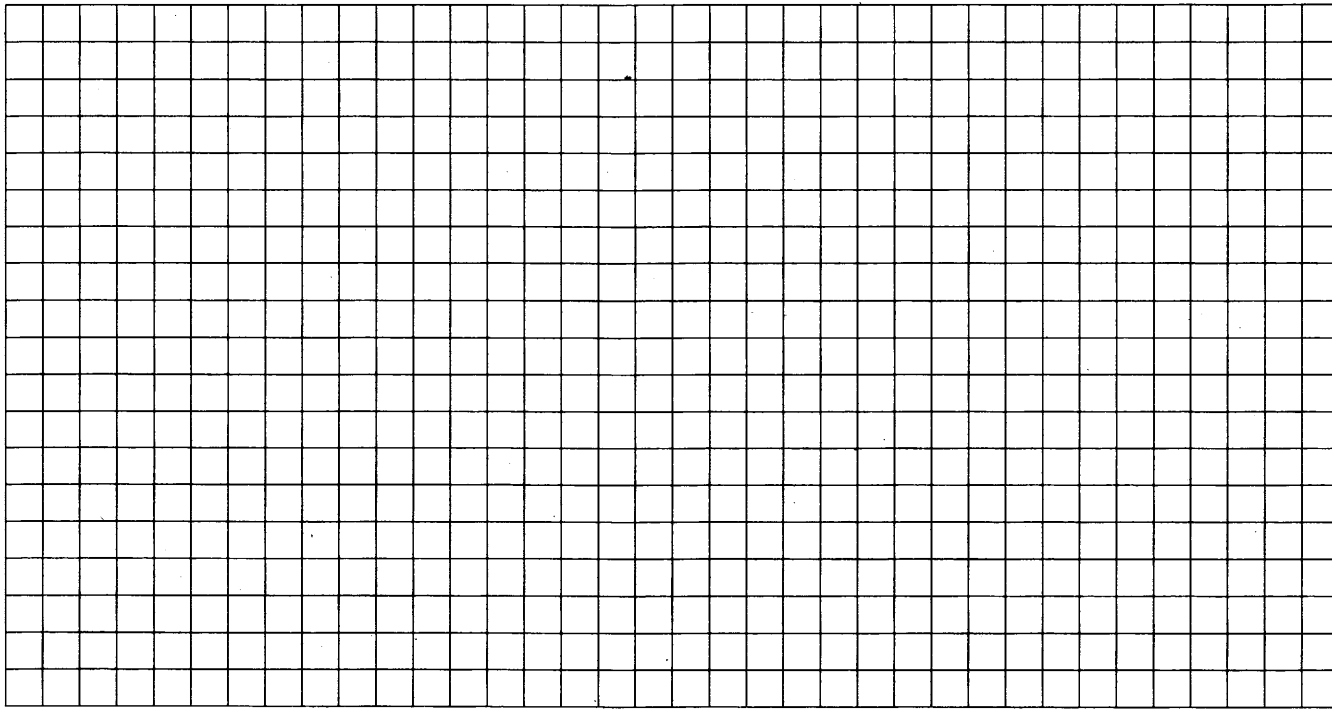
б) Найдите тангенс угла между плоскостью, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно прямой  $BD_1$ , и плоскостью основания призмы.



8. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  ребро основания  $AB = 7\sqrt{3}$ , а боковое ребро  $AA_1 = 8$ .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через середину ребра  $BC$  и перпендикулярной ему.

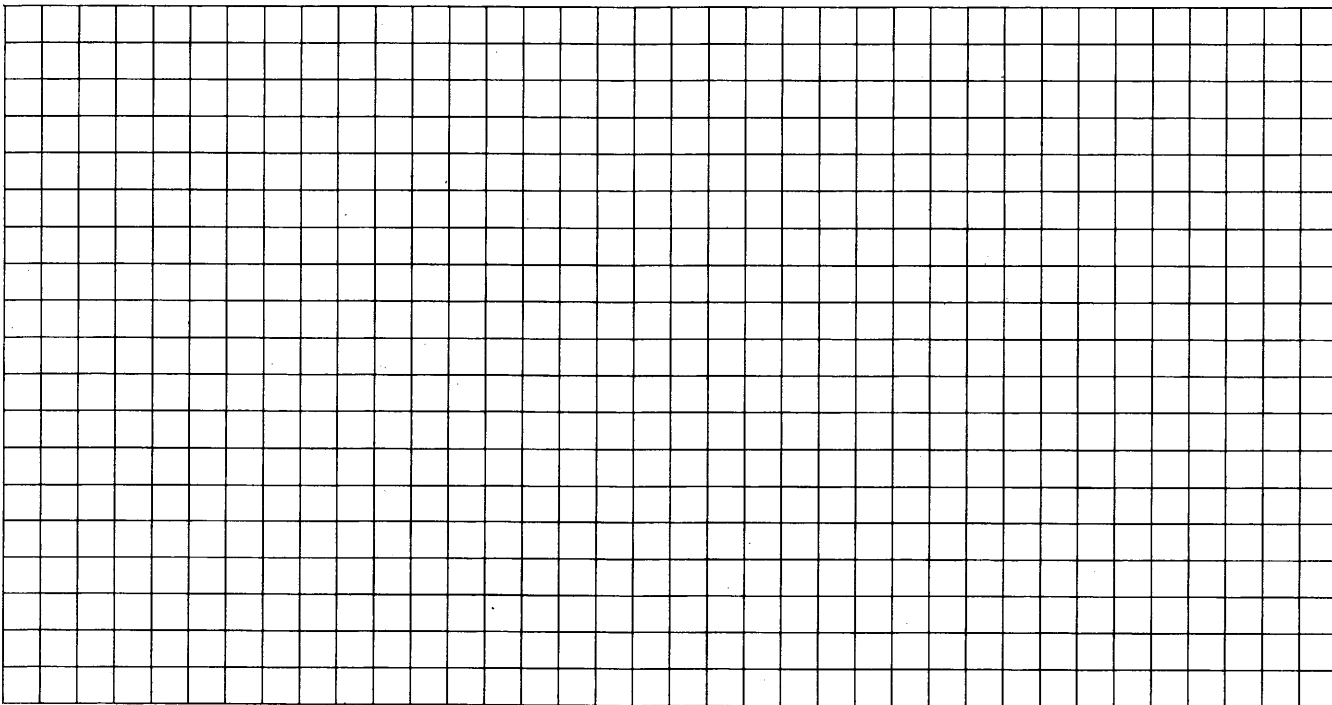
б) Найдите тангенс угла между плоскостями  $BCA_1$  и  $BB_1C_1$ .



9. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

а) Докажите, что прямая  $BD_1$  перпендикулярна плоскости  $AD_1C_1$ .

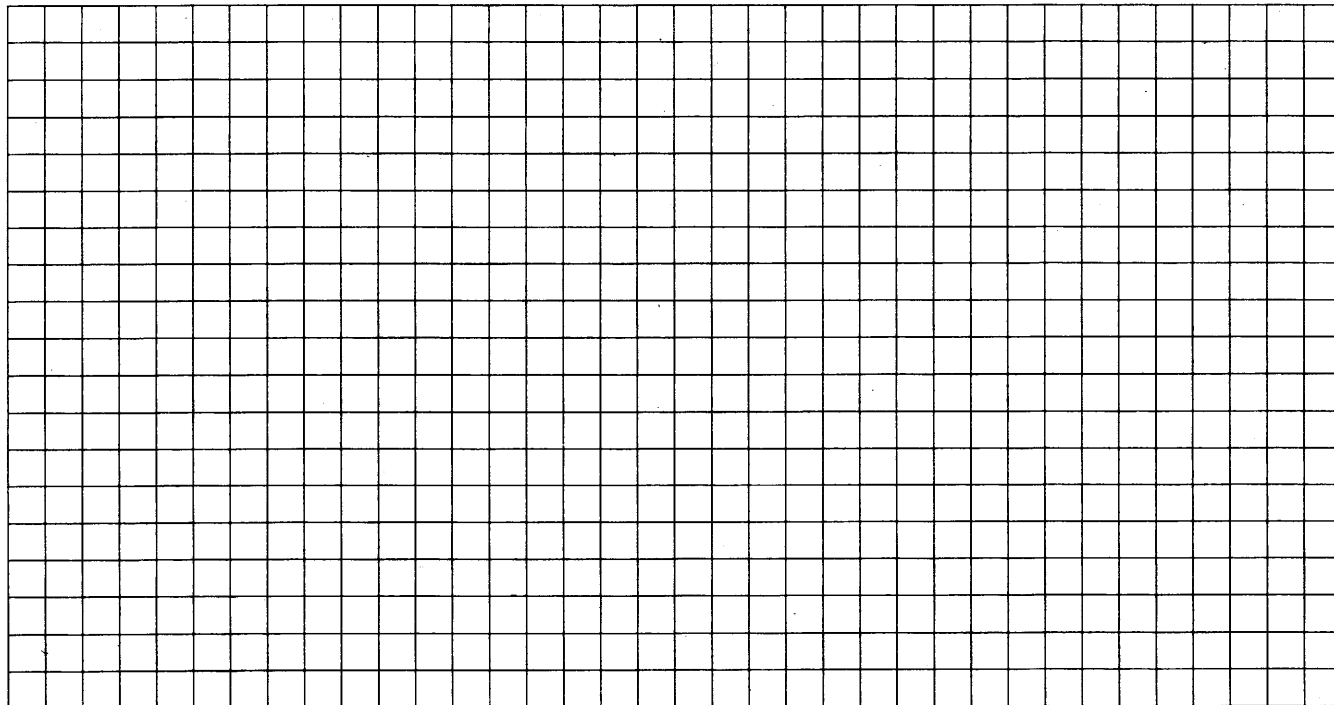
б) Найдите угол между плоскостями  $AD_1C_1$  и  $A_1D_1C$ .



10. Ребро  $SA$  пирамиды  $SABC$  перпендикулярно плоскости основания  $ABC$ .

а) Постройте прямую пересечения плоскости, проходящей через середины ребер  $AB$ ,  $AC$  и  $SA$ , и плоскости, проходящей через середину ребра  $BC$  и перпендикулярной ему.

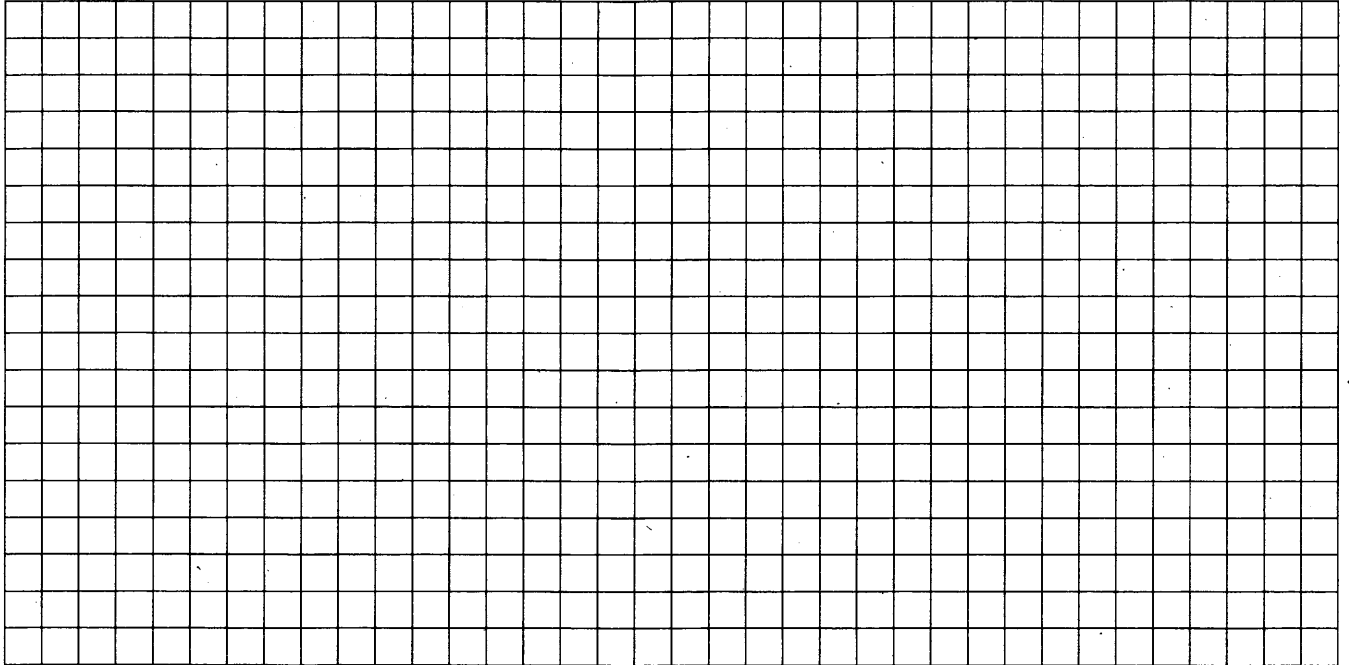
б) Найдите расстояние от вершины  $A$  до этой плоскости, если  $SA = \sqrt{5}$ ,  $AB = AC = 5$ ,  $BC = 2\sqrt{5}$ .



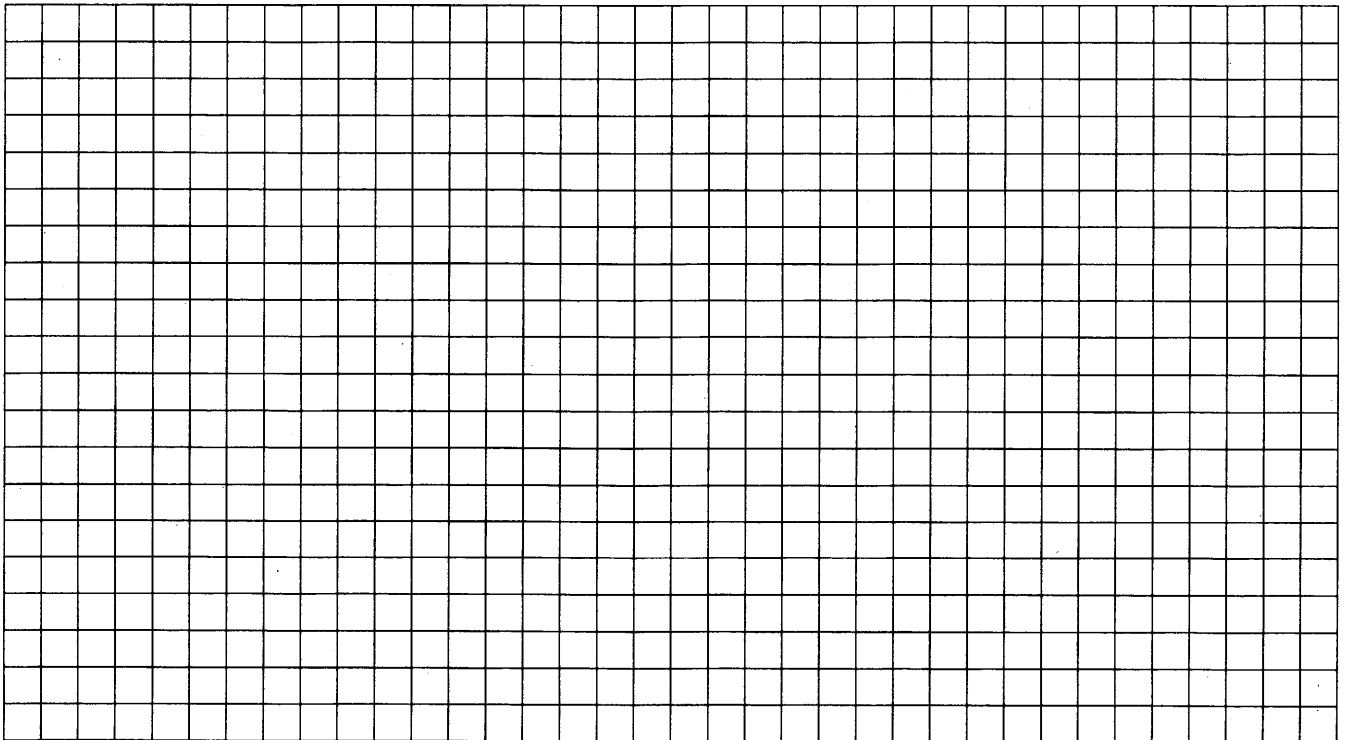
## ЗАДАЧА 17

### Подготовительные задания

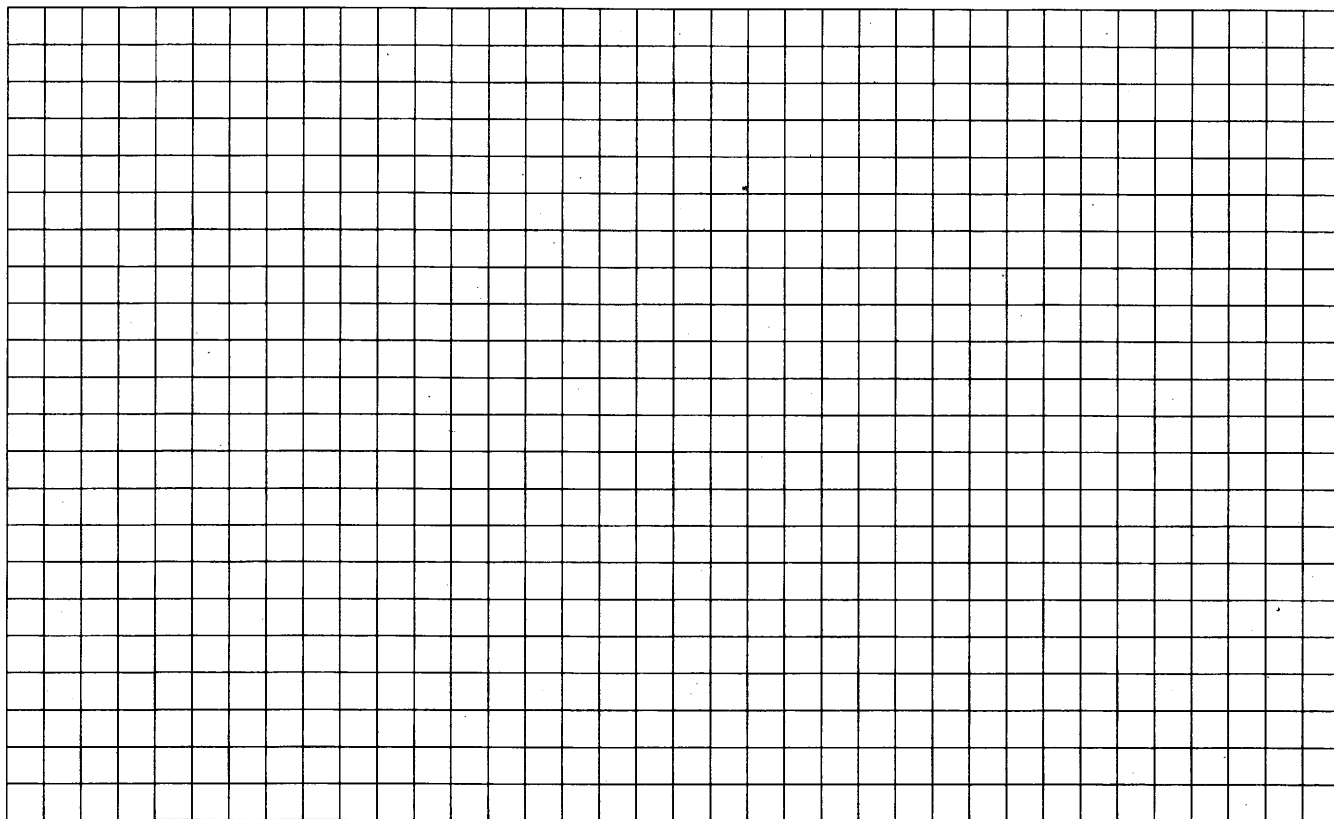
1. Решите неравенство  $\frac{2x^2 - 8x}{x - 7} \leq x$ .



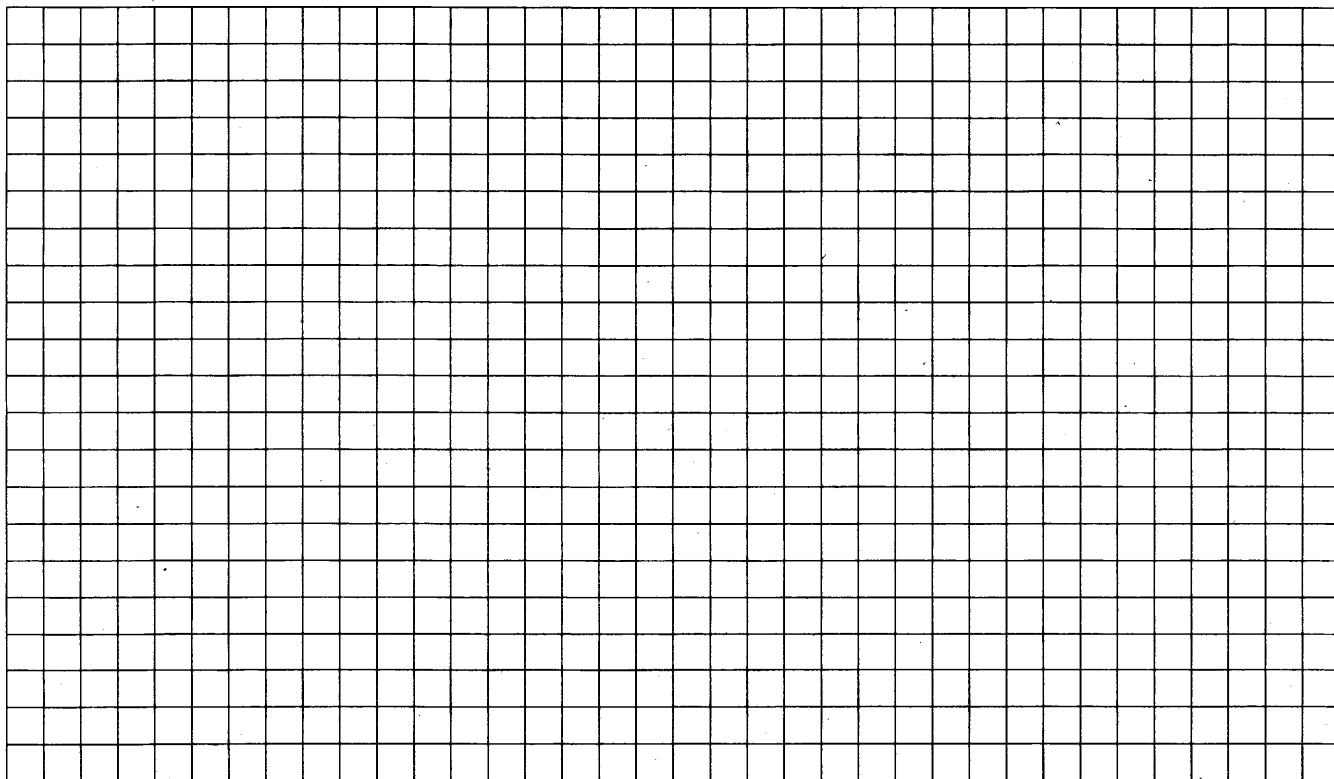
2. Решите неравенство  $1 + \log_6(4 - x) \leq \log_6(16 - x^2)$ .



3. Решите неравенство  $\log_3 \frac{1}{x} + \log_3 (x^2 + 3x - 9) \leq \log_3 \left( x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10 \right)$ .

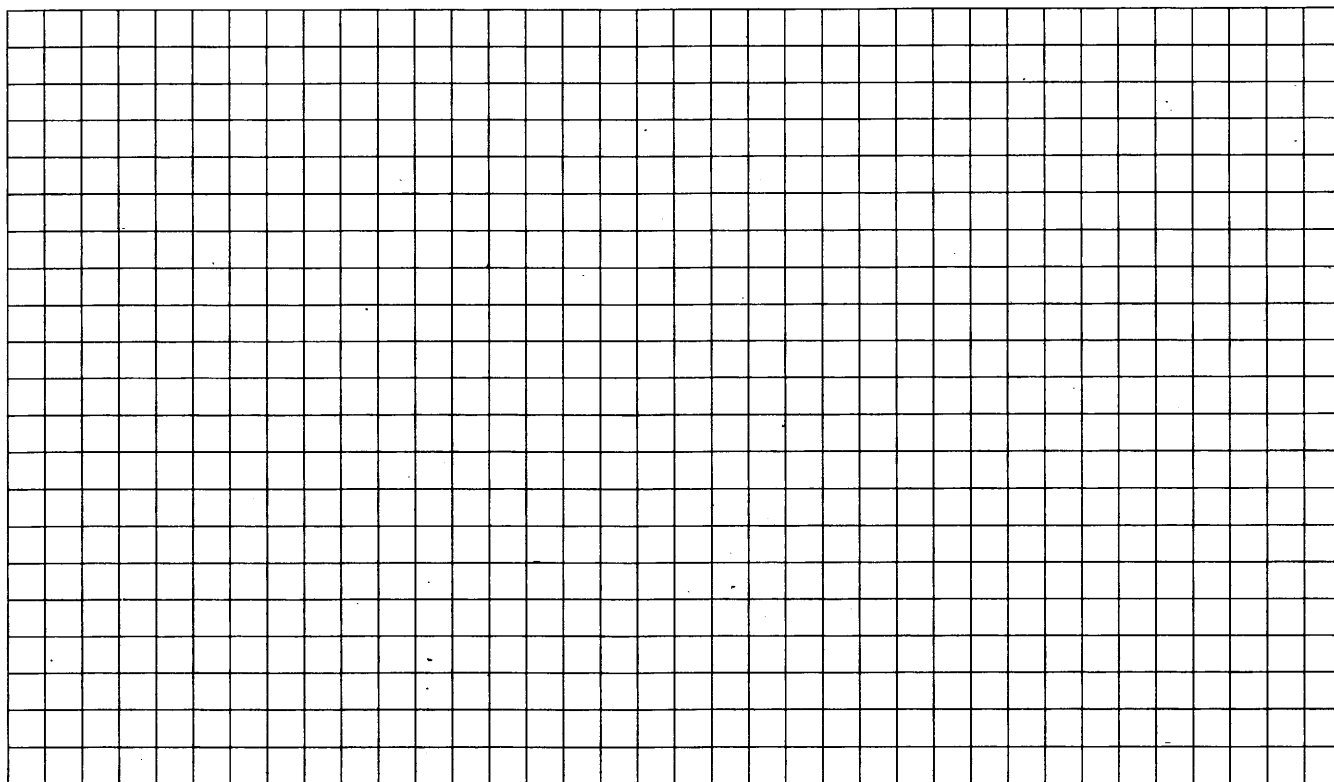


4. Решите неравенство  $9^{x-3} - 9^{x-2} + 9^{x-1} > 511$ .

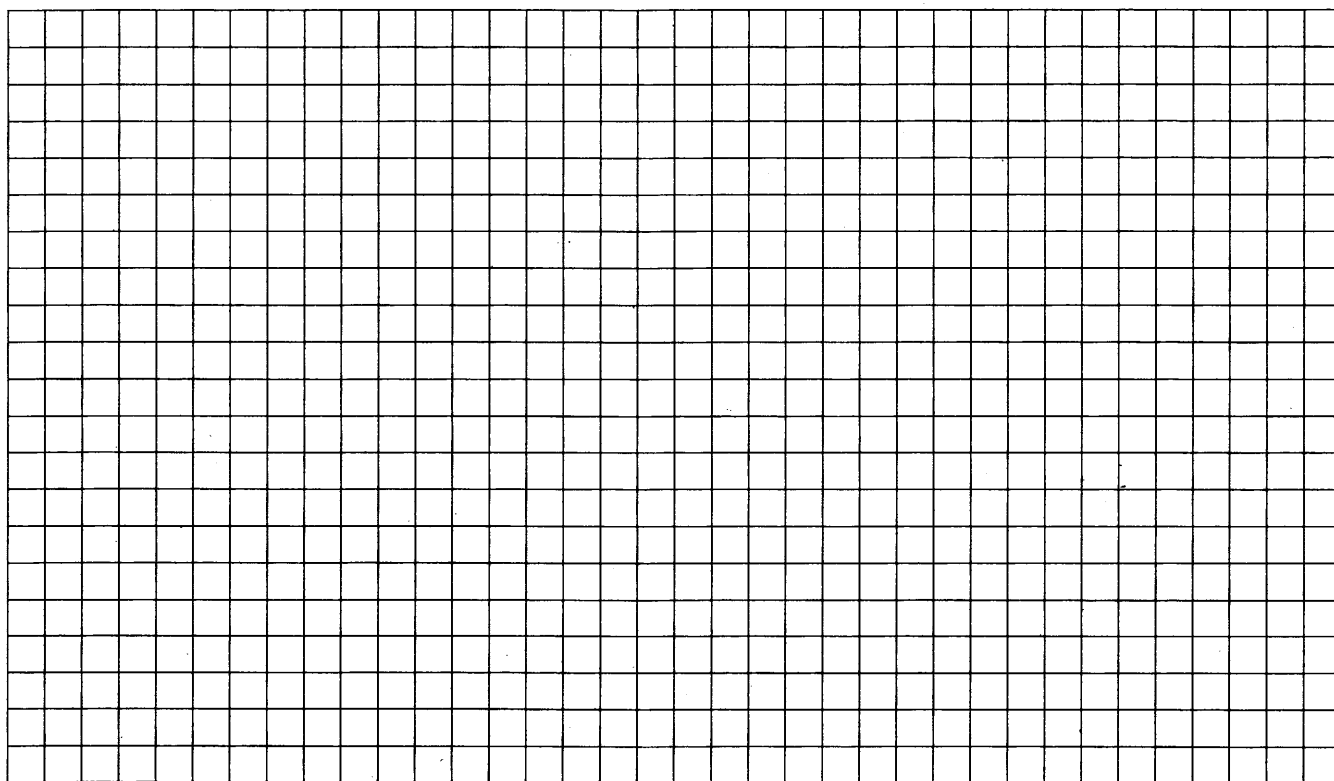




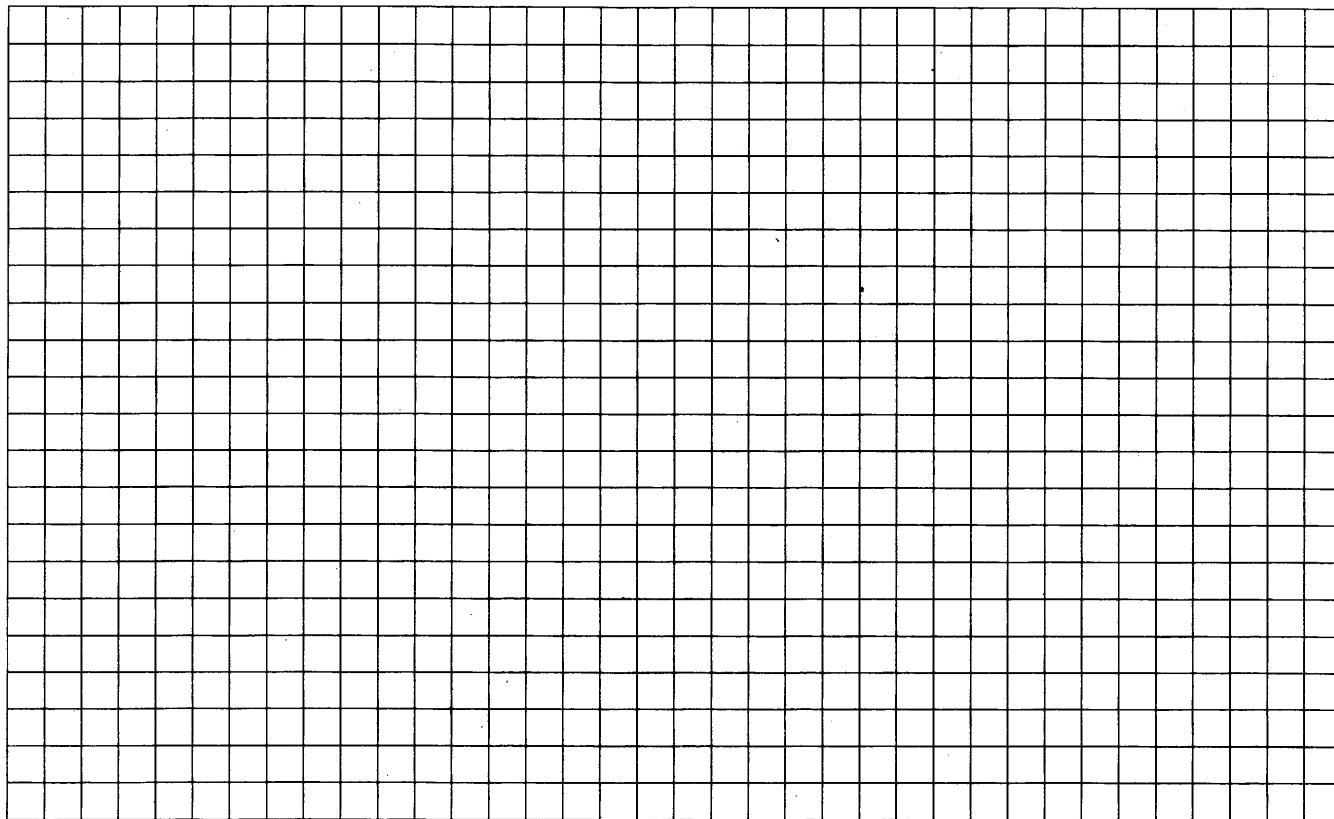
5. Решите неравенство  $\log_{x^3-9x^2+27x-27}(9-x) \geq 0$ .



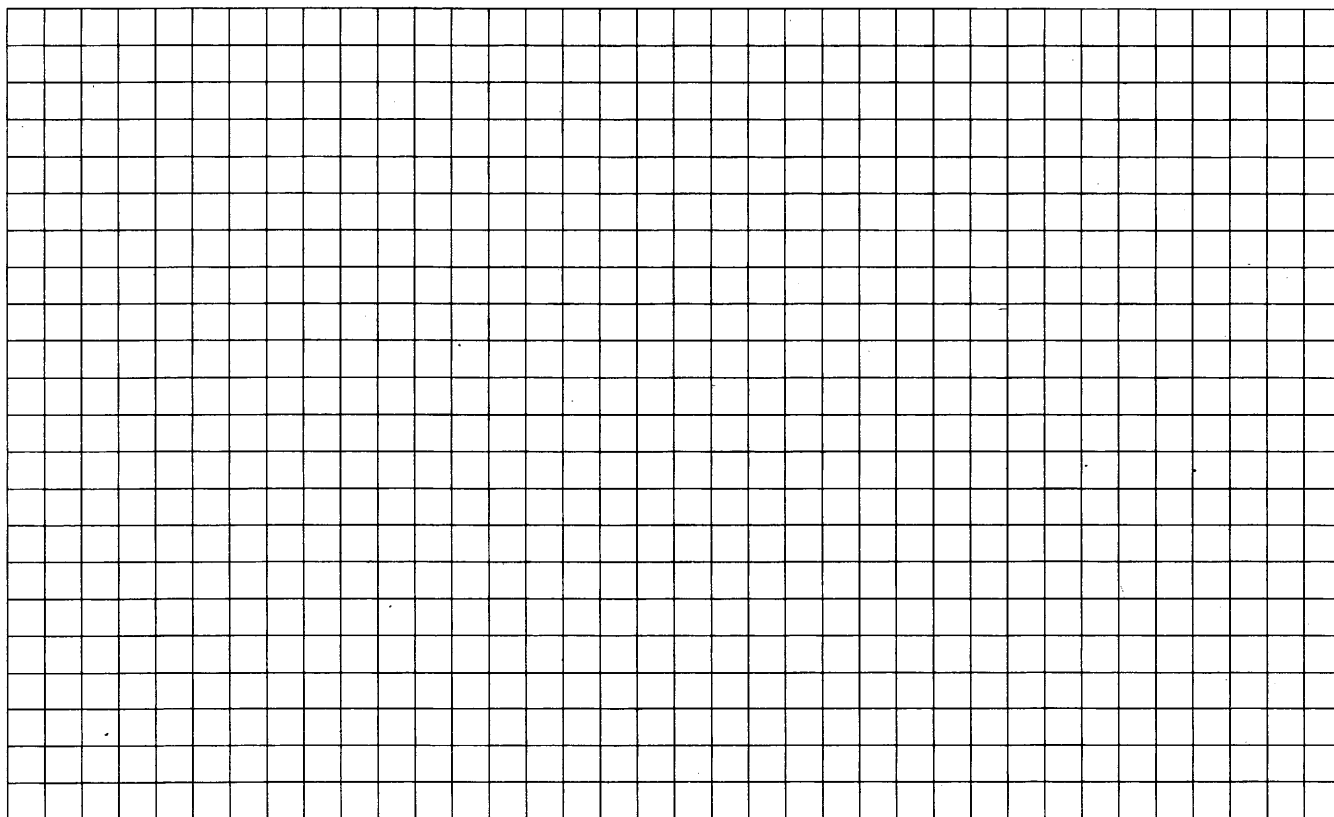
6. Решите неравенство  $\frac{2}{x^2-12x+35} + \frac{3}{x^2-17x+70} \leq 0$ .



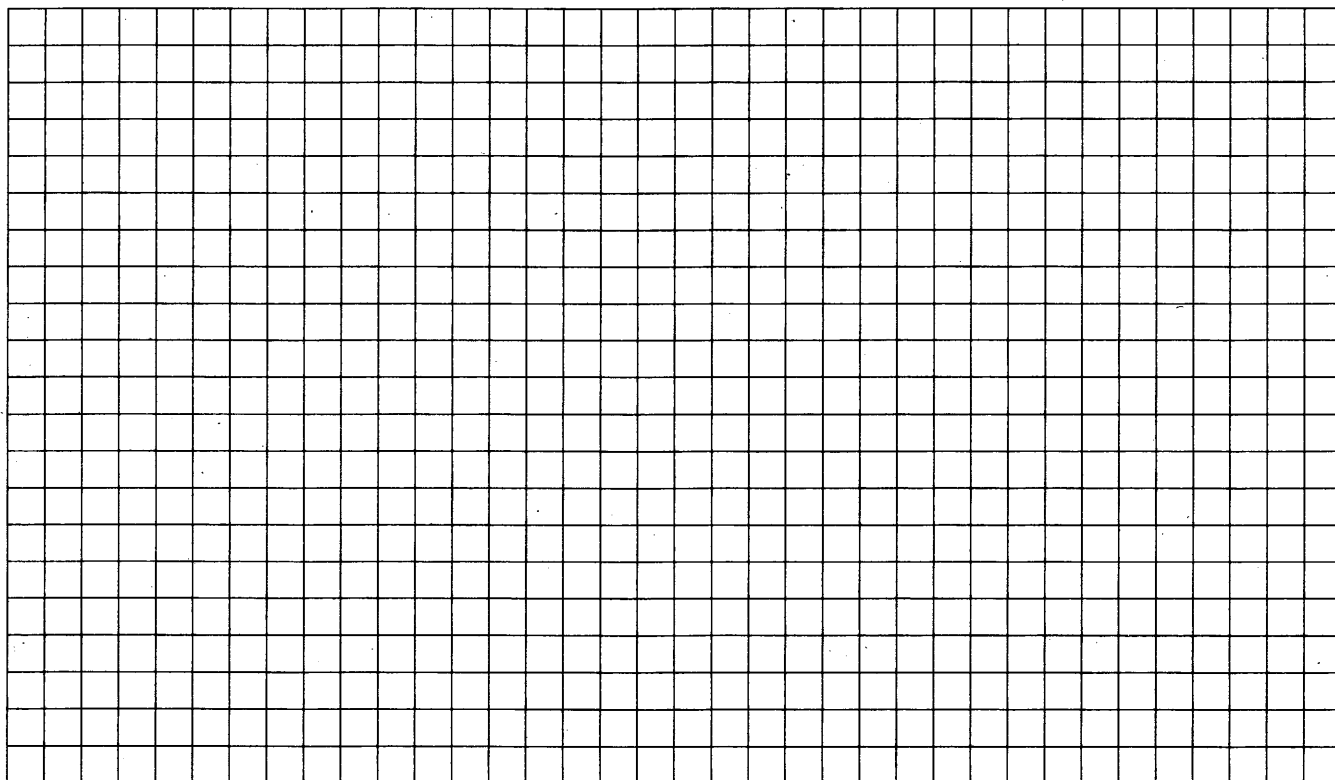
7. Решите неравенство  $2^{2x-1} - 7 \cdot 2^{x-1} + 5 \leq 0$ .



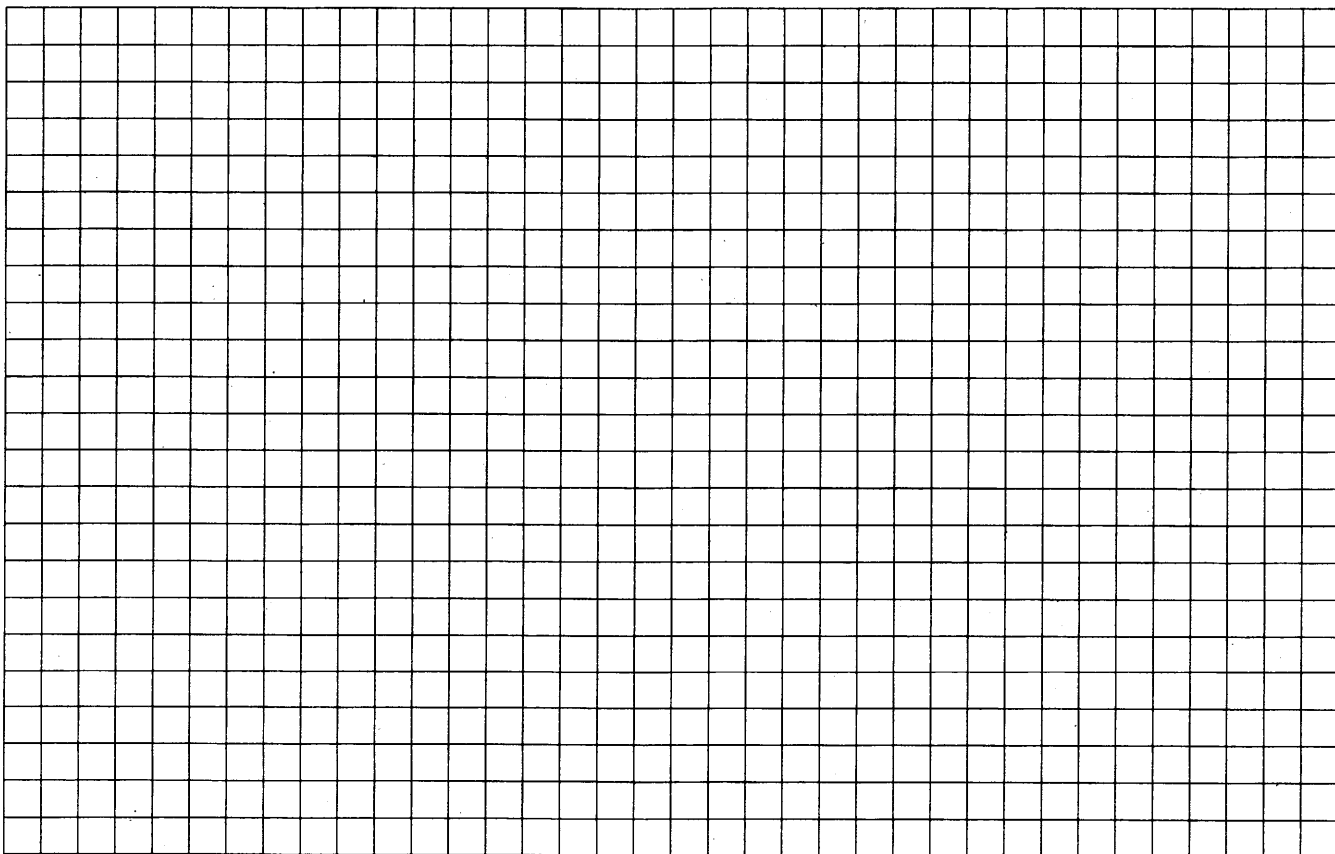
8. Решите неравенство  $\frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2} + \frac{2}{x - 3} \leq x$ .



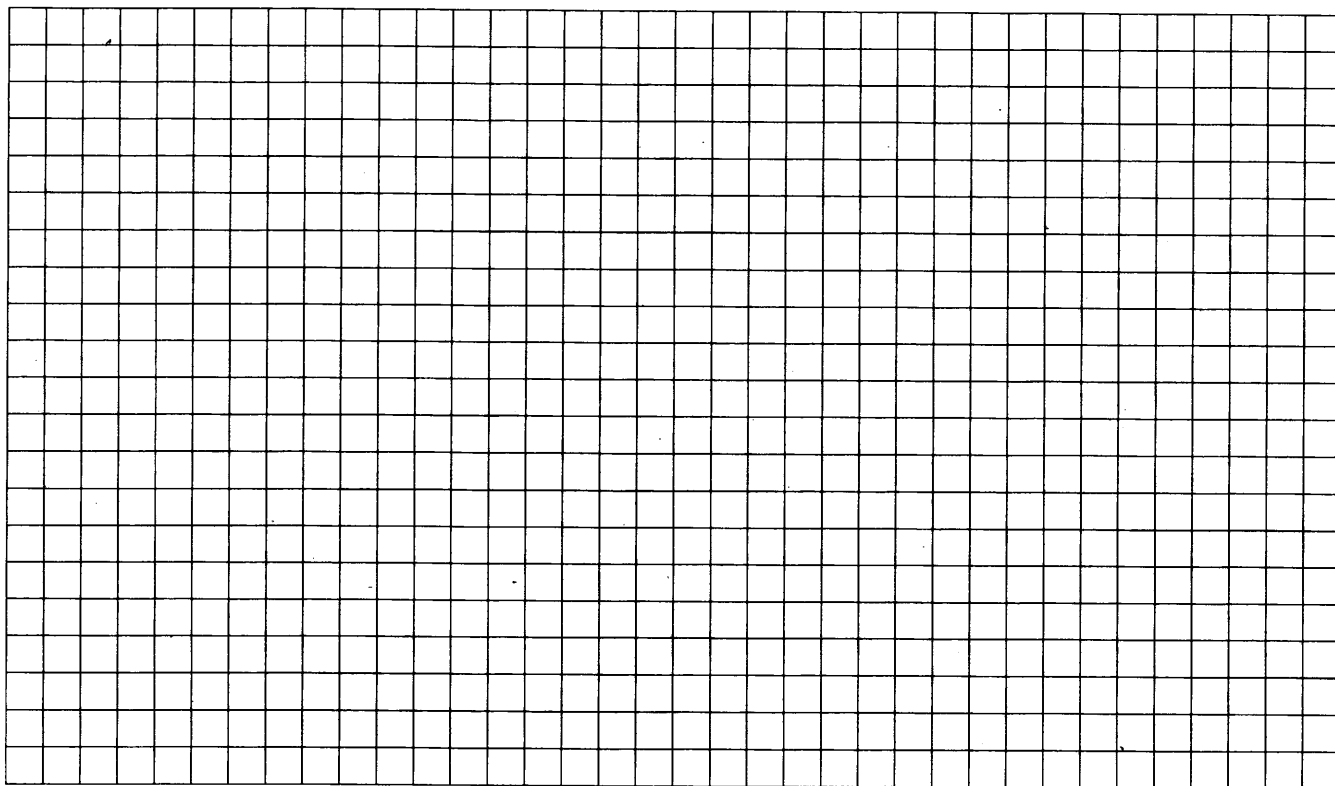
9. Решите неравенство  $4^x - 12 \cdot 2^x + 32 \geq 0$ .



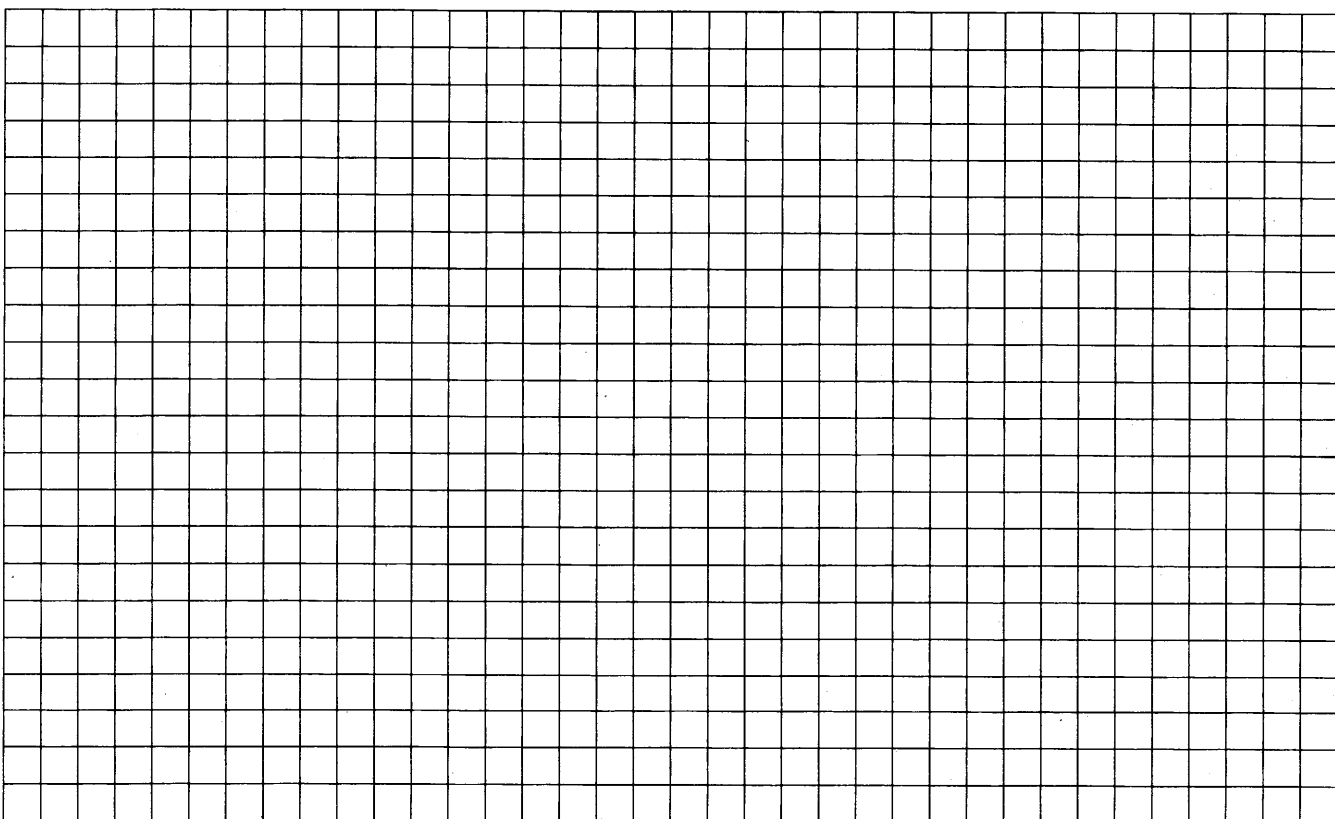
10. Решите неравенство  $\log_x(x-2) \cdot \log_x(x+2) \leq 0$ .



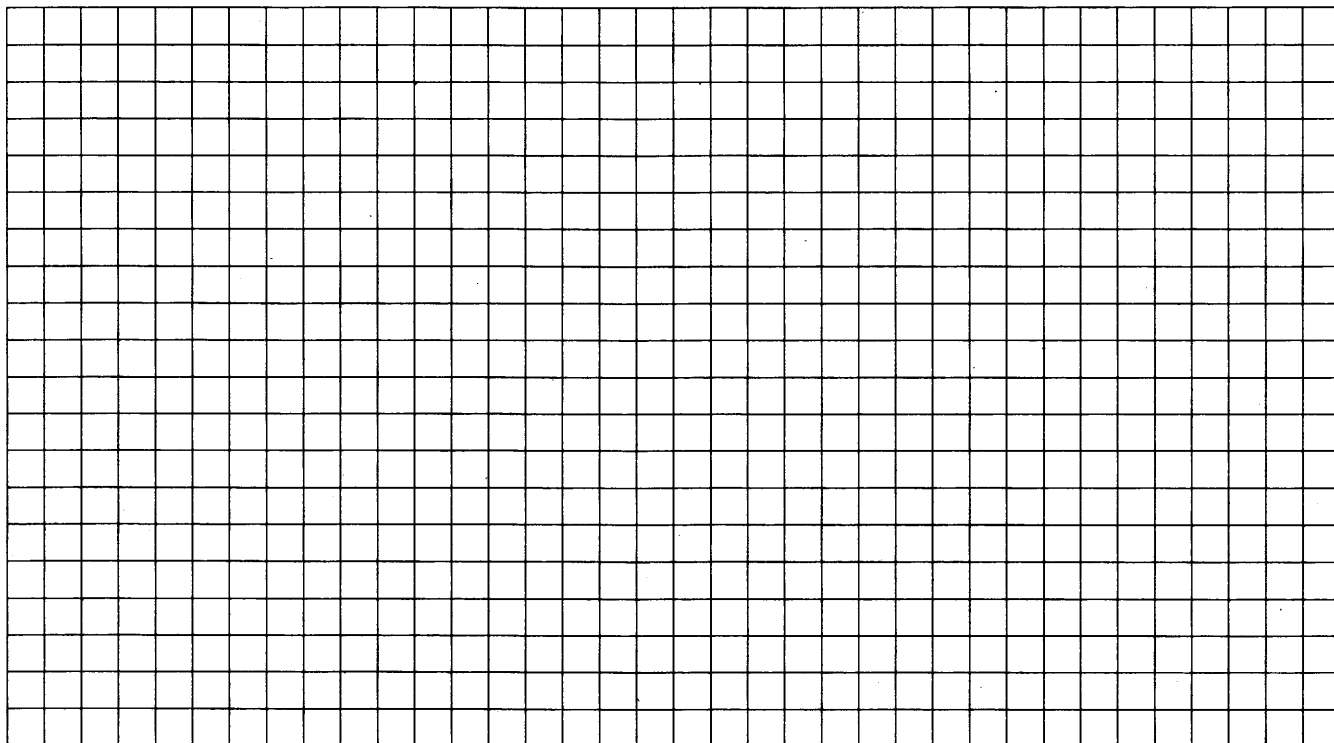
11. Решите неравенство  $\log_{\frac{25-x^2}{16}} \frac{24+2x-x^2}{14} > 1$ .



12. Решите неравенство  $4^{x+1} - 17 \cdot 2^x + 4 \leq 0$ .

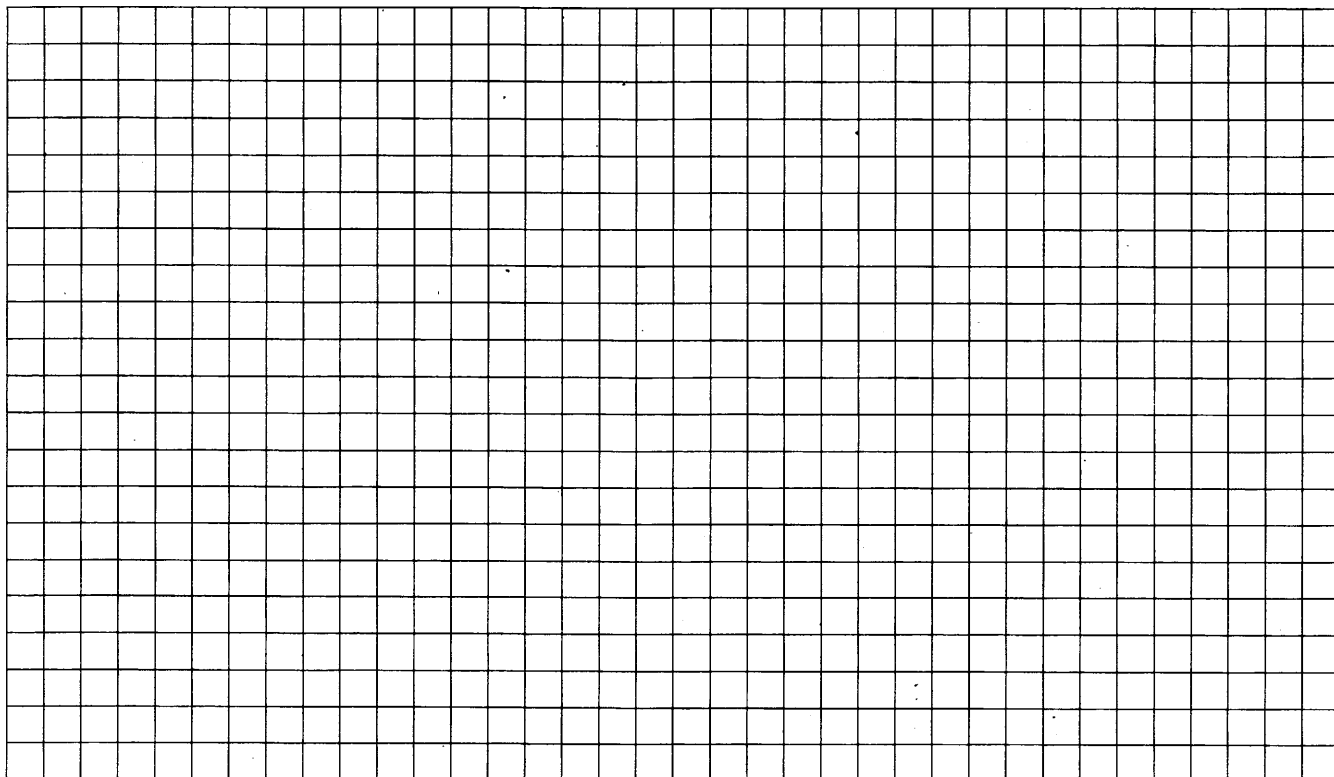


13. Решите неравенство  $\log_{|x|}^2(x^2) + \log_2(x^2) \leq 8$ .

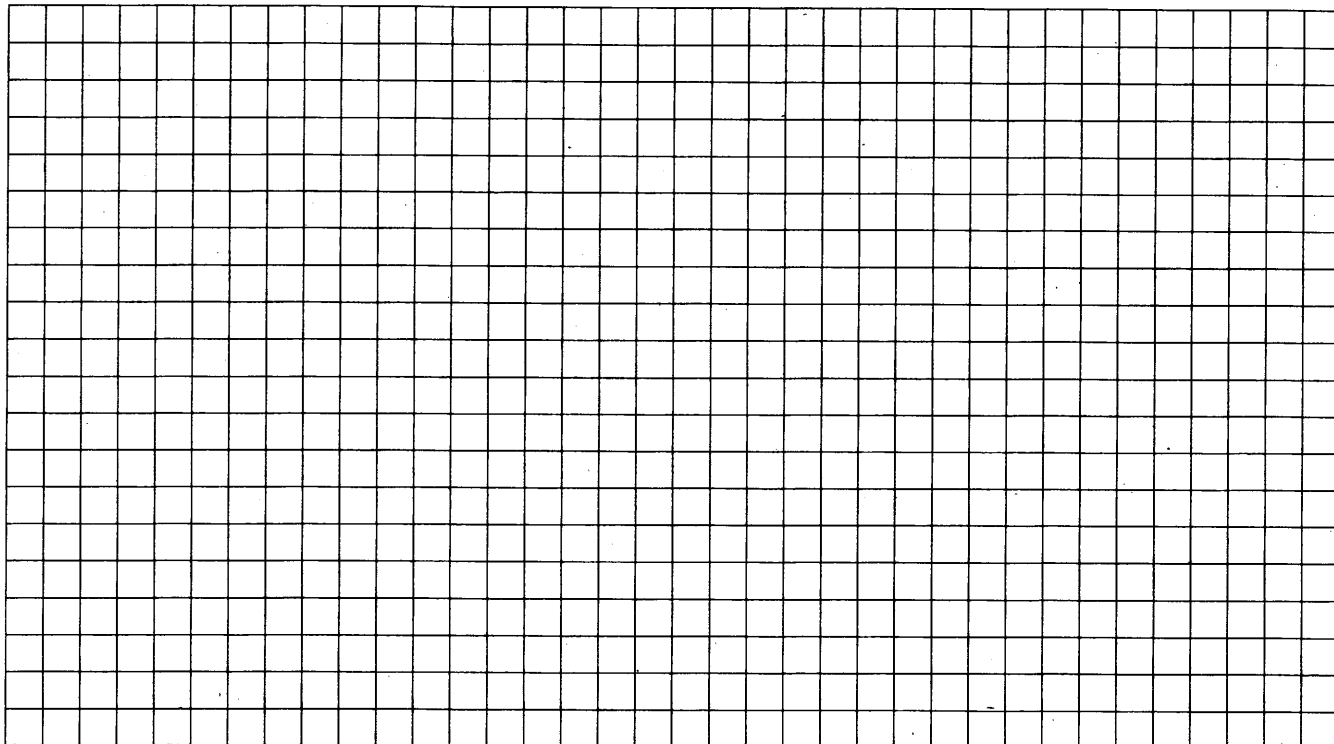


14. Решите неравенство:

$$\log_7 \frac{3}{x} + \log_7(x^2 - 7x + 11) \leq \log_7 \left( x^2 - 7x + \frac{3}{x} + 10 \right).$$

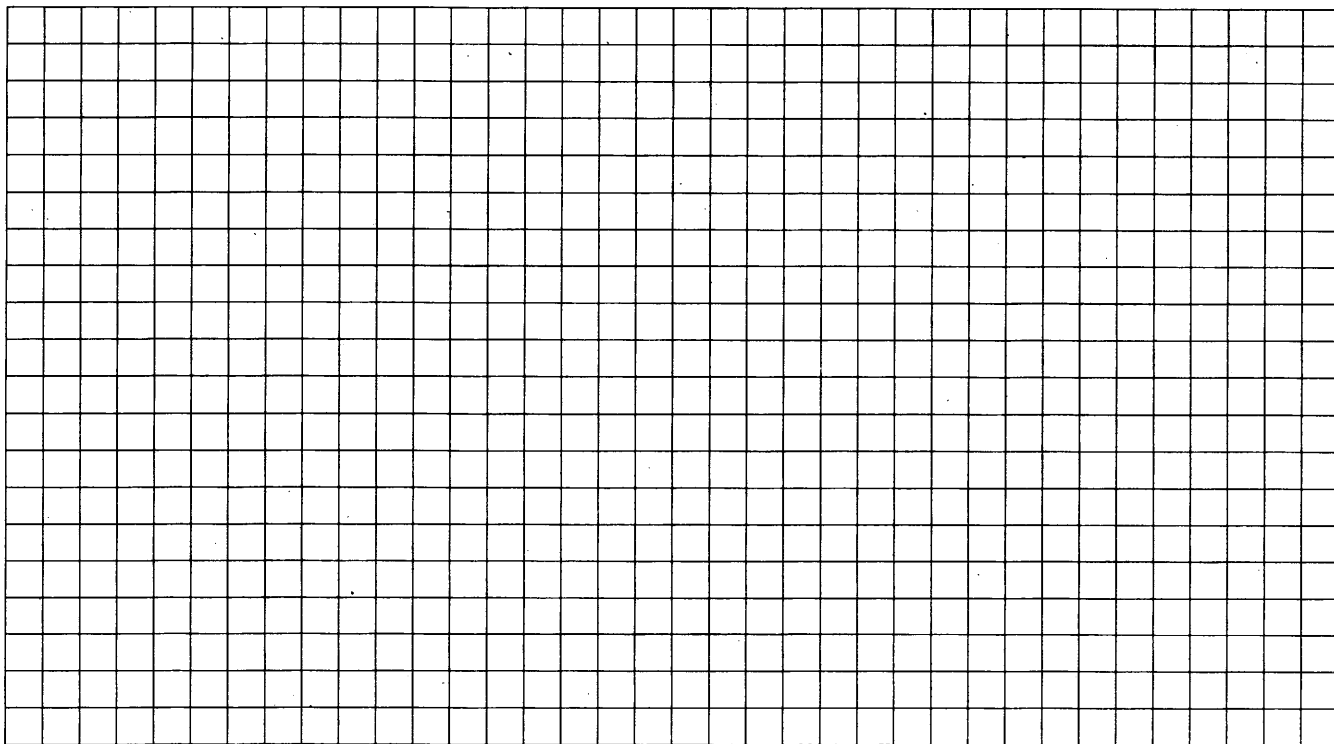


15. Решите неравенство  $\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0$ .

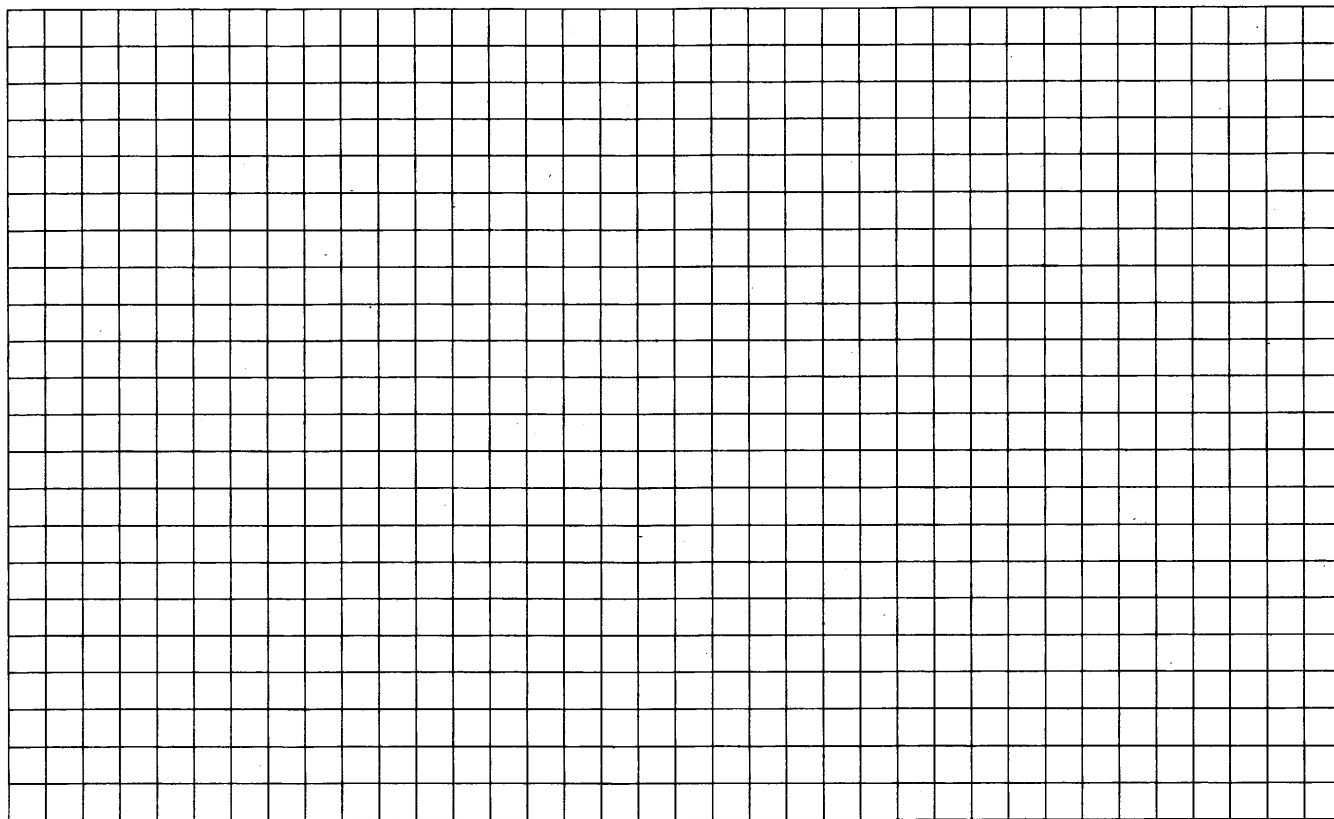


### Зачетные задания

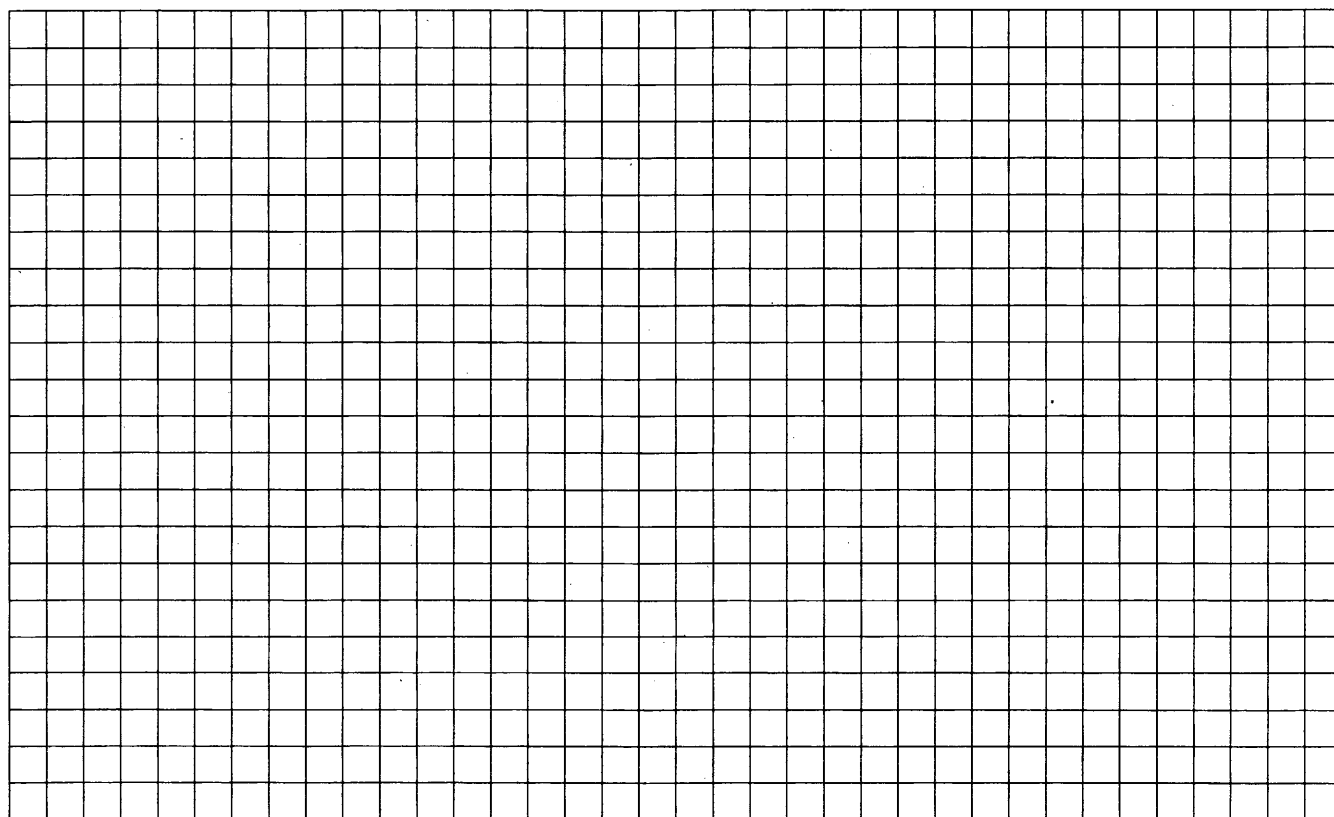
1. Решите неравенство  $\sqrt{x+4,2} + \frac{1}{\sqrt{x+4,2}} \geq \frac{5}{2}$ .



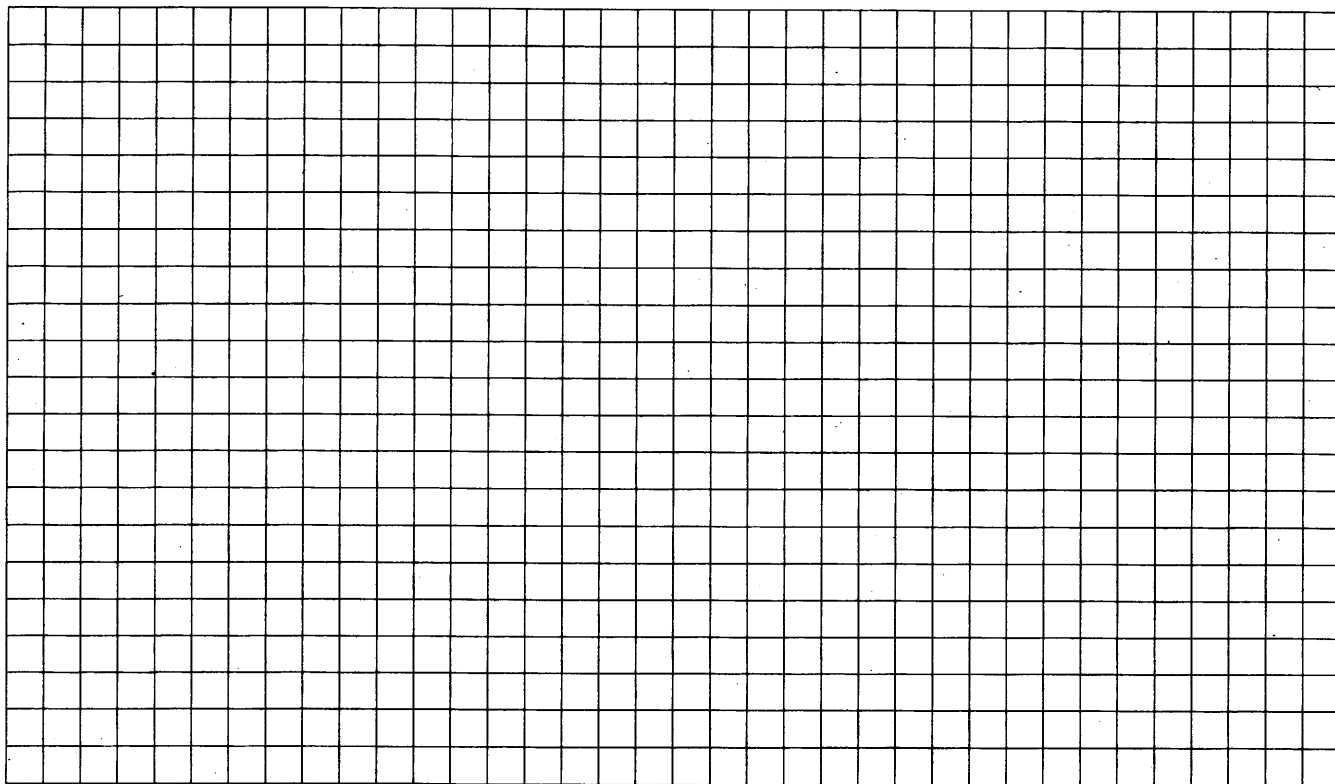
2. Решите неравенство  $9^{x-2} - 37 \cdot 3^{x-3} + 30 \leq 0$ .



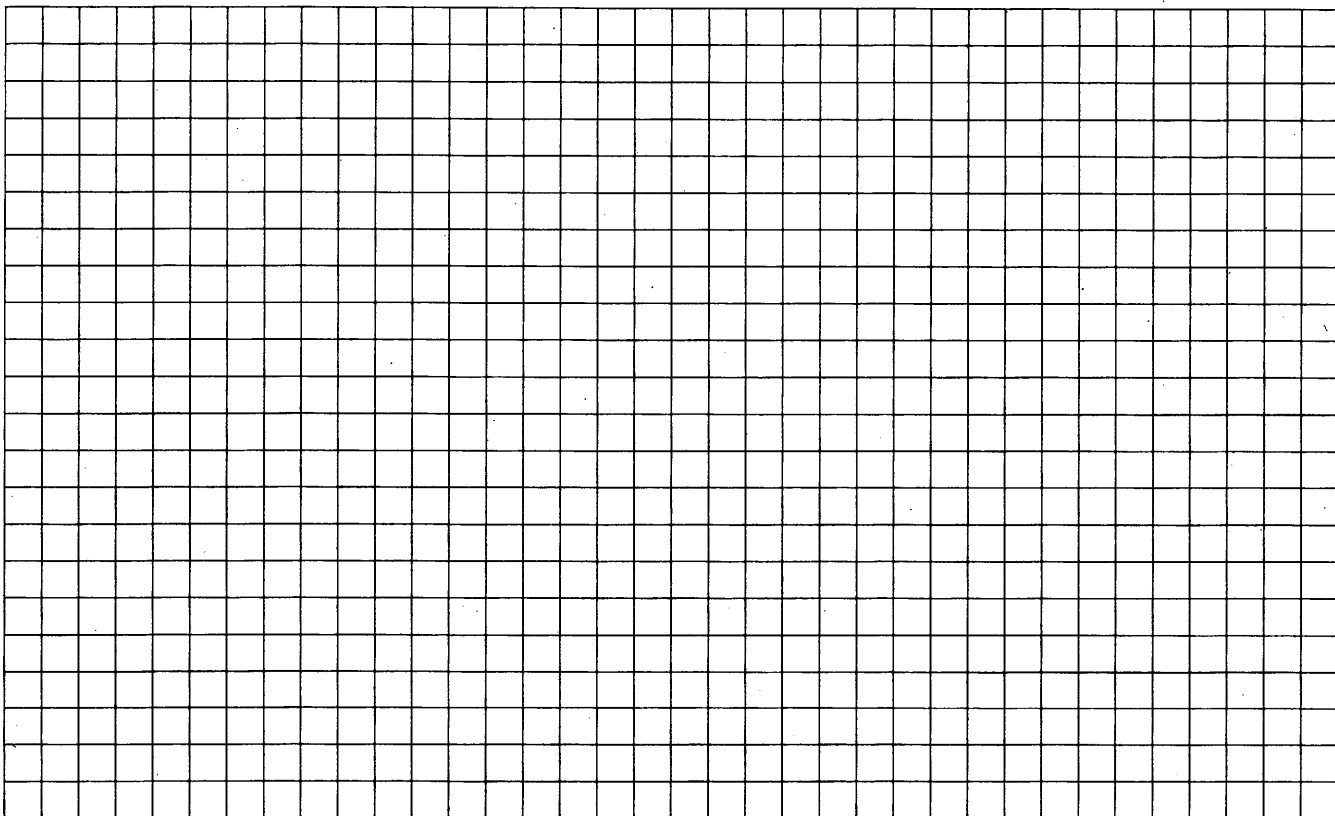
3. Решите неравенство  $x^3 + 6x^2 + \frac{28x^2 + 2x - 10}{x - 5} \leq 2$ .



4. Решите неравенство  $\log_{x-3}(x^2 - 12x + 36) \leq 0$ .

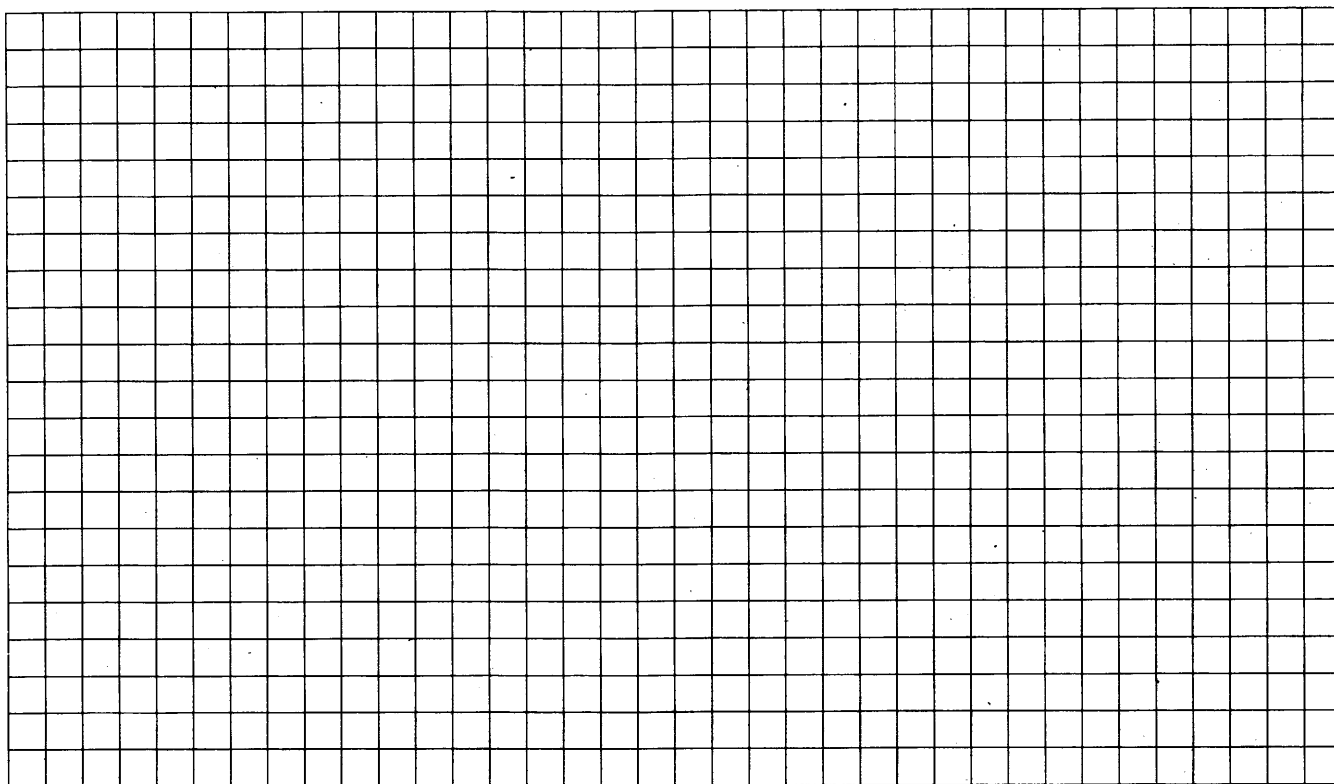


5. Решите неравенство  $x + \frac{20}{x+6} \geq 6$ .

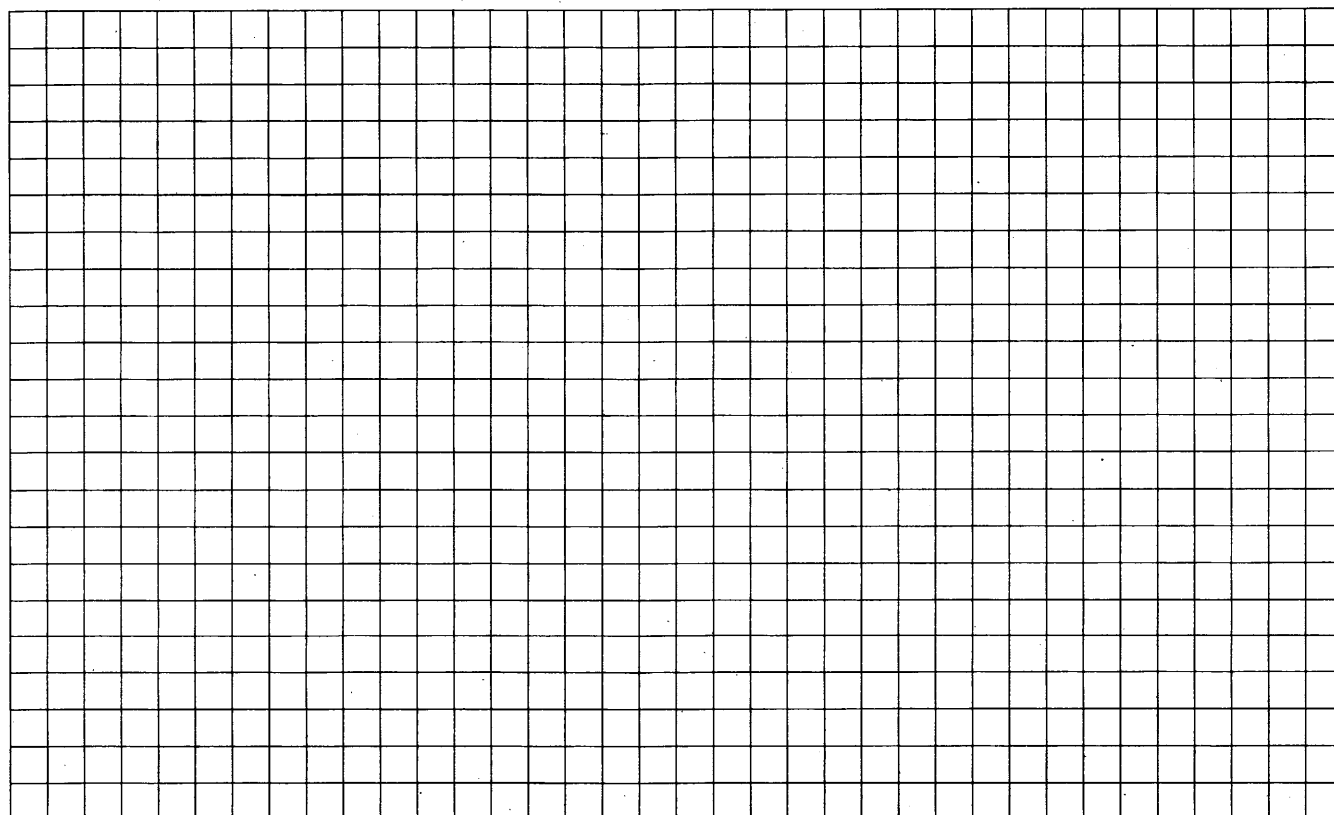




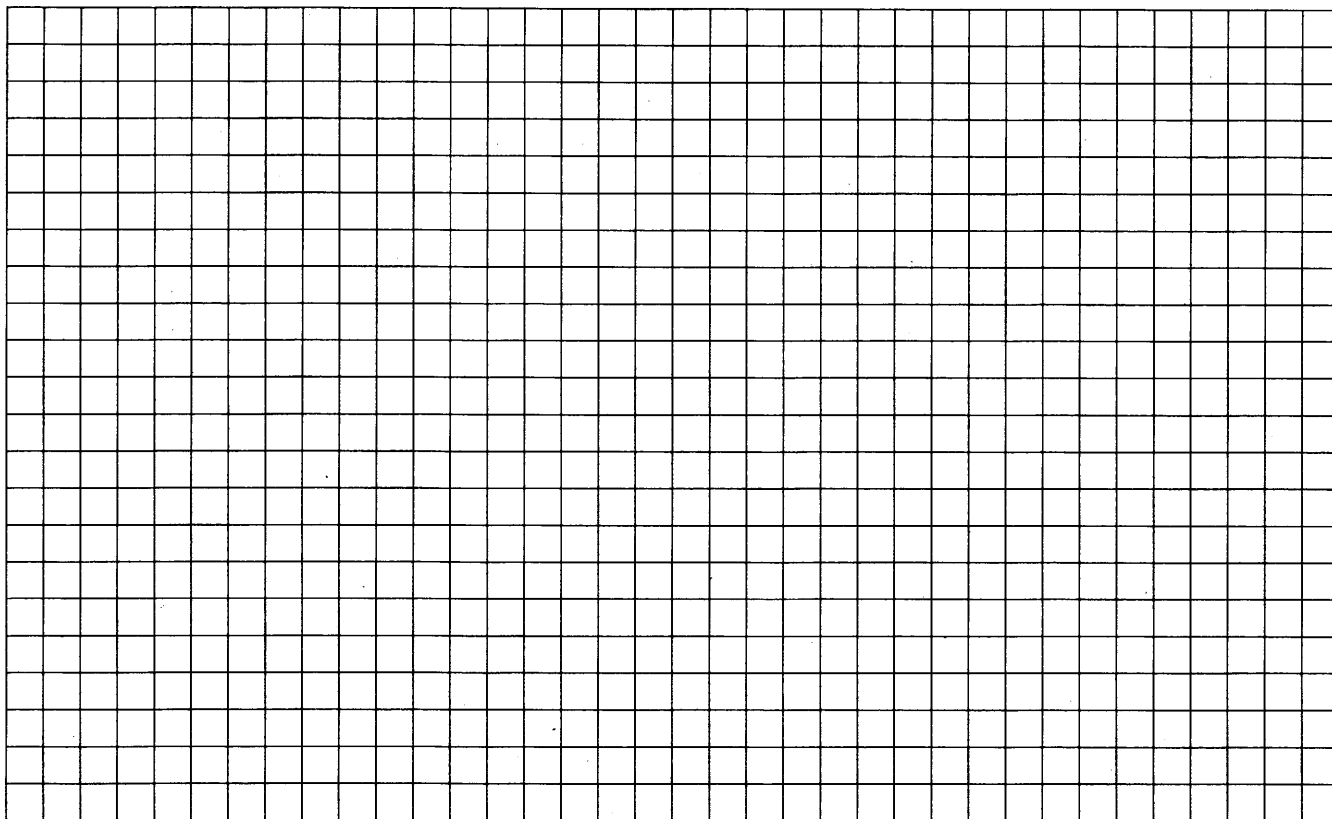
6. Решите неравенство  $x^3 + 5x^2 + \frac{28x^2 + 5x - 30}{x - 6} \leq 5$ .



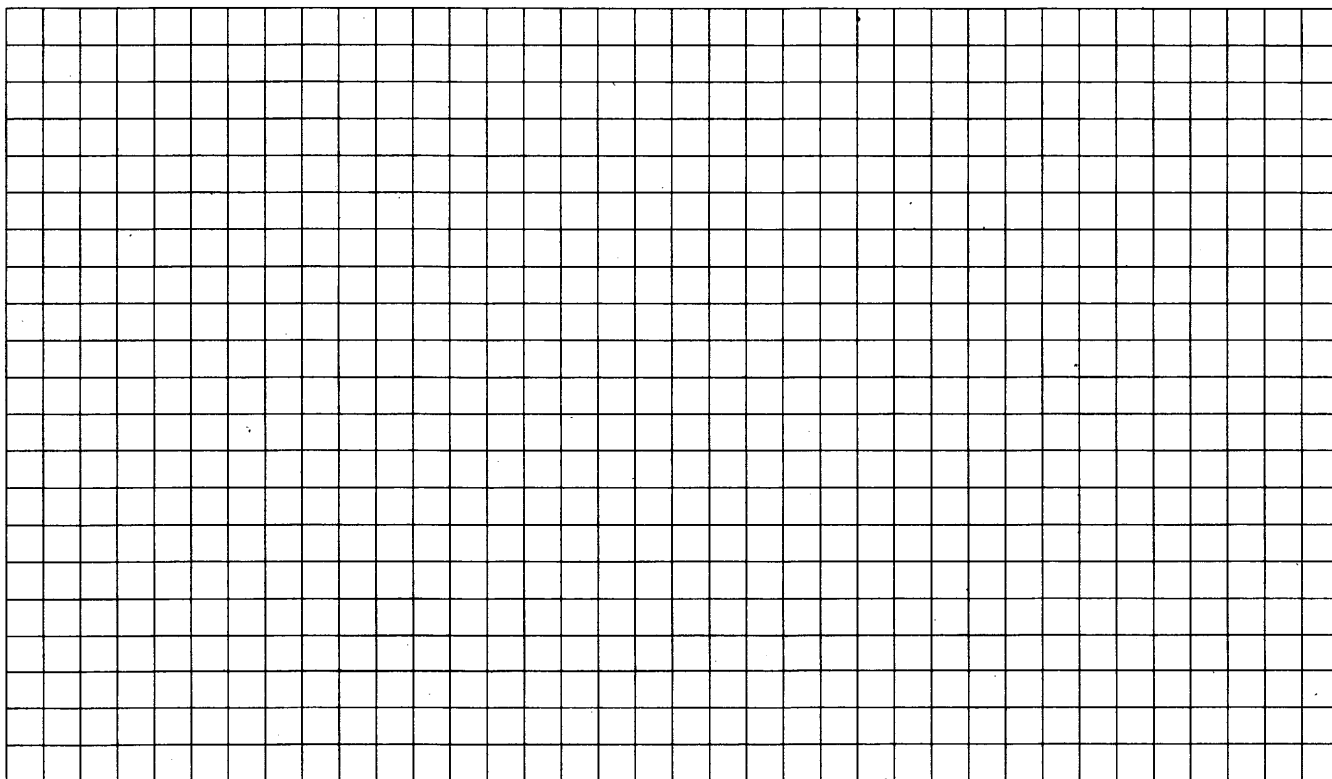
7. Решите неравенство  $\log_{|x+1|}^2(x+1)^4 + \log_2(x+1)^2 \leq 22$ .



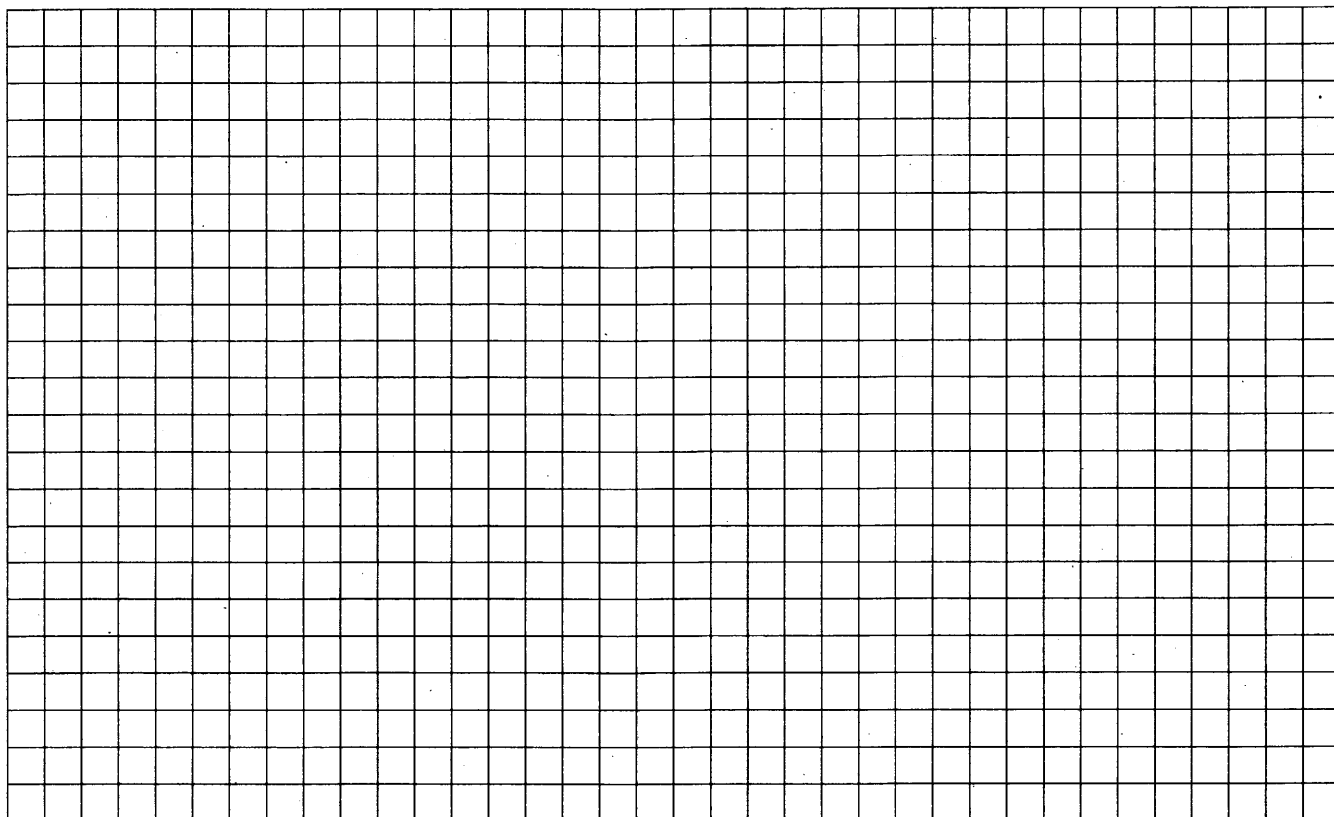
8. Решите неравенство  $(\log_2(x+4,2)+2)(\log_2(x+4,2)-3) \geq 0$ .



9. Решите неравенство  $\log_{5-x} \frac{x+2}{(x-5)^4} \geq -4$ .



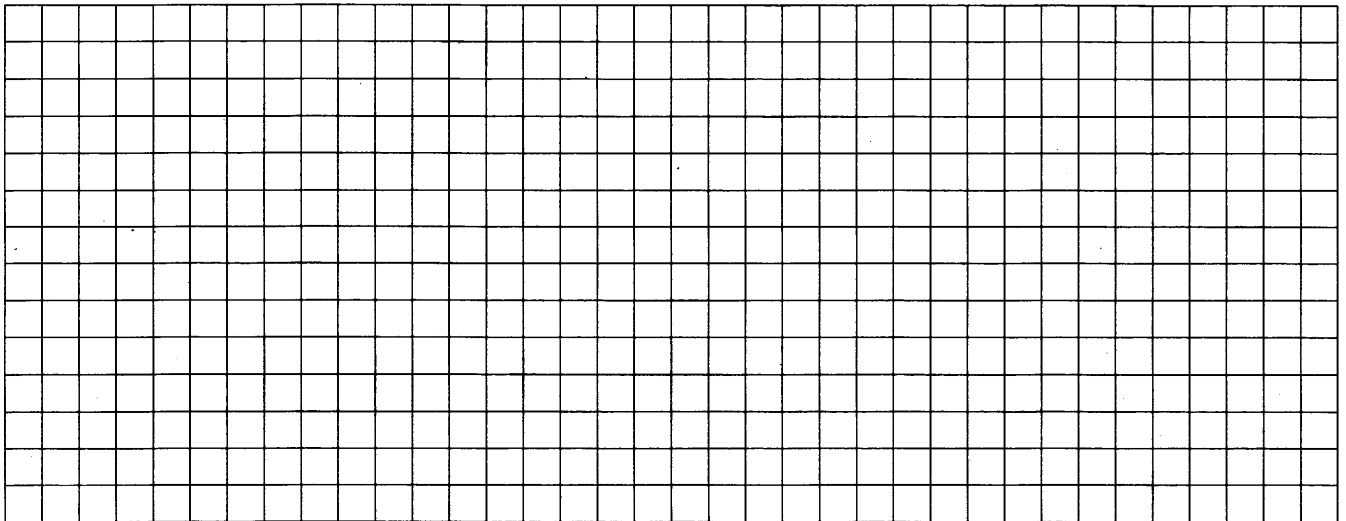
10. Решите неравенство  $4^{x-3} - 71 \cdot 2^{x-6} + 7 \leq 0$ .



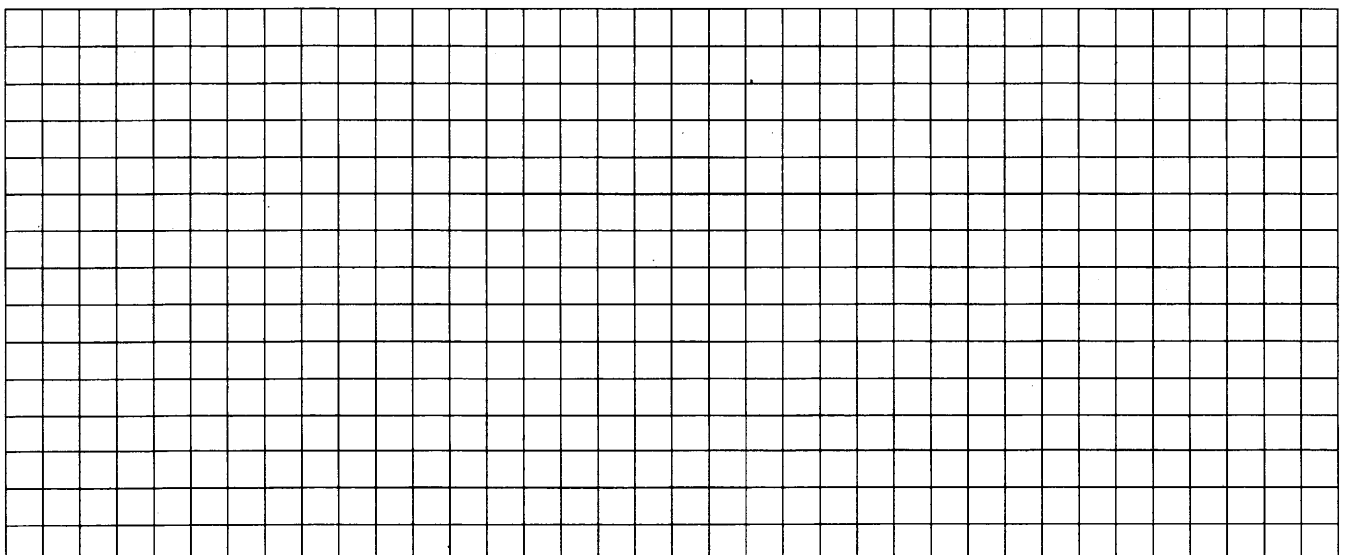
## ЗАДАЧА 18

### Подготовительные задания

1. Две окружности пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Из точки  $C$ , лежащей на продолжении отрезка  $AB$  за точку  $B$ , проведены касательная  $CK$  к первой окружности, не пересекающая вторую окружность, и касательная  $CT$  ко второй окружности, не пересекающая первую окружность ( $K$  и  $T$  — точки касания). Прямая, проходящая через центры окружностей, пересекает дугу  $AKB$  первой окружности в точке  $P$ , а дугу  $ATB$  второй окружности — в точке  $H$ .
- а) Докажите, что  $CT = CK$ .
- б) Найдите длину отрезка  $KT$ , если  $CT = 1$ , а сумма дуг  $KP$  и  $TH$  равна  $60^\circ$ .



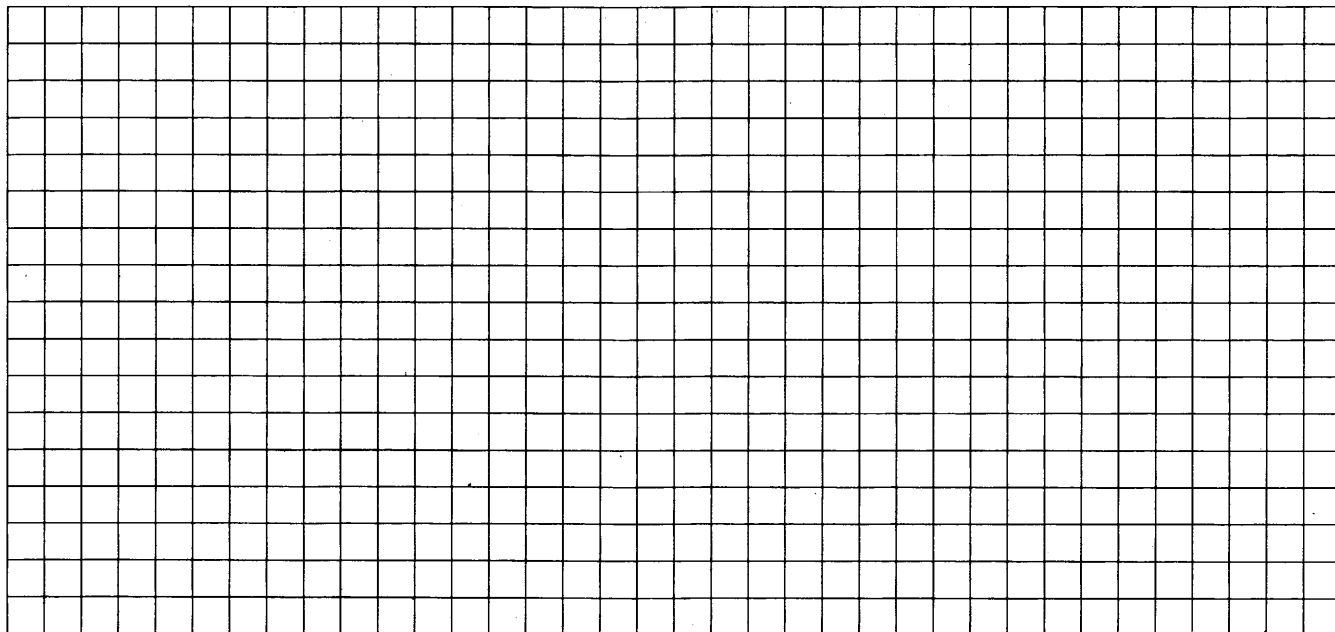
2. Две касающиеся внешним образом в точке  $K$  окружности, радиус одной из которых вдвое больше радиуса другой, вписаны в угол с вершиной  $A$ . Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку  $K$ , пересекает стороны угла в точках  $B$  и  $C$ .
- а) Докажите, что  $AB = AC$ .
- б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $AB = \sqrt{3}$ .



3. Полуокружность радиуса  $\frac{2}{3}$ , центр  $O$  которой лежит на гипотенузе  $AC$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , касается его катетов  $AB$  и  $BC$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно.

а) Докажите, что треугольники  $APQ$  и  $OQC$  подобны.

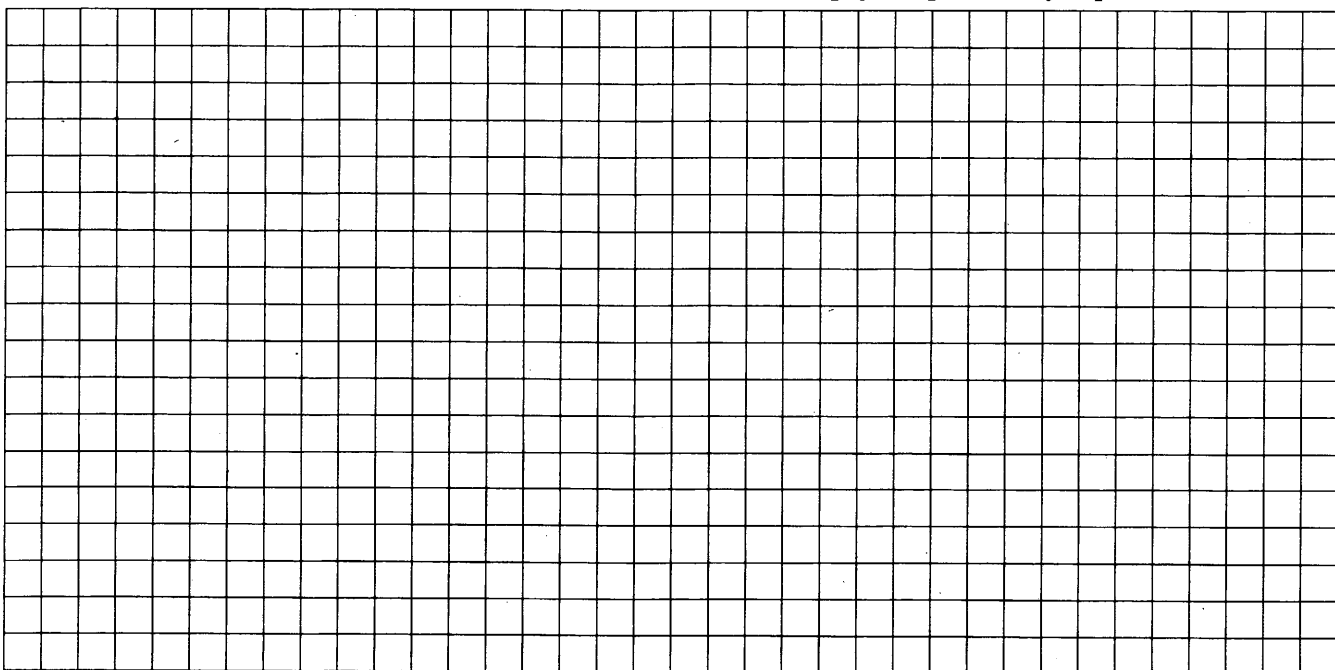
б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $OA = \frac{\sqrt{5}}{3}$ .



4. Четыре окружности, построенные как на диаметрах на сторонах выпуклого четырёхугольника  $ABCD$ , имеют общую точку, лежащую внутри четырёхугольника.

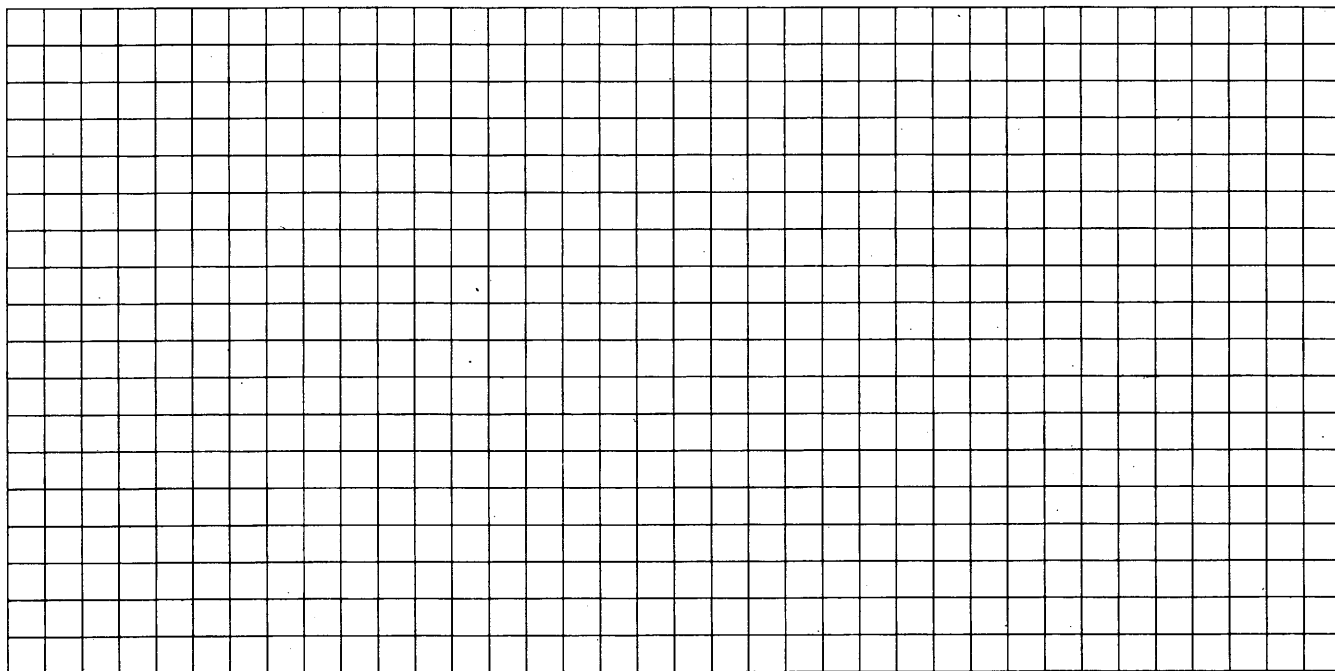
а) Докажите, что диагонали четырёхугольника  $ABCD$  перпендикулярны.

б) Найдите площадь четырёхугольника  $ABCD$ , если длина диагонали  $AC$  равна  $\sqrt{2}$ , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон, перпендикулярны.



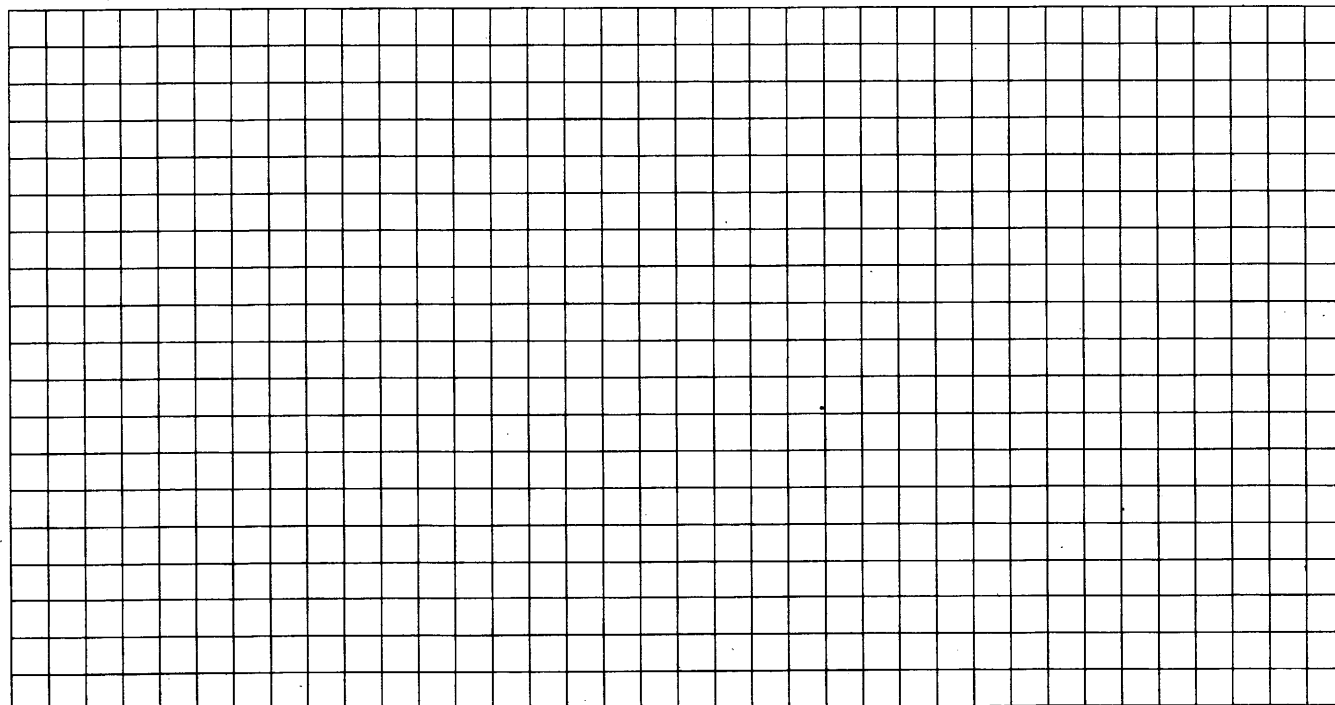
5. Радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 12, а её центр находится в точке  $O$ . Центрами окружностей, описанных около треугольников  $AOB$ ,  $BOC$  и  $COA$ , являются точки  $O_1$ ,  $O_2$  и  $O_3$ .

- а) Докажите, что точка  $O$  является центром вписанной окружности треугольника  $O_1O_2O_3$ .  
б) Найдите радиус вписанной окружности треугольника  $O_1O_2O_3$ .



6. Вне прямоугольного треугольника  $ABC$  на его катетах  $AC$  и  $BC$  построены квадраты  $ACDE$  и  $BCFG$ . Продолжение медианы  $CM$  треугольника  $ABC$  пересекает прямую  $DF$  в точке  $N$ .

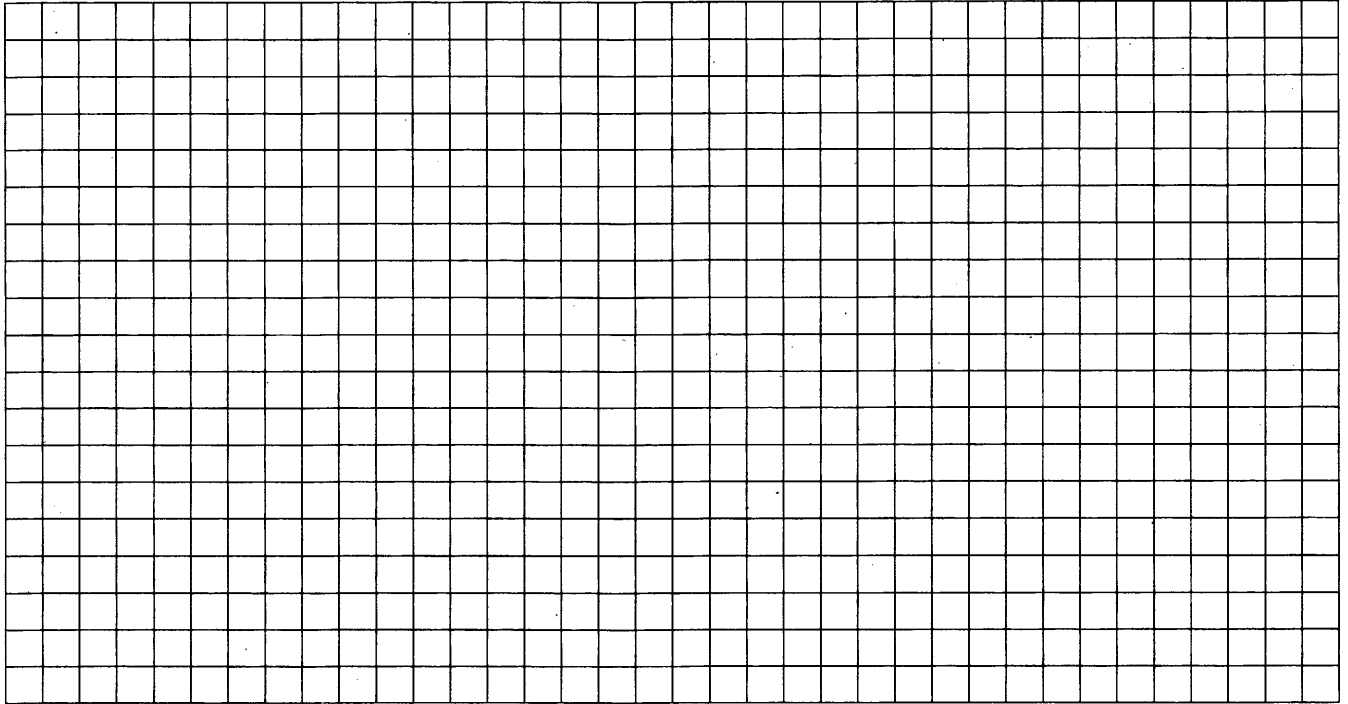
- а) Докажите, что  $CN$  является высотой треугольника  $CDF$ .  
б) Найдите отрезок  $CN$ , если  $AC = 1$ ,  $BC = 4$ .



7. В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = BC = 4$ . Медиана  $AM$  равна 3.

а) Докажите, что угол  $AMB$  тупой.

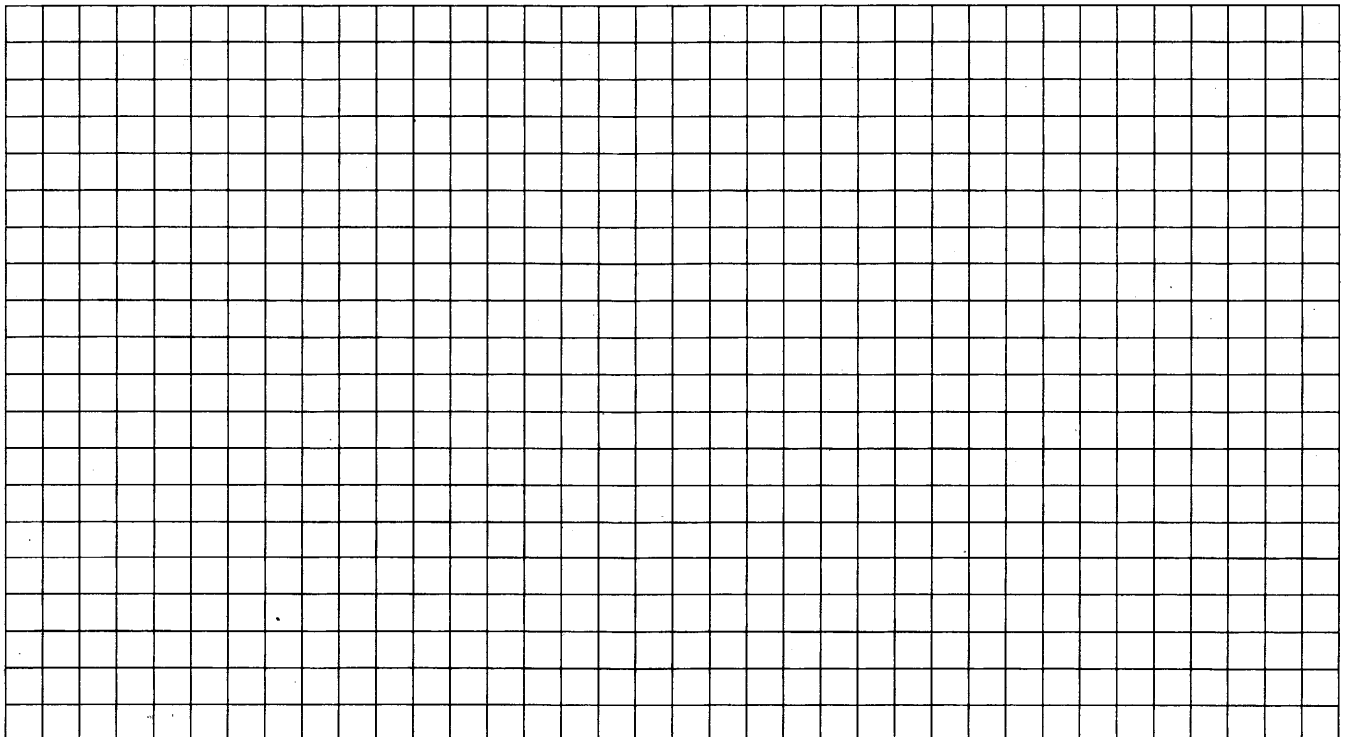
б) Найдите отрезок  $AC$ .



8. Сторона  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  вдвое больше стороны  $AB$ . Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  пересекают прямую  $CD$  в точках  $M$  и  $N$ .

а) Докажите, что  $MD = CN$ .

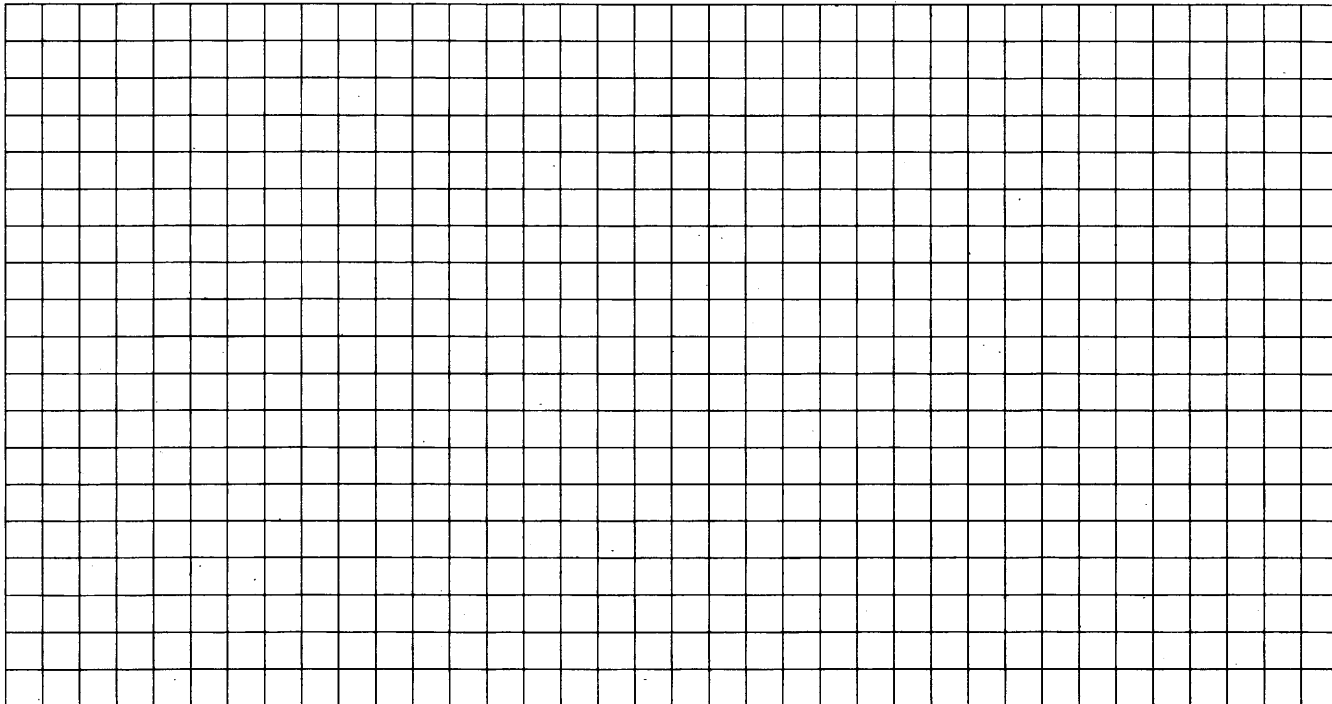
б) Найдите стороны параллелограмма, если  $MN = 12$ .



**9.** Трапеция вписана в окружность.

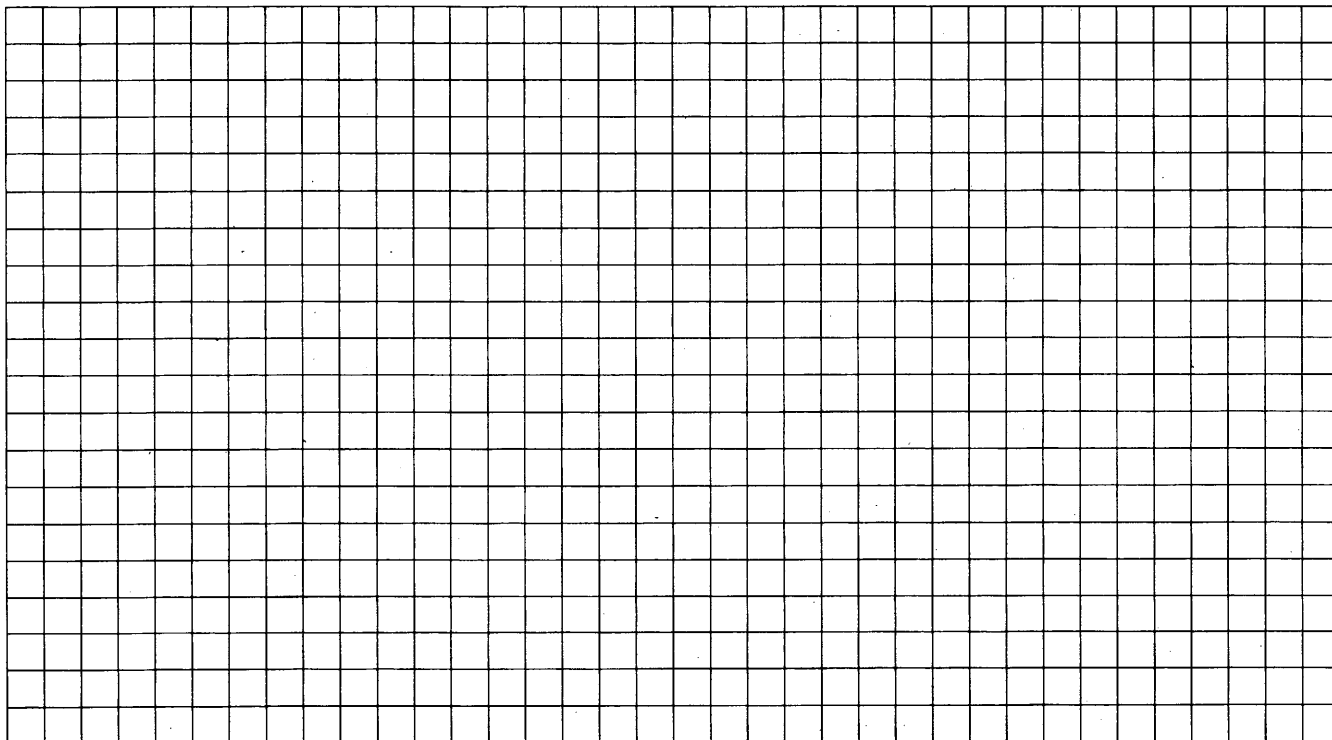
а) Докажите, что трапеция равнобедренная.

б) Найдите высоту трапеции, если её основания равны 14 и 40, а радиус окружности равен 25.



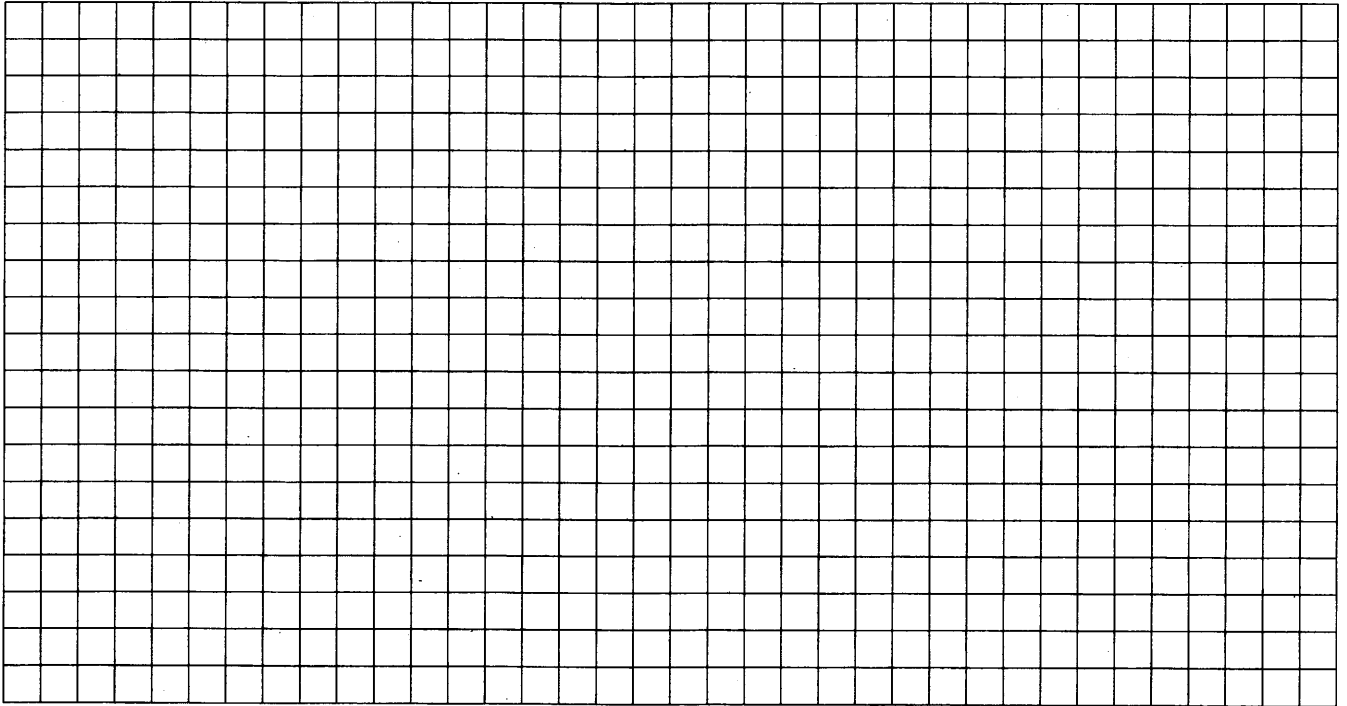
**10.** а) Докажите, что высота, опущенная на гипотенузу прямоугольного треугольника, делит треугольник на два подобных треугольника.

б) Найдите высоту прямоугольного треугольника, опущенную на гипотенузу, если известно, что основание этой высоты делит гипотенузу на отрезки, равные 1 и 4.

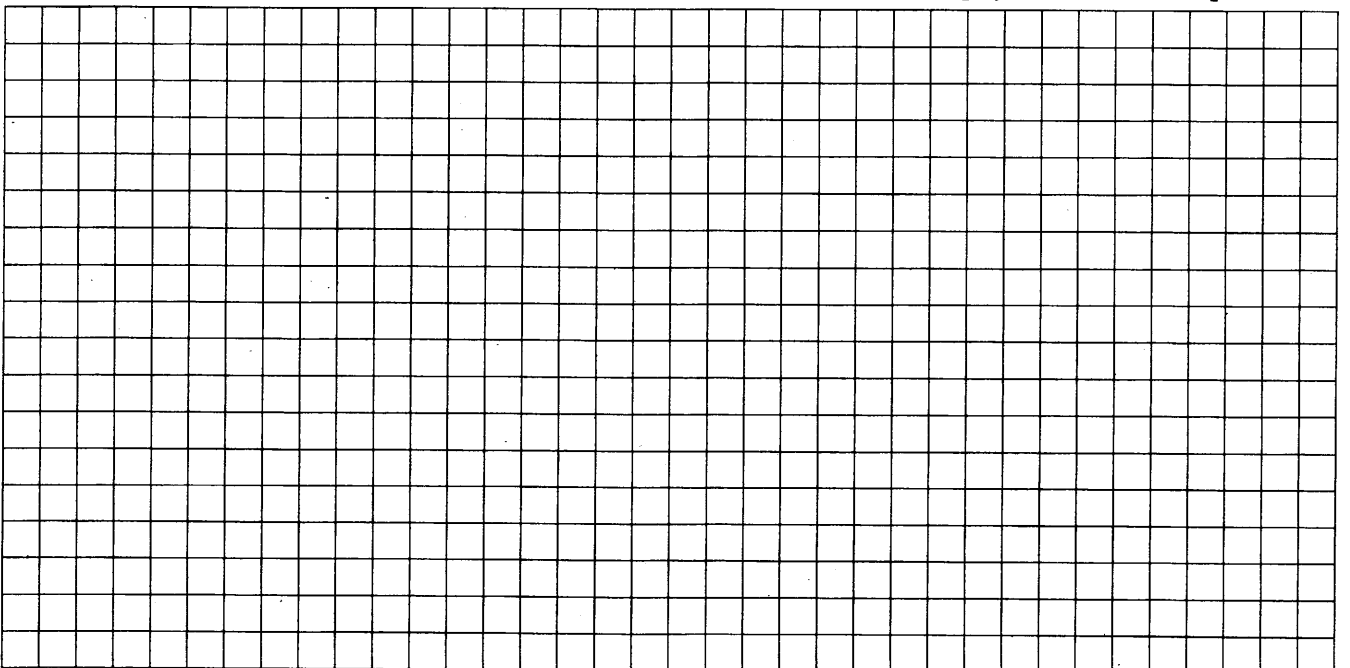




- 11.** На сторонах  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  расположены точки  $K$  и  $L$  соответственно, причём  $AK : KB = 4 : 7$  и  $AL : LC = 3 : 2$ . Прямая  $KL$  пересекает продолжение стороны  $BC$  в точке  $M$ .
- а) Докажите, что отношение площадей треугольников  $AKL$  и  $ABC$  равно  $12 : 55$ .  
б) Найдите отношение  $CM : BC$ .



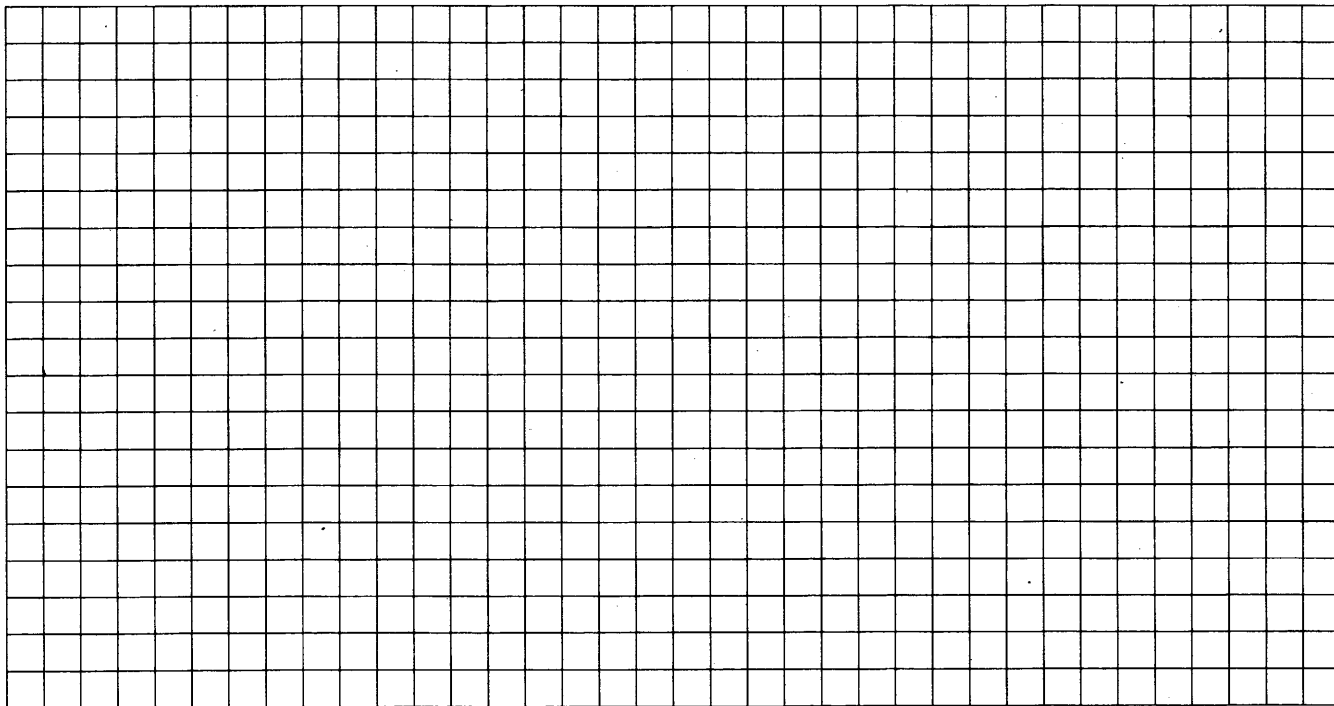
- 12.** На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $AM = MN = NB$ . Через точки  $M$  и  $N$  проведены прямые, параллельные  $BC$ , пересекающие сторону  $AC$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно.
- а) Докажите, что треугольники  $AME$ ,  $ANF$  и  $ABC$  подобны.  
б) Найдите площадь четырёхугольника  $EMNF$ , если площадь треугольника  $ABC$  равна 1.



**13.** Из одной точки проведены к окружности две касательные. Длина одной из касательных равна 12.

а) Докажите, что длина второй касательной также равна 12.

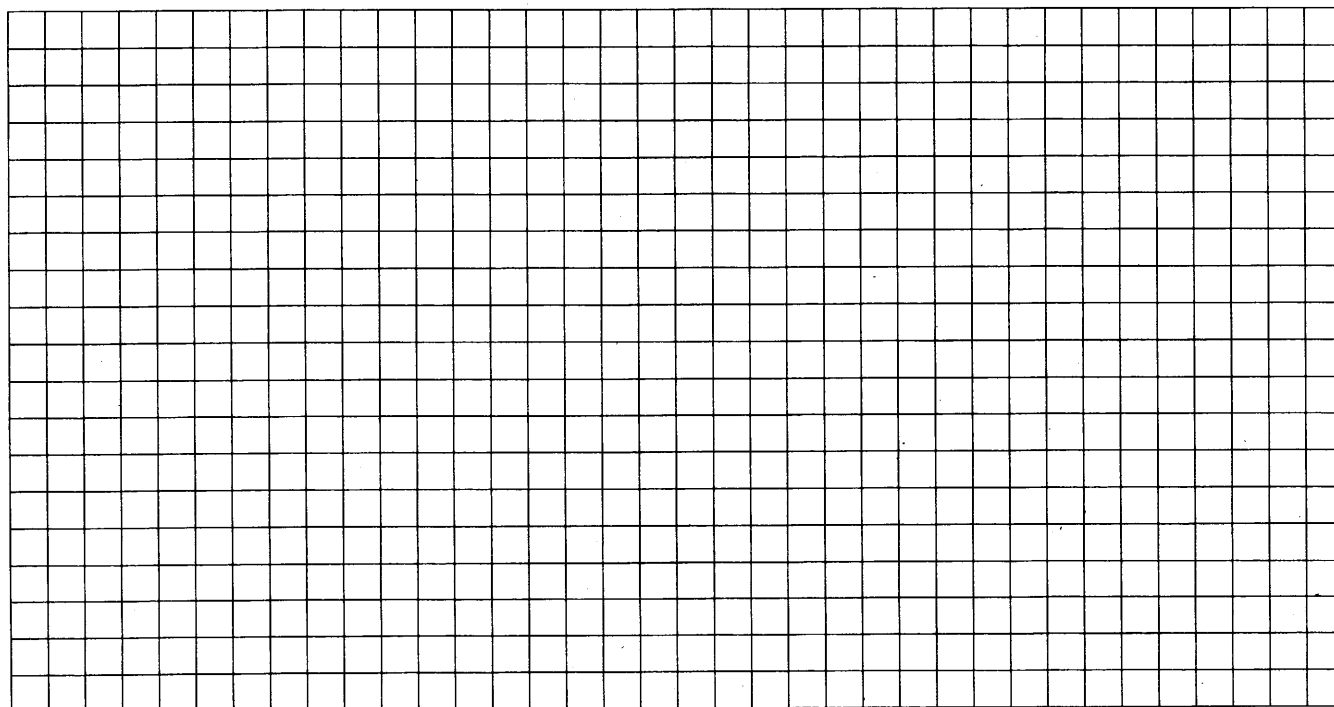
б) Расстояние между точками касания равно 14,4. Найдите радиус окружности.



**14.** Окружности радиусов 8 и 3 касаются внутренним образом. Из центра большей окружности проведена касательная к меньшей окружности.

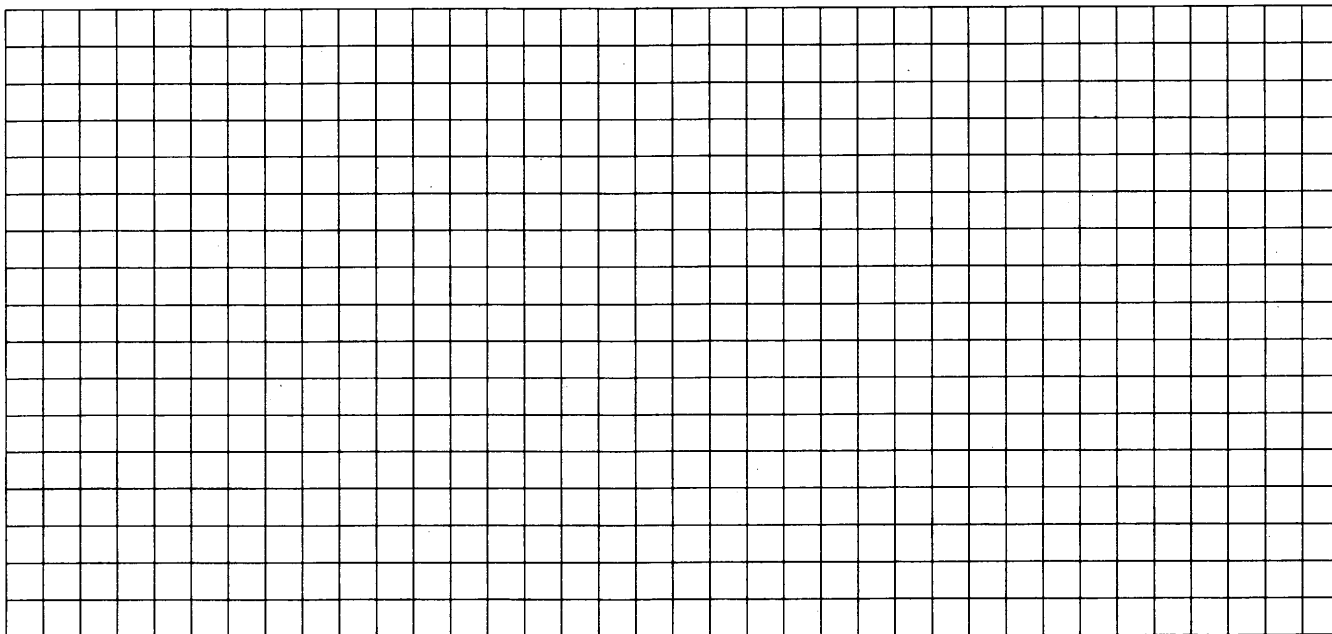
а) Докажите, что расстояние от точки касания до центра большей окружности равно 4.

б) Найдите расстояние от этой точки касания до точки касания окружностей.



**15.** Окружность касается сторон угла с вершиной  $O$  в точках  $A$  и  $B$ . На этой окружности внутри треугольника  $AOB$  взята точка  $C$ . Расстояния от точки  $C$  до прямых  $AO$  и  $BO$  равны соответственно 8 и 18.

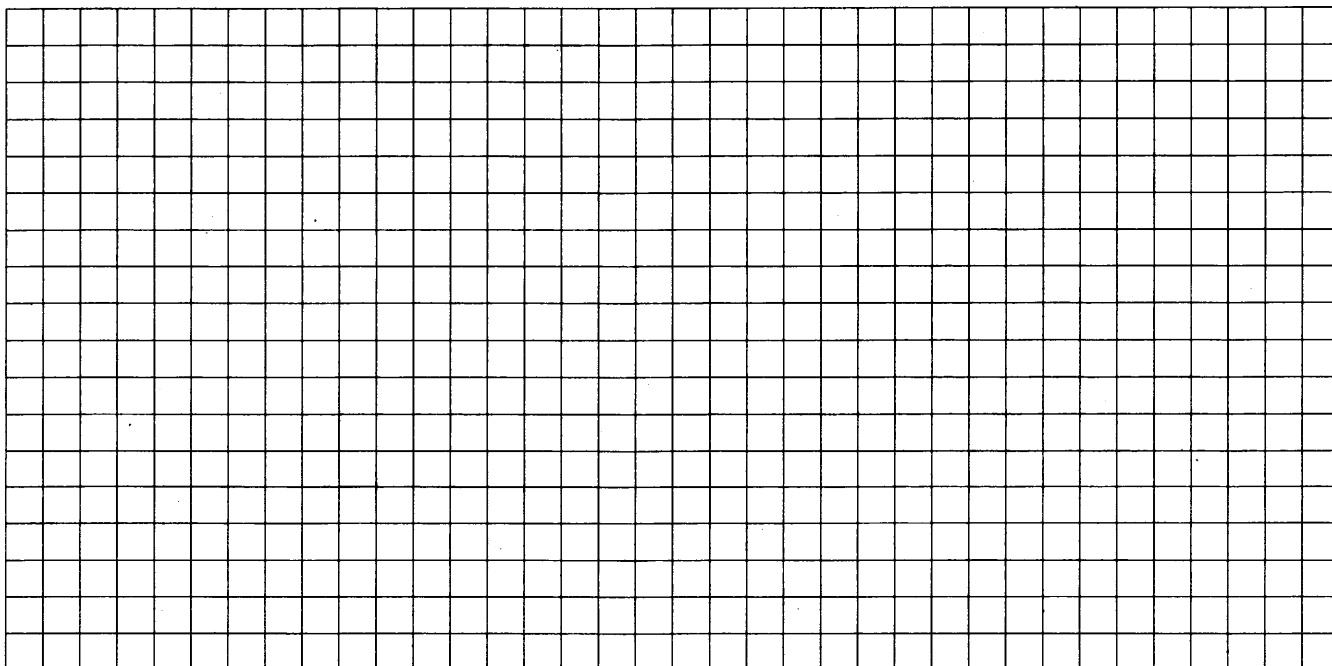
- а) Докажите, что углы  $ABC$  и  $CAO$  равны.
- б) Найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$ .



### Зачетные задания

**1.** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катеты  $AB$  и  $AC$  равны 4 и 3 соответственно. Точка  $D$  делит гипотенузу  $BC$  пополам.

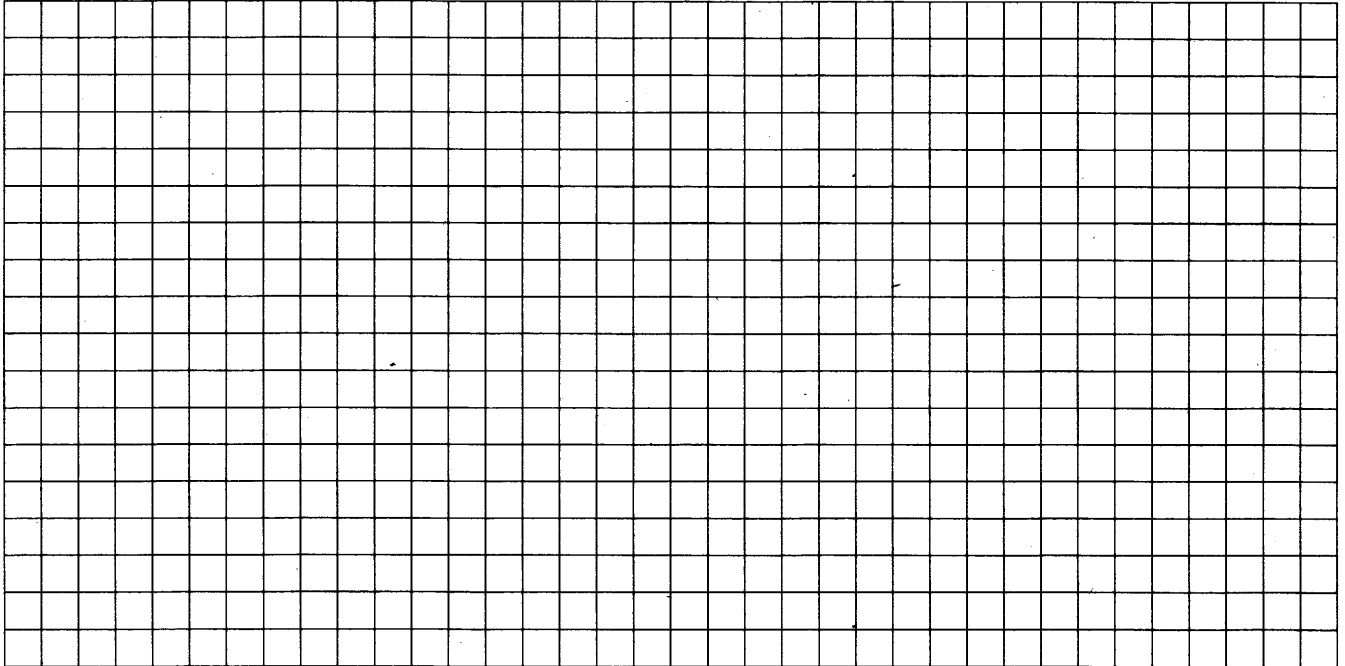
- а) Докажите, что треугольники  $ABD$  и  $ACD$  равнобедренные.
- б) Найдите расстояние между центрами вписанных окружностей треугольников  $ABD$  и  $ACD$ .



**2.** Углы при одном из оснований трапеции равны  $40^\circ$  и  $50^\circ$ .

а) Докажите, что длина отрезка, соединяющего середины оснований, равна полуразности оснований.

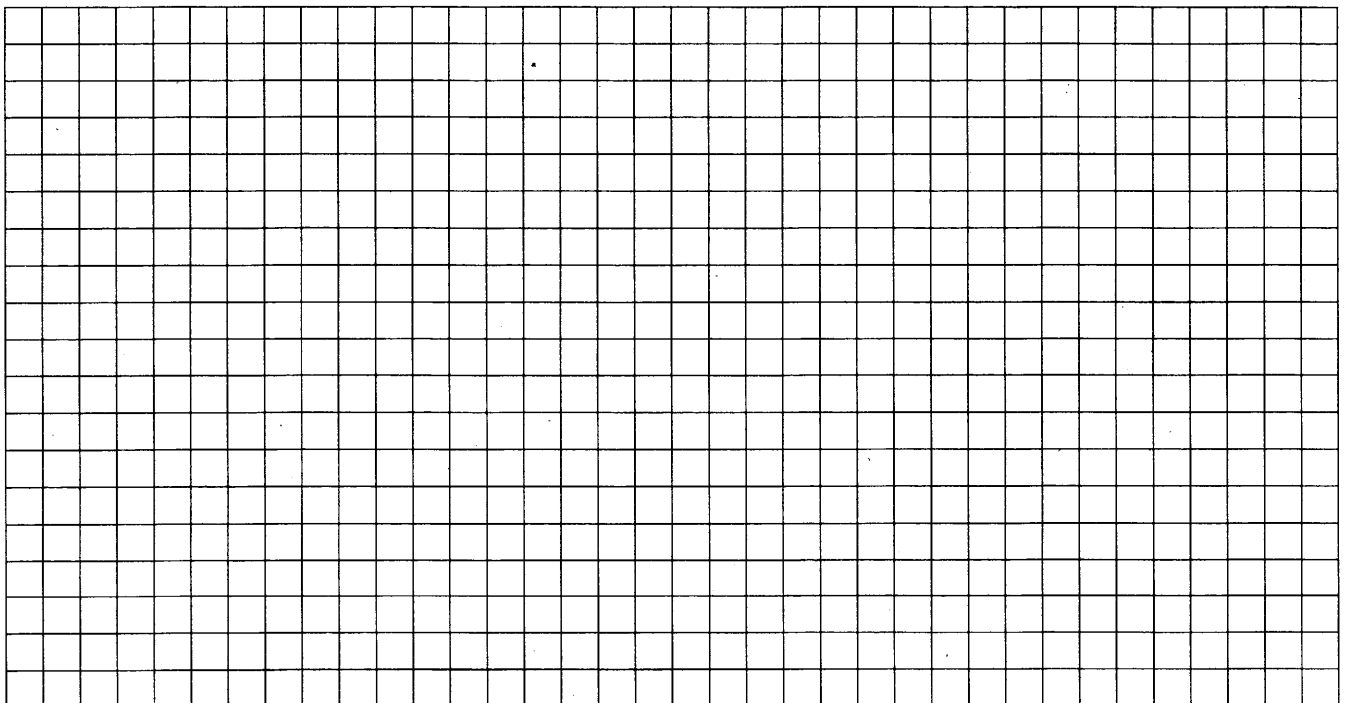
б) Найдите основания трапеции, если средняя линия равна 4, а отрезок, соединяющий середины оснований, равен 1.



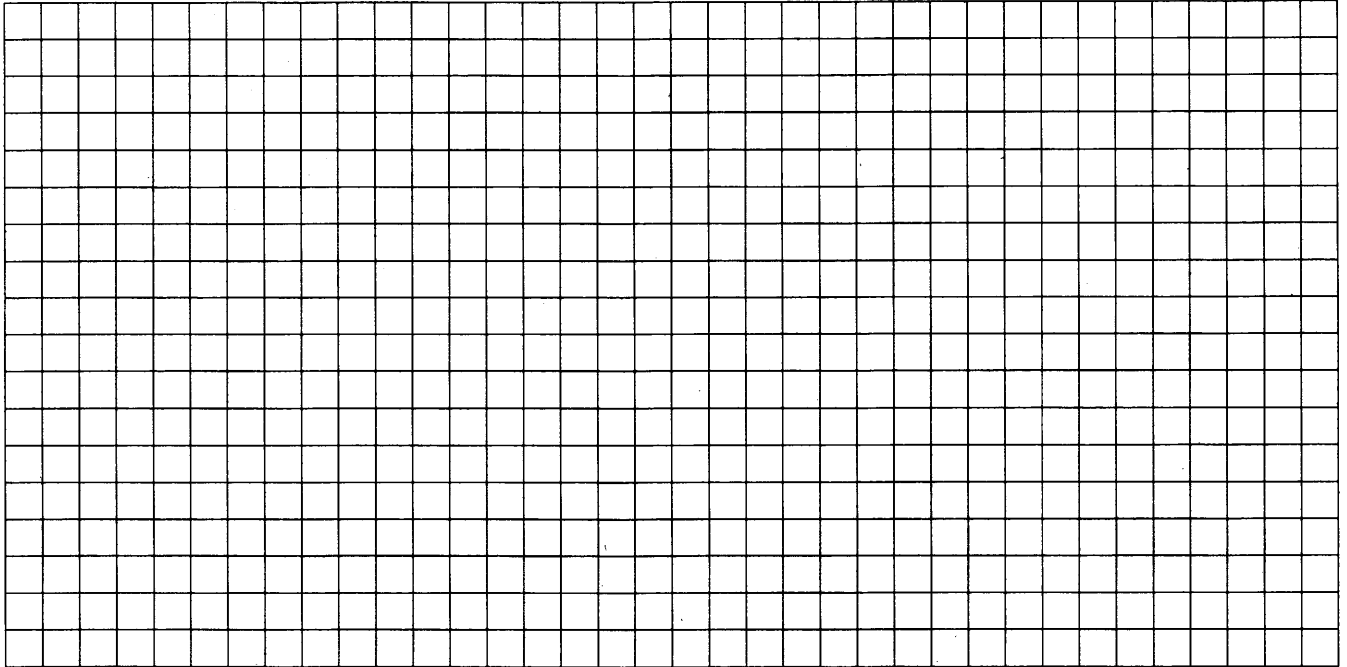
**3.** Отрезки, соединяющие середины противоположных сторон выпуклого четырёхугольника, равны между собой.

а) Докажите, что середины сторон этого четырёхугольника образуют прямоугольник.

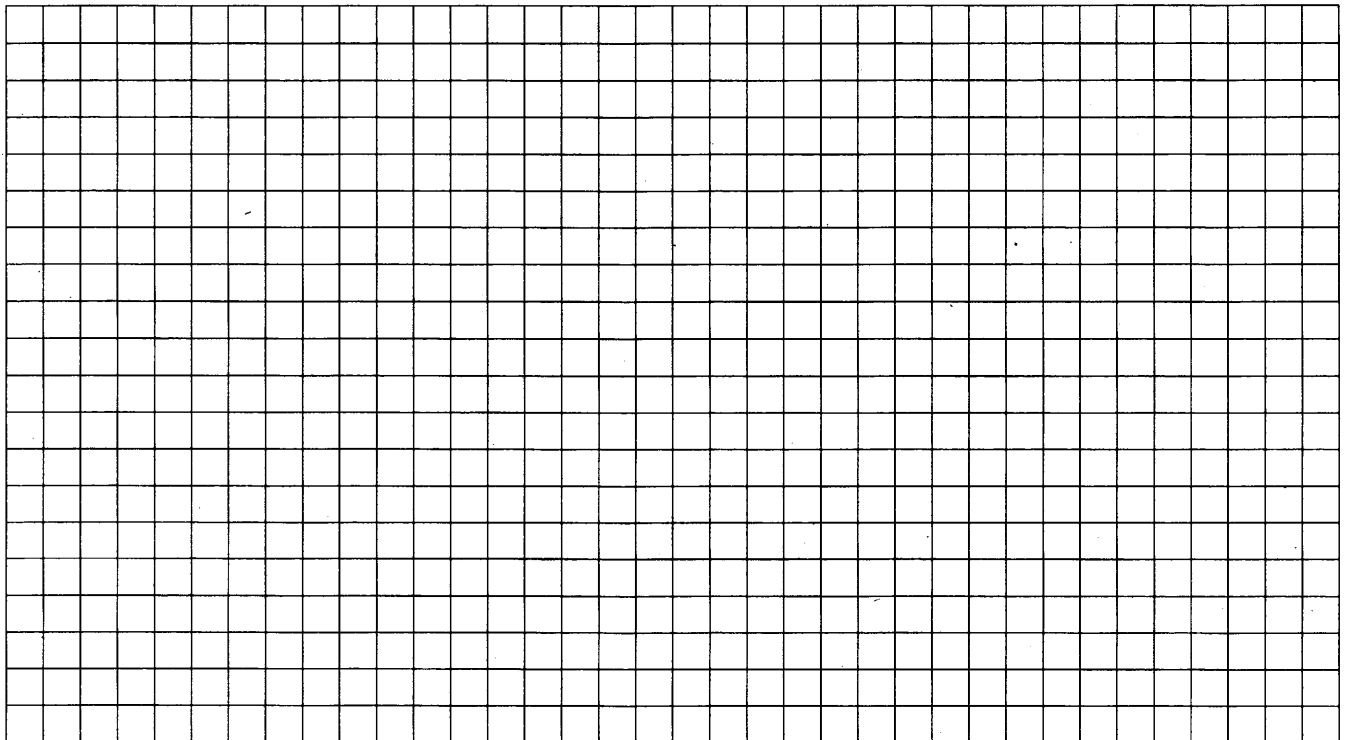
б) Найдите площадь четырёхугольника, если его диагонали равны 8 и 12.



4. а) Докажите, что в равнобедренной трапеции высота, опущенная из конца меньшего основания, отсекает от большего основания отрезок, равный средней линии трапеции.
- б) Диагональ равнобедренной трапеции равна 10 и образует угол  $60^\circ$  с основанием. Найдите среднюю линию трапеции.



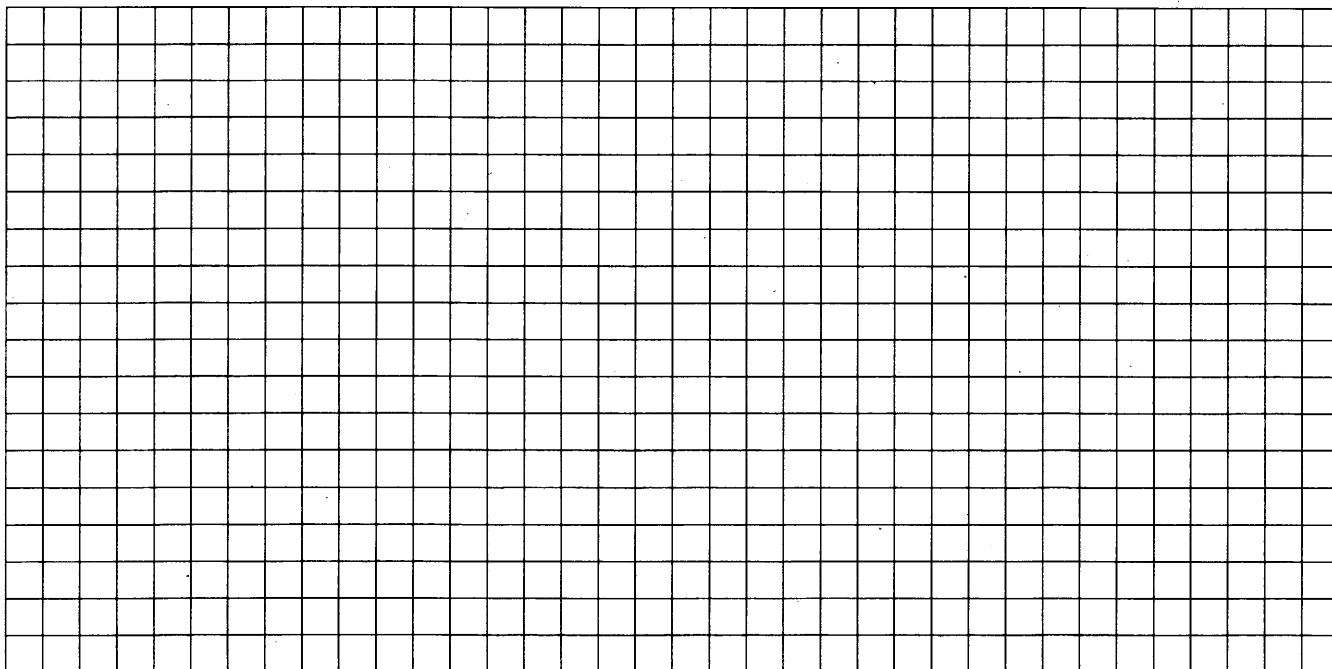
5. В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AM$  — биссектриса.
- а) Докажите, что отношение перпендикуляров, опущенных на  $AM$  из точек  $B$  и  $C$  соответственно, равно  $BM : MC$ .
- б) Найдите  $AM$ , если  $AB = 8$ ,  $AC = 6$ ,  $\angle BAC = 60^\circ$ .



6. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  ( $AB = BC$ ) из точки  $B$  проведена высота  $BE$ . На стороне  $BC$  взята точка  $D$  так, что  $BD : DC = 1 : 4$ .

а) Докажите, что площадь треугольника  $CDE$  в два раза больше площади треугольника  $ABD$ .

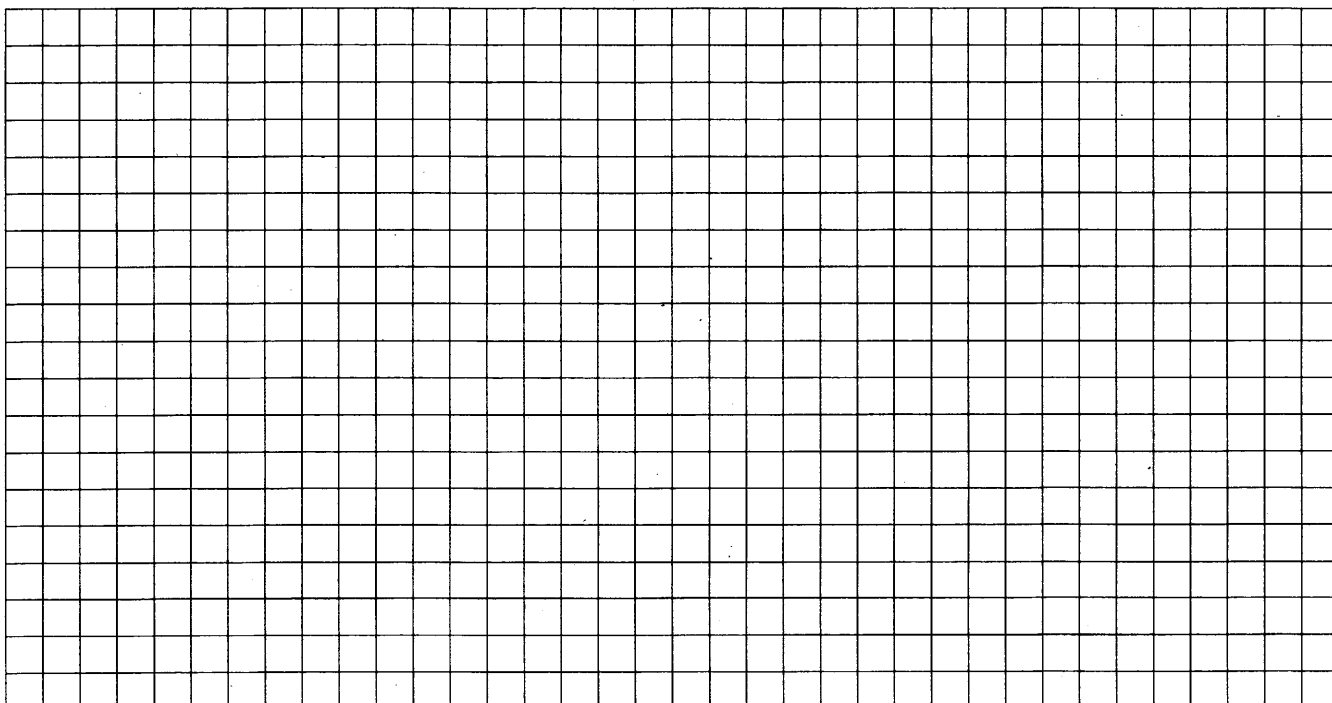
б) В каком отношении прямая  $AD$  делит высоту  $BE$  треугольника  $ABC$ , считая от вершины  $B$ ?



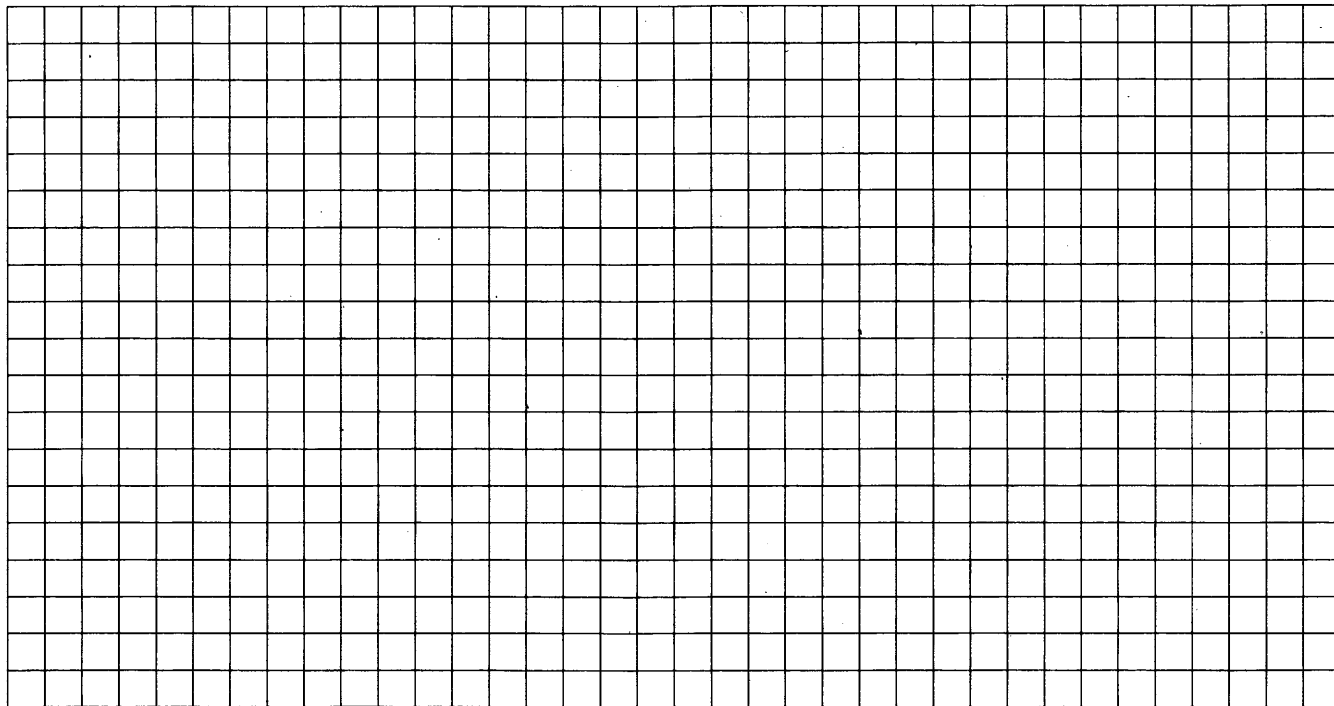
7. Прямая, параллельная стороне, делит площадь треугольника пополам.

а) Докажите, что эта прямая делит две другие стороны треугольника в отношении  $\sqrt{2}+1:1$ , считая от вершины.

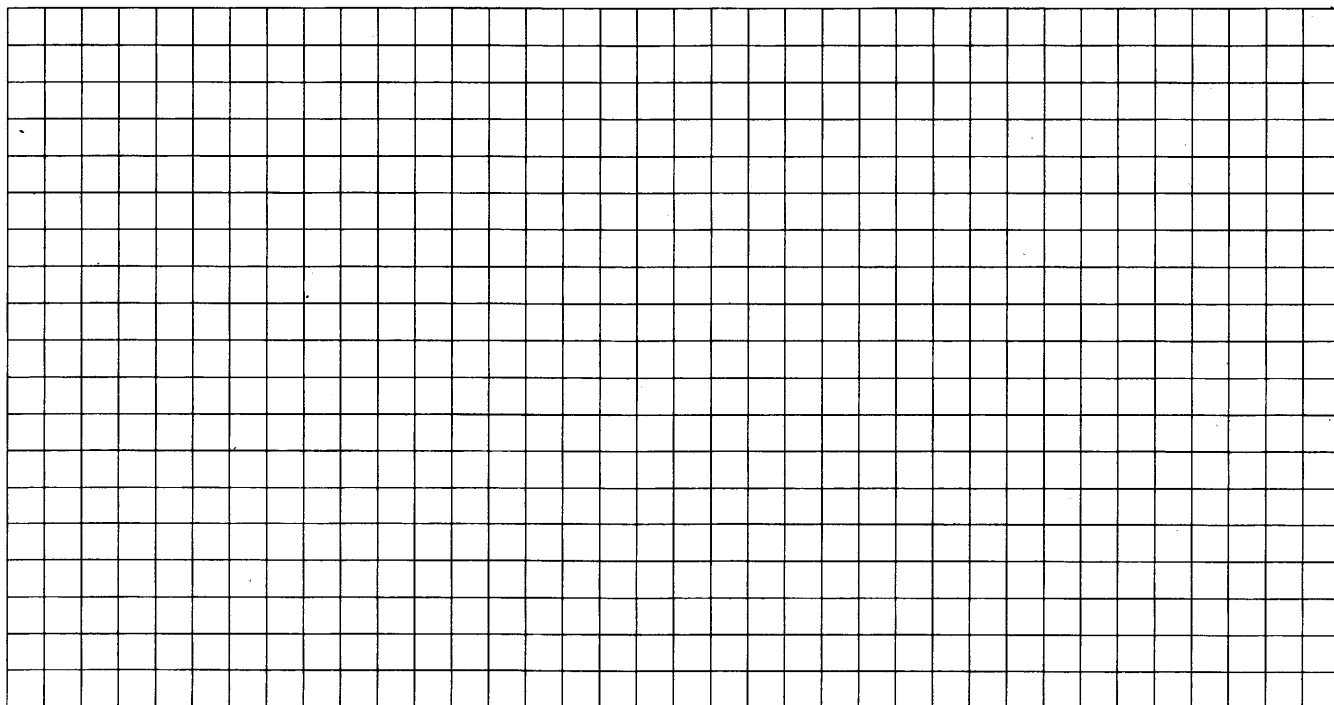
б) Найдите длину отрезка этой прямой, заключённого между сторонами треугольника, если сторона треугольника, параллельная этой прямой, равна 36.



- 8.** Окружность с центром  $O$  касается двух параллельных прямых. Проведена касательная к окружности, пересекающая эти прямые в точках  $A$  и  $B$ .
- а) Докажите, что угол  $AOB$  — прямой.
- б) Найдите радиус окружности, если  $AO = 15$ ,  $BO = 20$ .



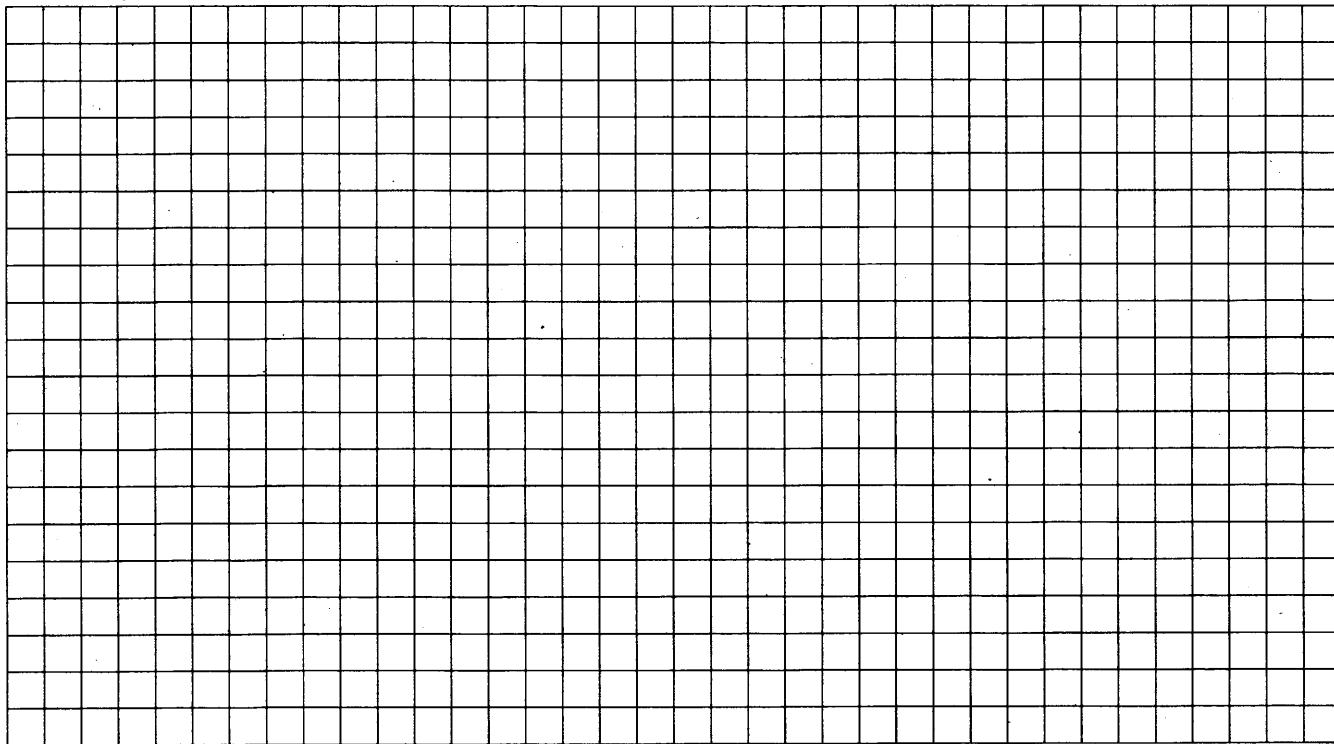
- 9.** В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки, равные 5 и 12.
- а) Докажите, что разность катетов треугольника равна 7.
- б) Найдите катеты треугольника.



**10.** Три окружности разных радиусов попарно касаются друг друга внешним образом. Отрезки, соединяющие их центры, образуют прямоугольный треугольник.

а) Докажите, что точки касания вписанной в этот треугольник окружности с его сторонами совпадают с точками касания окружностей между собой.

б) Найдите радиус меньшей окружности, если радиусы большей и средней равны 6 и 4.































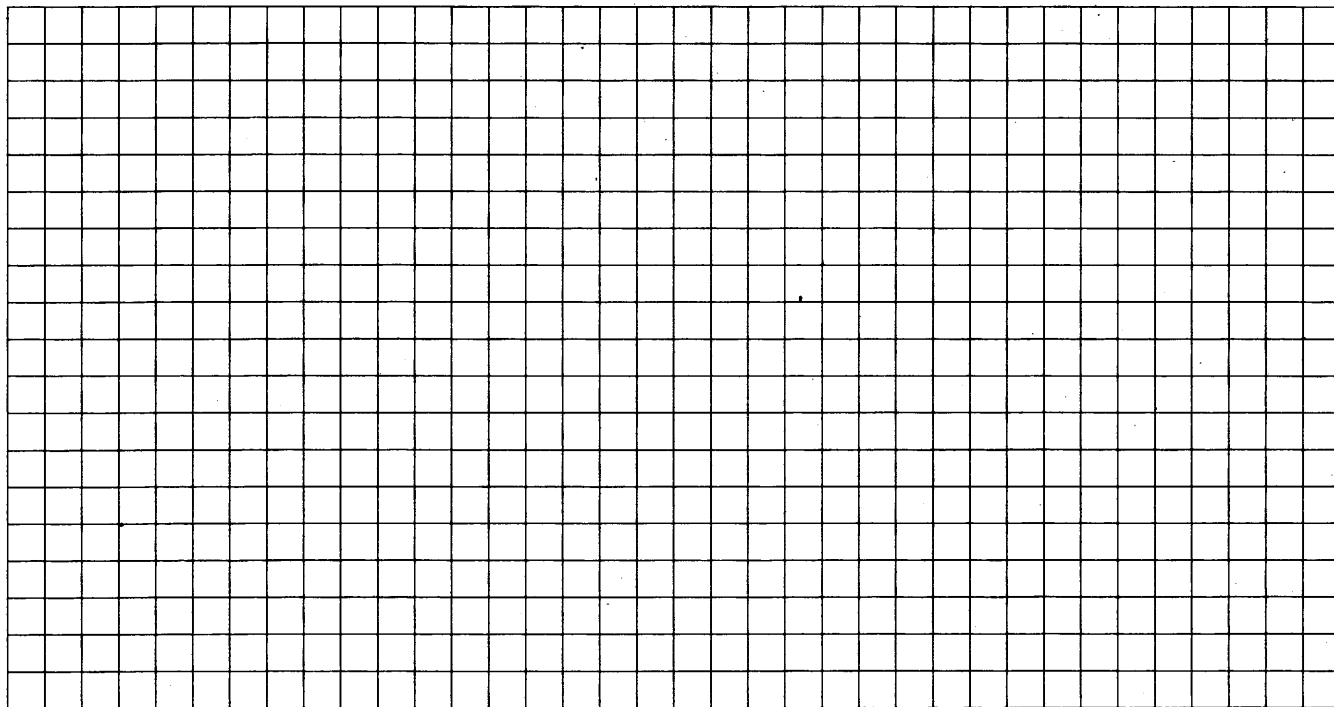


## ЗАДАЧА 20

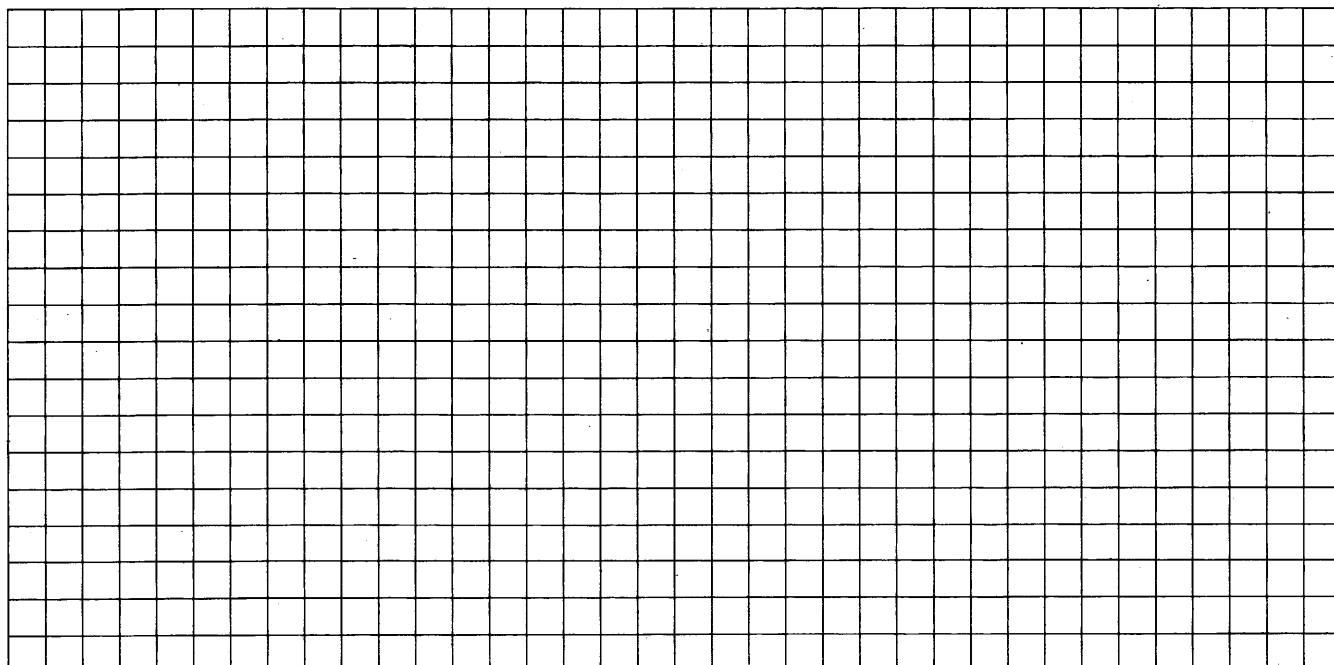
### Подготовительные задания

1. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых имеет ровно один отрицательный корень уравнение

$$x^4 + (a-1)x^3 + x^2 + (a-1)x + 1 = 0.$$



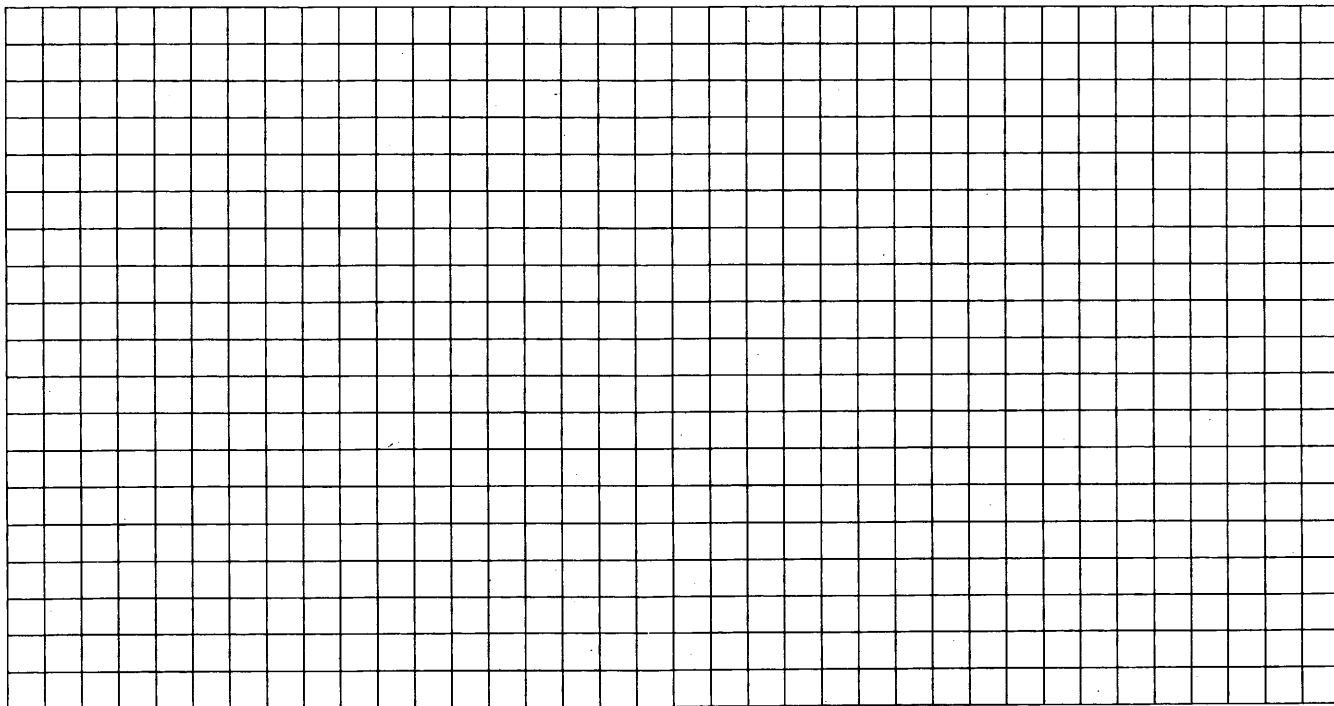
2. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых имеет ровно один корень уравнение  $x|x+2a|+1=a$ .



3. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x - a^2 + a + 2| + |x - a^2 + 3a - 1| = 2a - 3$$

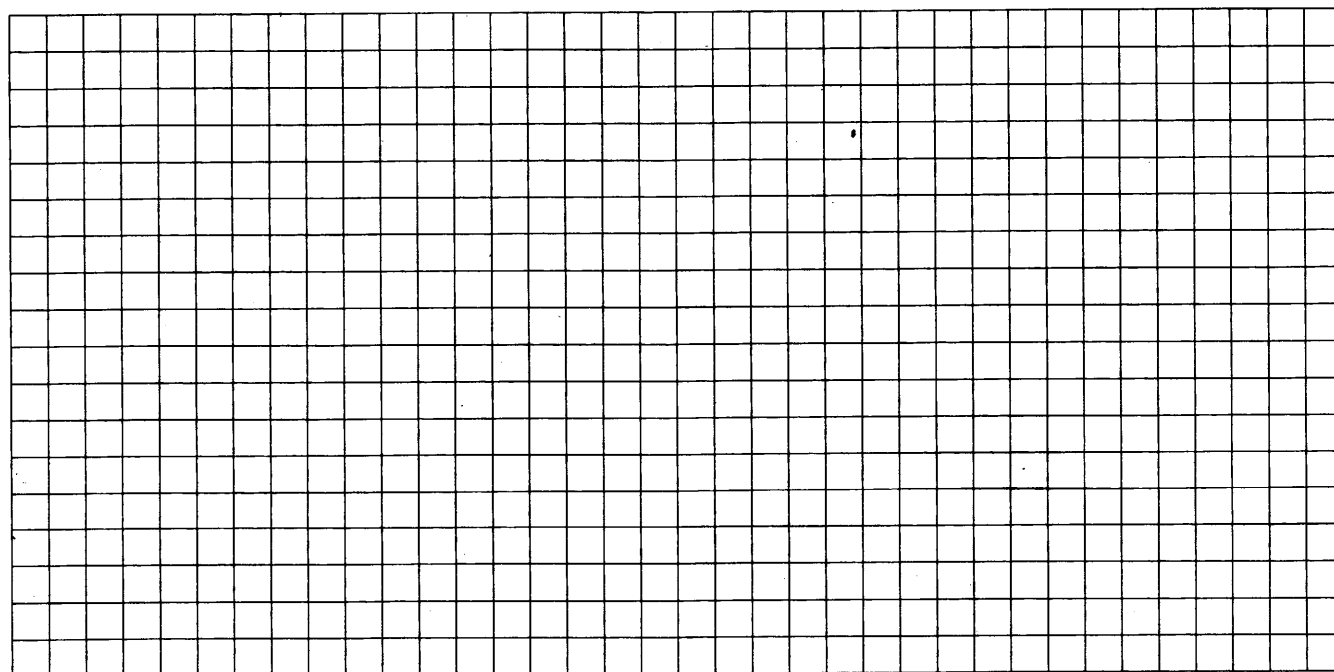
имеет корни, но ни один из них не принадлежит интервалу  $(4; 19)$ .



4. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x - a^2 + 4a - 2| + |x - a^2 + 2a + 3| = 2a - 5$$

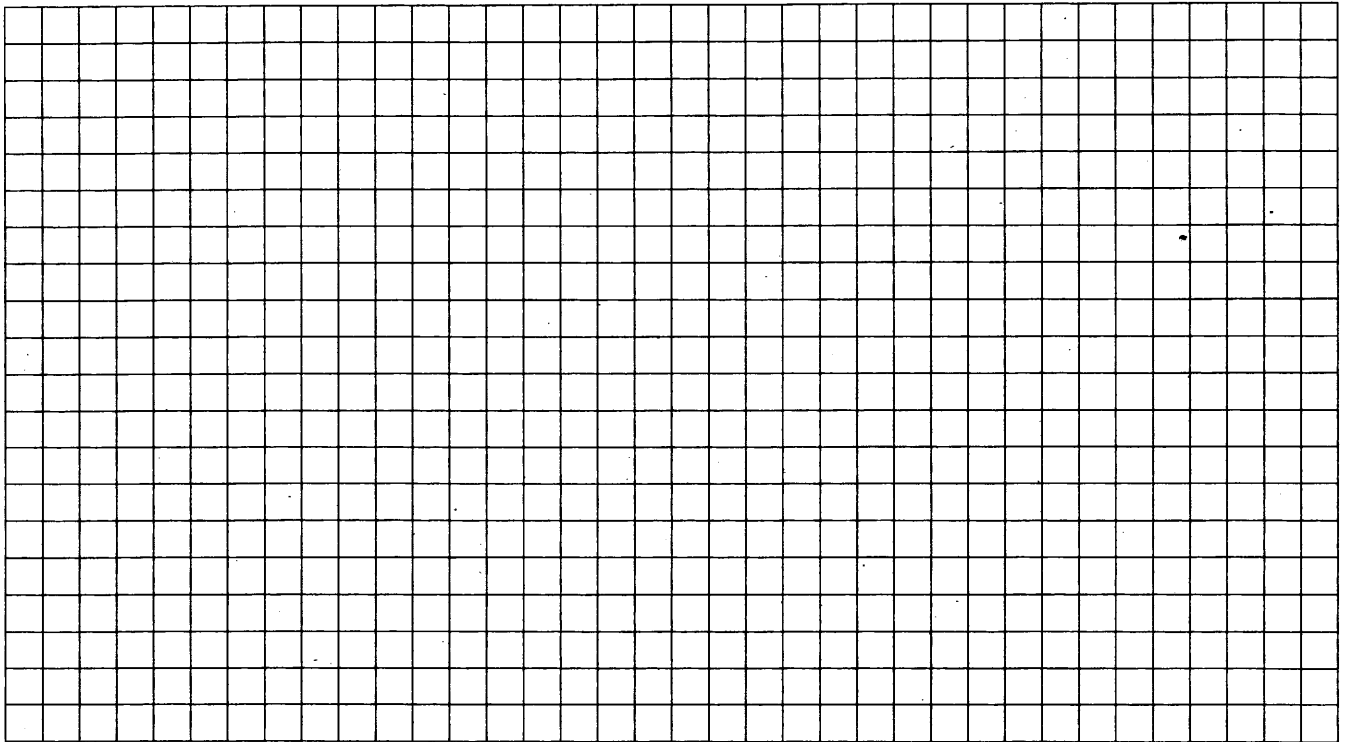
имеет хотя бы один корень на отрезке  $[5; 23]$ .



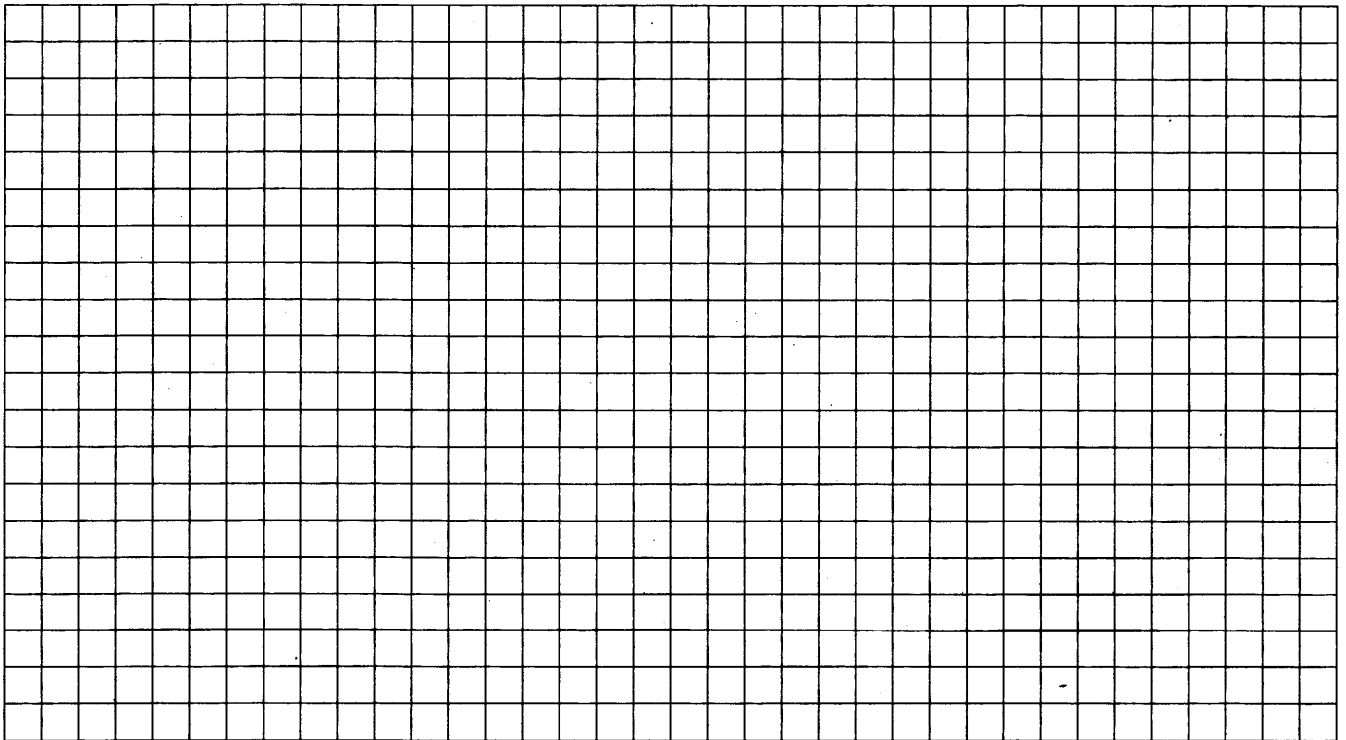
5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 7|x+1| + 5\sqrt{x^2 + 2x + 5} = 2a + 3|x-4a+1|$$

имеет хотя бы один корень.

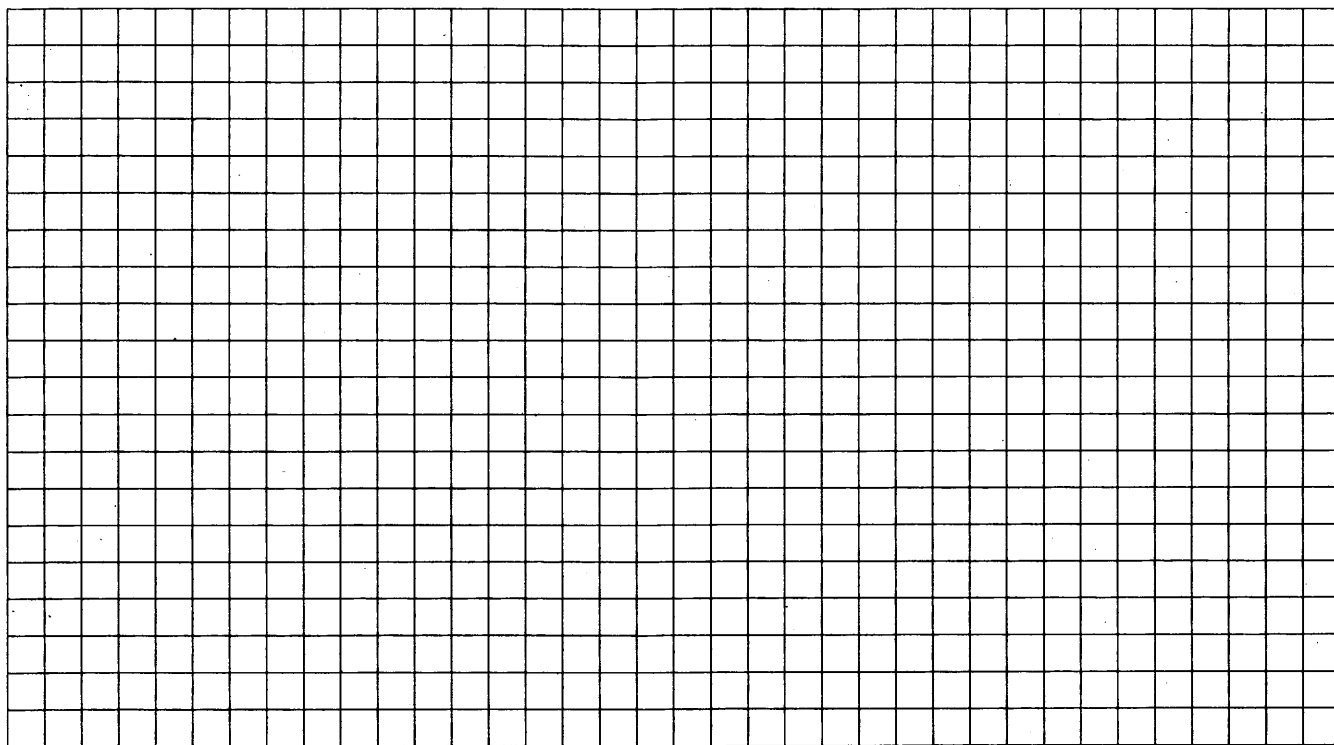


6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых наибольшее значение функции  $f(x) = |x - a| - x^2$  не меньше 1.





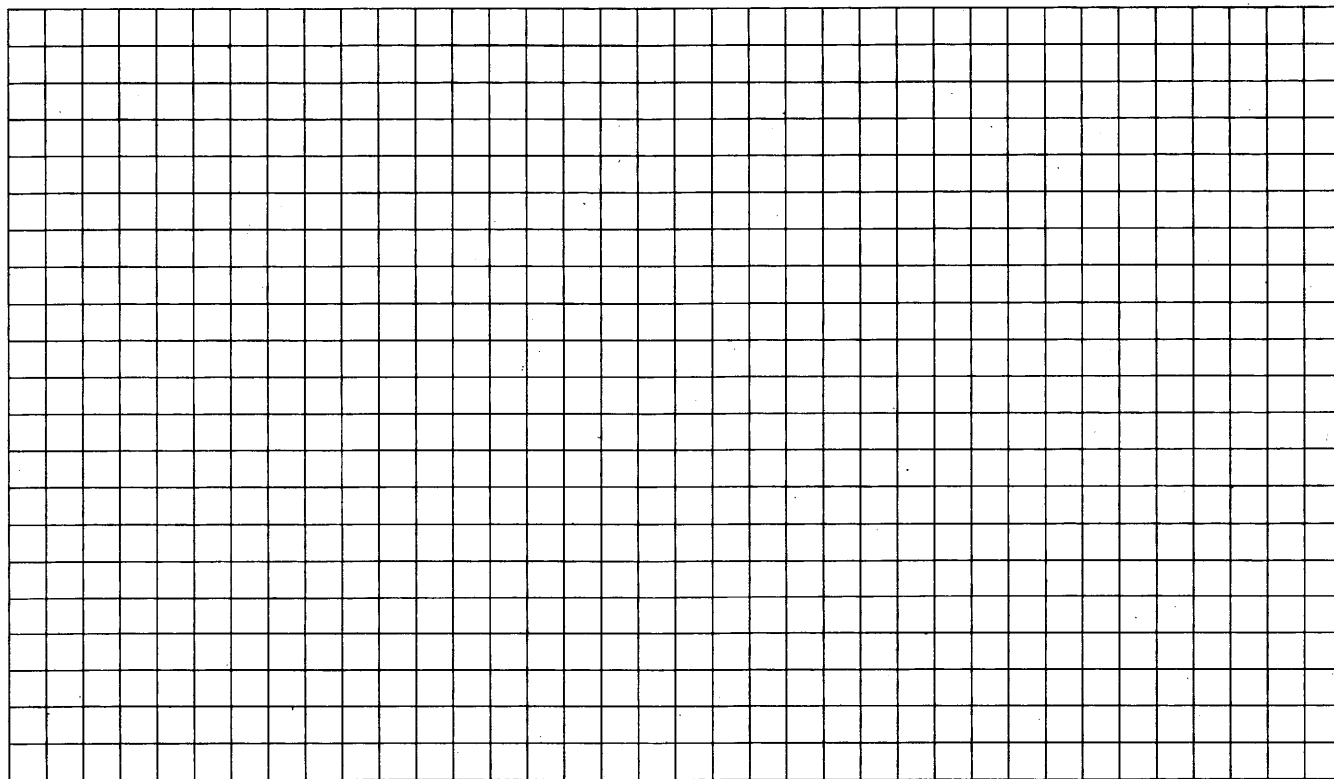
7. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $ax^2 + 4x + a = 3$  имеет более одного корня.



8. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$8x^6 + (a - x)^3 + 2x^2 = x - a$$

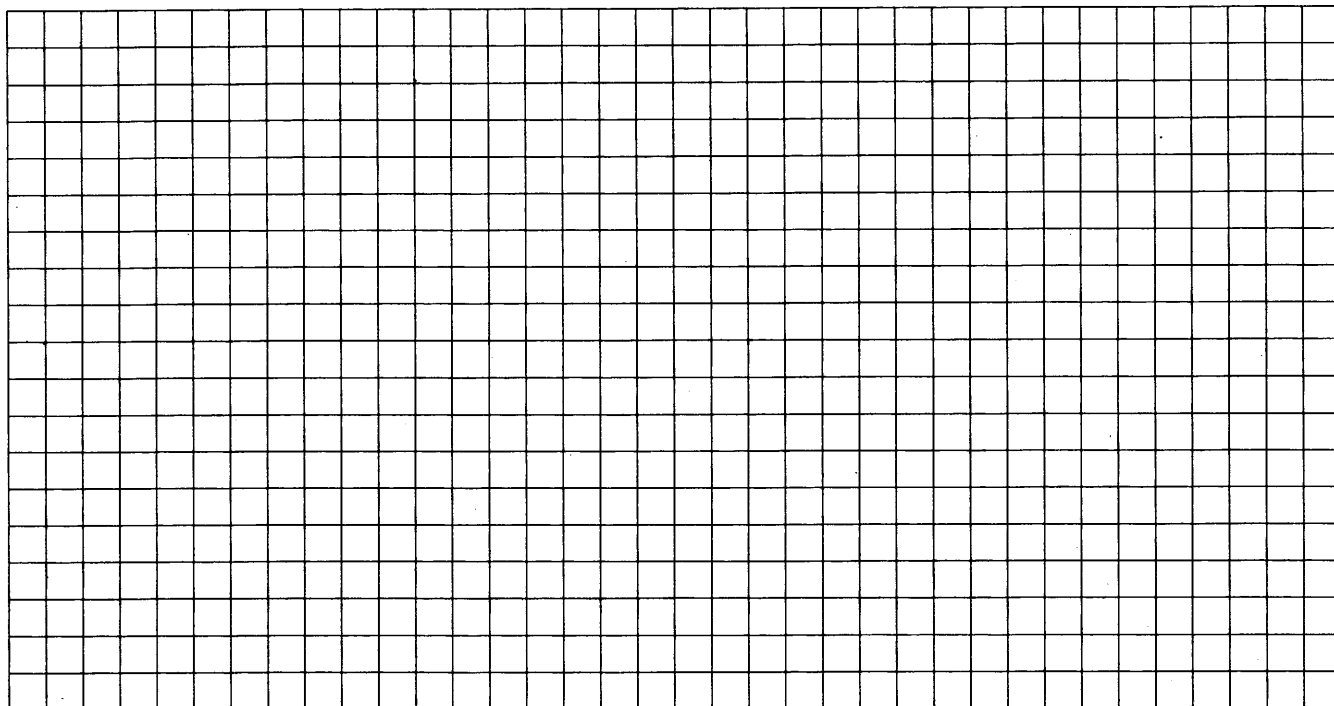
имеет хотя бы один корень.



9. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

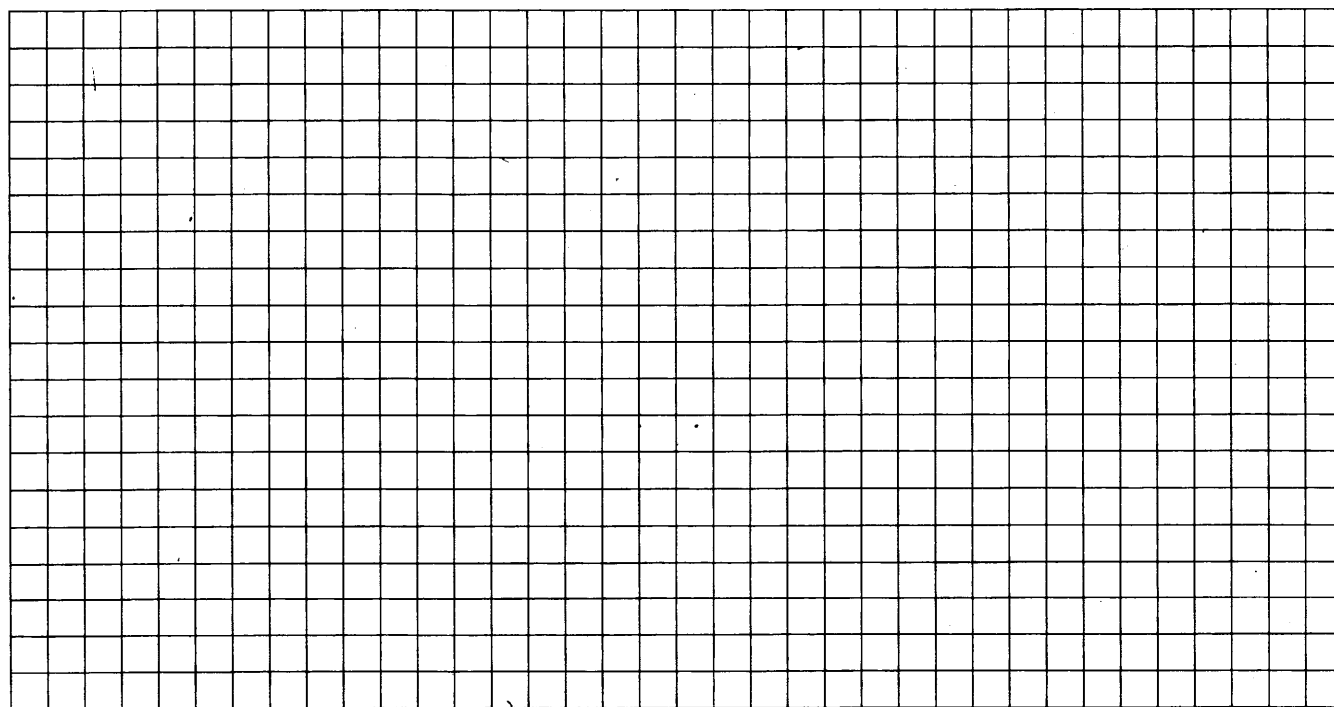
$$a^2 + 11|x+2| + 3\sqrt{x^2 + 4x + 13} = 5a + 2|x-2a+2|$$

имеет хотя бы один корень.



10. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x^3 + \left(\frac{4}{x}\right)^3 + 16 = 2a^2$

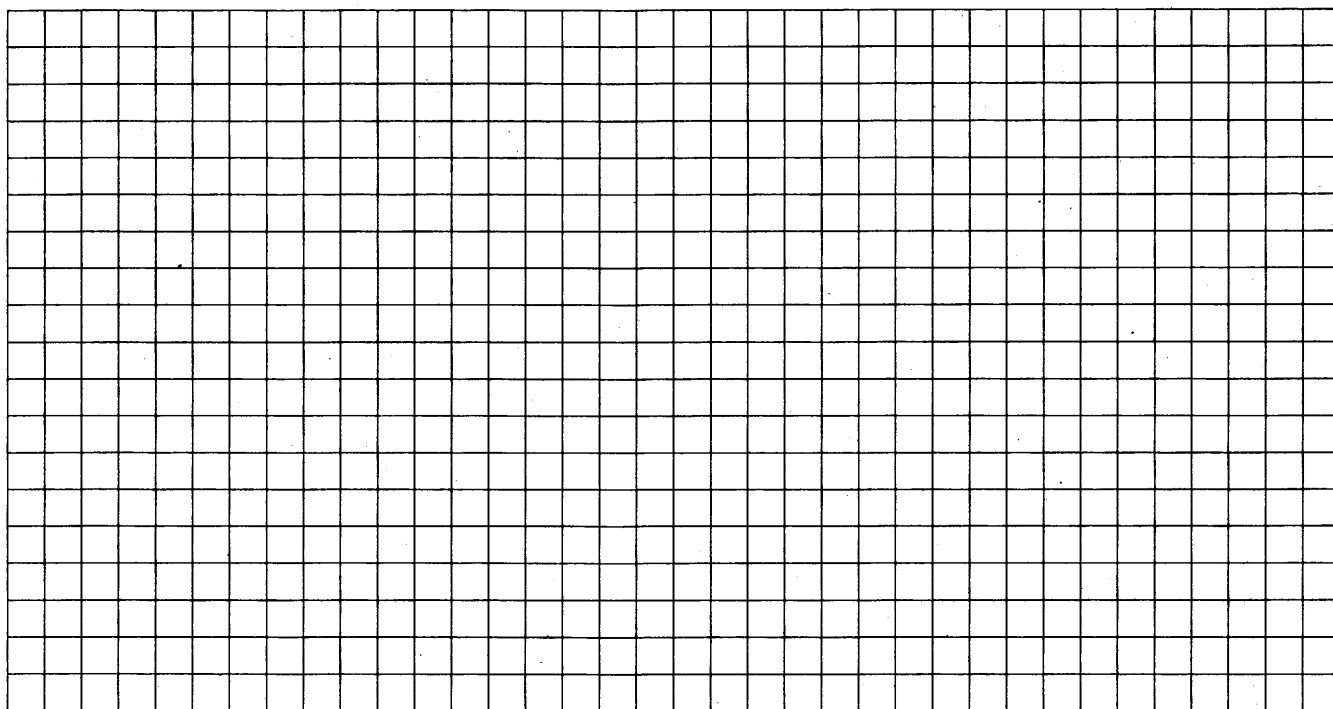
имеет единственный корень.



11. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

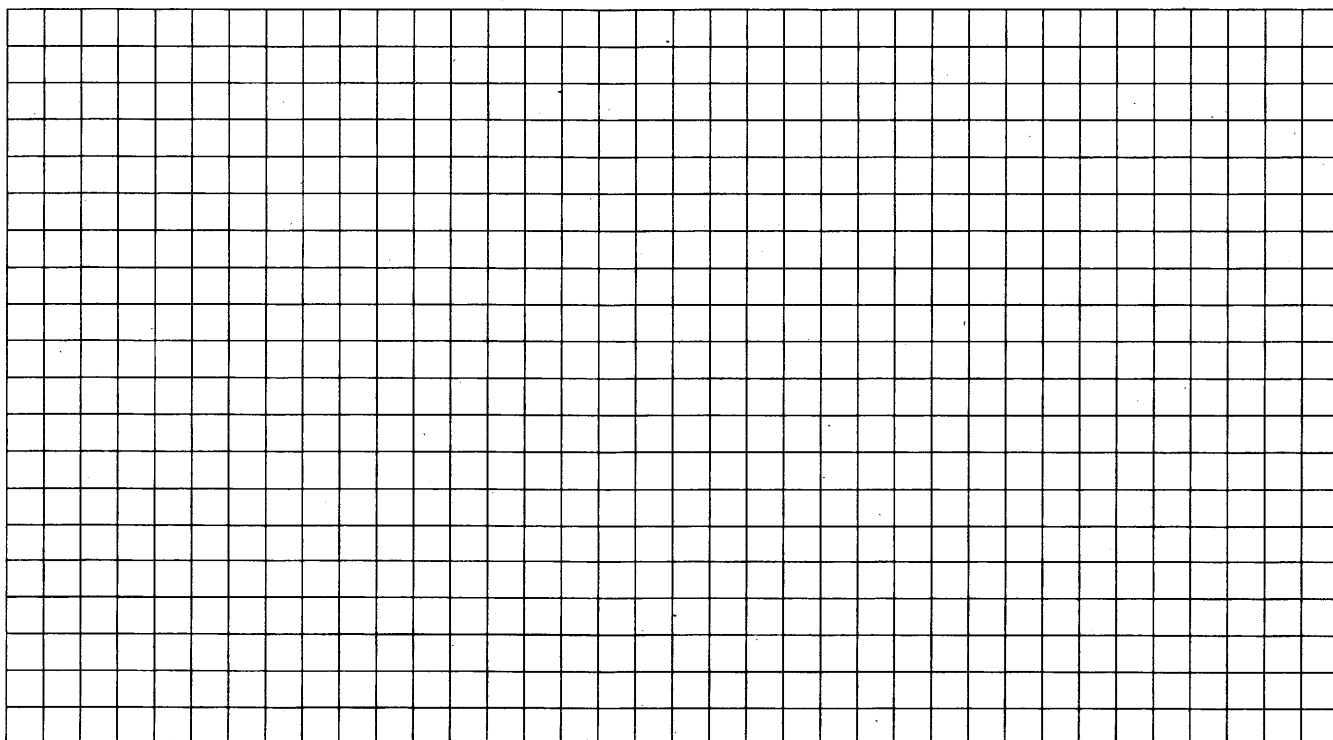
$$x + 2|x - 3| - 3|x - a - 4| = 7|x - a|$$

имеет хотя бы один корень.



12. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых любое число из отрезка  $2 \leq x \leq 3$  является решением уравнения

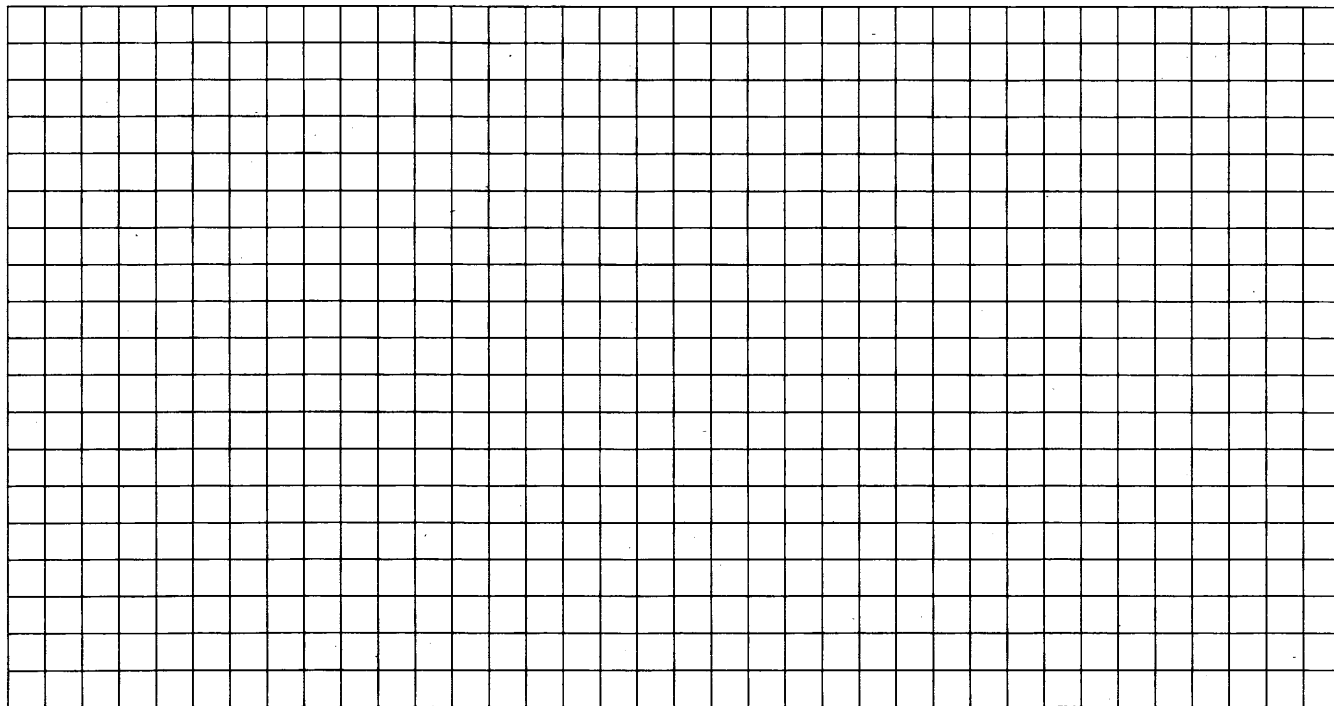
$$|x - a - 2| + |x + a + 3| = 2a + 5.$$



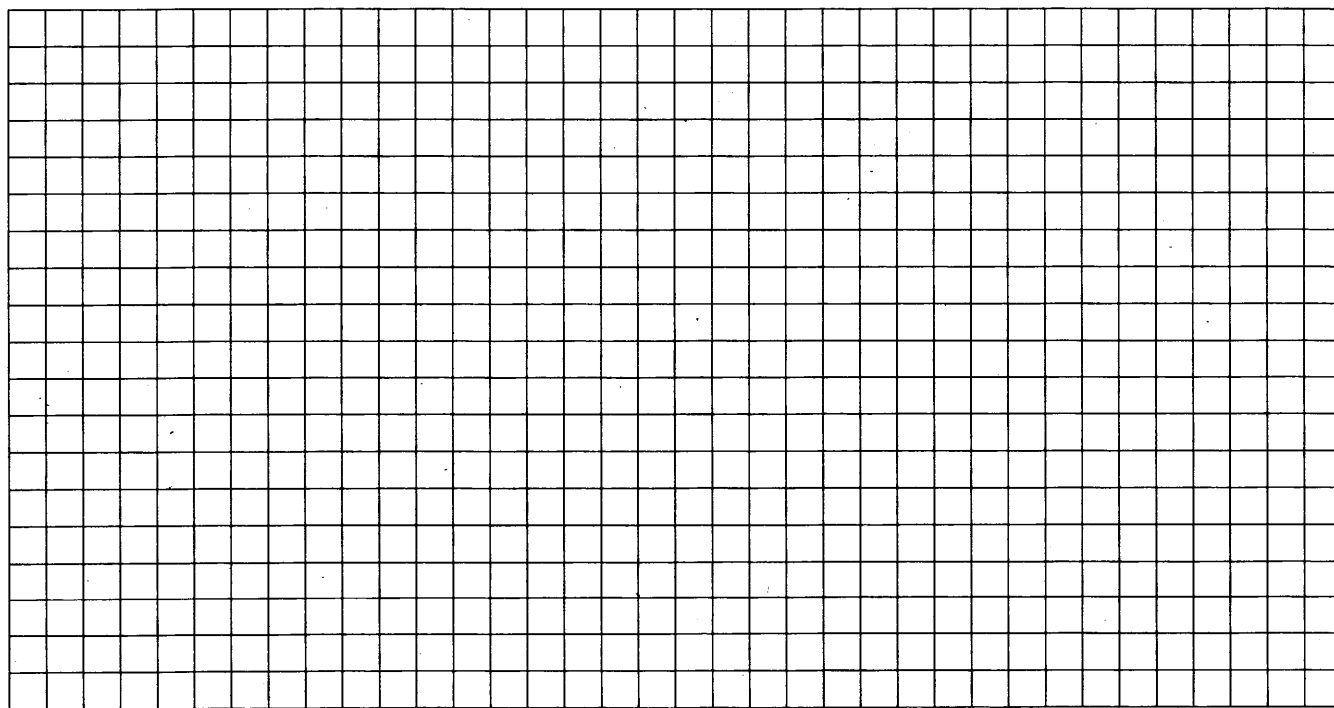
13. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$7x + 3|x + a| - 2|x - 3| \geq 6$$

выполняется для любого значения  $x \in [0; 7]$ .



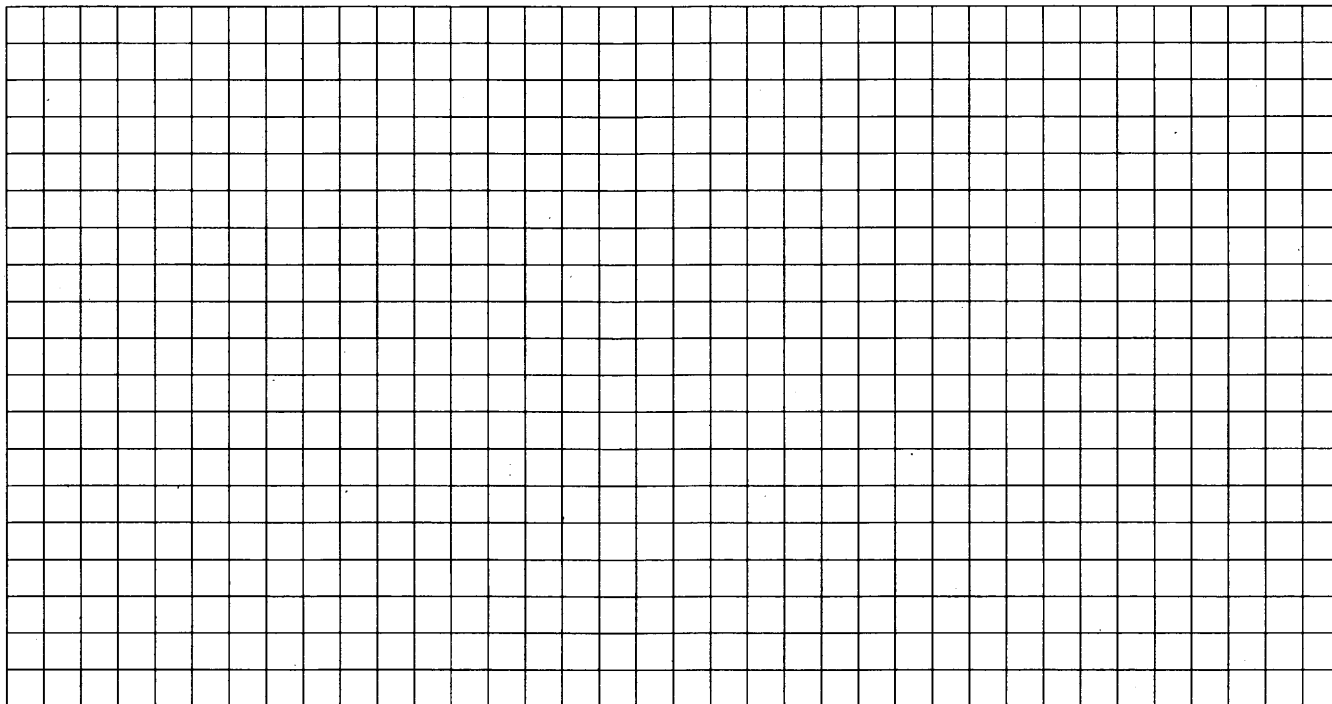
14. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых число 9 является решением неравенства  $(x - 9)(x - 16)\sqrt{a^2 - 8a \log_8(x - 8)} - 9 \geq 0$ , а число 16 не является решением этого неравенства.



15. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

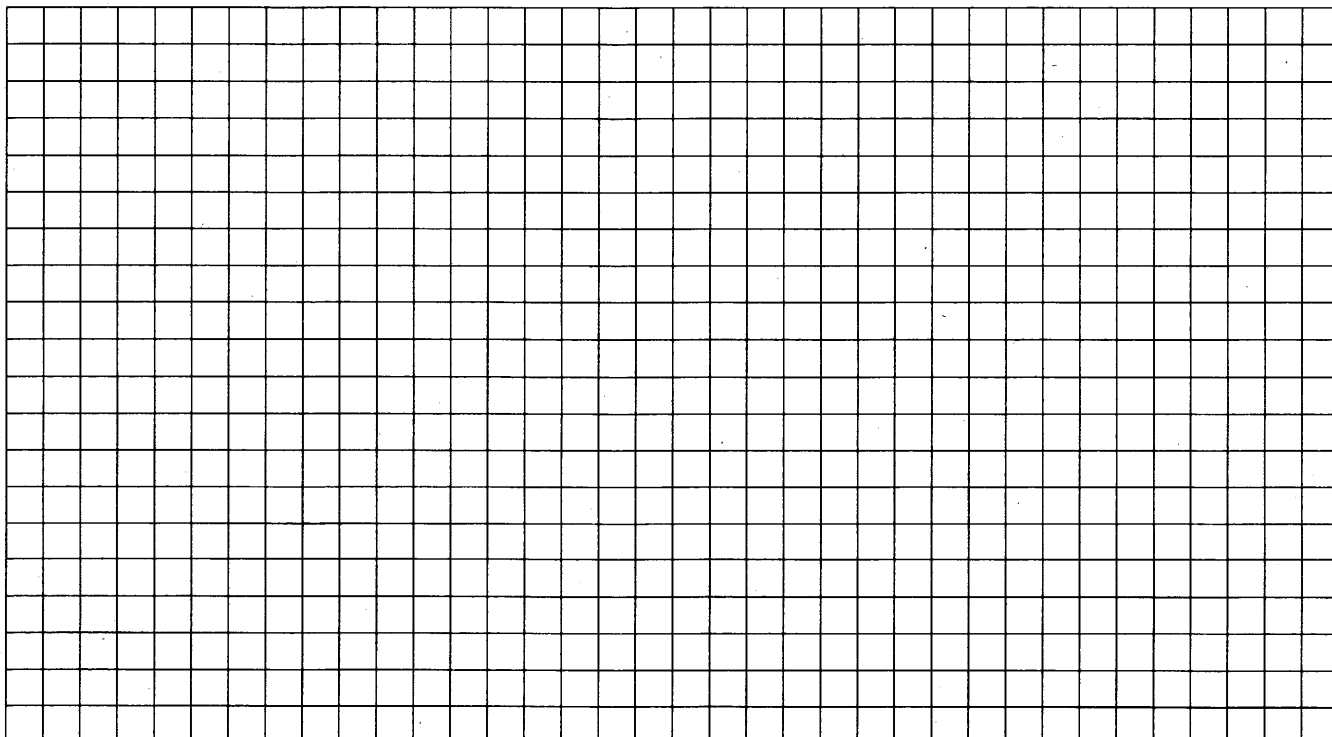
$$\cos 2x - 2(a + 1) \cos x - 4a - 11 = 0$$

имеет корни, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений  $a$ .

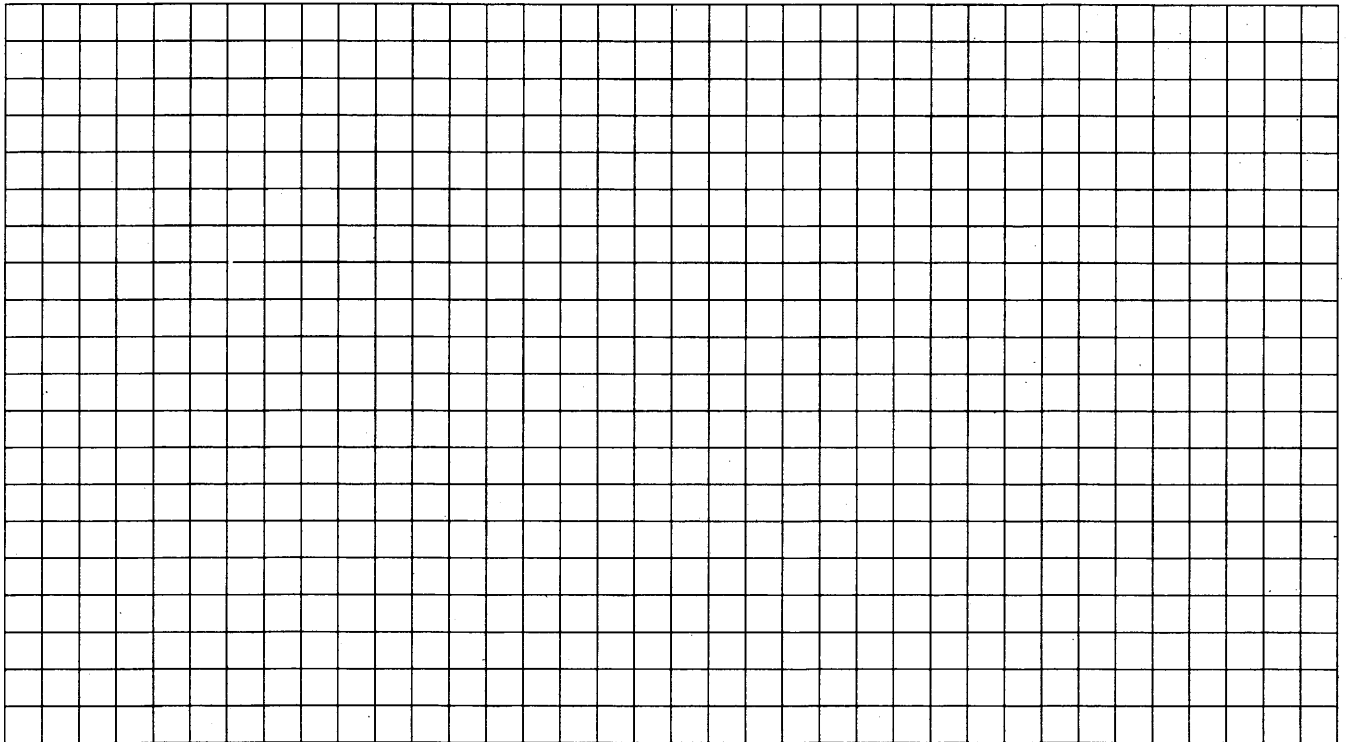


### Зачетные задания

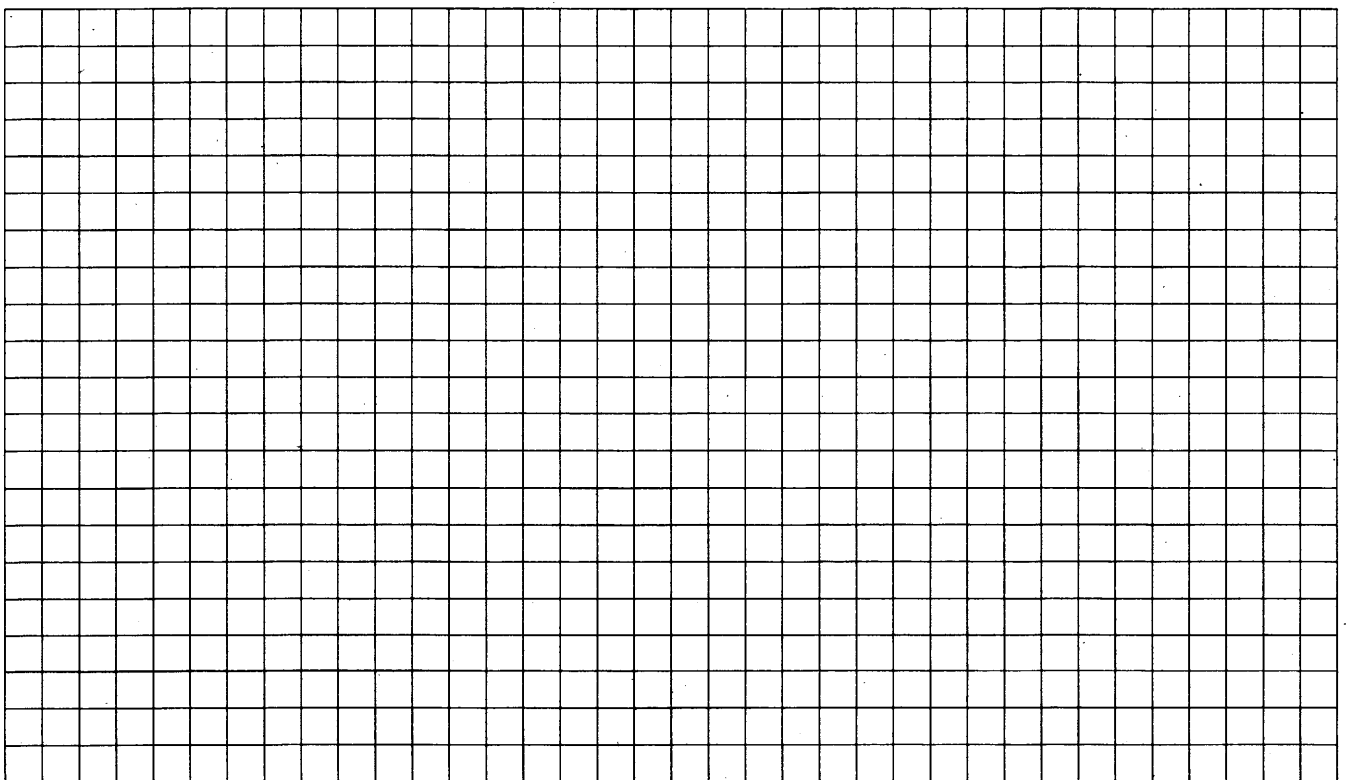
1. При каких  $a$  уравнение  $|x^2 - 4x - 5| - 3a = |x - a| - 1$  имеет ровно три корня?



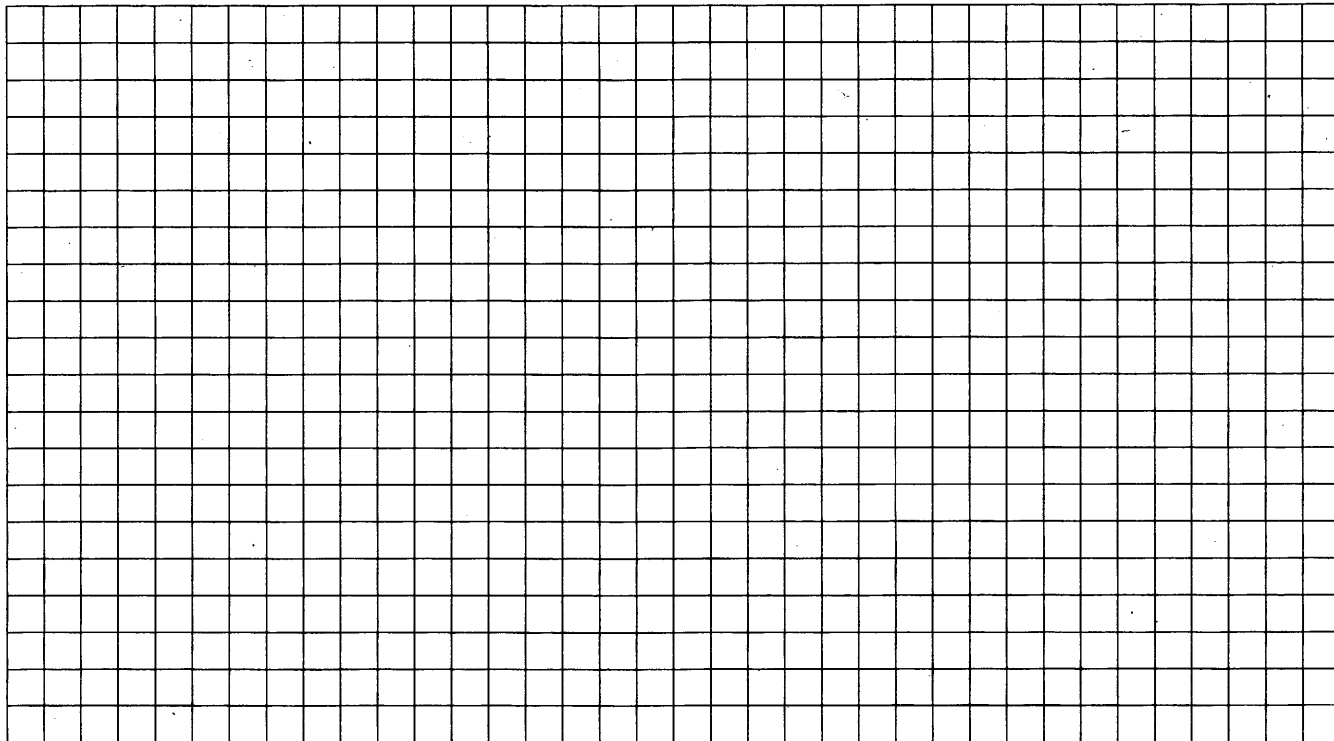
2. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых любое решение неравенства  $ax^2 + (1 - a^2)x - a > 0$  принадлежит отрезку  $[-2; 2]$ .



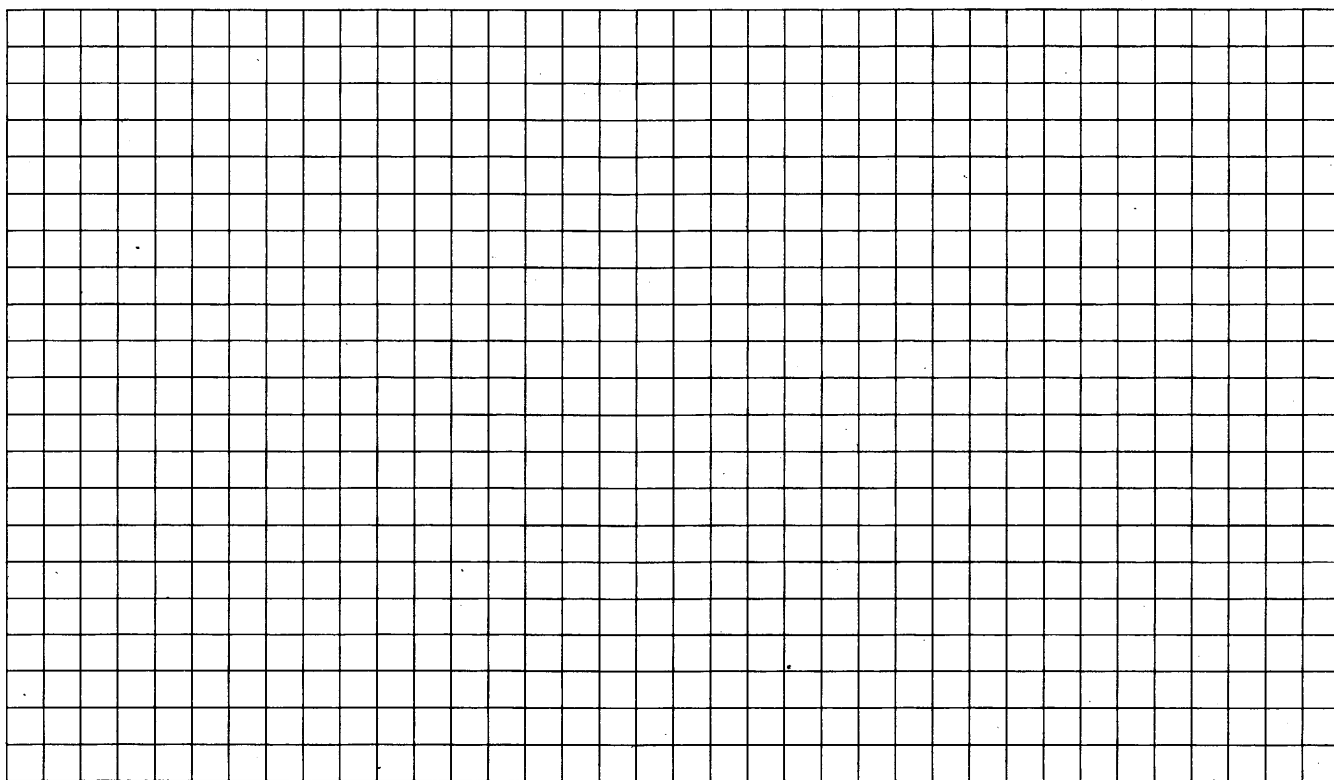
3. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых любое решение неравенства  $\log_2 x^2 \leq \log_2(x + 2)$  является и решением неравенства  $49x^2 \leq 4a^4$ .



4. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $\sqrt{2x-a} = x-2a$  имеет корни, и укажите корни уравнения для каждого из найденных значений  $a$ .



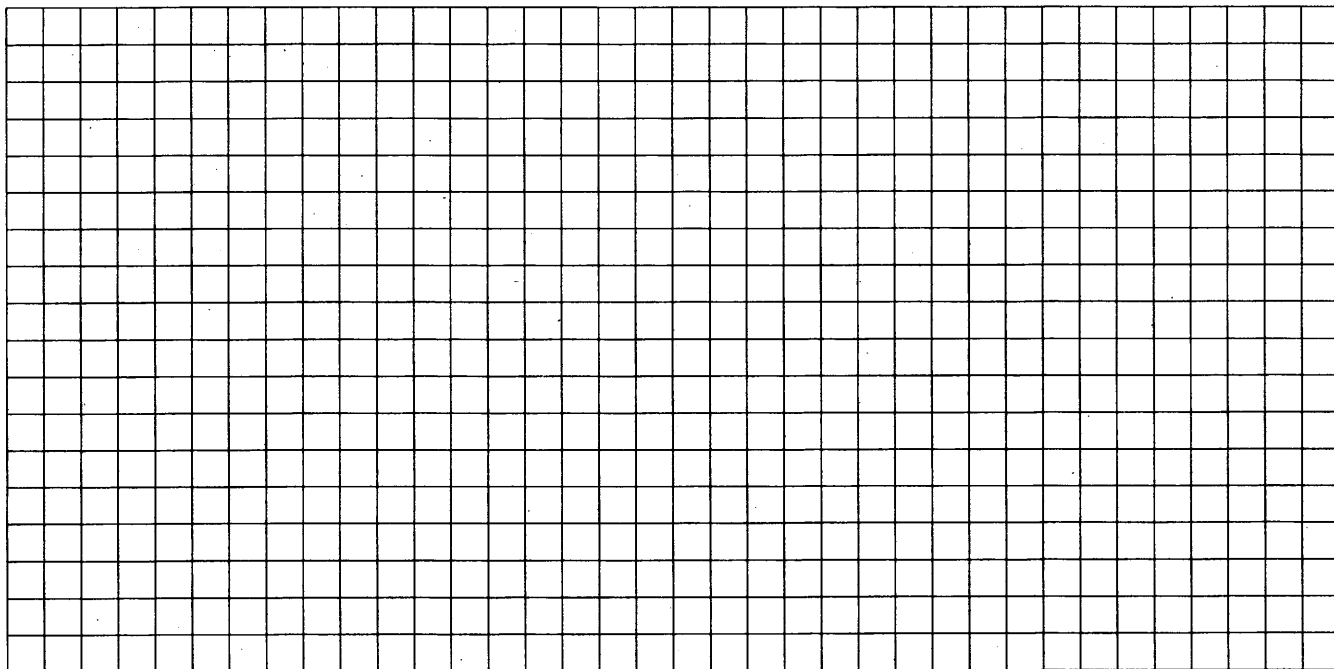
5. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $1 + \sin^2 ax = \cos x$  имеет единственное решение.



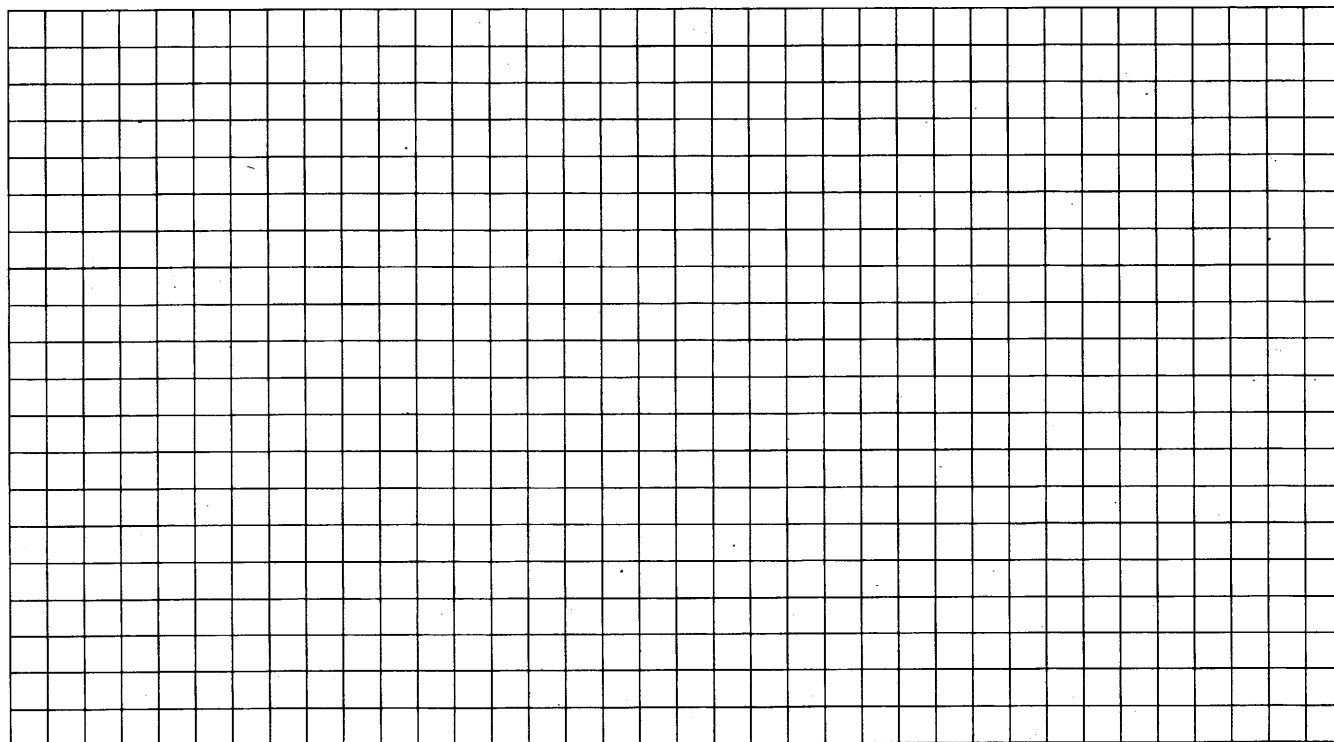
6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$(a^2 - 1)x^2 + 2(a - 1)x + 1 > 0$$

выполнено при любом значении  $x$ .



7. Найдите все значения параметра  $k$ , при каждом из которых уравнение  $\frac{2(k+1)\cos t - k}{\sin t + \cos t} = 2$  имеет хотя бы одно решение на отрезке  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ .

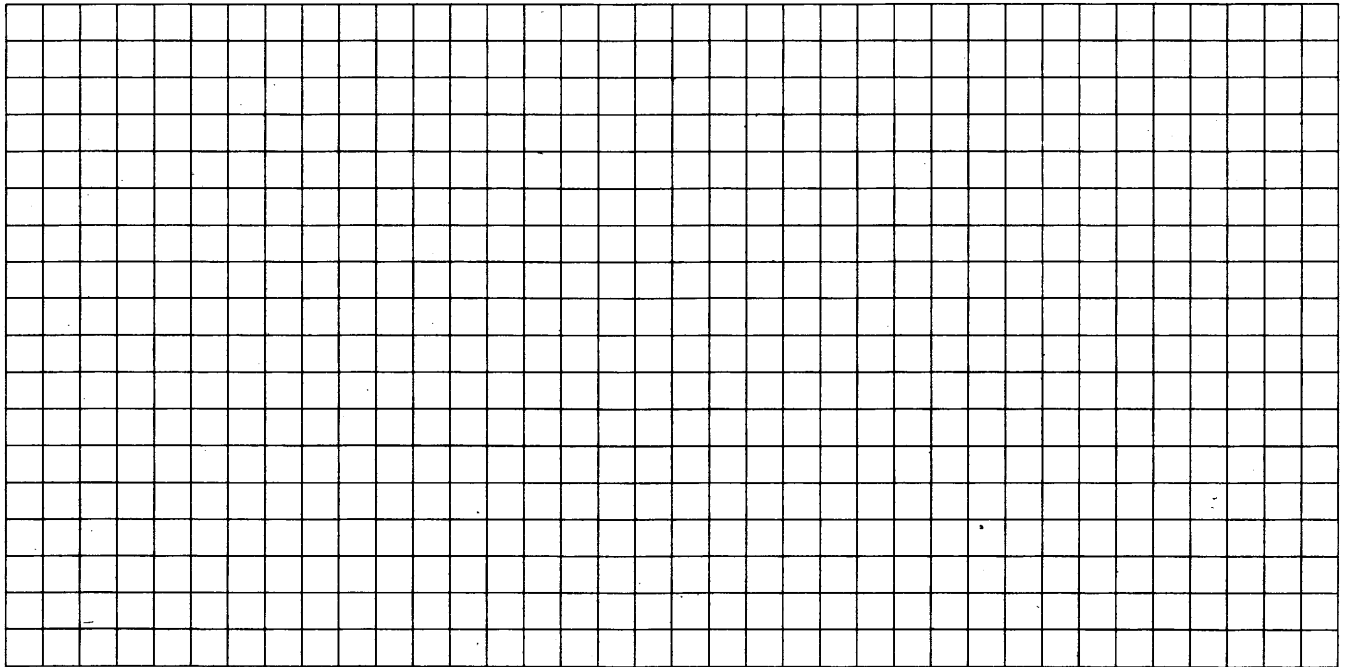




8. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - 2a \sin(\cos x) + a^2 = 0$$

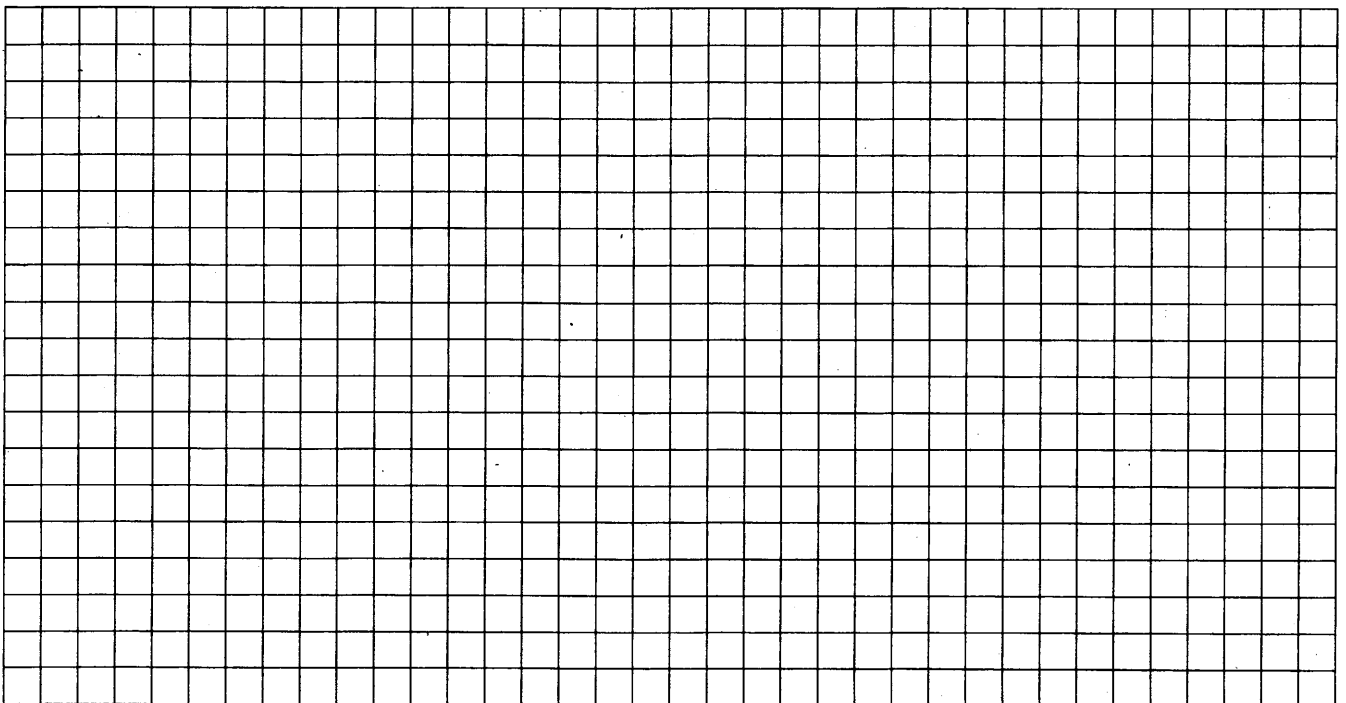
имеет единственный корень.



9. Найдите все значения  $x$ , для каждого из которых равенство

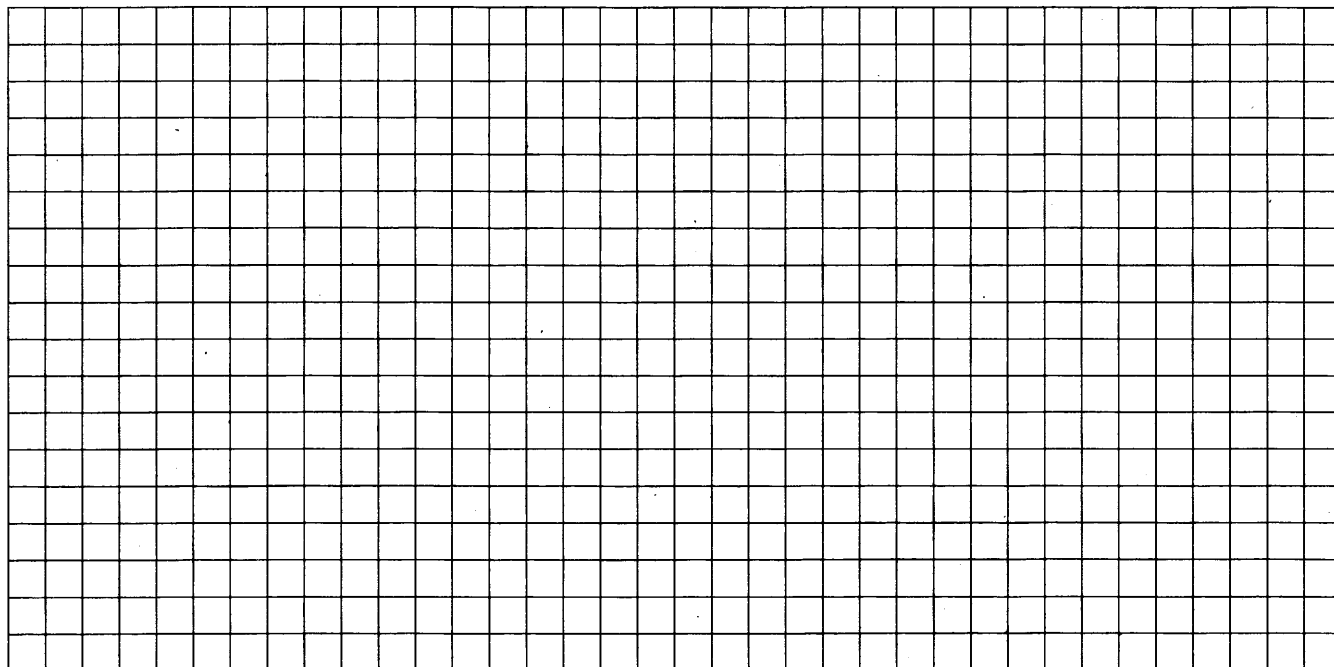
$$2 \log_2 (4 - \sqrt{7 + 2x}) = \log_{2+a^2x^2} (4 - 3x)$$

выполняется при любом значении параметра  $a$ .



10. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых множество решений неравен-

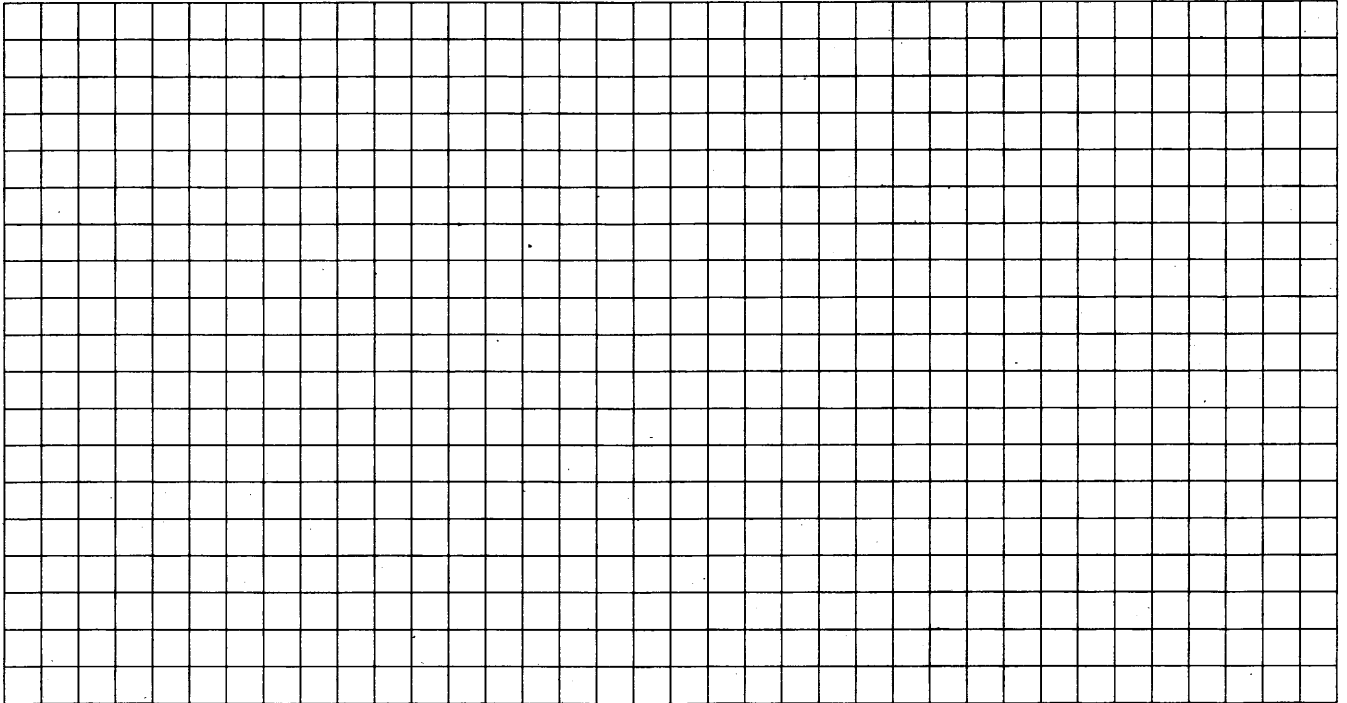
ства  $\frac{a - (a^2 - 2a - 3)\cos x + 4}{\sin^2 x + a^2 + 1} < 1$  содержит отрезок  $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$ .



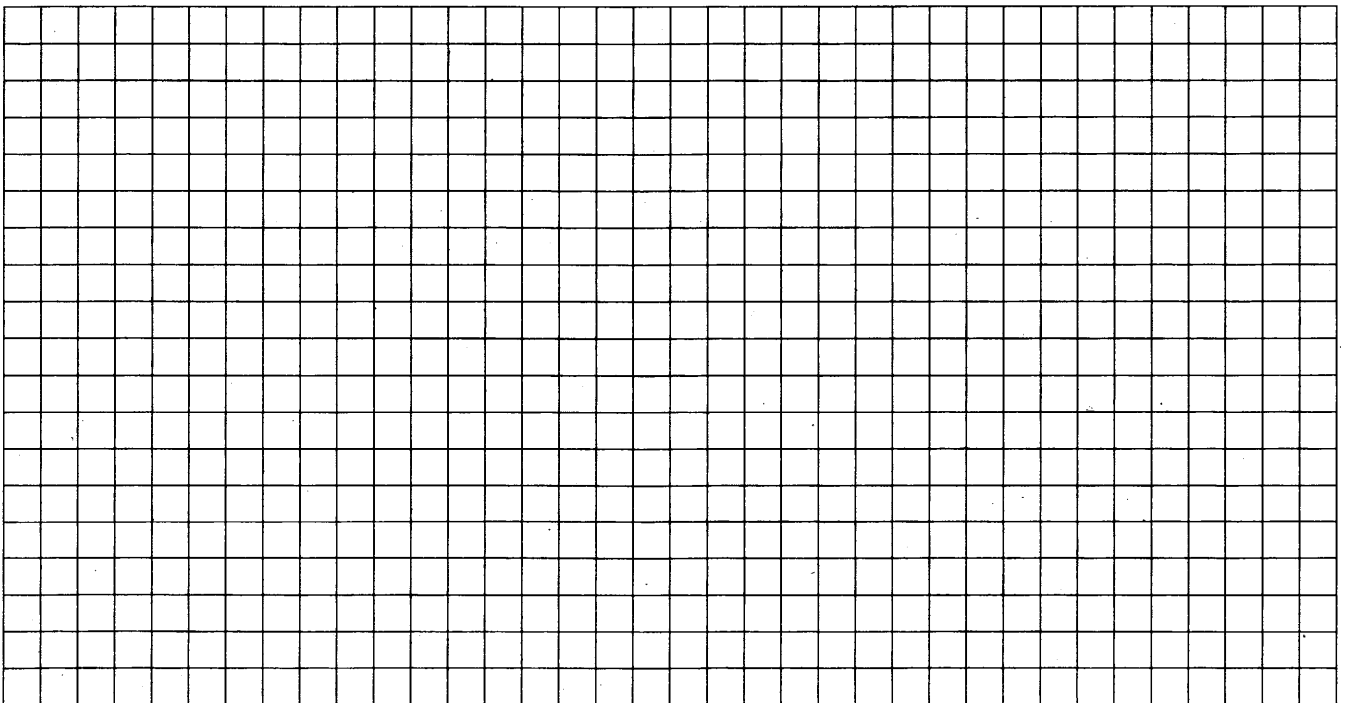
## ЗАДАЧА 21

### Подготовительные задания

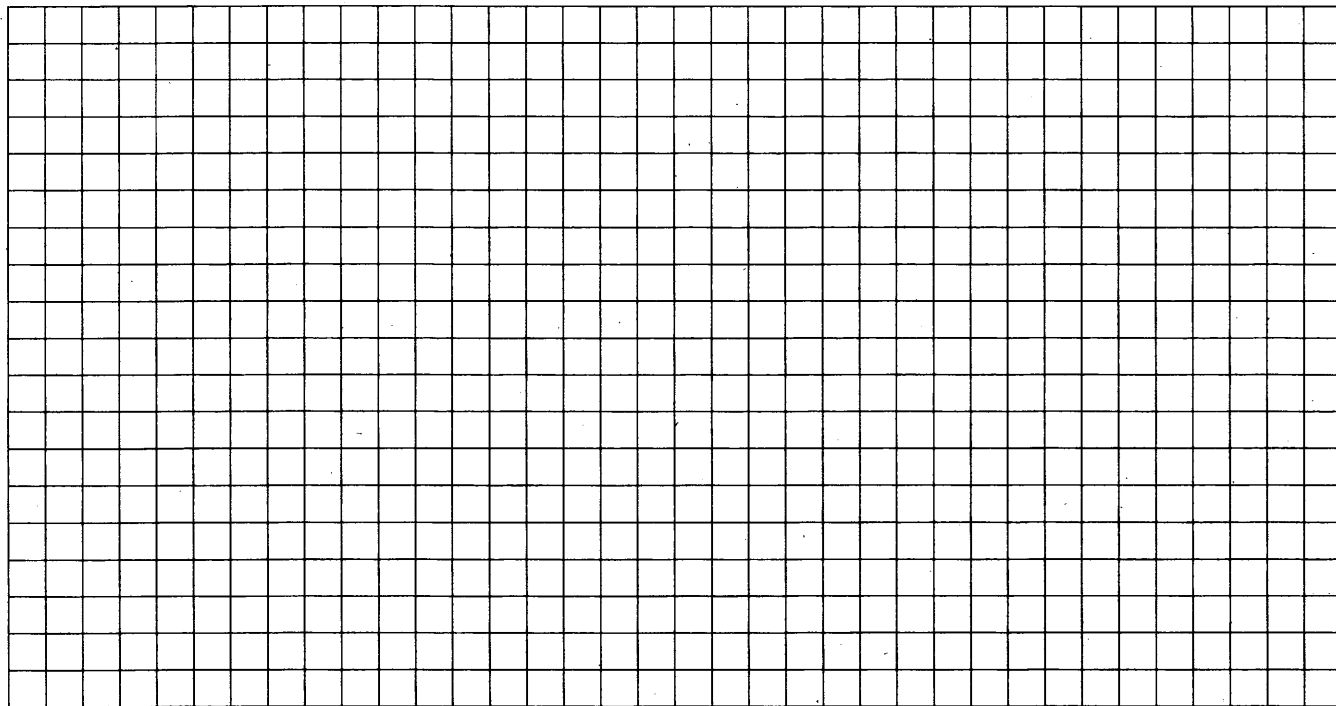
1. Сумма делителей числа  $N$  равна 403. Найдите все такие числа  $N$ .



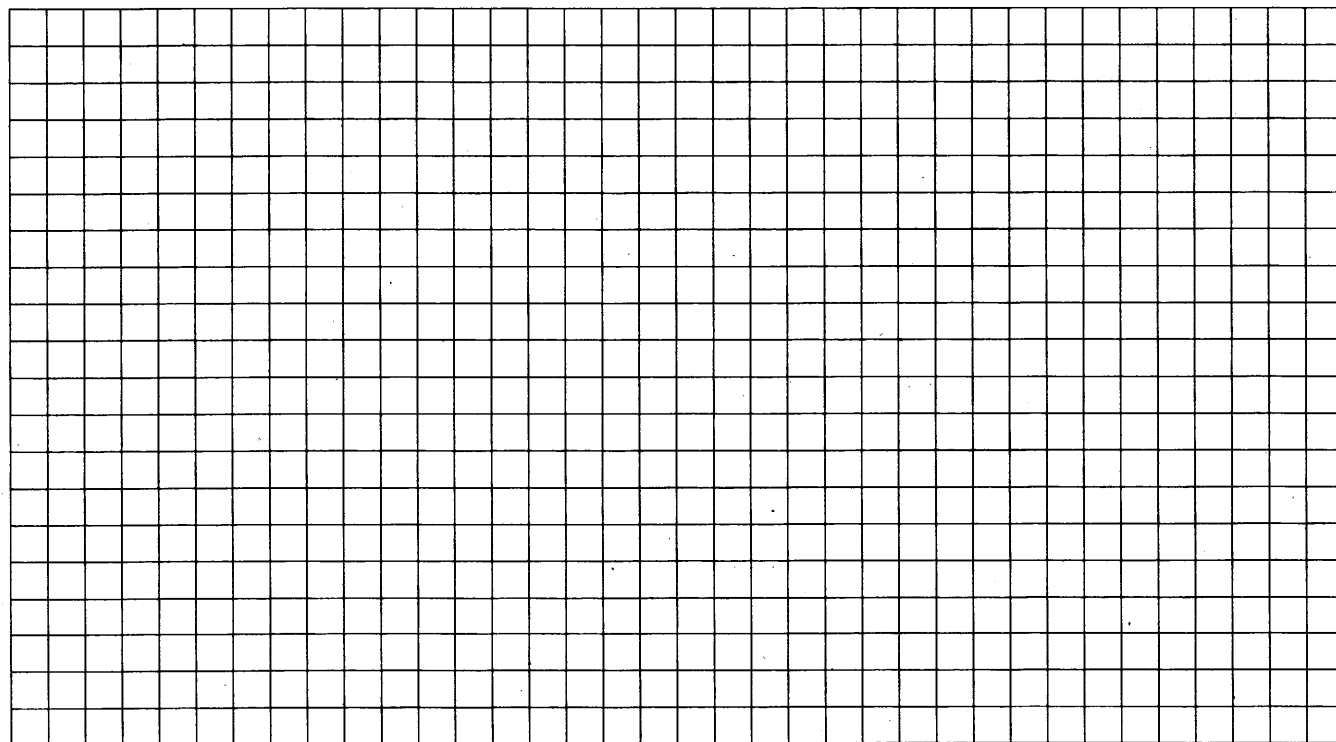
2. Каково наименьшее натуральное число  $n$ , такое, что  $n!$  делится на 990?



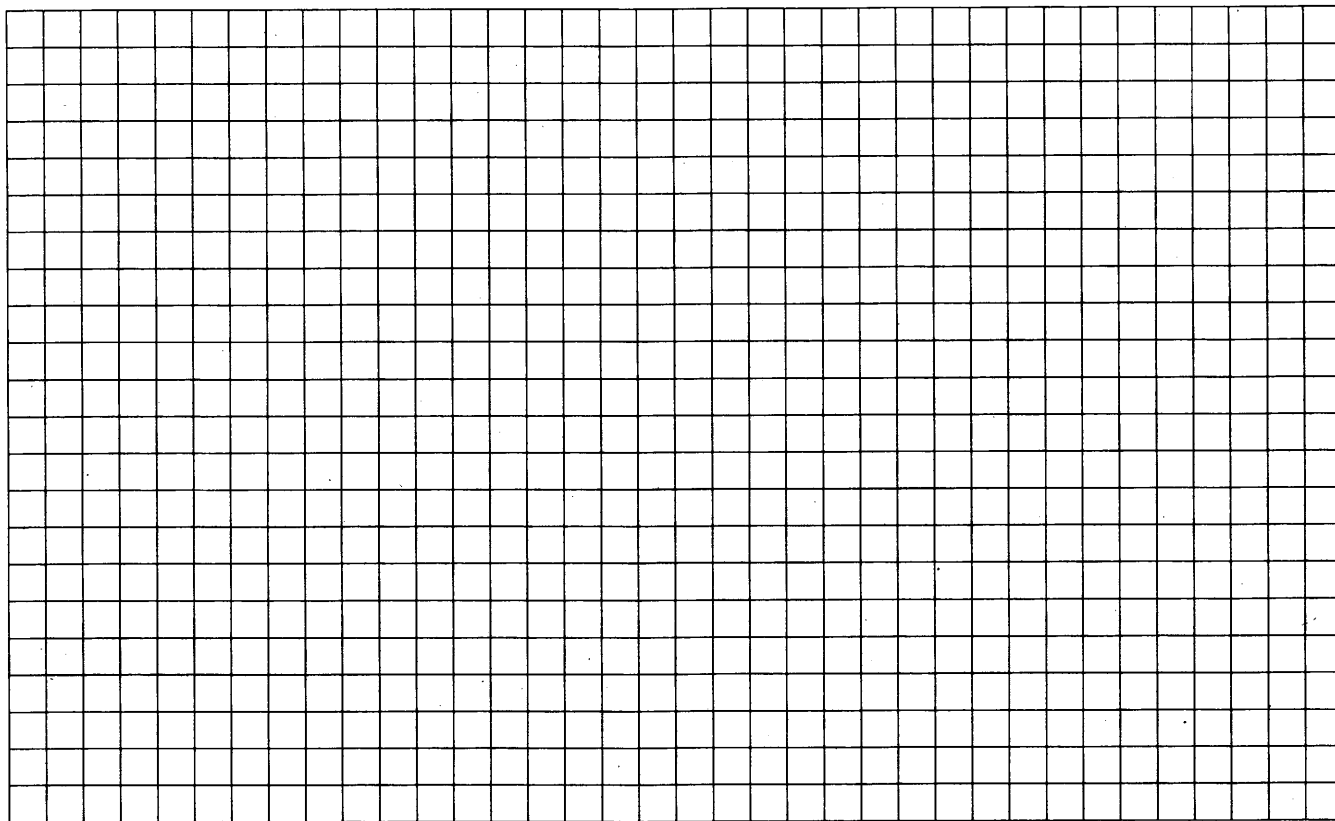
3. Среднее арифметическое пятнадцати чисел равно  $\frac{2}{9}$ . Оказалось, что среднее арифметическое каждых четырнадцати из этих пятнадцати чисел положительно. Какое наименьшее целое значение может иметь наименьшее из данных чисел?



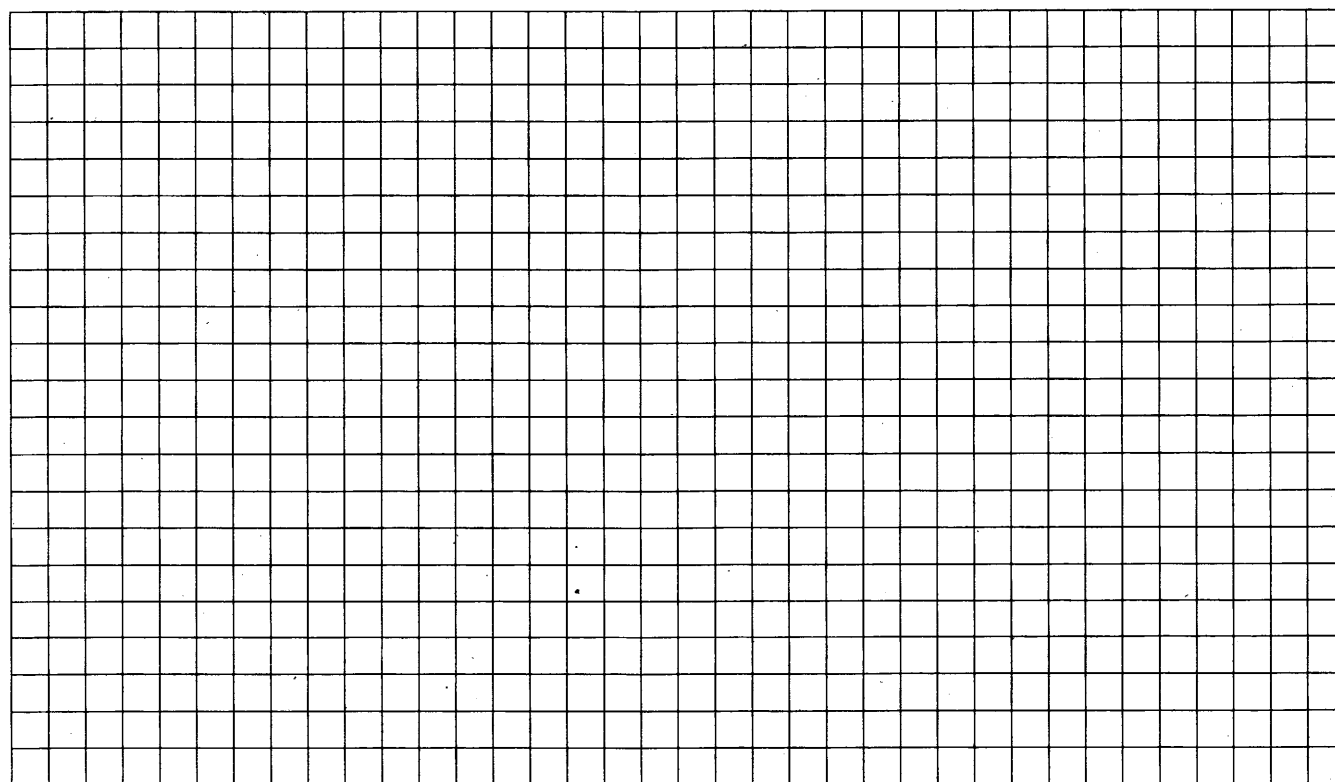
4. Известно, что первый, десятый и сотый члены геометрической прогрессии являются натуральными числами. Верно ли, что 99-й член этой прогрессии также является натуральным числом?



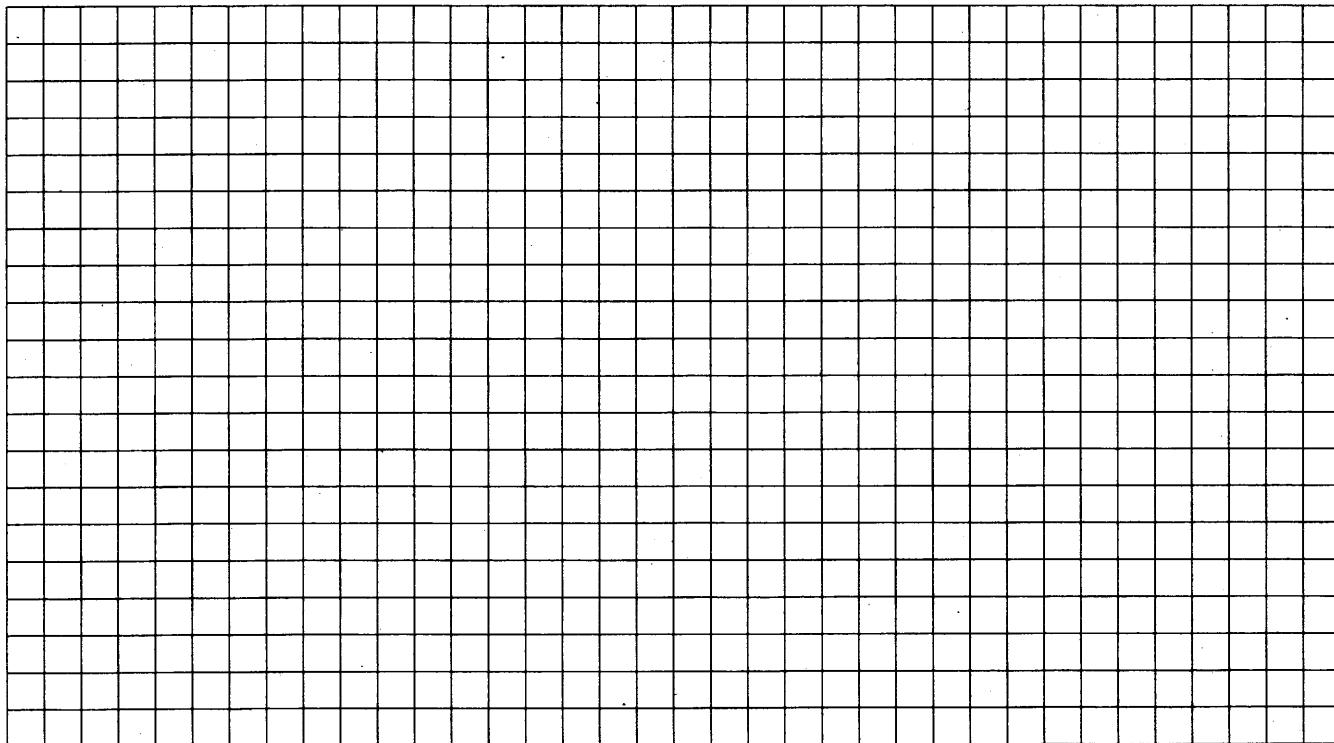
5. Решите в натуральных числах уравнение  $3^x + 4^y = 5^z$ .



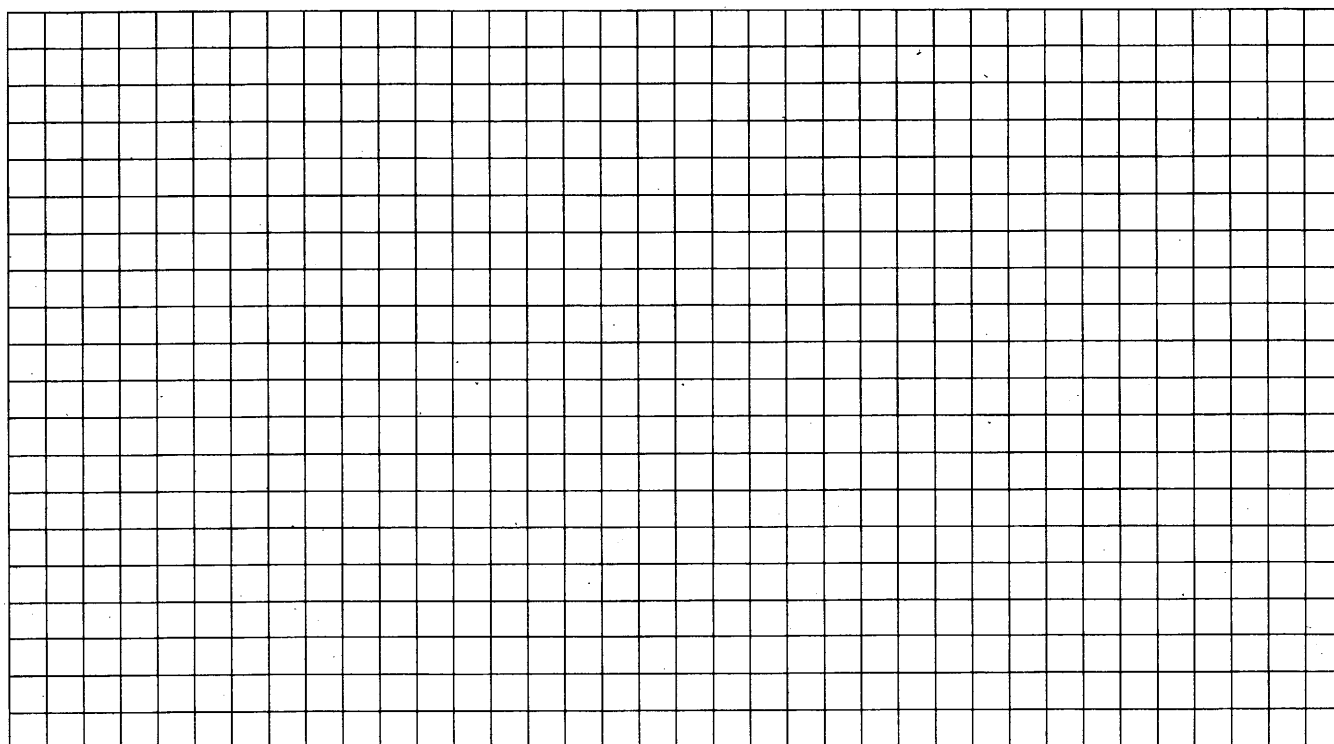
6. Найдите хотя бы одно целочисленное решение уравнения  $a^2b^2 + a^2 + b^2 + 1 = 2005$ .



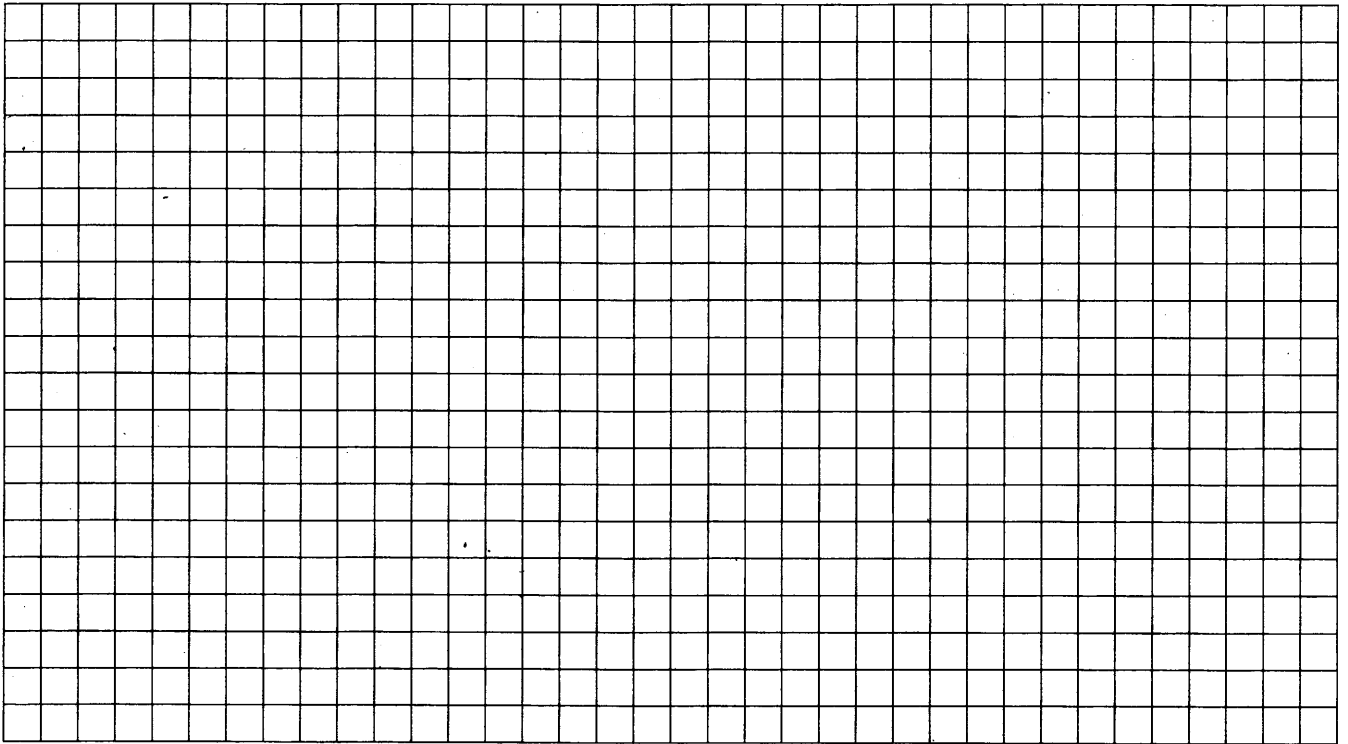
7. Решите в натуральных числах уравнение  $x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = \frac{10}{7}$ .



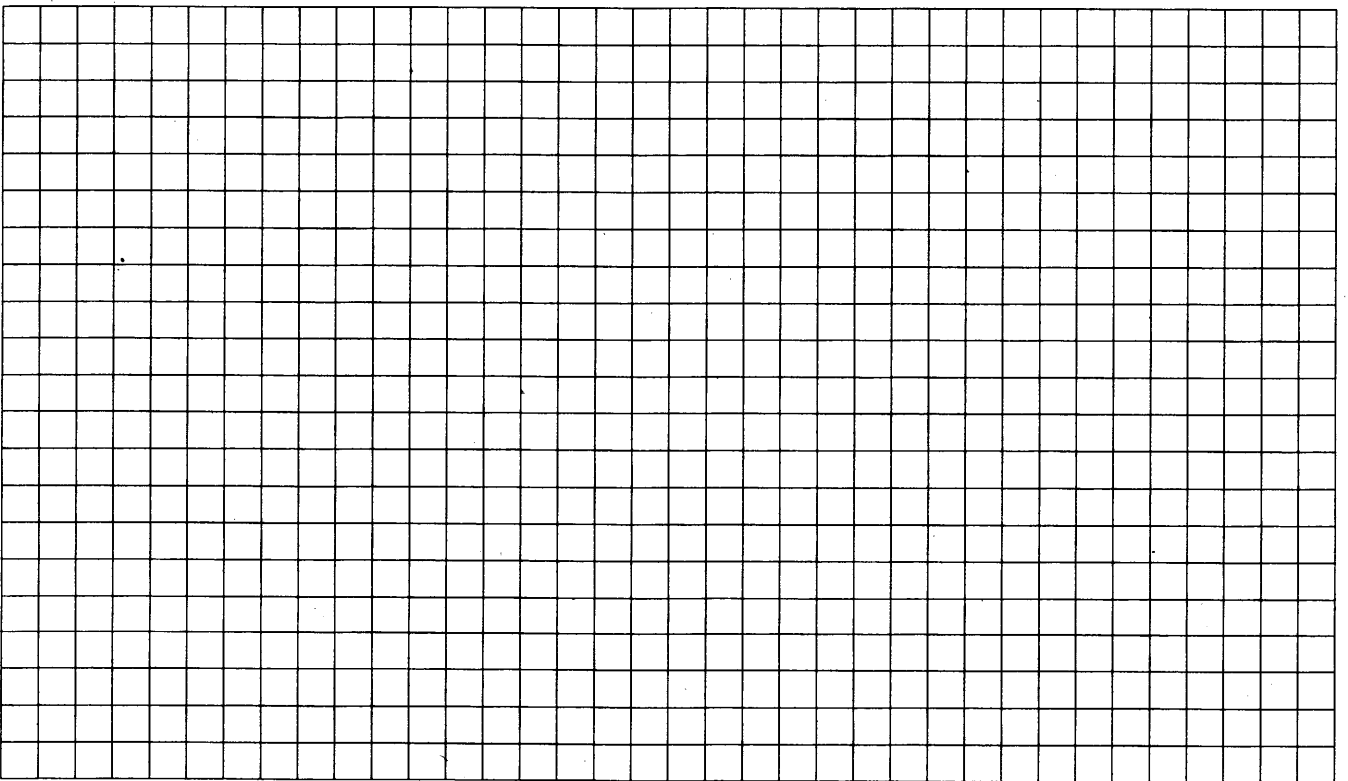
8. Можно ли расставить по кругу 7 целых неотрицательных чисел так, чтобы сумма каких-то трех подряд расположенных чисел была равна 1, каких-то трех подряд расположенных — 2, ..., каких-то трех подряд расположенных — 7?



9. Найдите наименьшее натуральное число  $n$ , для которого выполнено следующее условие: если число  $p$  простое и  $n$  делится на  $(p - 1)$ , то  $n$  делится на  $p$ .

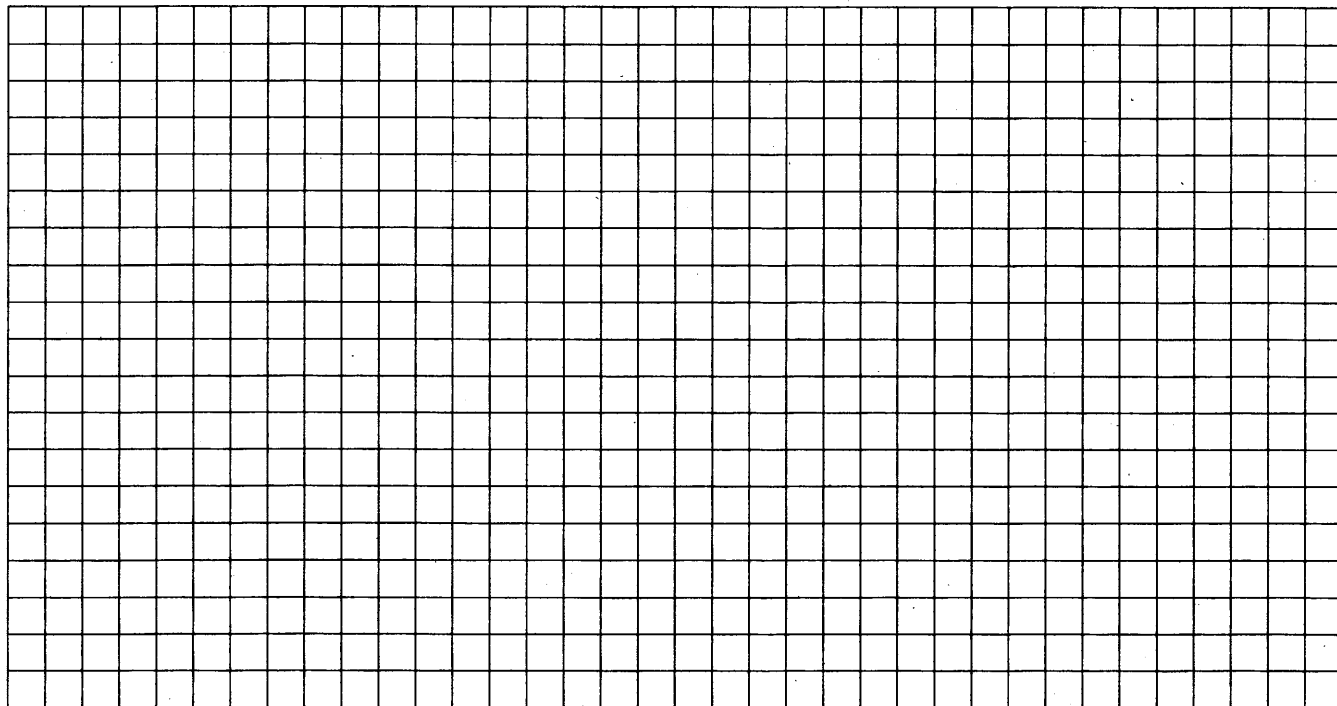


10. Найдите наибольшее четырёхзначное число, все цифры которого различны и которое делится на 2, 5, 9 и 11.

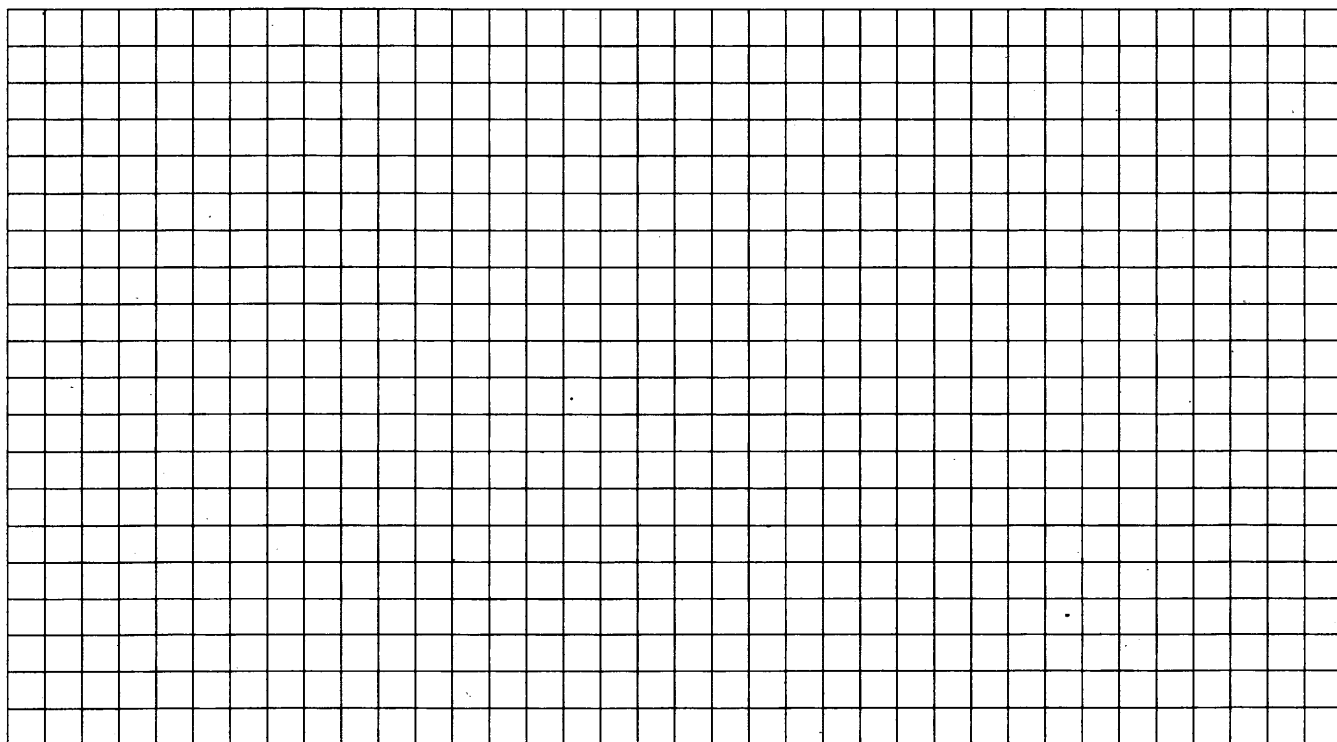


### Зачетные задания

1. Пусть  $a$ ,  $b$  и  $c$  — попарно взаимно простые натуральные числа. Найдите все возможные значения  $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$ , если известно что это число — целое.

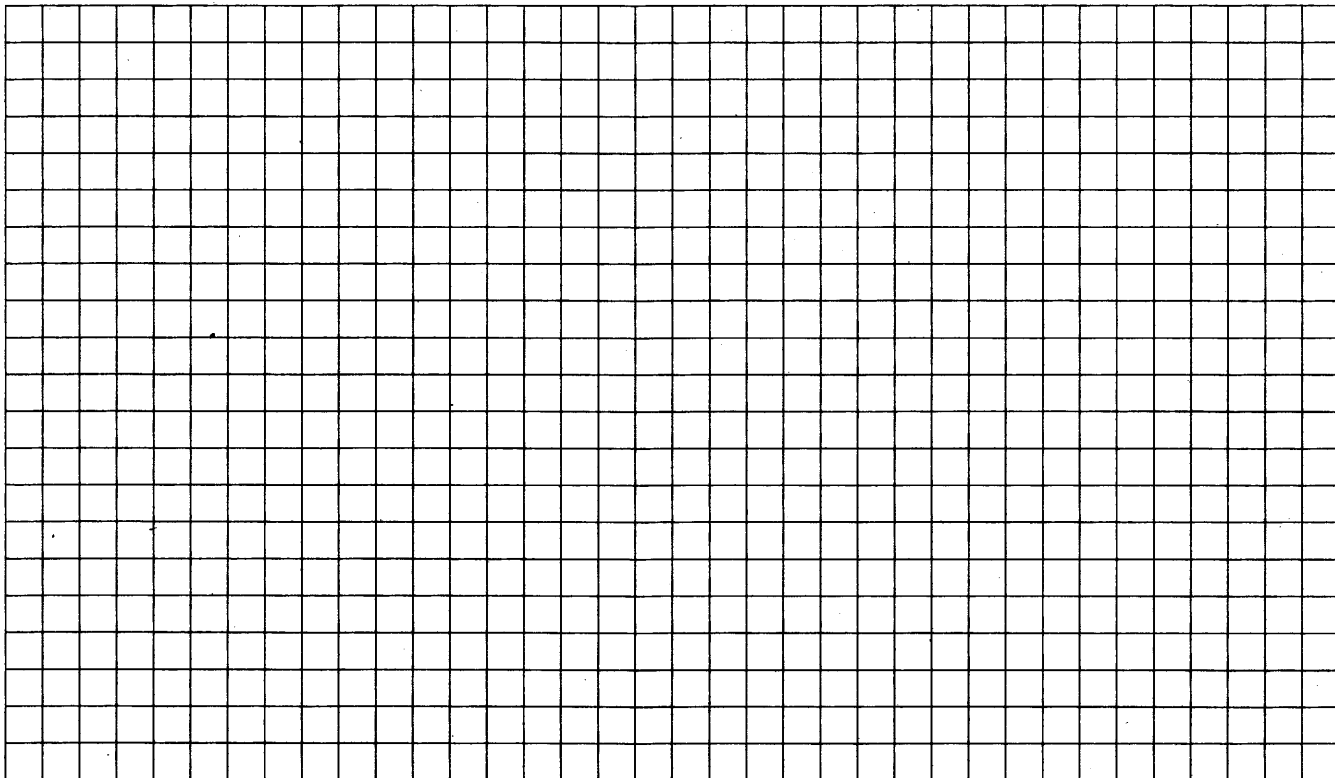


2. Найдите все натуральные числа, имеющие ровно шесть делителей, сумма которых равна 3500.

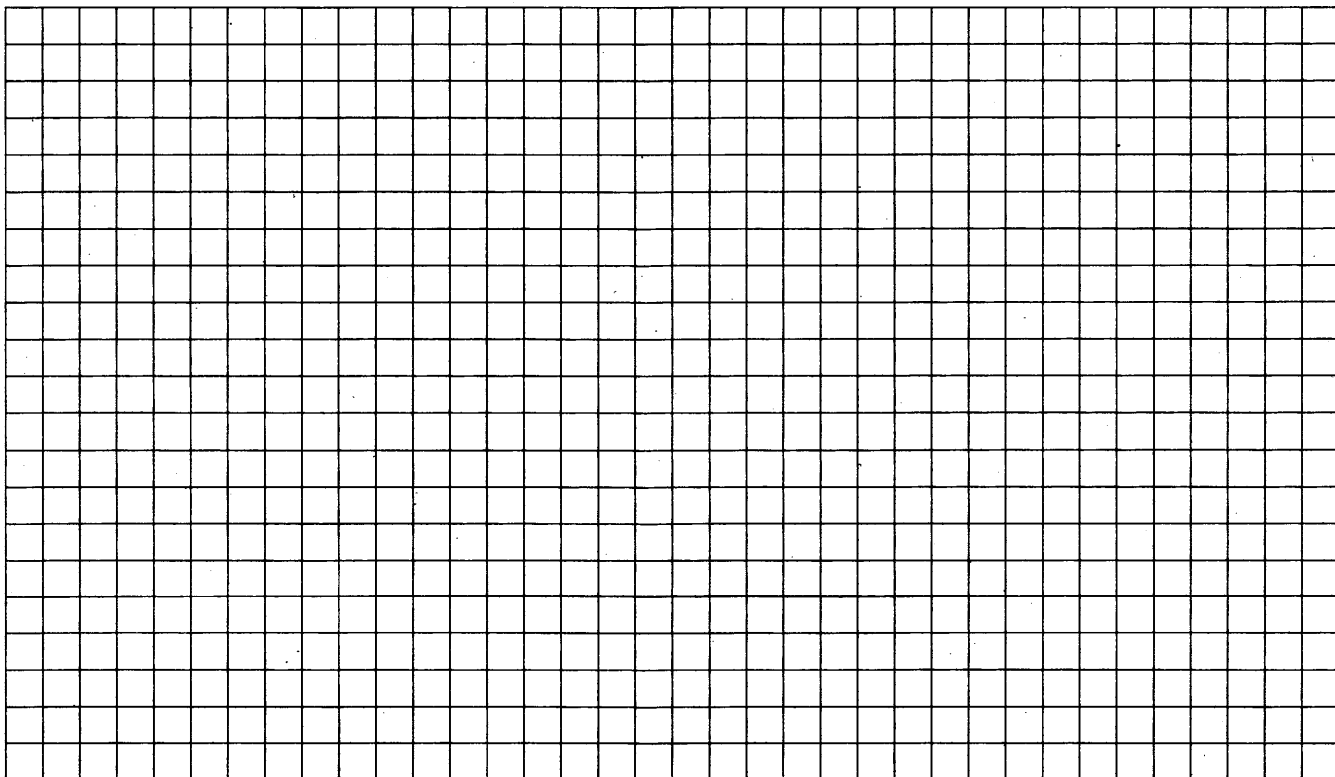




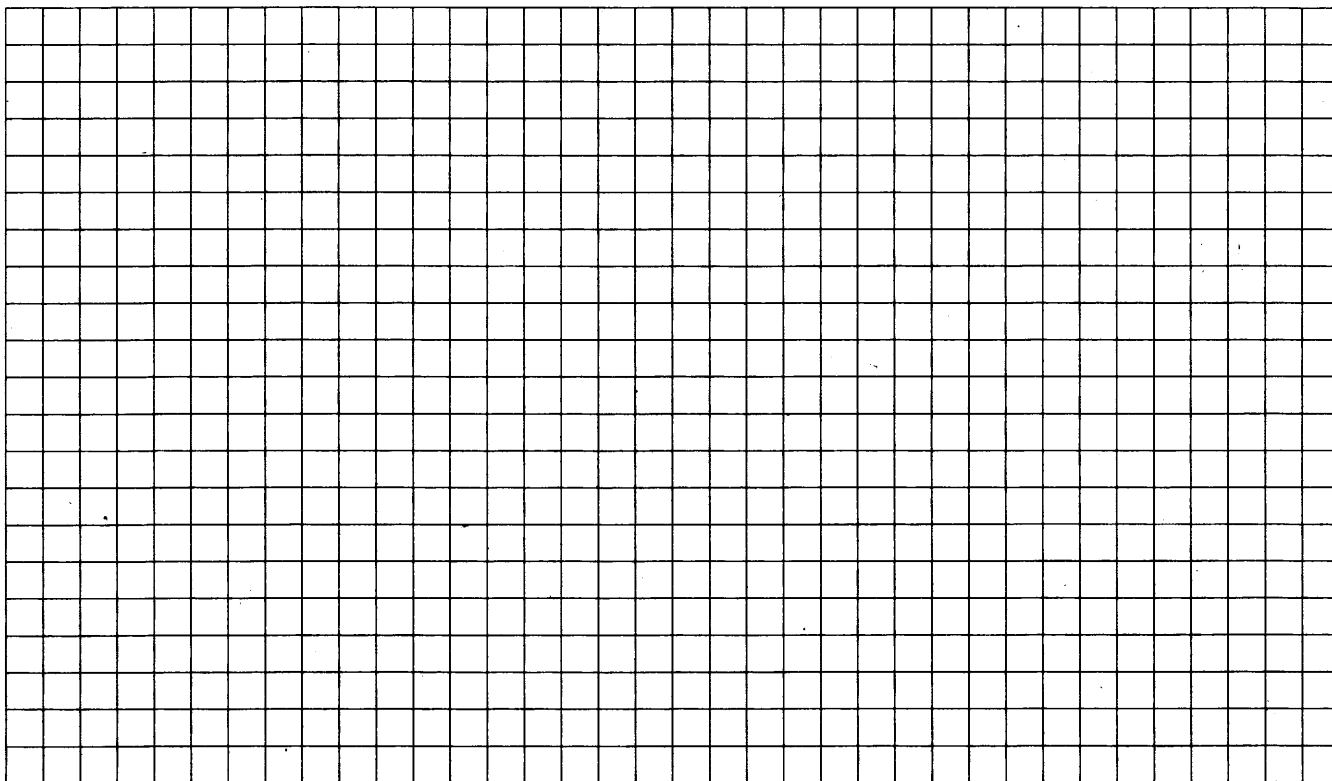
3. Числа от 1 до 37 записали в строку так, что сумма любых первых нескольких чисел делится на следующее за ними число. Какое число стоит на третьем месте, если на первом месте написано число 37, а на втором — 1?



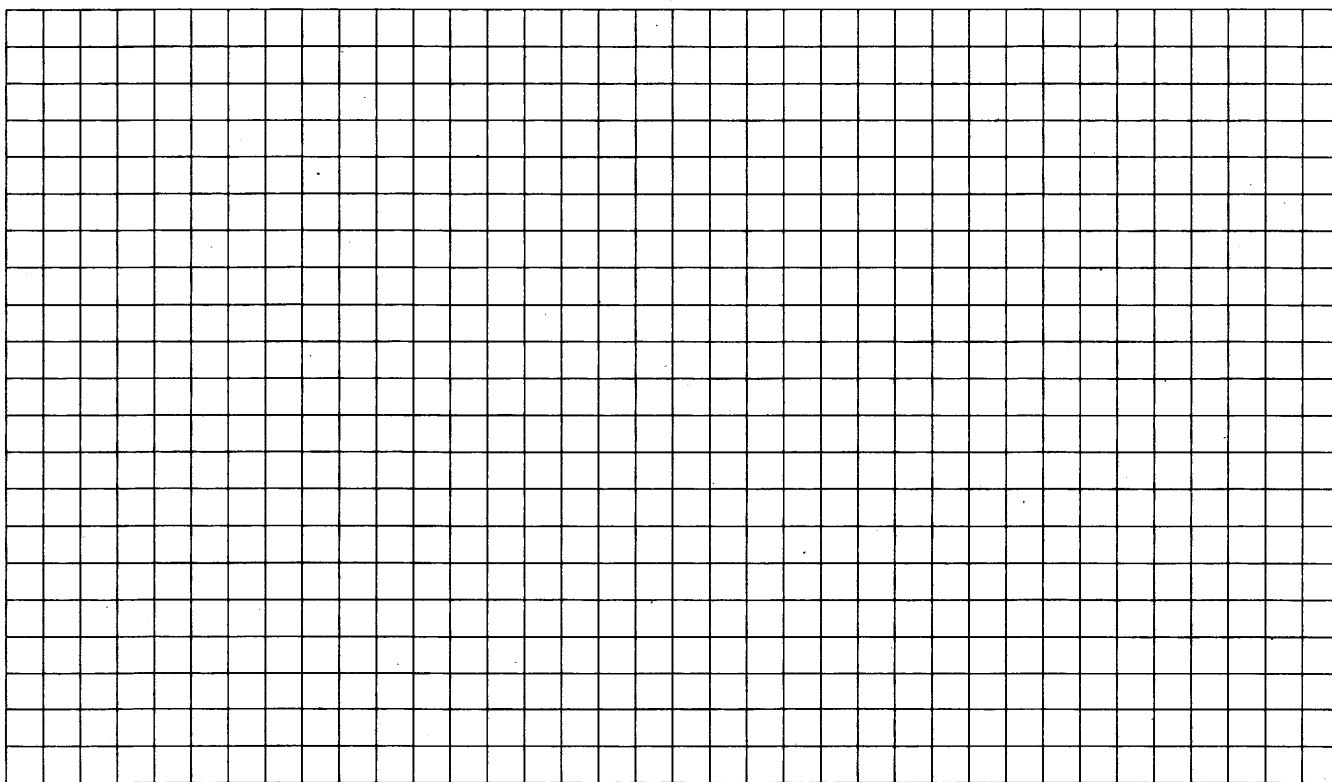
4. Найдите все такие пары простых чисел  $p$  и  $q$ , что  $p^3 - q^5 = (p + q)^2$ .



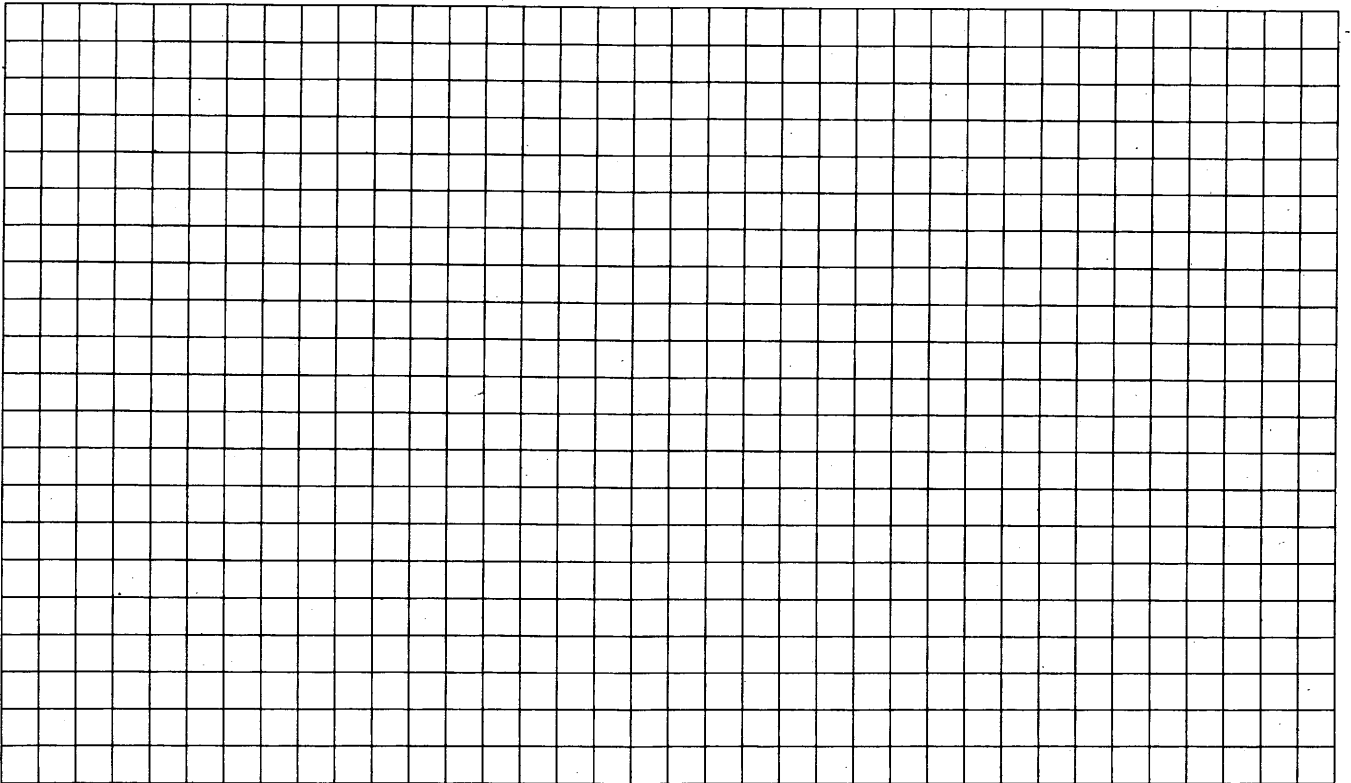
5. **Натуральные числа  $m$  и  $n$  таковы, что  $m > n$ ,  $m$  не делится на  $n$  и имеет от деления на  $n$  тот же остаток, что и  $m + n$  от деления на  $m - n$ . Найдите отношение  $m : n$ .**



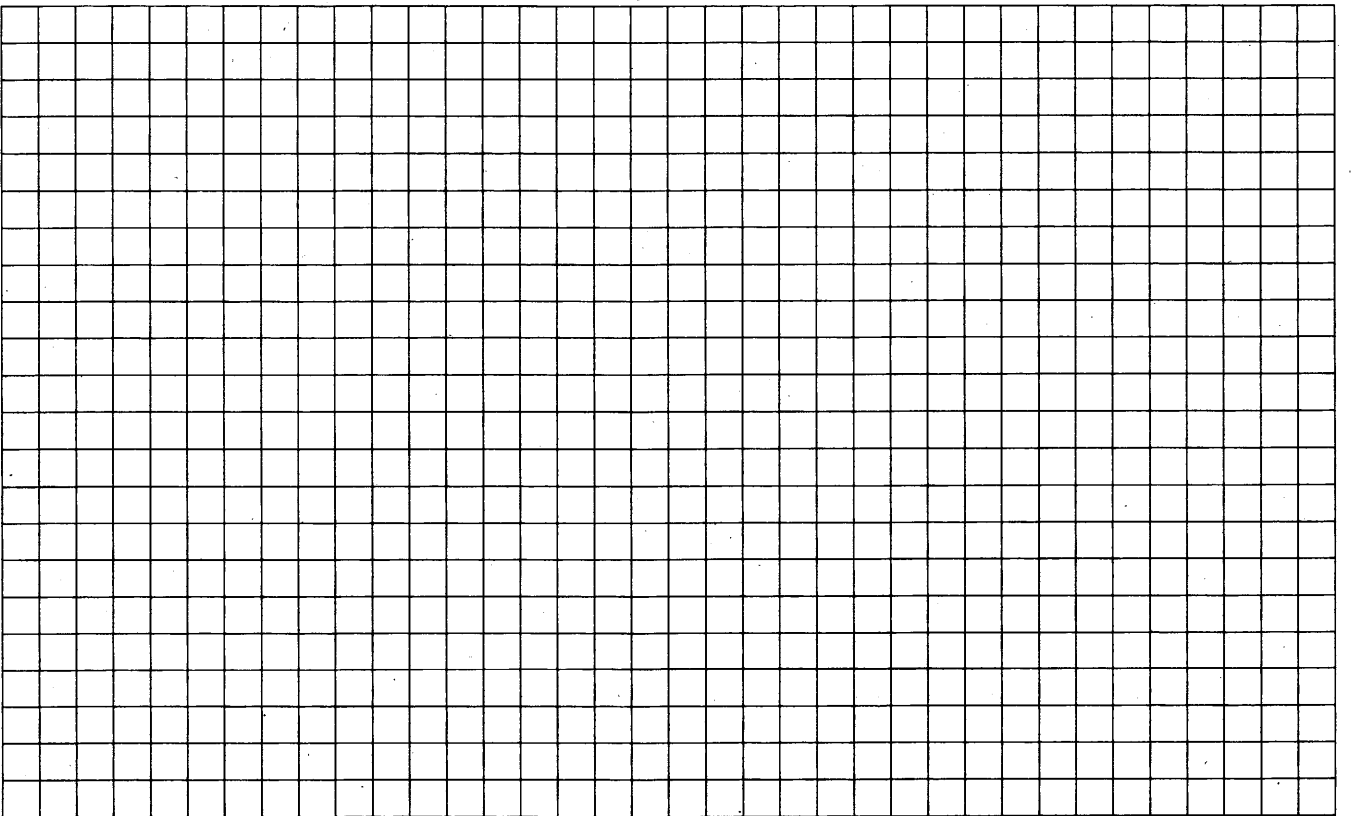
6. **Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $n^2 + n + 1$  делится на 1955?**



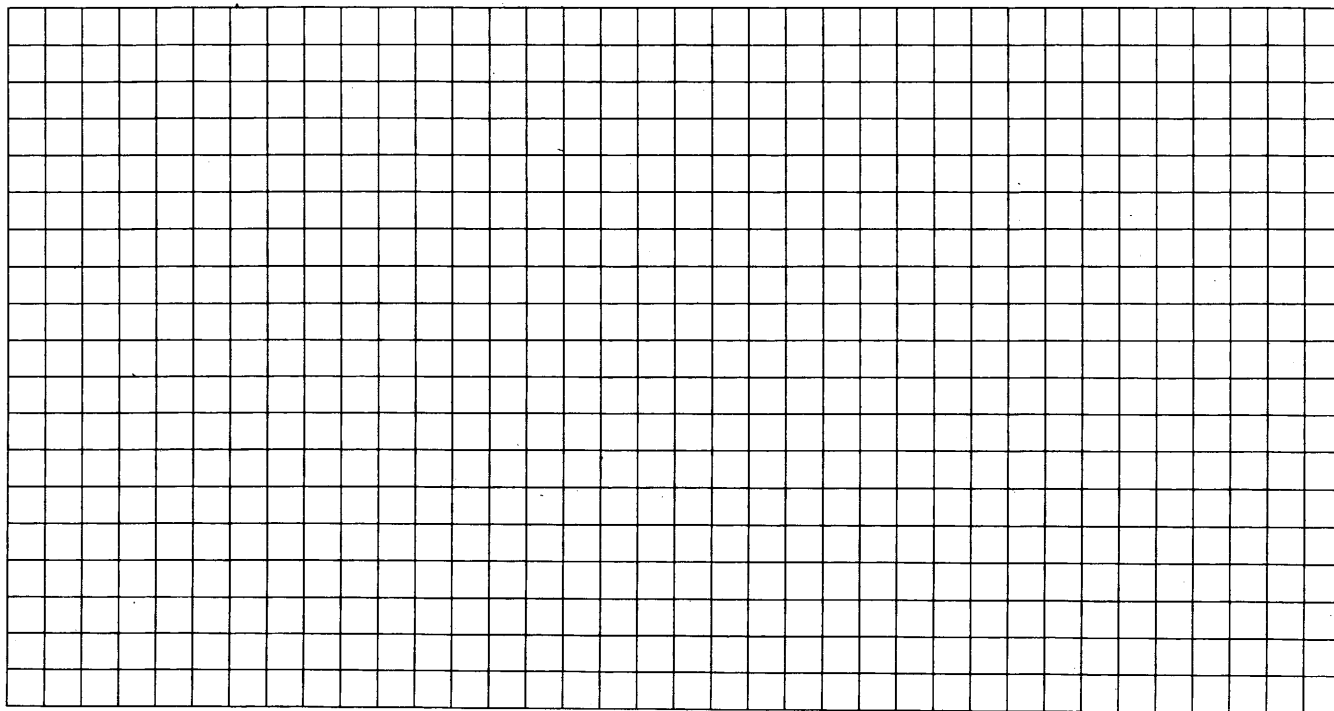
7. Решите уравнение  $2x + 3y + 5z = 11$  в целых числах.



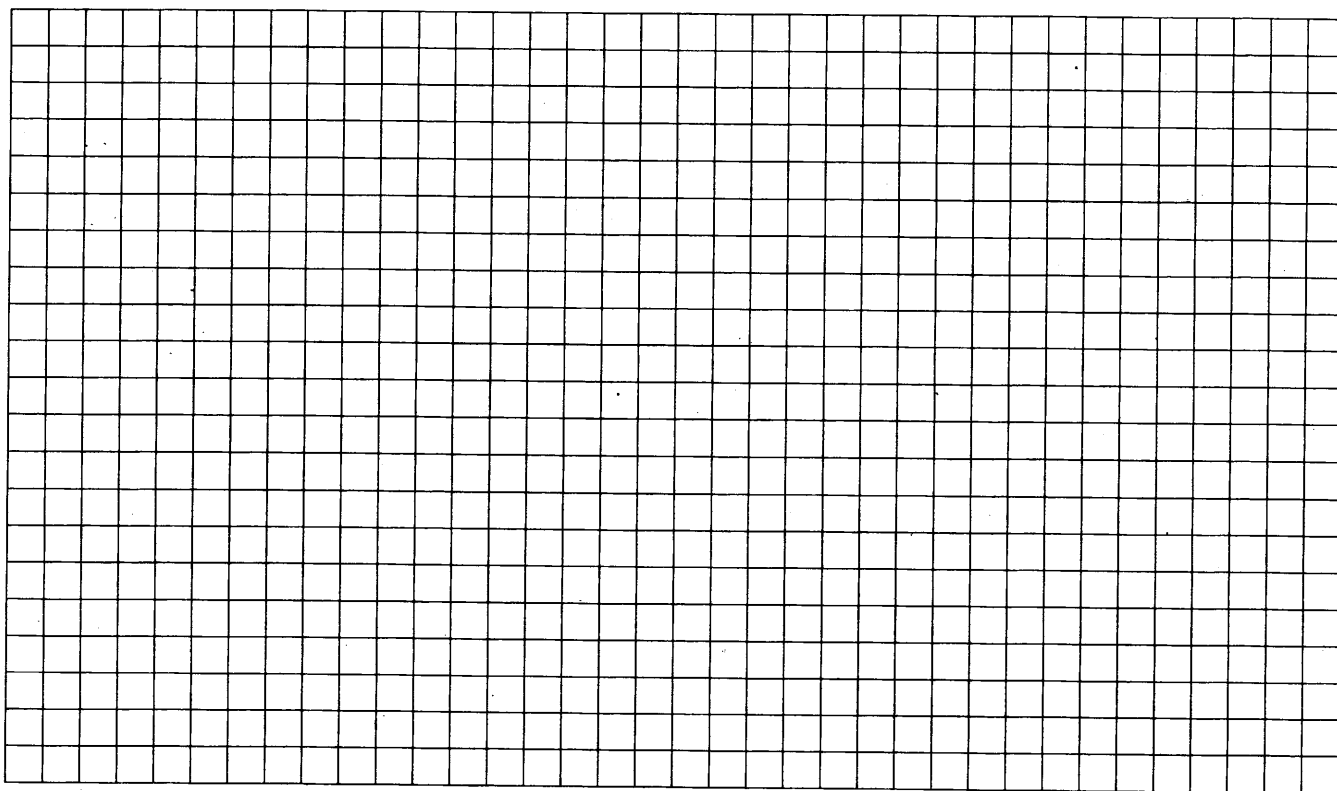
8. Решите в целых числах уравнение  $x + y = x^2 - xy + y^2$ .



9. Сумма модулей членов конечной арифметической прогрессии равна 250. Если все её члены увеличить на 1 или все её члены увеличить на 2, то в обоих случаях сумма модулей членов полученной прогрессии будет также равна 250. Какие значения при этих условиях может принимать величина  $n^2d$ , где  $d$  — разность прогрессии, а  $n$  — число её членов?



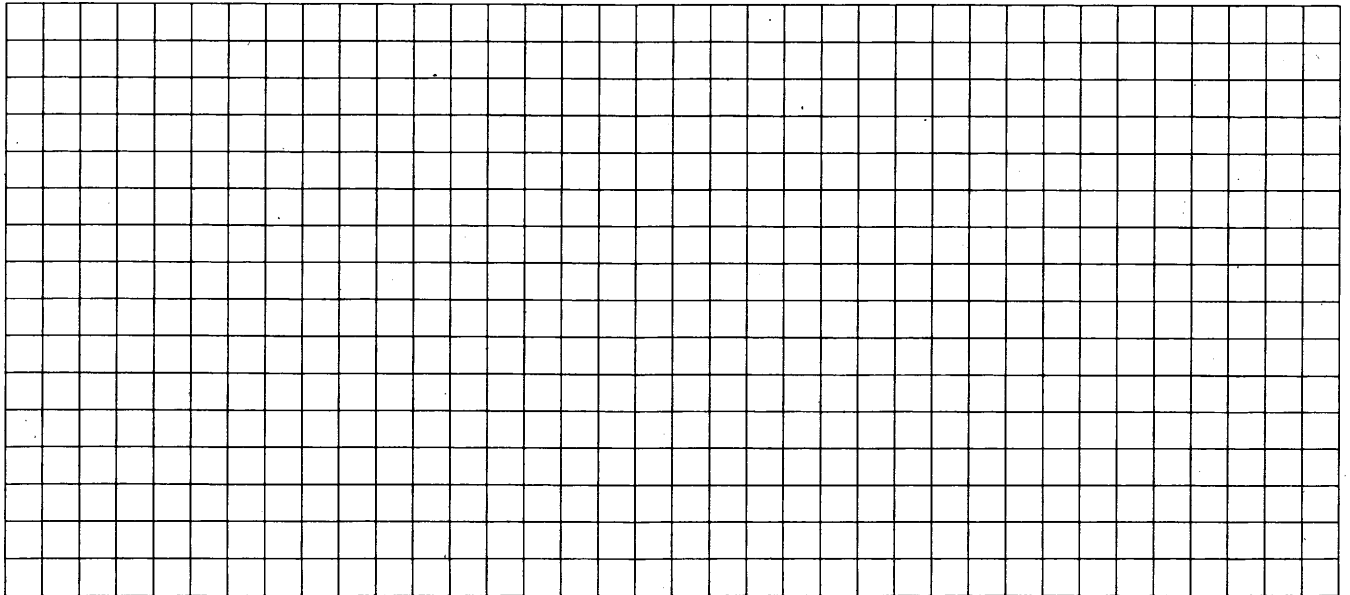
10. Каким может быть произведение нескольких различных простых чисел, если оно кратно каждому из них, уменьшенному на 1? Найдите все возможные значения этого произведения.



## ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 9

15. а) Решите уравнение  $\frac{(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) \log_{13} (2 \sin^2 x)}{\log(\sqrt{2} \cos x)} = 0$ .

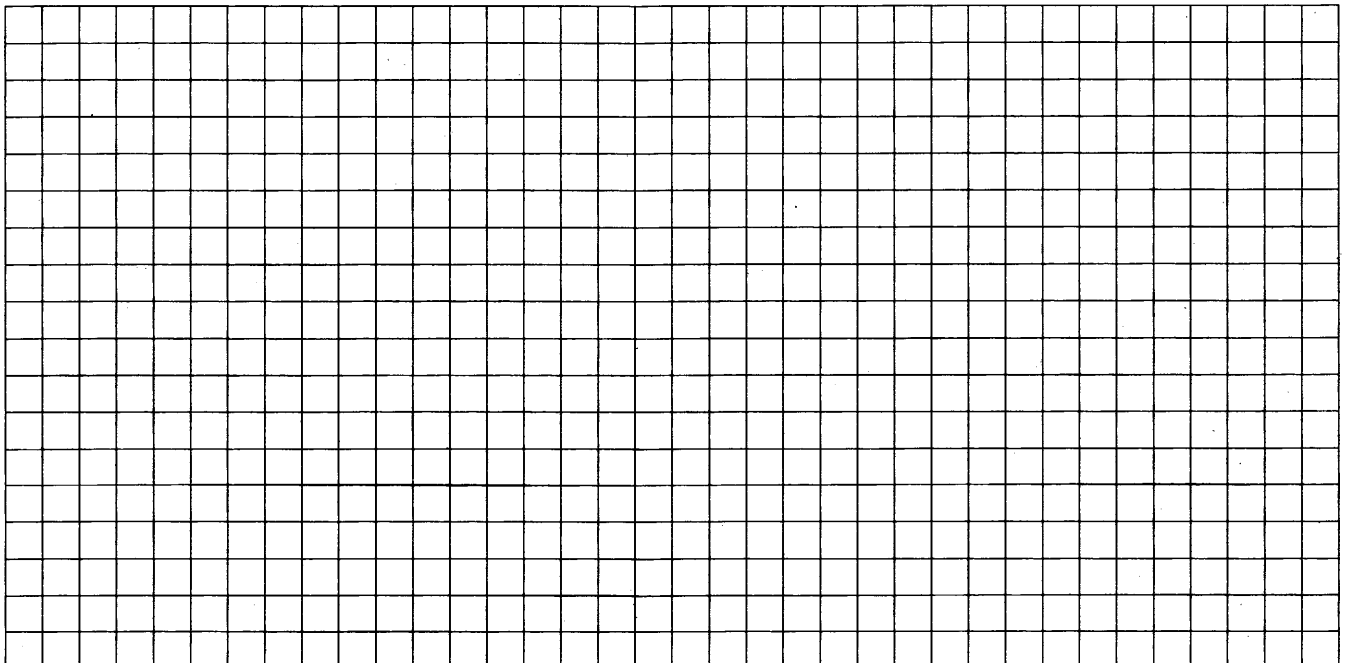
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ .



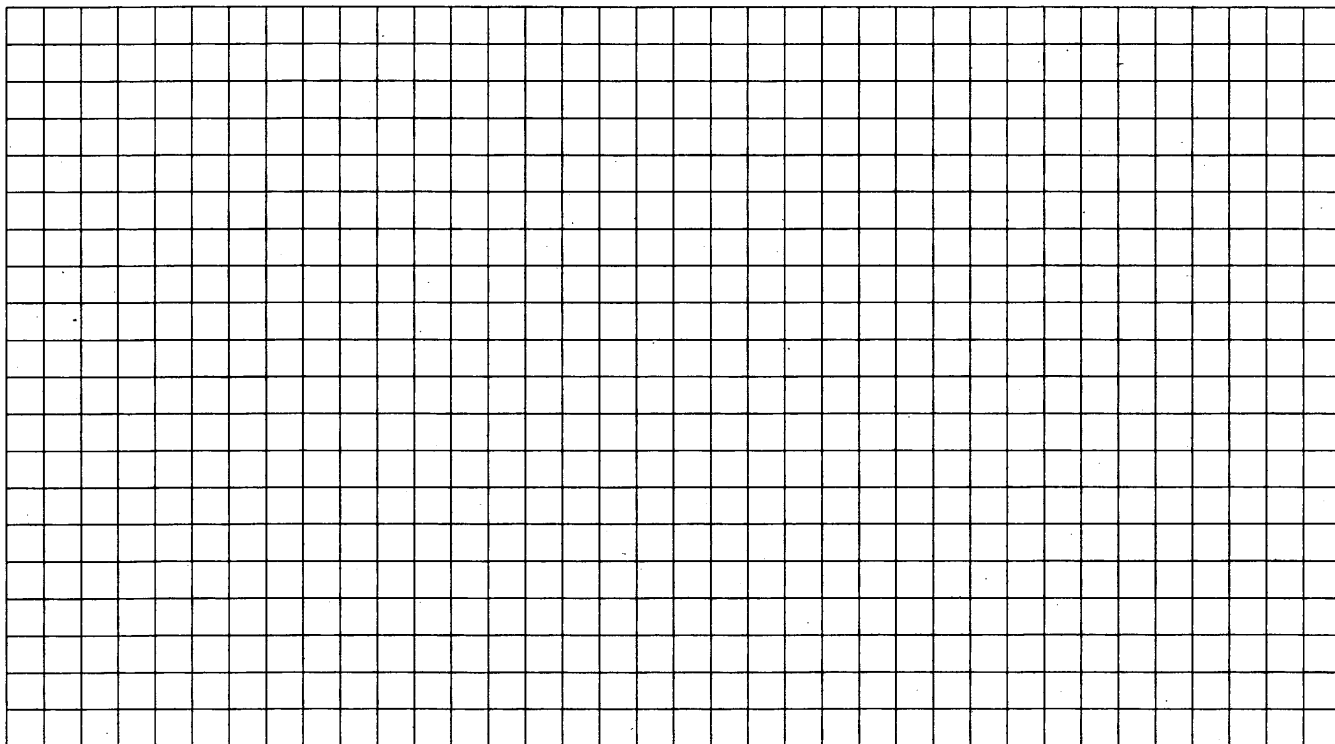
16. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , все рёбра равны 1.

а) Постройте прямую пересечения плоскости  $AA_1 DD_1$  с плоскостью, проходящей через точки  $D$ ,  $B_1$  и  $F_1$ .

б) Найдите тангенс угла между плоскостями  $ABC$  и  $DB_1 F_1$ .



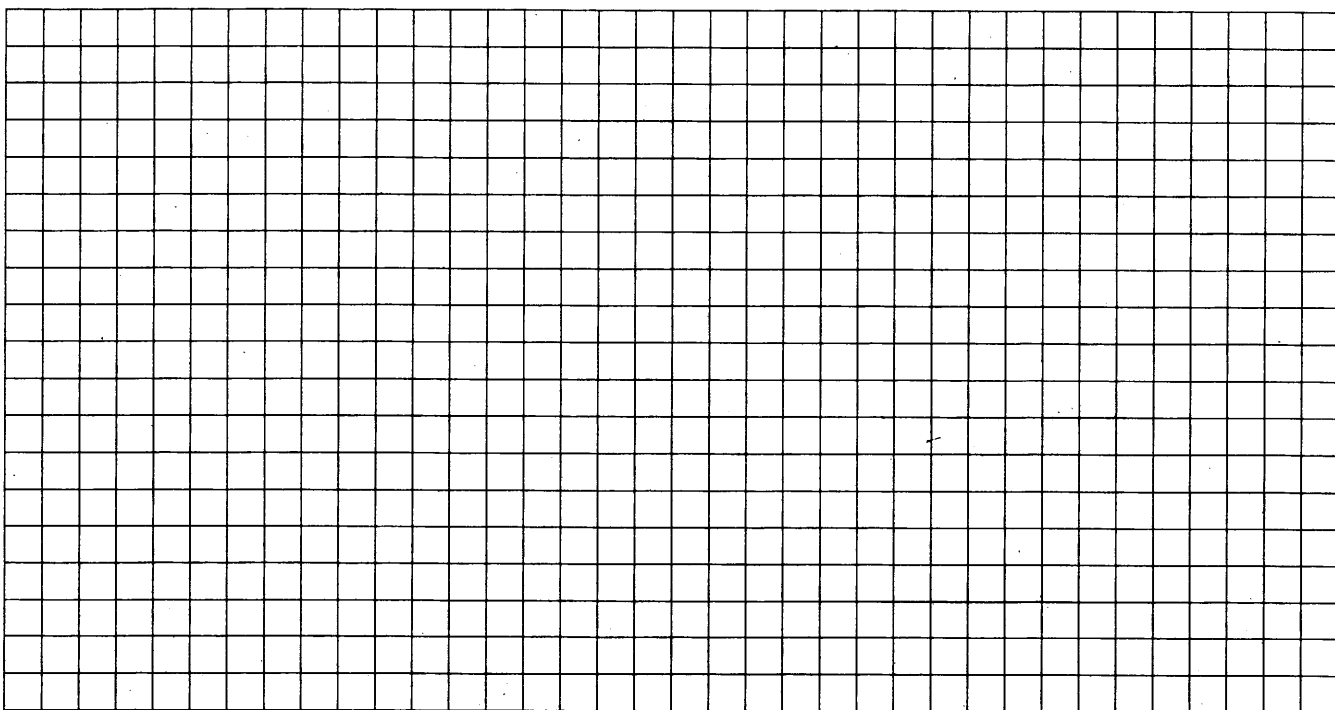
17. Решите неравенство  $\frac{2x^2 - 10x + 6}{x - 5} \leq x$ .



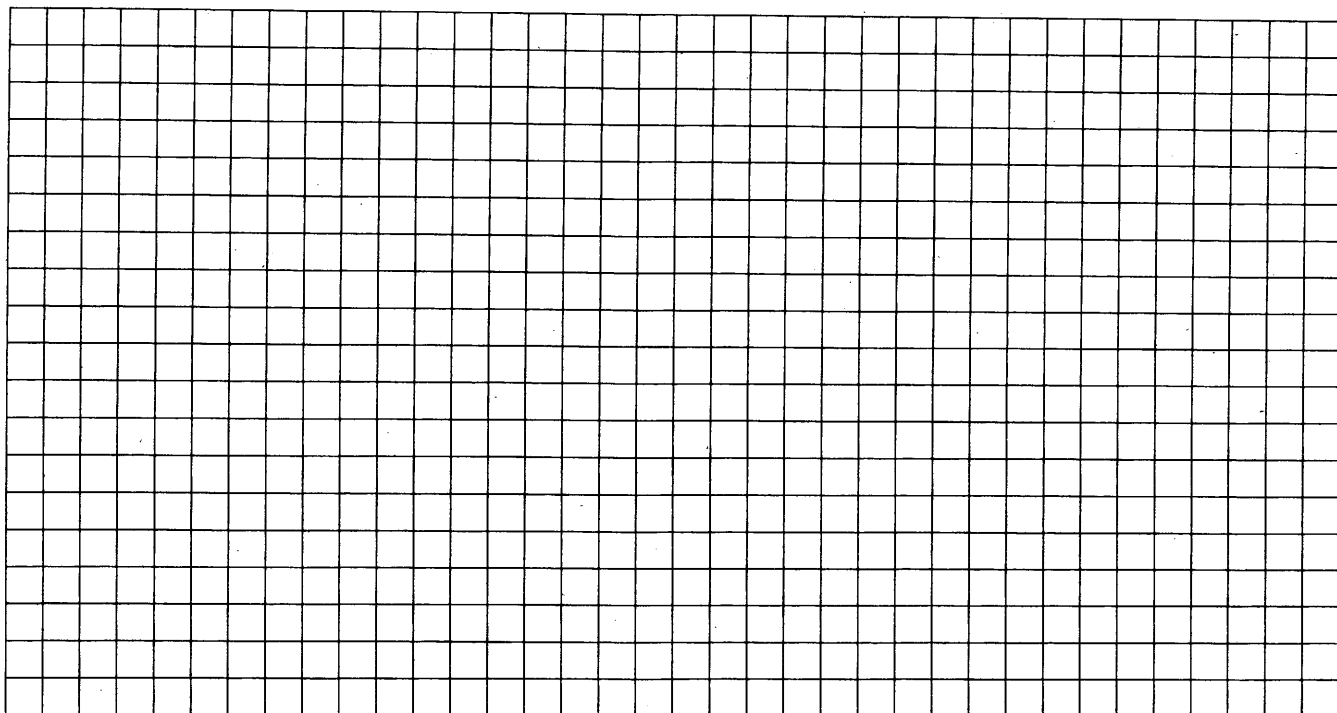
18. На сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  взяты соответственно точки  $K$ ,  $L$  и  $M$ , причём  $AK : KB = 2 : 3$ ,  $BL : LC = 1 : 2$ ,  $CM : MA = 3 : 1$ .

а) Докажите, что площади треугольников  $BKL$  и  $KLM$  равны.

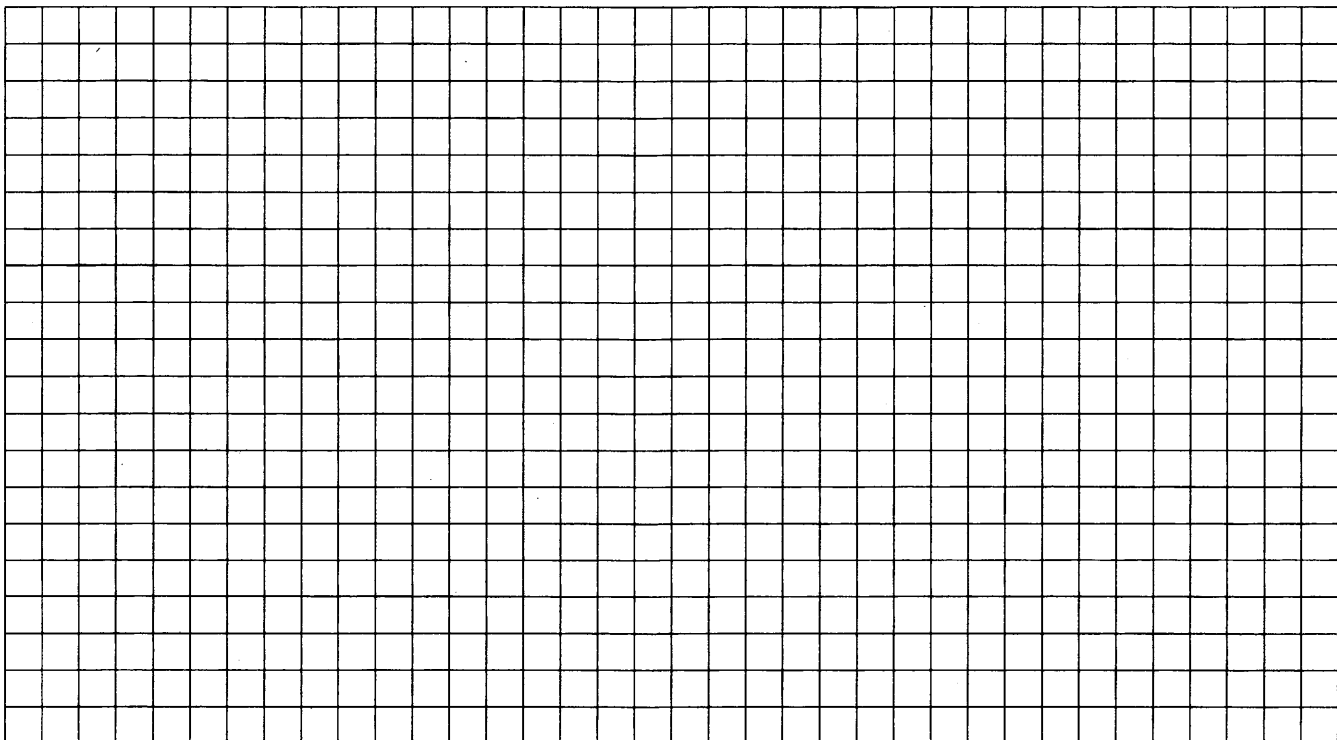
б) В каком отношении отрезок  $KL$  делит отрезок  $BM$ ?



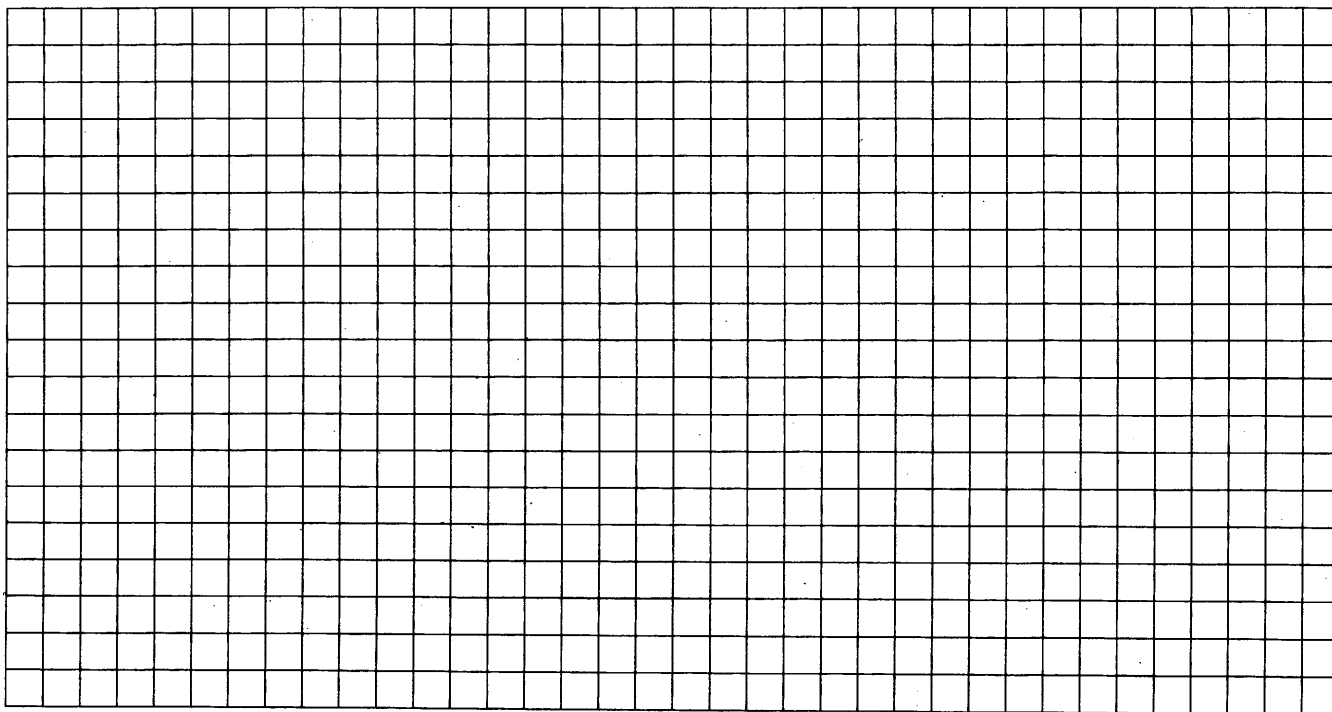
- 19.** 31 декабря 2014 года Сергей взял в банке некоторую сумму в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк 2 662 000 рублей. Какую сумму взял Сергей в банке, если он выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?



- 20.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $4x - |3x - |x + a|| = 9|x - 3|$  имеет два корня.



**21.** Найдите наименьшее и наибольшее натуральные значения  $n$ , при которых уравнение  $(x^2 + y^2)^{2010} = x^n \cdot y^n$  имеет натуральные решения.

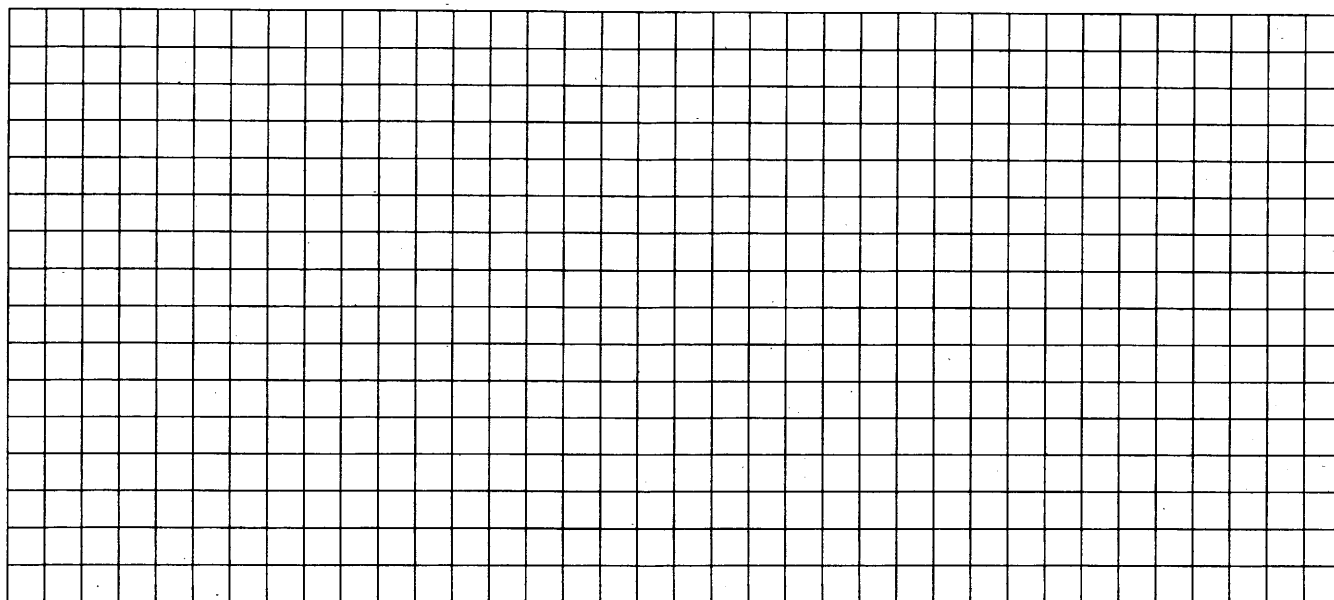




## ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 10

15. а) Решите уравнение  $6 \sin^2 x - 5 \sin x - 4 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

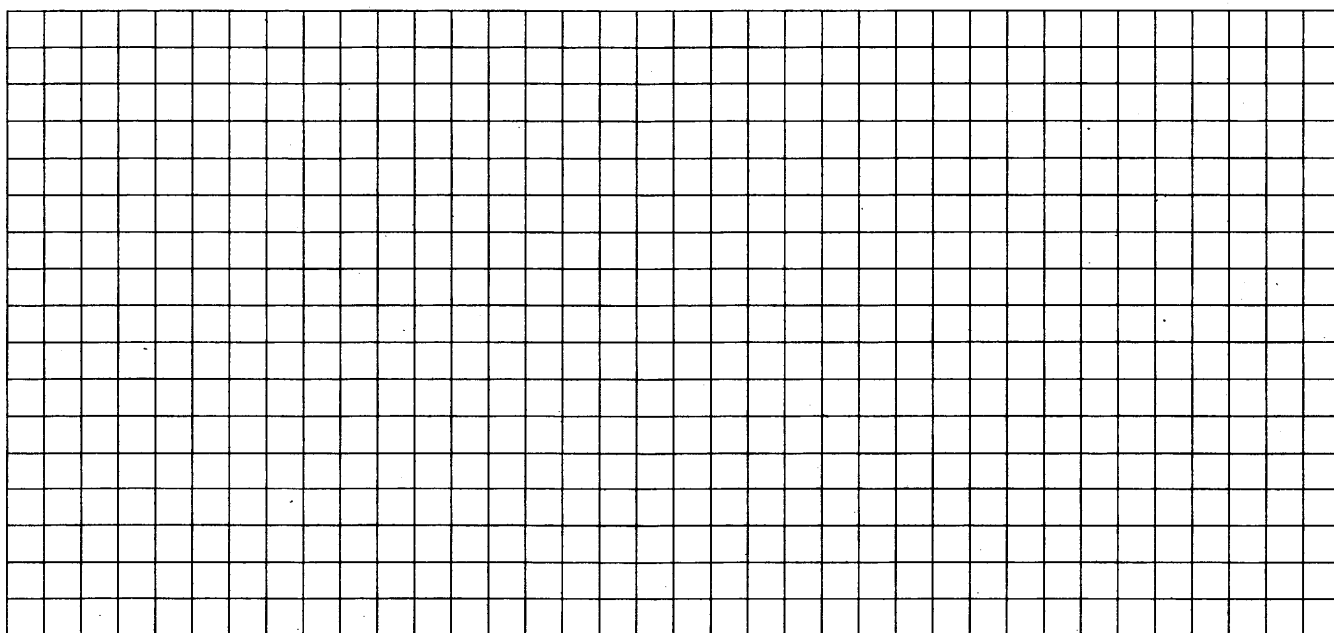


16. В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  с вершиной  $S$  сторона основания равна 4.

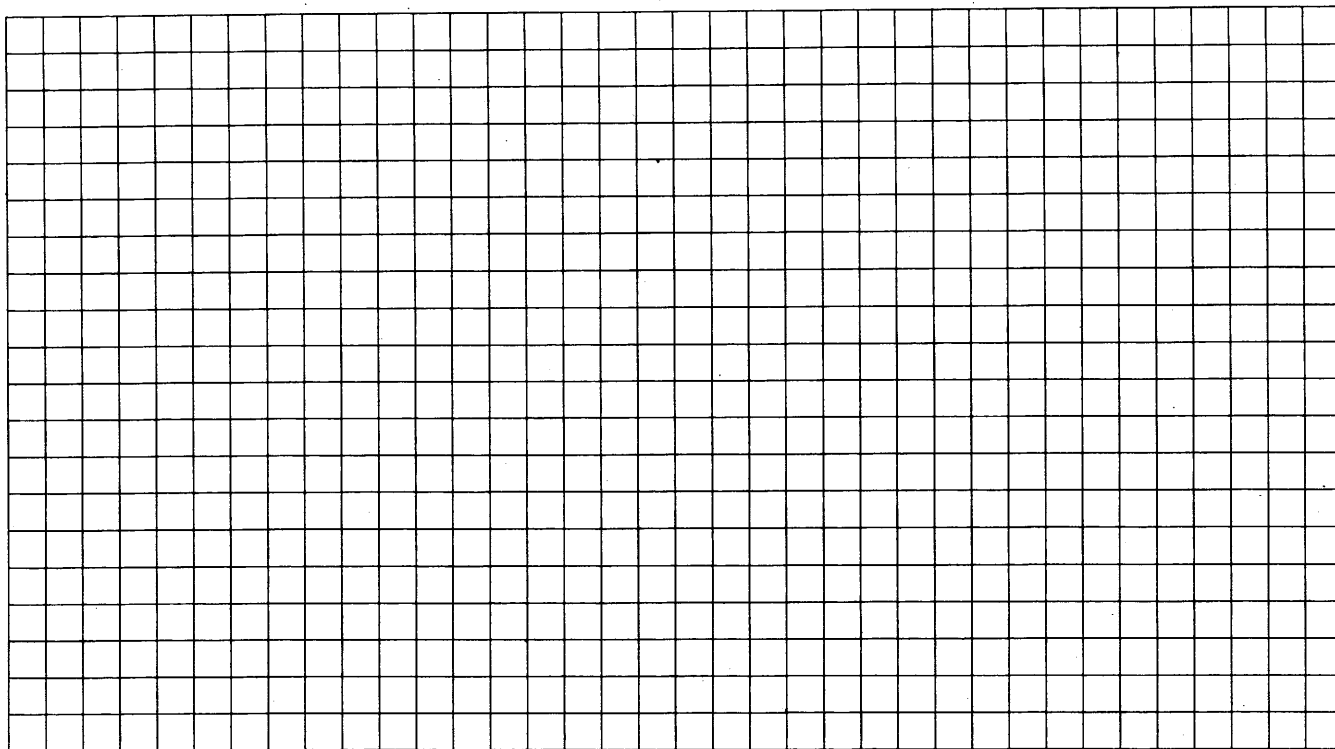
Точка  $L$  — середина ребра  $SC$ . Тангенс угла между прямыми  $BL$  и  $SA$  равен  $2\sqrt{\frac{2}{17}}$ .

а) Пусть  $O$  — центр основания пирамиды. Докажите, что прямые  $BO$  и  $LO$  перпендикулярны.

б) Найдите площадь поверхности пирамиды.



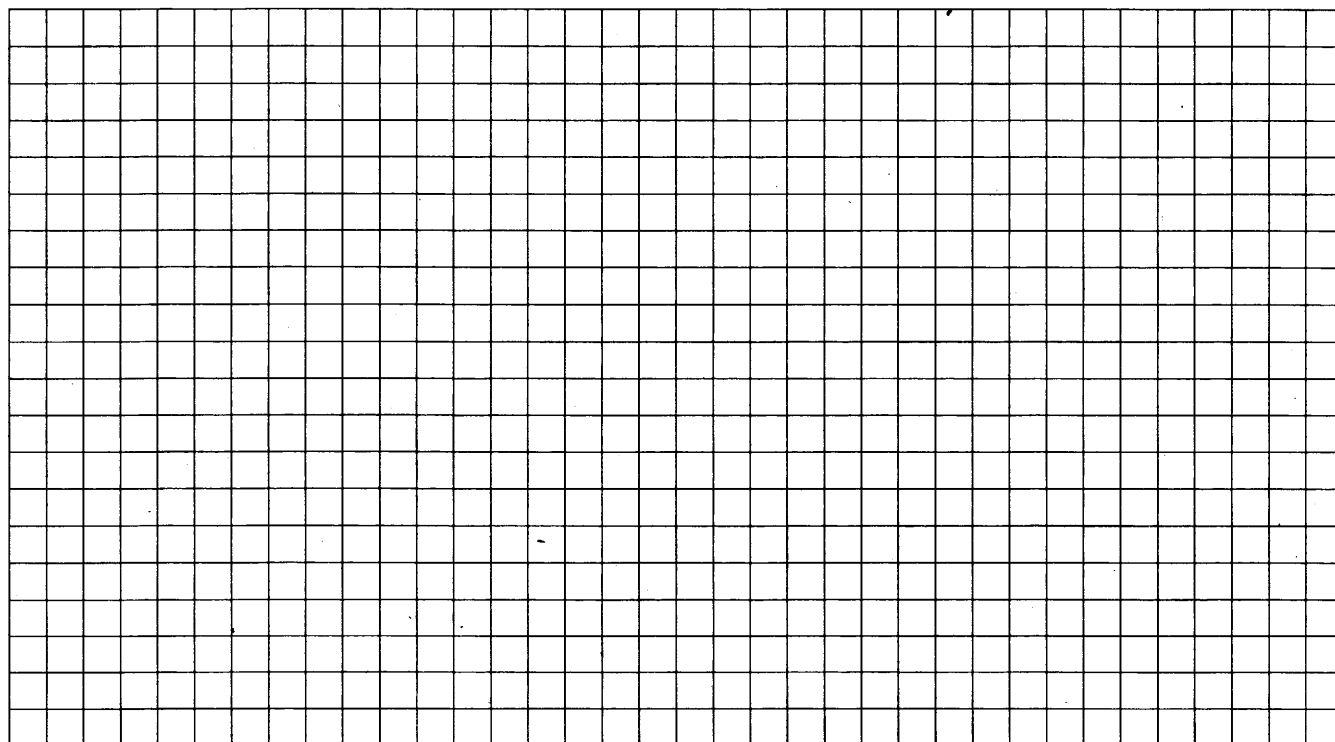
17. Решите неравенство  $\log_{x+1}(x-1) \cdot \log_{x+1}(x+2) \leq 0$ .



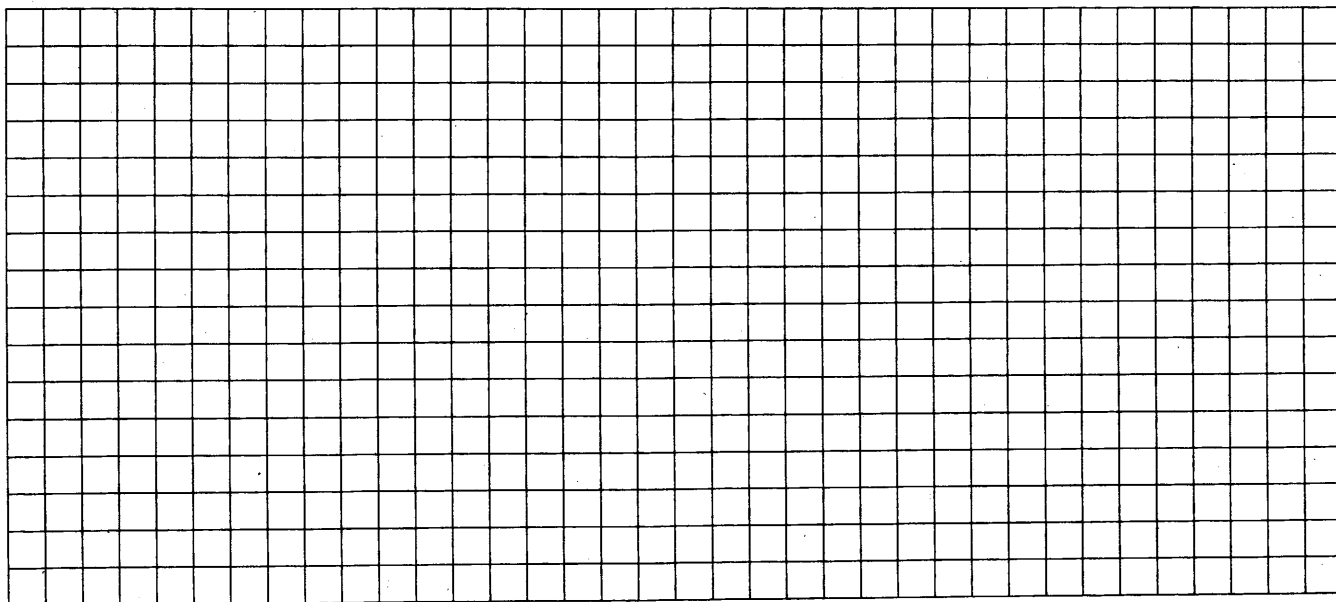
18. Окружность, построенная на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  как на диаметре, проходит через середину стороны  $BC$  и пересекает в точке  $D$  продолжение стороны  $AB$  за точку  $A$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  — равнобедренный.

б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AD = \frac{2}{3}AB$ ,  $AC = 1$ .



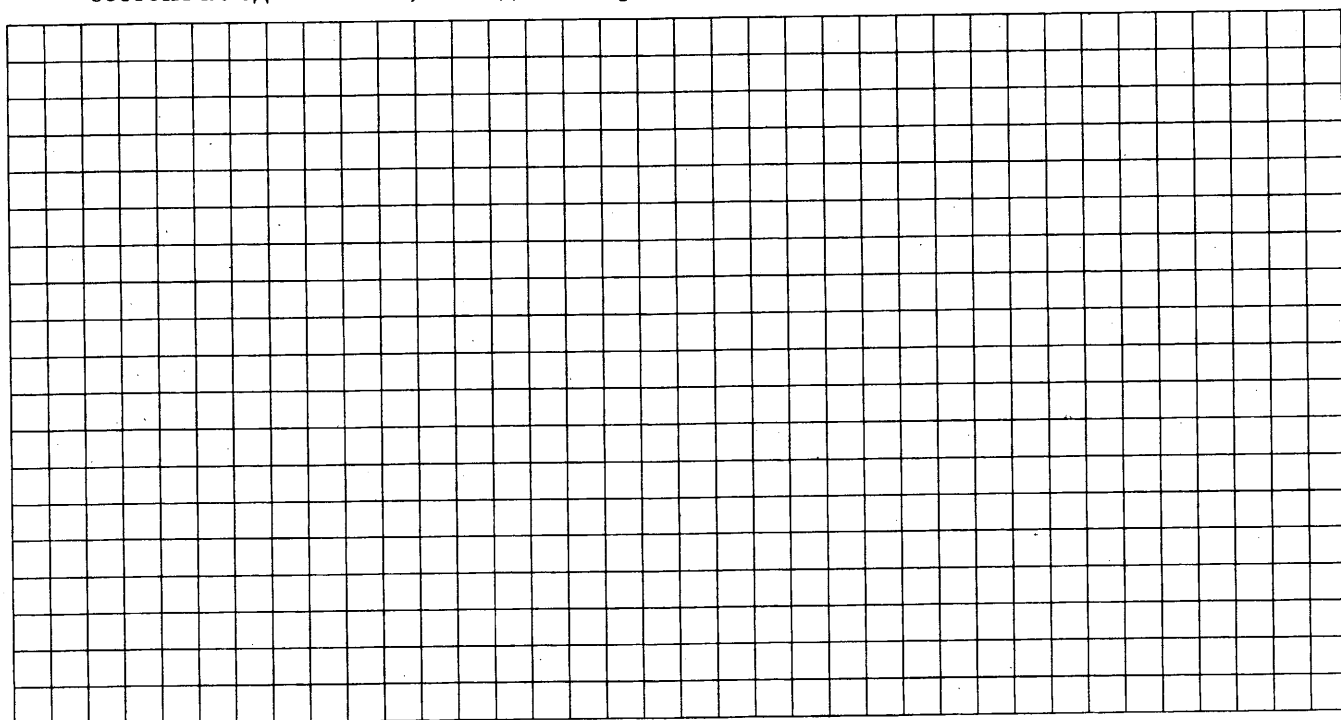
19. 31 декабря 2014 года Георгий взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на  $a\%$ ), затем Георгий переводит очередной транш. Георгий выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 570 тыс. рублей, во второй 599,4 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Георгию?



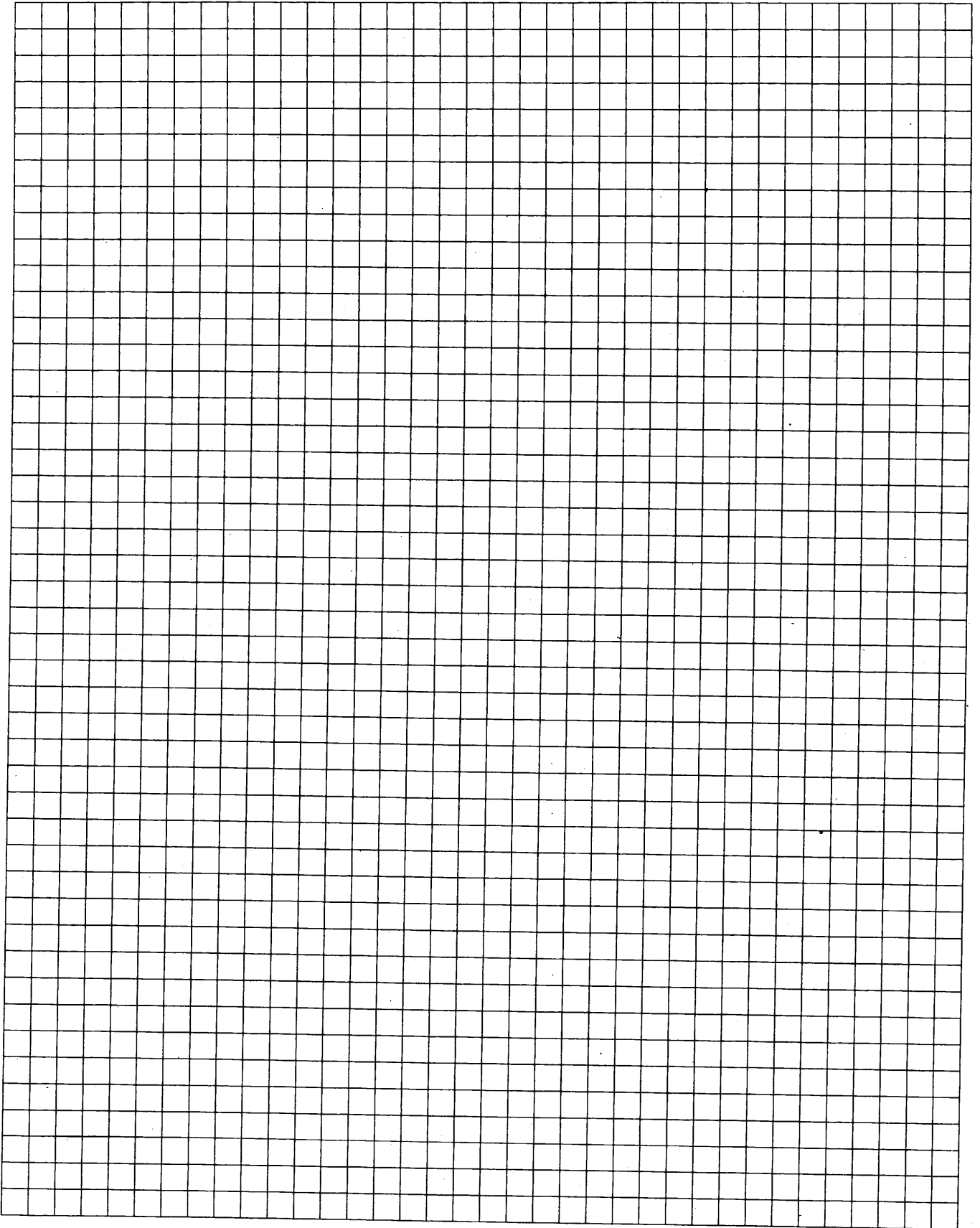
20. Найдите все неотрицательные значения параметра  $a$ , при каждом из которых множество решений неравенства

$$1 \leq \frac{2a + x^2 - 4 \log_{1/3}(4a^2 - 4a + 9)}{5\sqrt{18x^4 + 7x^2} + 2a + 4 + \log_{1/3}^2(4a^2 - 4a + 9)}$$

состоит из одной точки, и найдите это решение.



21. Известно, что при любом целом  $K \neq 27$  число  $a - K^3$  делится без остатка на  $27 - K$ . Найдите  $a$ .



# **ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ**

---

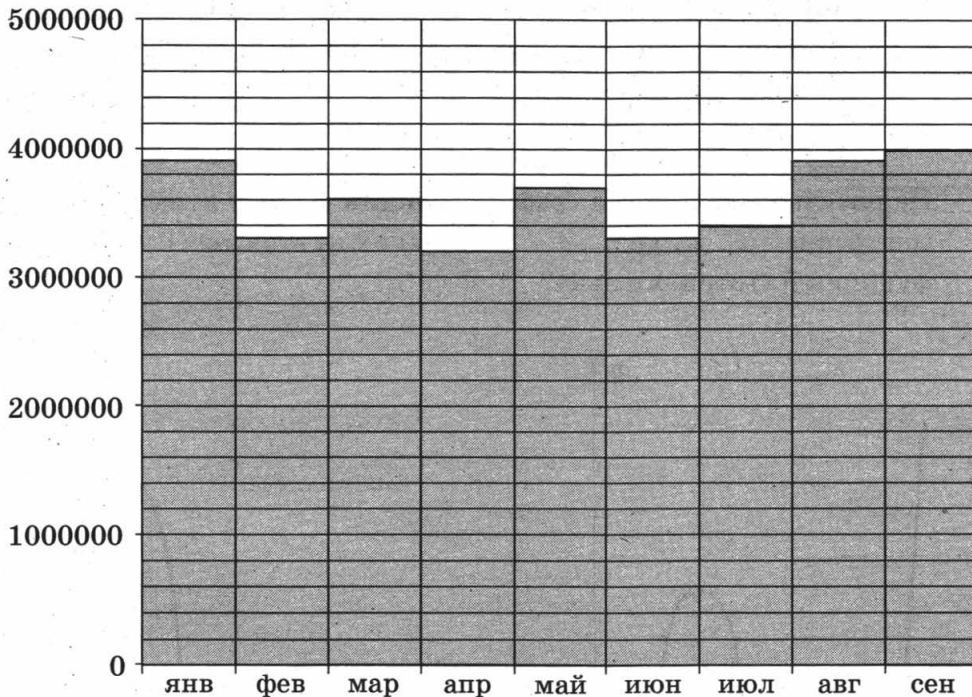
Ответом к заданиям части 1 (1–14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

# ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 11

## Часть 1

1. Для ремонта квартиры требуется 45 рулонов обоев. Сколько пачек обойного клея нужно купить, если одна пачка клея рассчитана на 6 рулонов?
2. На диаграмме показано число запросов со словом КИНО, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме наибольшее месячное число запросов со словом КИНО в указанный период.



3. При заказе дисков в некотором шведском музыкальном магазине цена одного диска не зависит от количества дисков в заказе, а доставка заказа в другие страны осуществляется на таких условиях:
  - доставка заказа не более чем из трёх дисков — 6 \$;
  - доставка заказа от 4 до 8 дисков — 17,5 \$;
  - доставка заказа из 9 и более дисков — 28 \$.

Сколько долларов придется заплатить за доставку самым дешевым способом (можно в несколько заказов) при приобретении ровно 9 дисков?

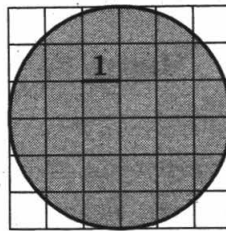
■ 11.1

■ 11.2

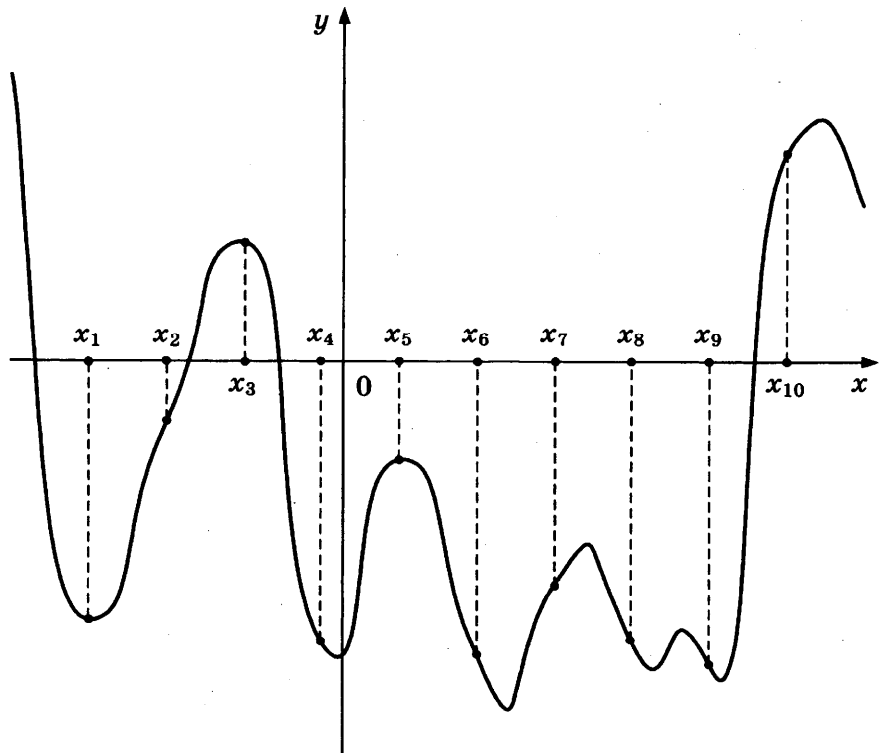
■ 11.3



4. Найдите площадь  $S$  круга. В ответе укажите  $\frac{S}{\pi}$ .



5. В классе 7 мальчиков и 14 девочек. 1 сентября случайным образом определяют двух дежурных на 2 сентября, которые должны приготовить класс к занятиям. Найдите вероятность того, что будут дежурить два мальчика.
6. Решите уравнение  $\sqrt{x+4} = 7$ .
7. В прямоугольном треугольнике высота, проведённая к гипотенузе, делит прямой угол на два угла, один из которых равен  $56^\circ$ . Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.
8. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и десять точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  отрицательна?





9. Высота основания правильной треугольной пирамиды равна 9, а высота боковой грани пирамиды, проведённая к ребру основания, равна  $\sqrt{73}$ . Найдите боковое ребро пирамиды.
10. Найдите значение выражения  $\log_6 126 - \log_6 3,5$ .
11. Для одного из предприятий-монополистов зависимость объема спроса на продукцию  $q$  (единиц в месяц) от её цены  $p$  (тыс. руб.) задается формулой:  $q = 100 - 10p$ . Определите максимальный уровень цены  $p$  (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц  $r = q \cdot p$  составит не менее 210 тыс. руб.
12. Объем цилиндра равен  $24 \text{ см}^3$ . Радиус основания цилиндра уменьшили в 2 раза, а образующую увеличили в 5 раз. Найдите объем получившегося цилиндра. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .
13. Первая труба наполняет бак объемом 600 литров, а вторая труба — бак объемом 900 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 3 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?
14. Найдите наименьшее значение функции  $y = 11 \operatorname{tg} x - 11x + 16$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ .

■ 11.9

■ 11.10

■ 11.11

■ 11.12

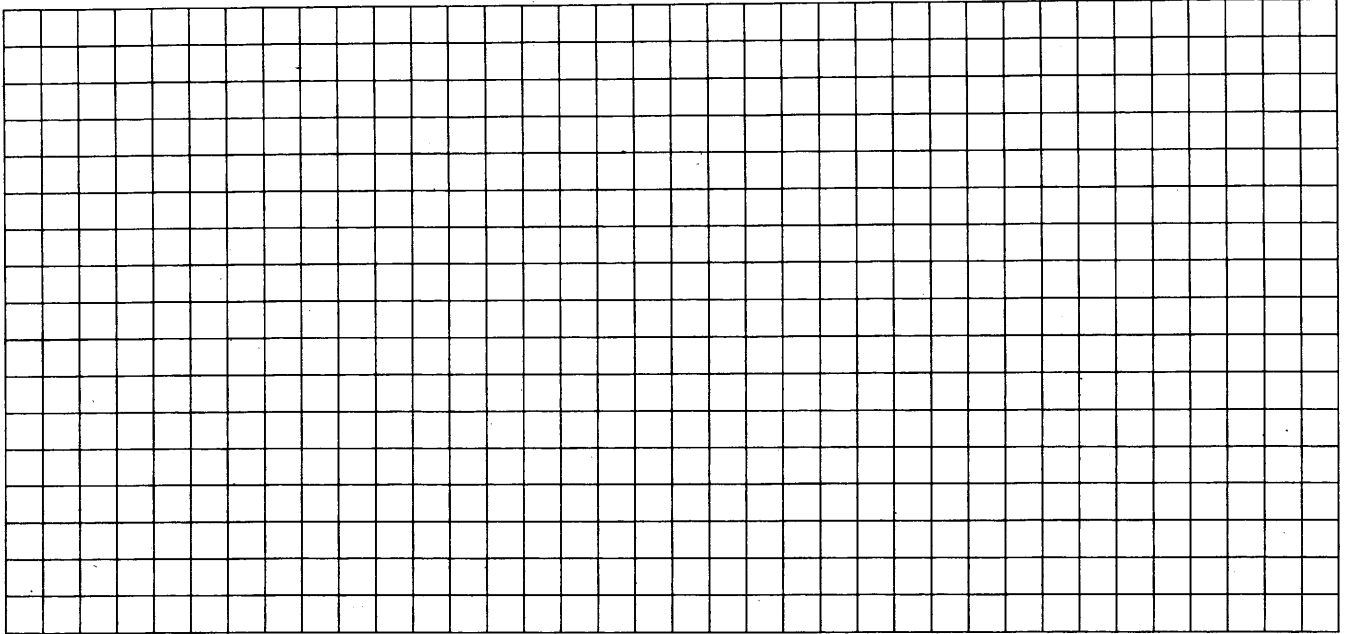
■ 11.13

■ 11.14

## Часть 2

15. а) Решите уравнение  $\operatorname{tg}^2 x + 5\operatorname{tg} x + 6 = 0$ .

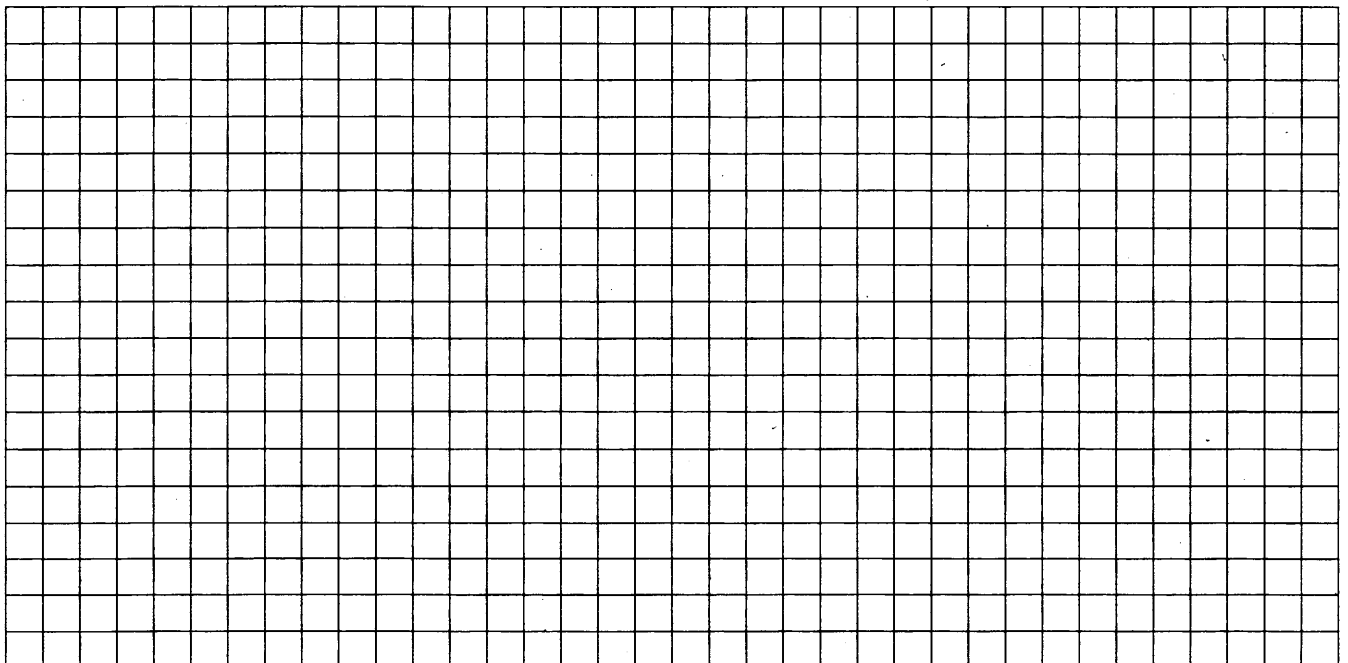
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-2\pi; \frac{-\pi}{2}\right]$ .



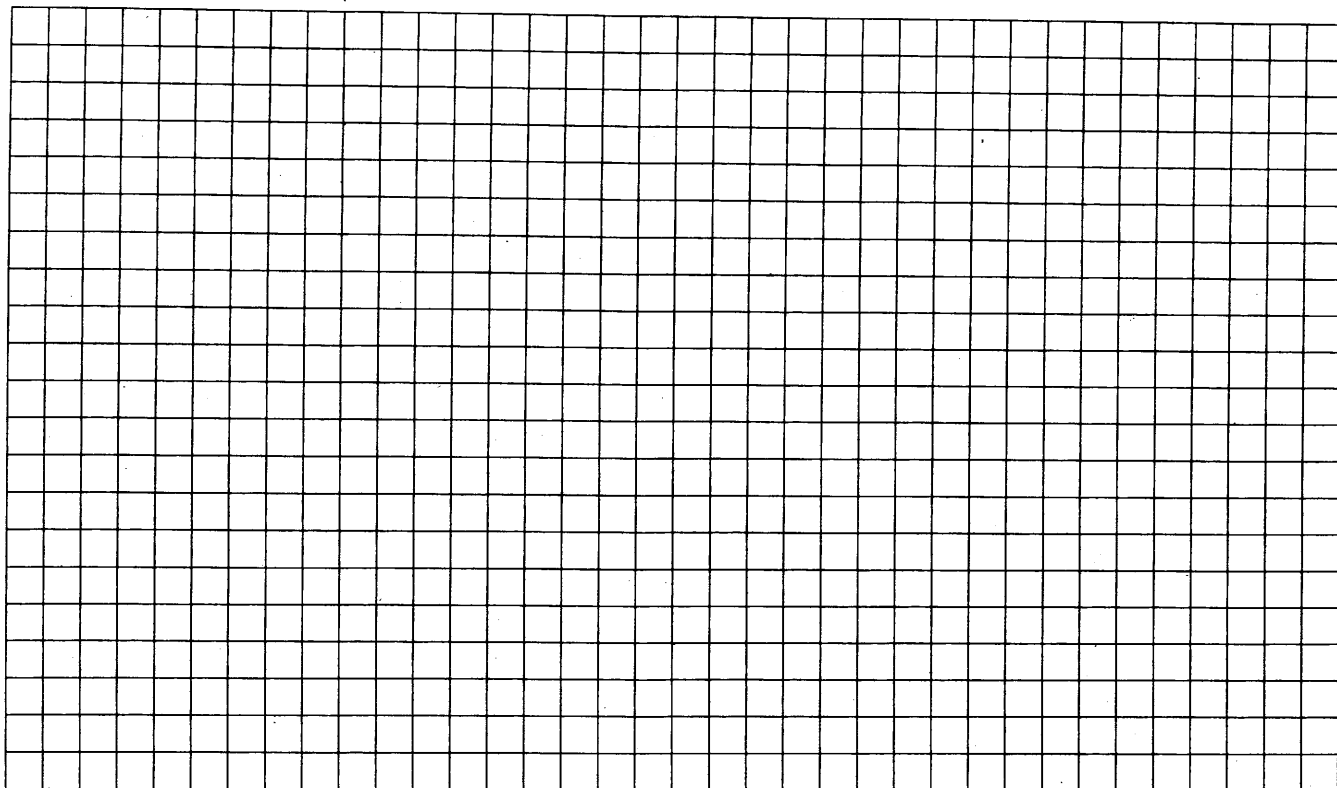
16. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Расстояние между этими хордами равно  $7\sqrt{10}$ .

а) Постройте прямую пересечения этой плоскости с плоскостью, проходящей через диаметры оснований, перпендикулярные этим хордам.

б) Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.



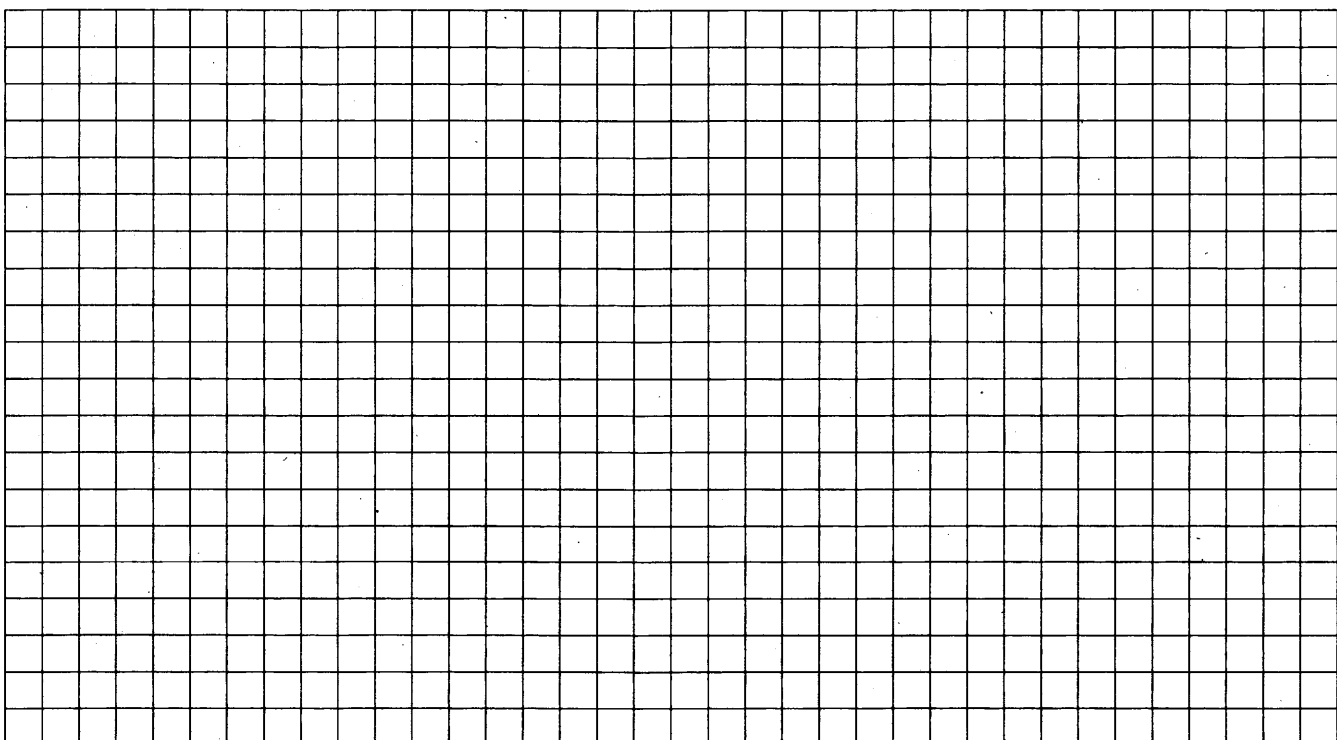
17. Решите неравенство  $\log_{x+1}(x-1) \cdot \log_{x+1}(x+2) \leq 0$ .



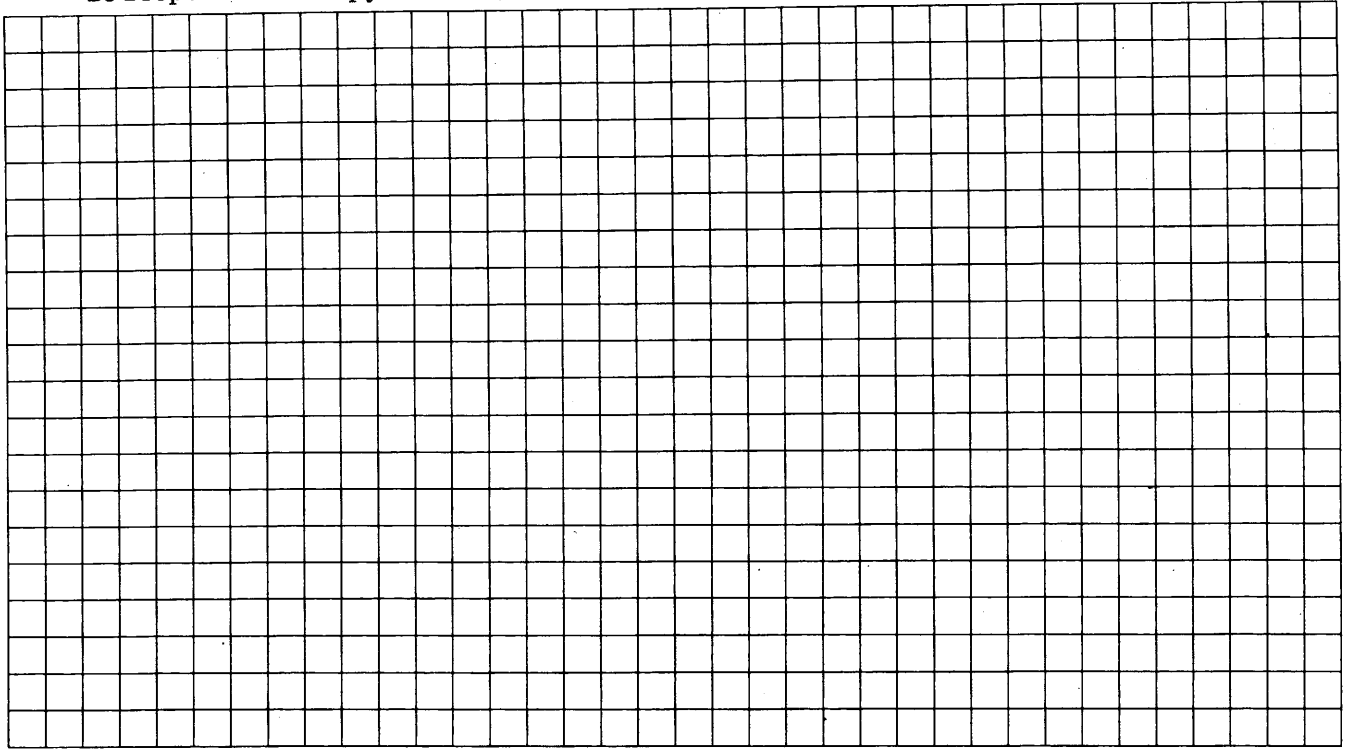
18. Окружности радиусов 2 и 4 касаются в точке  $B$ . Через точку  $B$  проведена прямая, пересекающая второй раз меньшую окружность в точке  $A$ , а большую — в точке  $C$ .

а) Докажите, что  $BC = 2AB$ .

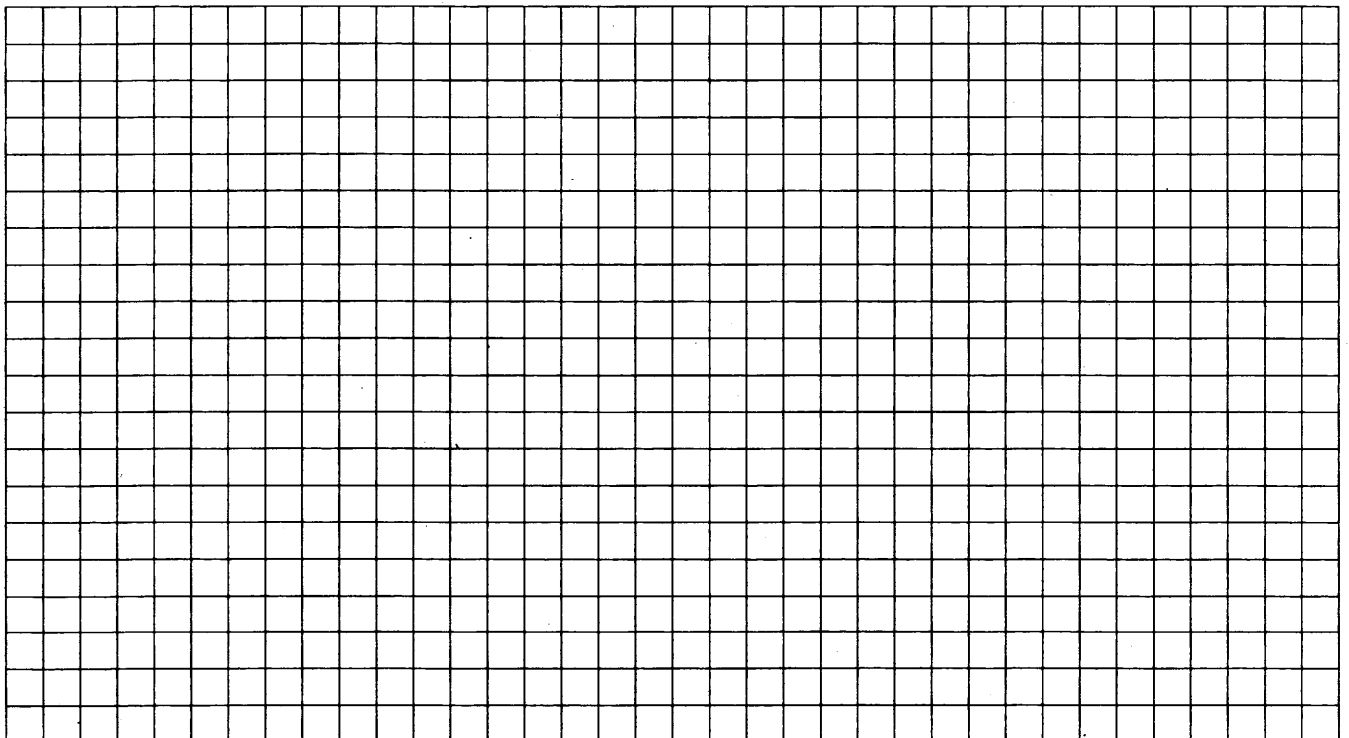
б) Найдите  $BC$ , если  $AB = 3\sqrt{2}$ .



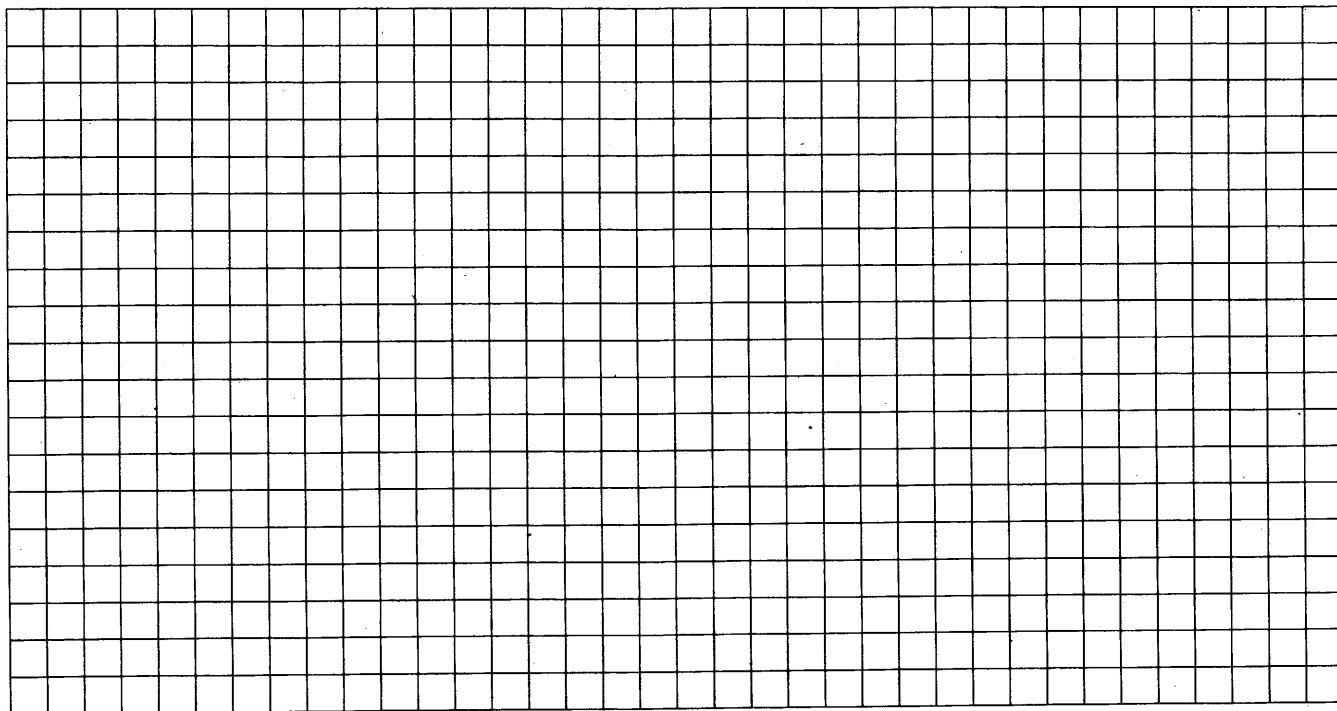
- 19.** 31 декабря 2014 года Леонид взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на  $a\%$ ), затем Леонид переводит очередной транш. Леонид выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 700 тыс. рублей, во второй 440 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Леониду?



- 20.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых модуль разности корней уравнения  $x^2 - 6x + 12 + a^2 - 4a = 0$  принимает наибольшее значение.



- 21.** Квадратный трёхчлен  $f(x) = x^2 + px + q$  имеет два различных целых корня. Один из корней трёхчлена и его значение в точке  $x = 11$  являются простыми числами. Найдите корни трёхчлена.



# ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 12

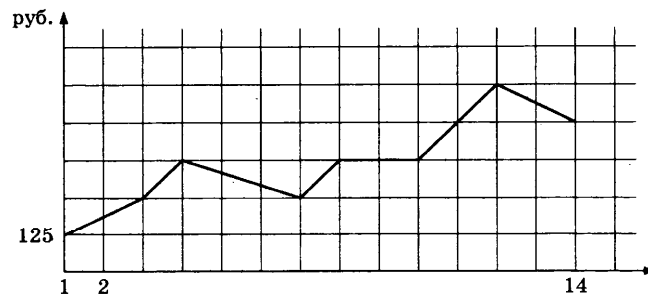
## Часть 1

12.1 ■

1. В туристический поход на 7 дней отправляется группа из 8 человек. В походе на одного человека приходится 90 грамм сахара в день. Сколько трёхкилограммовых мешков сахара нужно купить, чтобы сахара хватило на весь поход?

12.2 ■

2. На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели апреля. В первую неделю апреля бизнесмен купил 14 акций, а потом продал их на второй неделе. Какую наибольшую прибыль он мог получить? Ответ дайте в рублях.



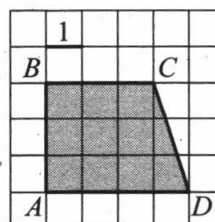
12.3 ■

3. Строительной фирме нужно приобрести 60 кубометров пеноблоков у одного из трёх поставщиков. Какова наименьшая стоимость (в рублях) покупки с доставкой, если цены на пеноблоки и условия доставки приведены в таблице?

Поставщик	Цена пеноблоков (руб. за 1 м <sup>3</sup> )	Стоимость доставки (руб.)	Специальные предложения и скидки
А	2700	7000	При заказе на сумму больше 200 000 руб. доставка бесплатно
Б	2800	5700	При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатно
В	2750	3000	

12.4 ■

4. Найдите площадь трапеции  $ABCD$ .



5. В каждой двадцать пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Коля покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Коля не найдёт приз в своей банке.

■ 12.5

6. Решите уравнение  $\log_{25}(2 - 3x) = 0,5$ .

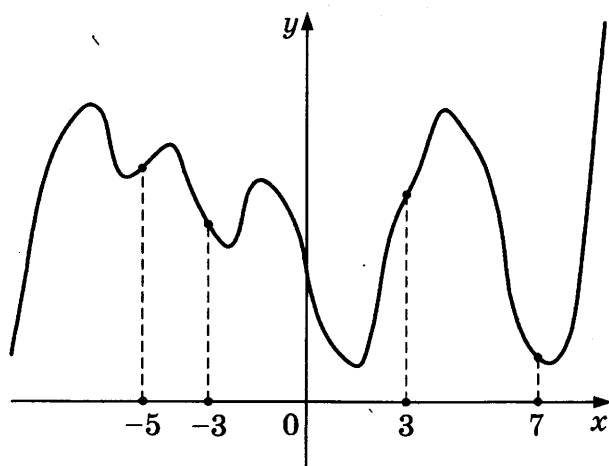
■ 12.6

7. Концы отрезка  $AB$  лежат по разные стороны от прямой  $l$ . Расстояние от точки  $A$  до прямой  $l$  равно 7, а расстояние от точки  $B$  до прямой  $l$  равно 13. Найдите расстояние от середины отрезка  $AB$  до прямой  $l$ .

■ 12.7

8. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-5, -3, 3, 7$ . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.

■ 12.8



9. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна  $10\sqrt{3}$ , а высота пирамиды равна 7. Найдите тангенс угла между боковым ребром и основанием пирамиды.

■ 12.9

10. Найдите значение выражения  $\frac{60}{6^{\log_6 5}}$ .

■ 12.10

11. Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле  $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$ , где  $m = 2700$  кг — их общая масса,  $D$  (в метрах) — диаметр колонны. Считая ускорение свободного падения  $g$  равным  $10$  м/с<sup>2</sup>, а  $\pi$  равным 3, определите наименьший возможный диаметр колонны (в метрах), если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400 000 Па.

■ 12.11

**12.12** ■

12. Объем данной правильной треугольной призмы равен  $80 \text{ см}^3$ . Найдите объем правильной треугольной призмы, ребро основания которой в 4 раза меньше ребра основания данной призмы, а высота в 4 раза больше высоты данной призмы. Ответ дайте в  $\text{см}^3$ .

**12.13** ■

13. Три килограмма черешни стоят столько же, сколько пять килограммов вишни, а три килограмма вишни — столько же, сколько два килограмма клубники. На сколько процентов килограмм клубники дешевле килограмма черешни?

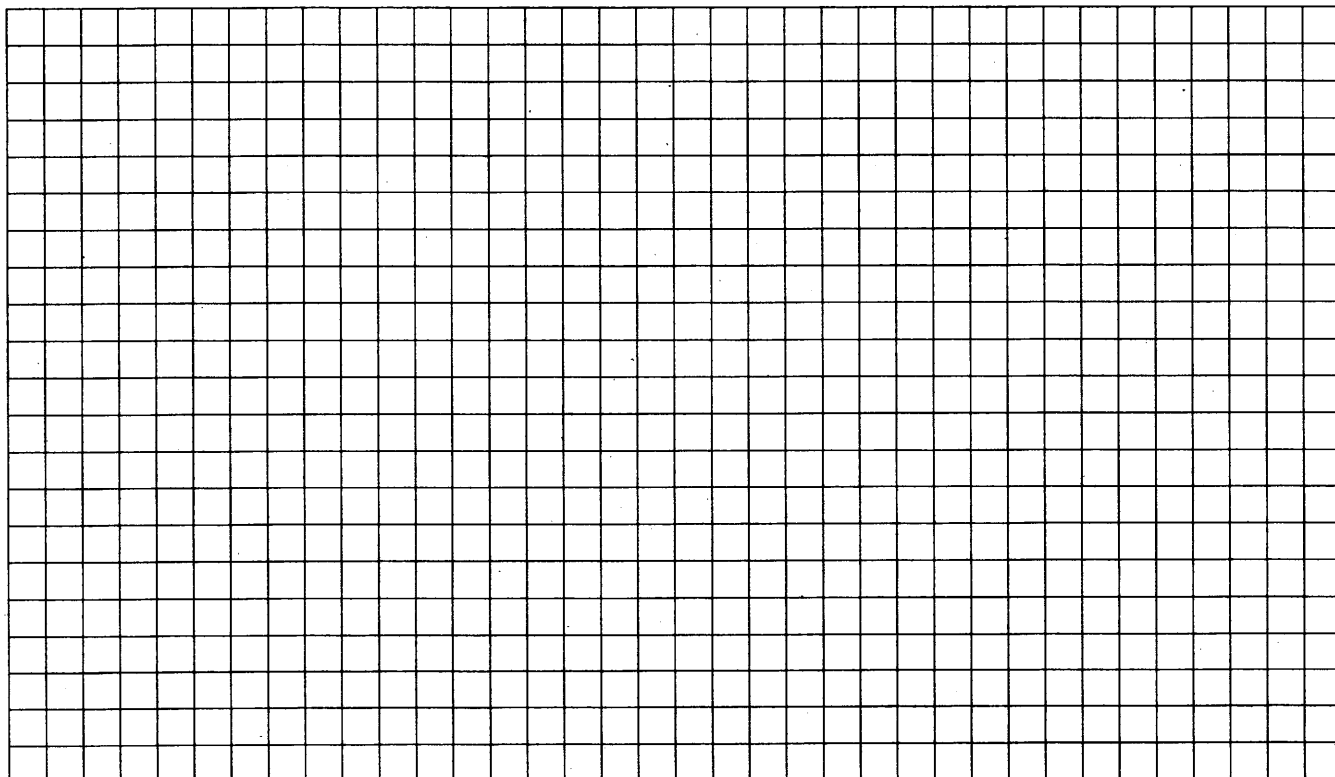
**12.14** ■

14. Найдите наибольшее значение функции  $y = 12 \operatorname{tg} x - 12x + 3\pi - 13$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ .

**Часть 2**

15. а) Решите уравнение  $\frac{3\operatorname{ctg}^2 x + 4\operatorname{ctg} x}{5\cos^2 x - 4\cos x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-3\pi; \frac{-3\pi}{2}\right]$ .

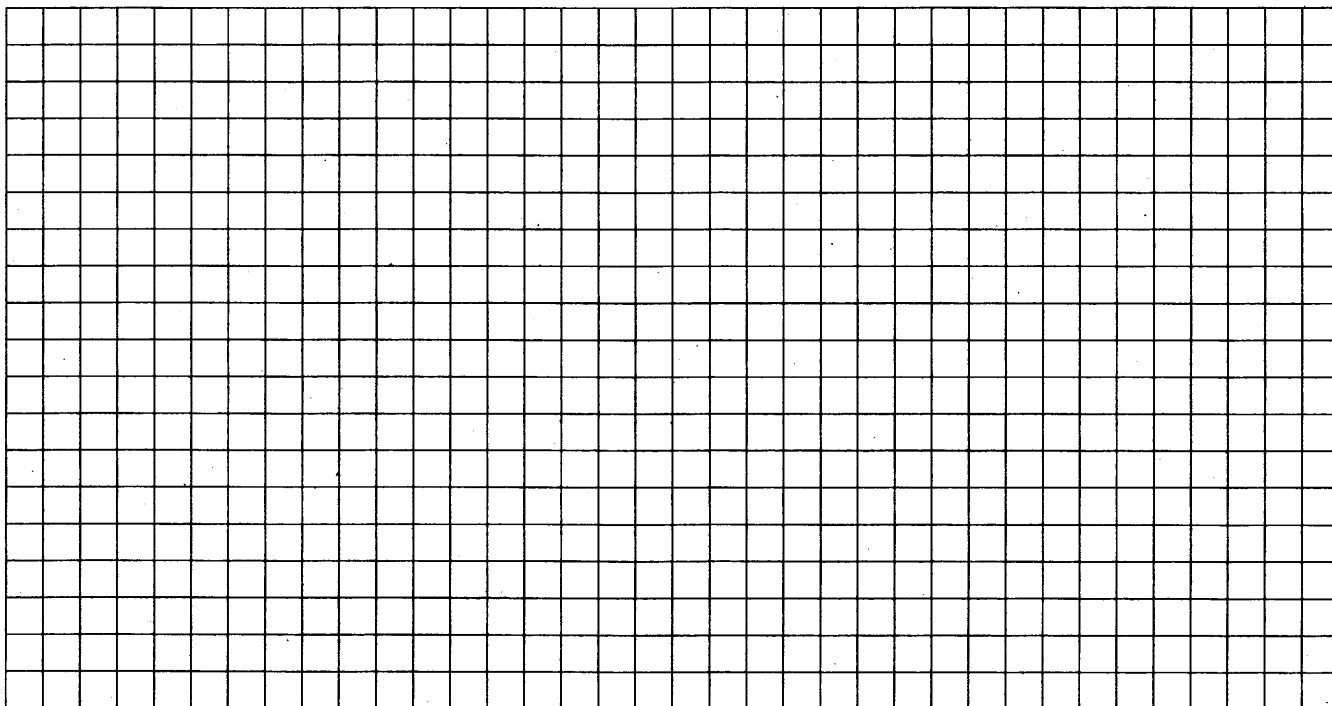




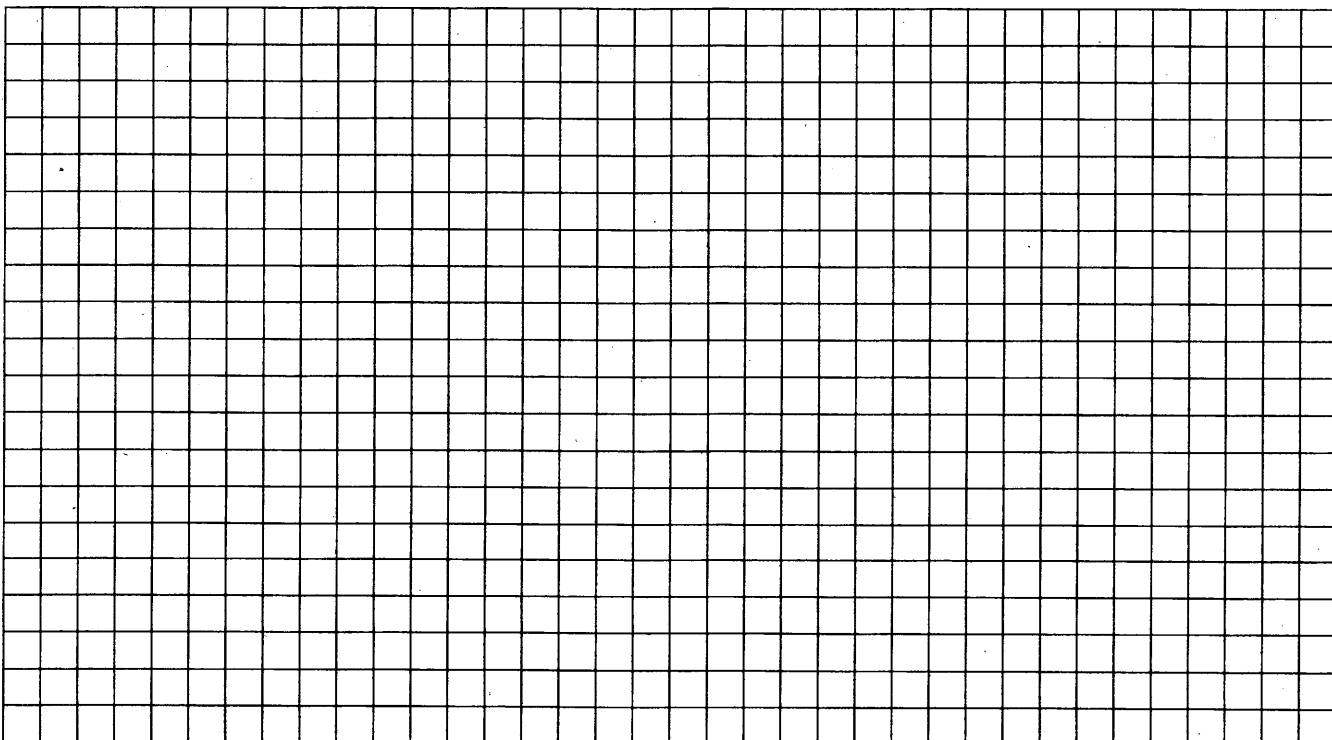
**16.** Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равна 108, а площадь полной поверхности этой пирамиды равна 144.

а) Постройте прямую пересечения плоскости  $SAC$  и плоскости, проходящей через вершину  $S$  этой пирамиды, середину стороны  $AB$  и центр основания.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью  $SAC$ .



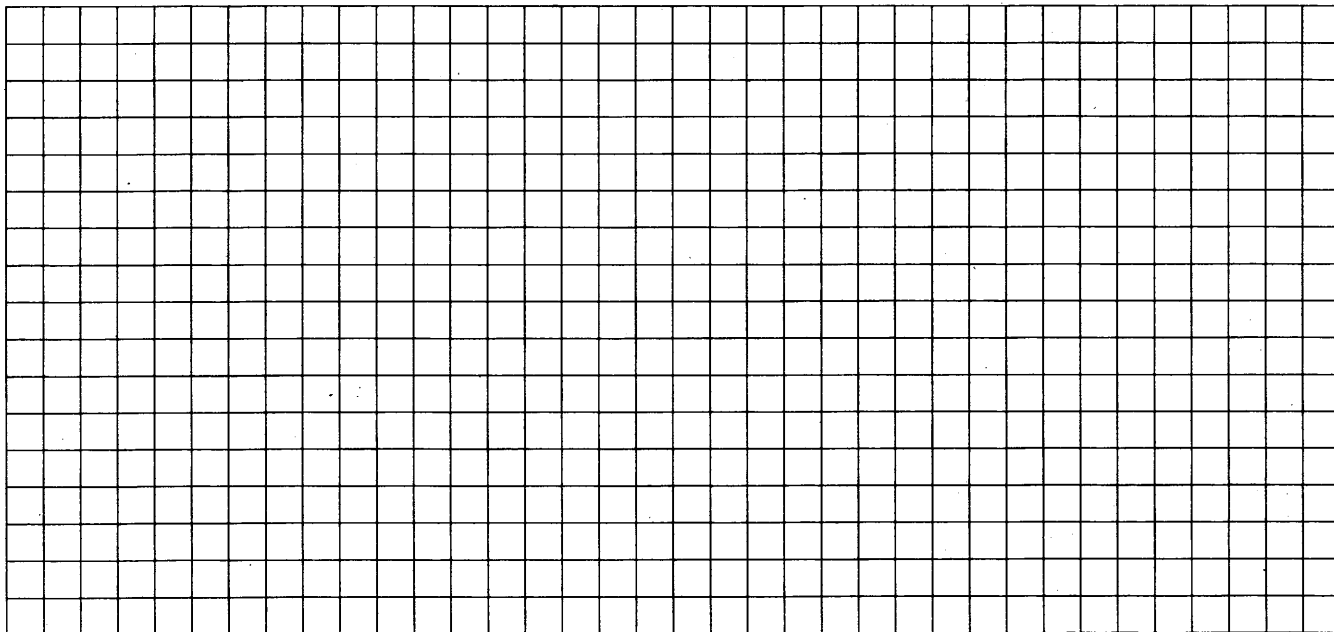
**17.** Решите неравенство  $1 - \frac{2}{|x|} \leq \frac{23}{x^2}$ .



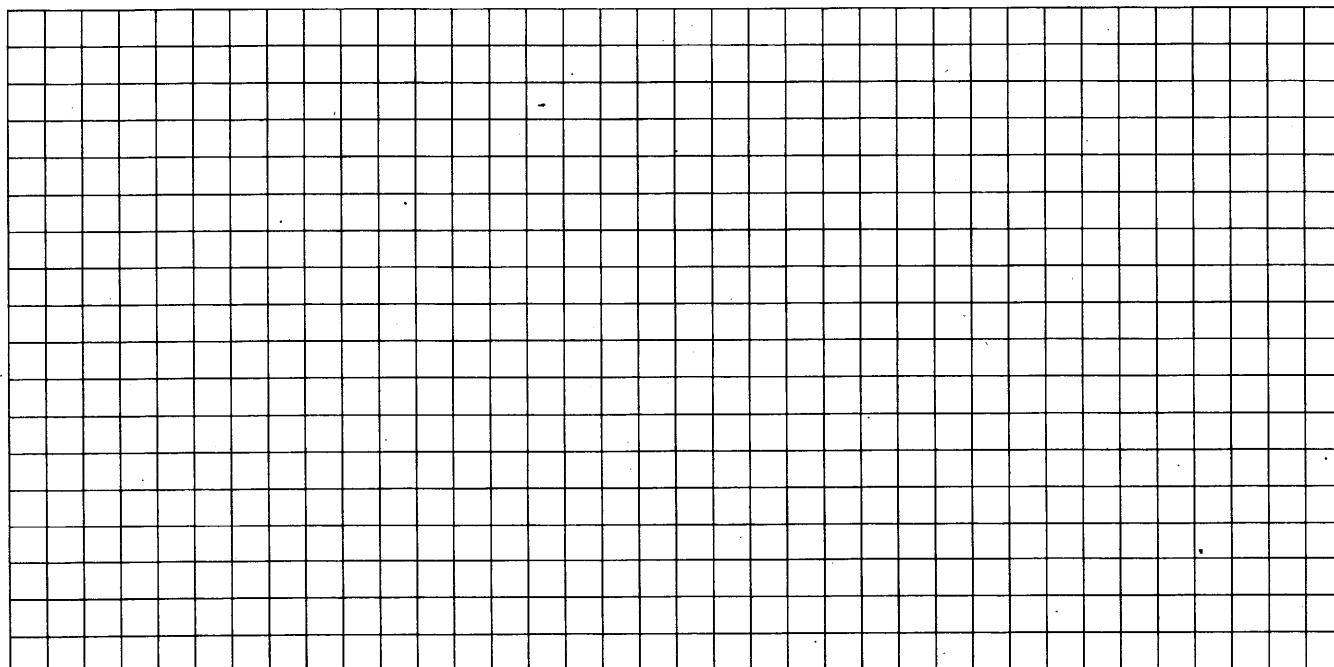
- 18.** Окружности  $S_1$  и  $S_2$  радиусов  $R$  и  $r$  ( $R > r$ ) соответственно касаются внешним образом в точке  $A$ . Через точку  $B$ , лежащую на окружности  $S_1$ , проведена прямая, касающаяся окружности  $S_2$  в точке  $M$ . Известно, что  $AB = a$ .

а) Докажите, что расстояние от точки  $B$  до центра окружности  $S_2$  равно  $\sqrt{r^2 + a^2 + \frac{a^2 r}{R}}$ .

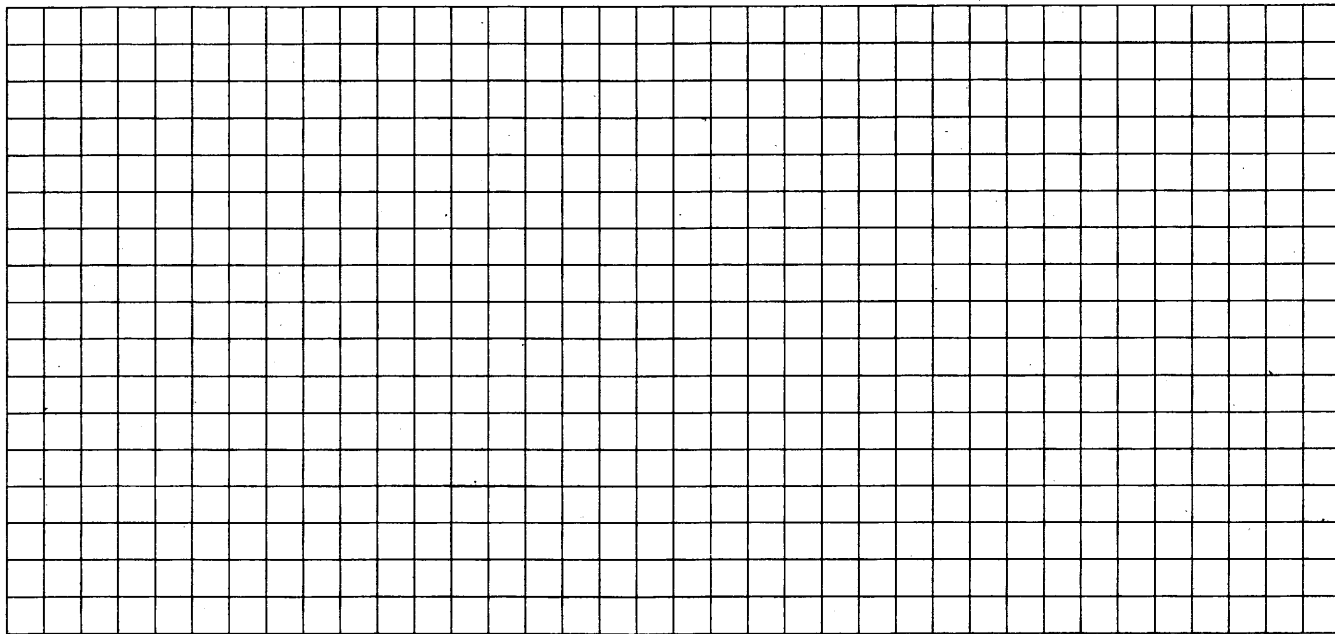
б) Найдите  $BM$ .



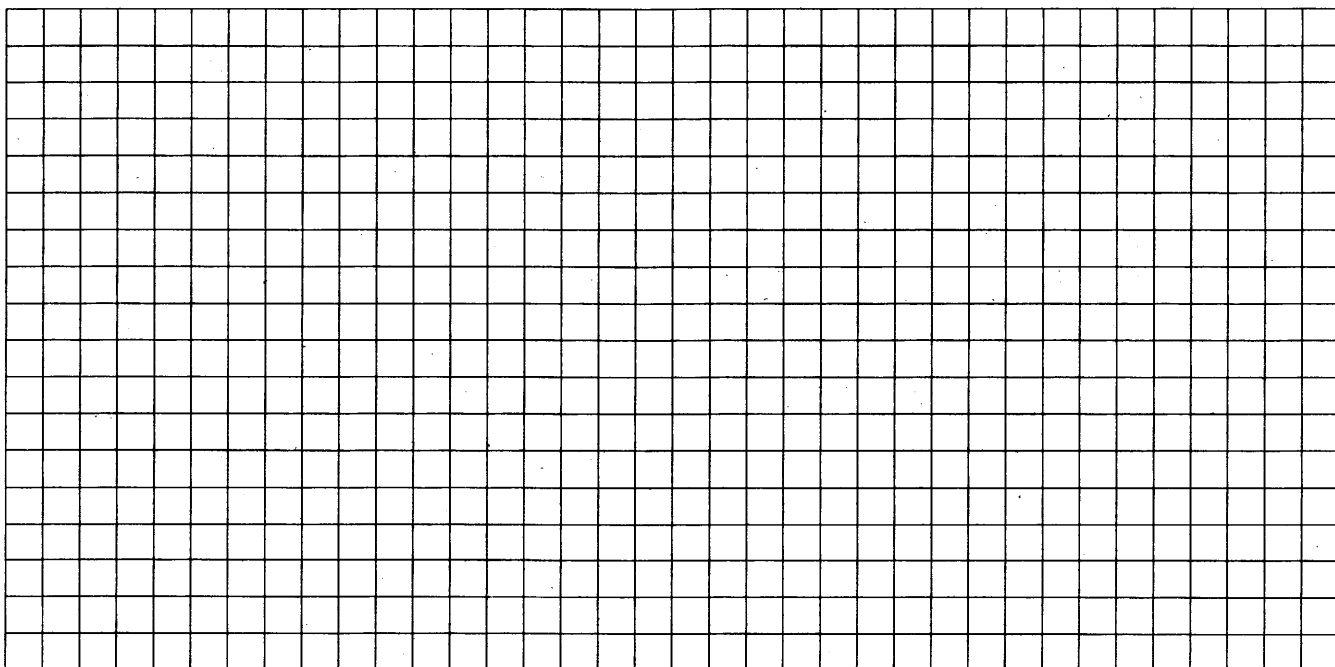
- 19.** 1 января 2015 года Александр Сергеевич взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Александр Сергеевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Александр Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 275 тыс. рублей?



20. Найдите все значения параметра  $k$ , при каждом из которых уравнение  $\frac{1+(2-2k)\sin t}{\cos t - \sin t} = 2k$  имеет хотя бы одно решение на интервале  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .



21. По кругу в некотором порядке по одному разу написаны числа от 10 до 21. Для каждой из двенадцати пар соседних чисел нашли их наибольший общий делитель.
- а) Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители равны 1?
  - б) Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители попарно различны?
  - в) Какое наибольшее количество попарно различных наибольших общих делителей могло при этом получиться?



## ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 13

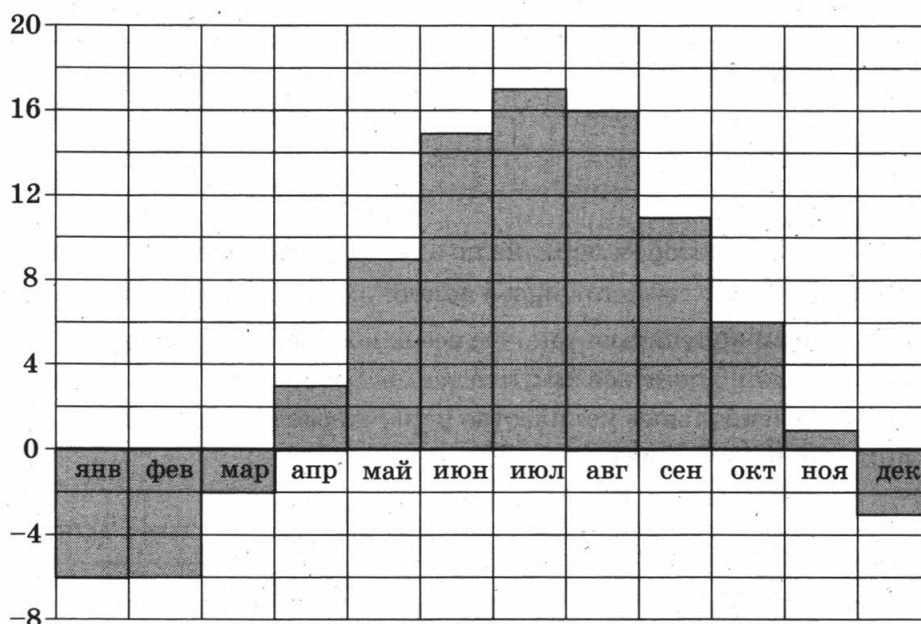
### Часть 1

**13.1 ■**

**13.2 ■**

1. Пачка масла стоит 37 рублей 70 копеек. Сколько пачек масла можно купить на 500 рублей?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Хельсинки за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда среднемесячная температура была отрицательная.

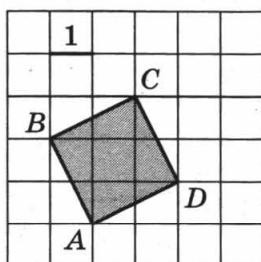


**13.3 ■**

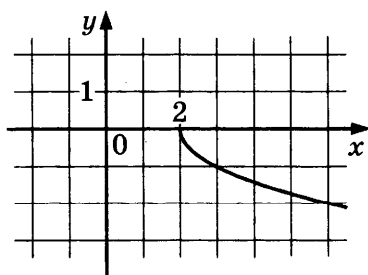
3. Для транспортировки 80 тонн груза на 1100 км можно использовать одного из трёх перевозчиков. Тарифы перевозчиков приведены в таблице. Какова наименьшая стоимость (в рублях) транспортировки?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	3700	3,5
Б	4300	5
В	9800	12

4. Найдите площадь квадрата  $ABCD$ .



5. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвуют 56 шашистов, среди которых 12 участников из России, в том числе Валерий Стремянкин. Найдите вероятность того, что в первом туре Валерий Стремянкин будет играть с каким-либо шашистом из России.
6. Решите уравнение  $2^{5-x} = 0,25$ .
7. Отрезок  $AB$  является хордой окружности с центром  $O$ . Найдите угол между прямой  $AB$  и касательной к окружности, проходящей через точку  $A$ , если угол  $AOB$  равен  $56^\circ$ . Ответ дайте в градусах.
8. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Прямая, проходящая через точку  $(-1; 1)$ , касается этого графика в точке с абсциссой 3. Найдите  $f'(3)$ .



9. Высота  $PH$  боковой грани  $PCD$  правильной четырёхугольной пирамиды  $PABCD$  равна  $4\sqrt{3}$  и равна стороне  $CD$  основания пирамиды. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $PH$ .
10. Найдите значение выражения  $\frac{30}{5^{\log_5 3}}$ .

■ 13.4

■ 13.5

■ 13.6

■ 13.7

■ 13.8

■ 13.9

■ 13.10

13.11 ■

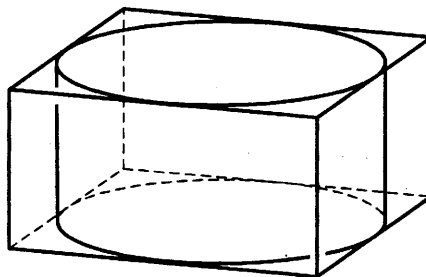
13.12 ■

13.13 ■

13.14 ■

11. Высоту над землей (в метрах) подброшенного вверх камня можно вычислять по формуле  $h(t) = 1,4 + 14t - 5t^2$ , где  $t$  — время в секундах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 8 метров?

12. Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания и высота цилиндра равны 6. Найдите объем параллелепипеда.



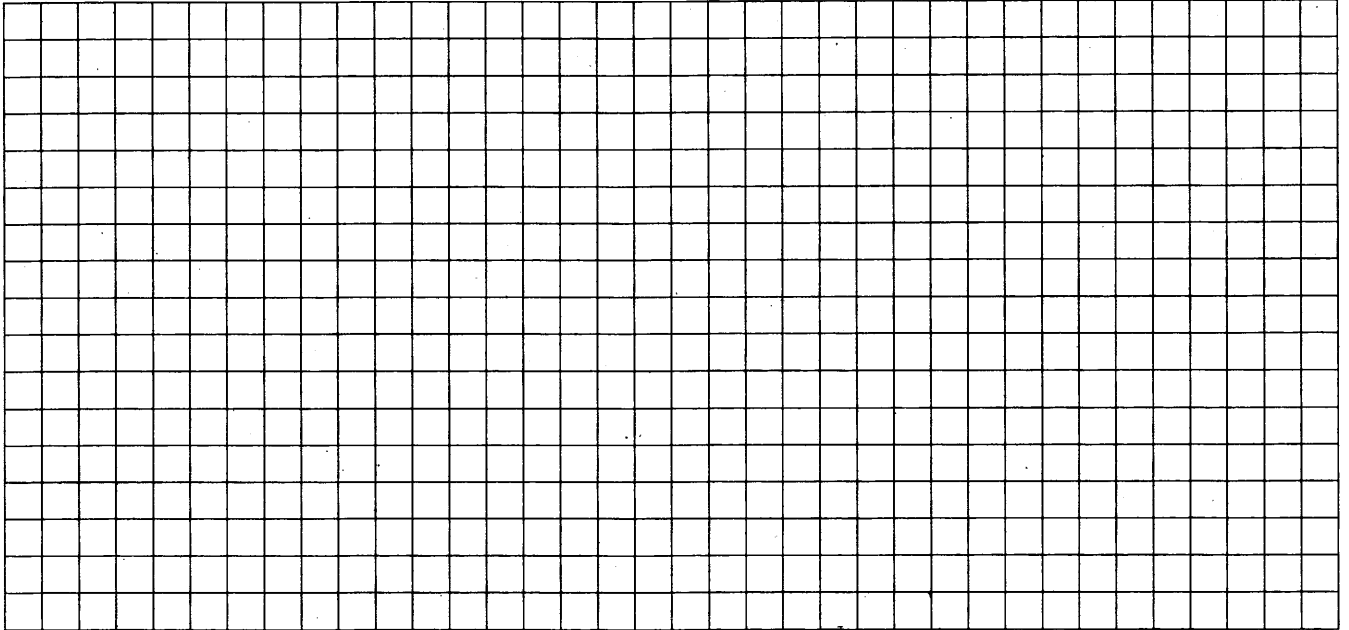
13. Из пункта А круговой трассы, длина которой равна 30 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобилиста. Скорость первого равна 92 км/ч, скорость второго — 77 км/ч. Через сколько минут первый автомобилист будет опережать второго ровно на 1 круг?

14. Найдите наибольшее значение функции  $y = 13x - 13\text{tg } x - 18$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ .

## Часть 2

15. а) Решите уравнение  $7 \sin^2 x + 8 \cos x - 8 = 0$ .

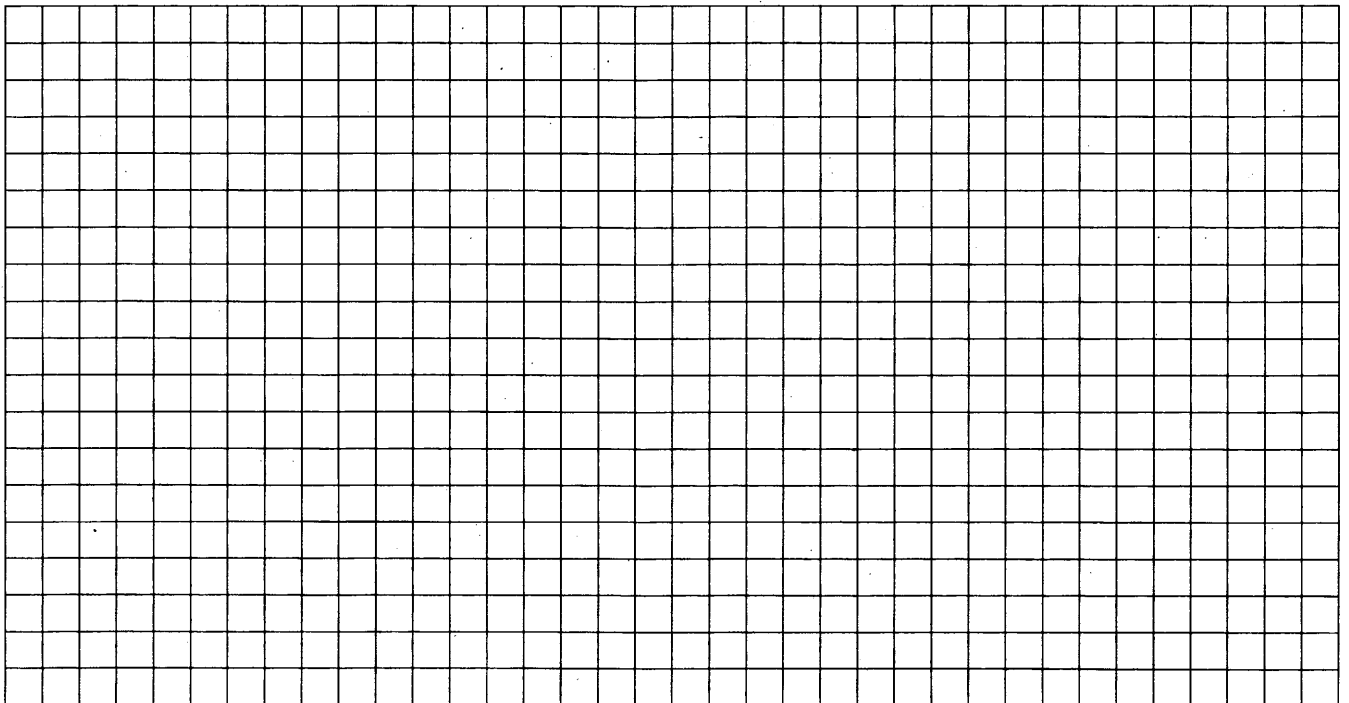
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .



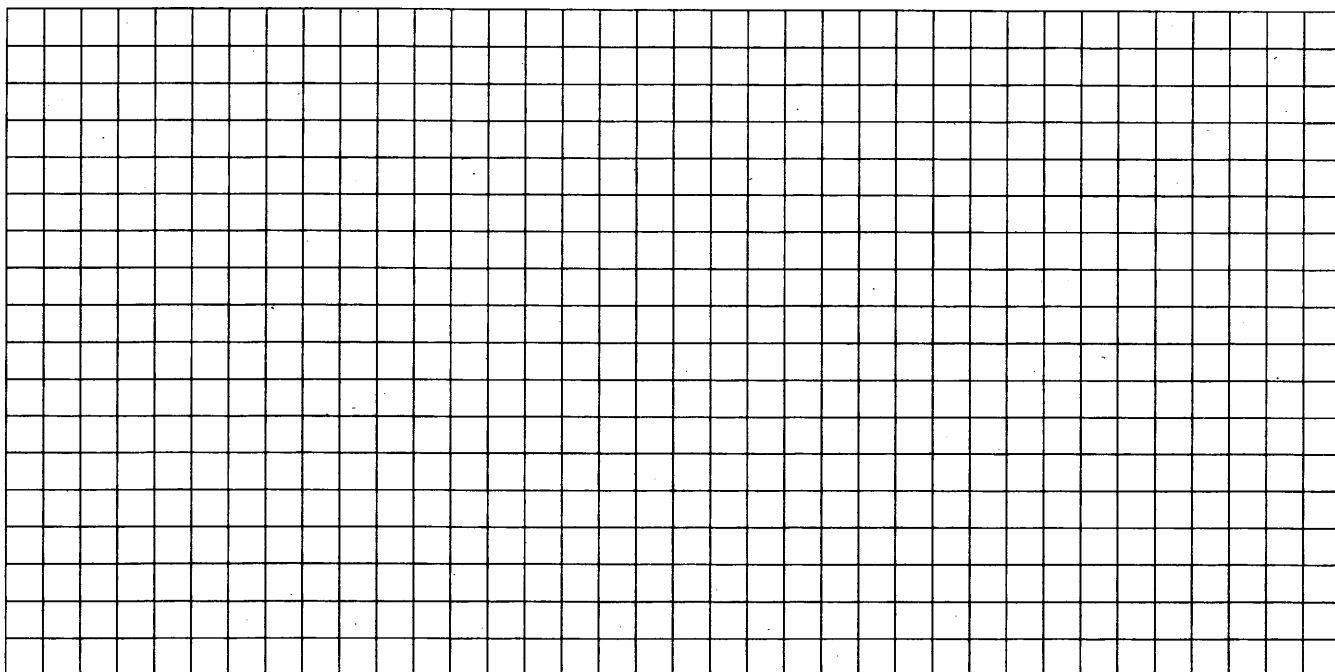
16. Площадь основания правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равна 64.

а) Постройте прямую пересечения плоскости  $SAC$  и плоскости, проходящей через вершину  $S$  этой пирамиды, середину стороны  $AB$  и центр основания.

б) Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды, если площадь сечения пирамиды плоскостью  $SAC$  равна 64.



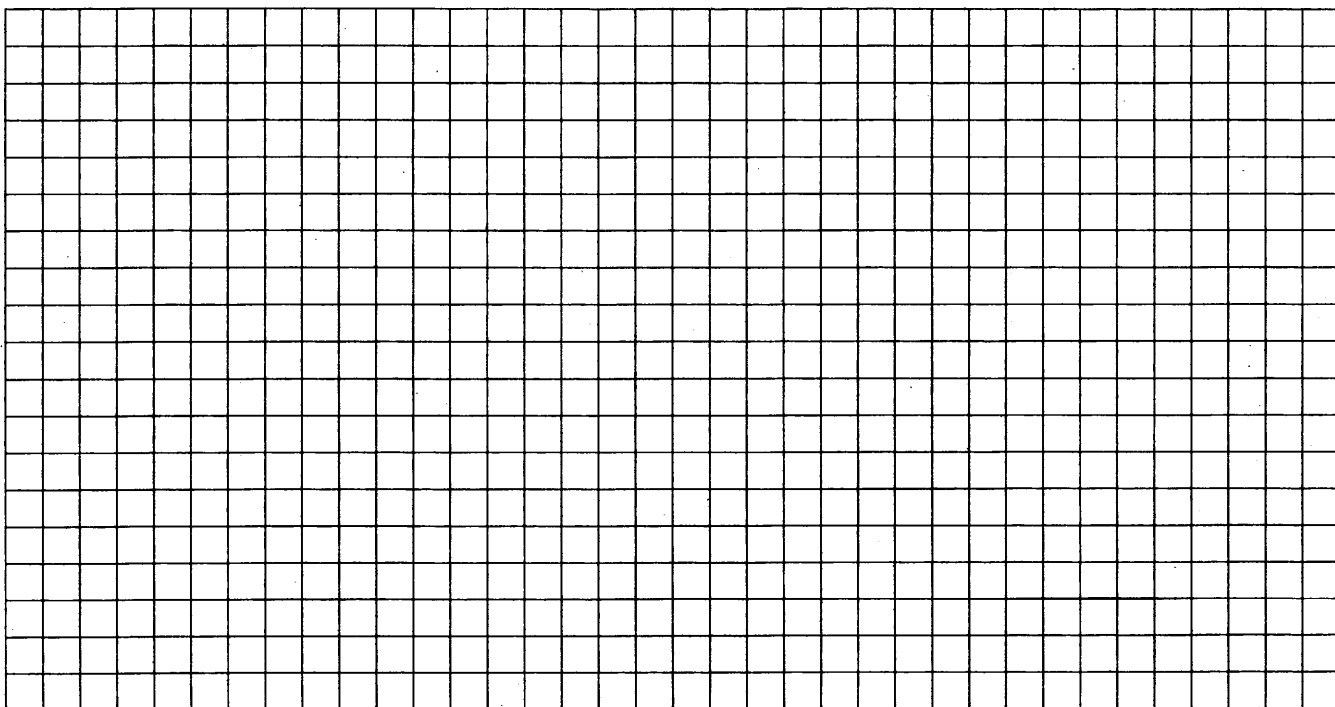
17. Решите неравенство  $\log_{x+2}^2(x-18)^2 + 32 \leq 16 \log_{x+2}(36 + 16x - x^2)$ .



18. Точка  $O$  — центр окружности радиуса 2. На продолжении радиуса  $OM$  взята точка  $A$ . Через точку  $A$  проведена прямая, касающаяся окружности в точке  $K$ . Известно, что  $\angle OAK = 60^\circ$ .

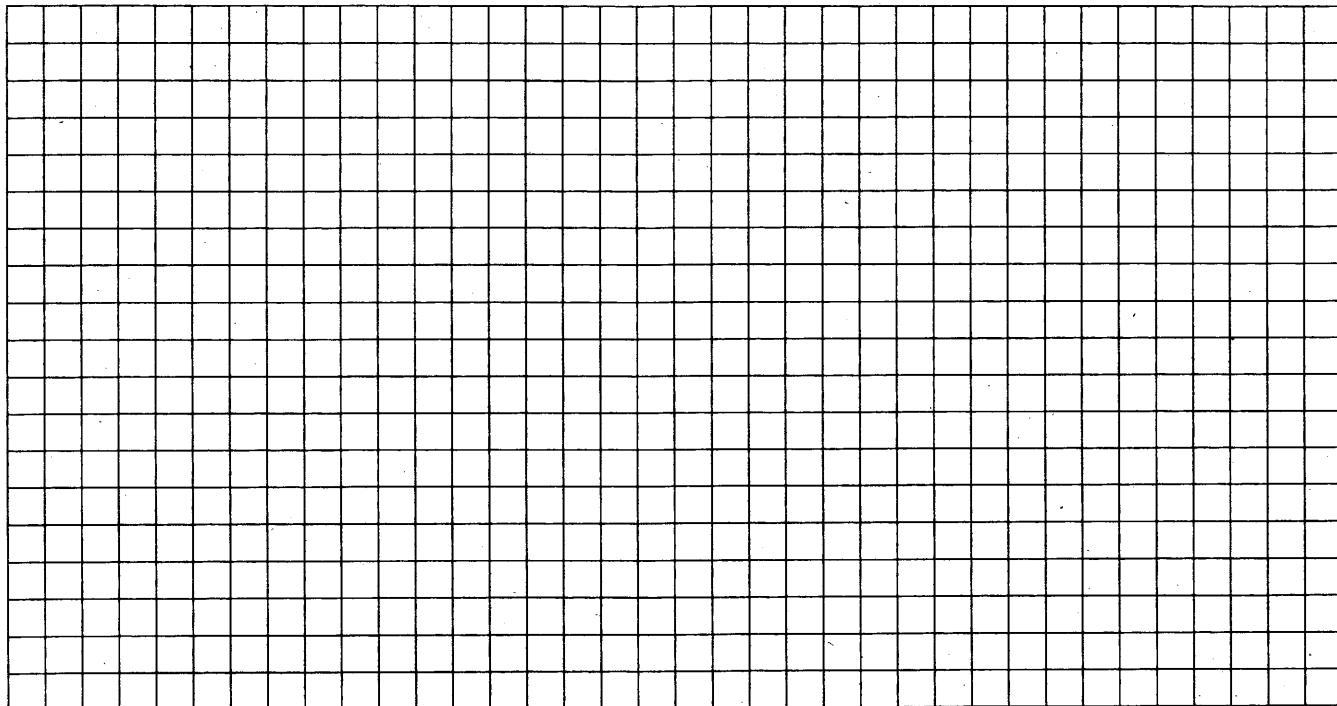
а) Докажите, что  $AK = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

б) Найдите радиус окружности, вписанной в угол  $OAK$  и касающейся данной окружности внешним образом.

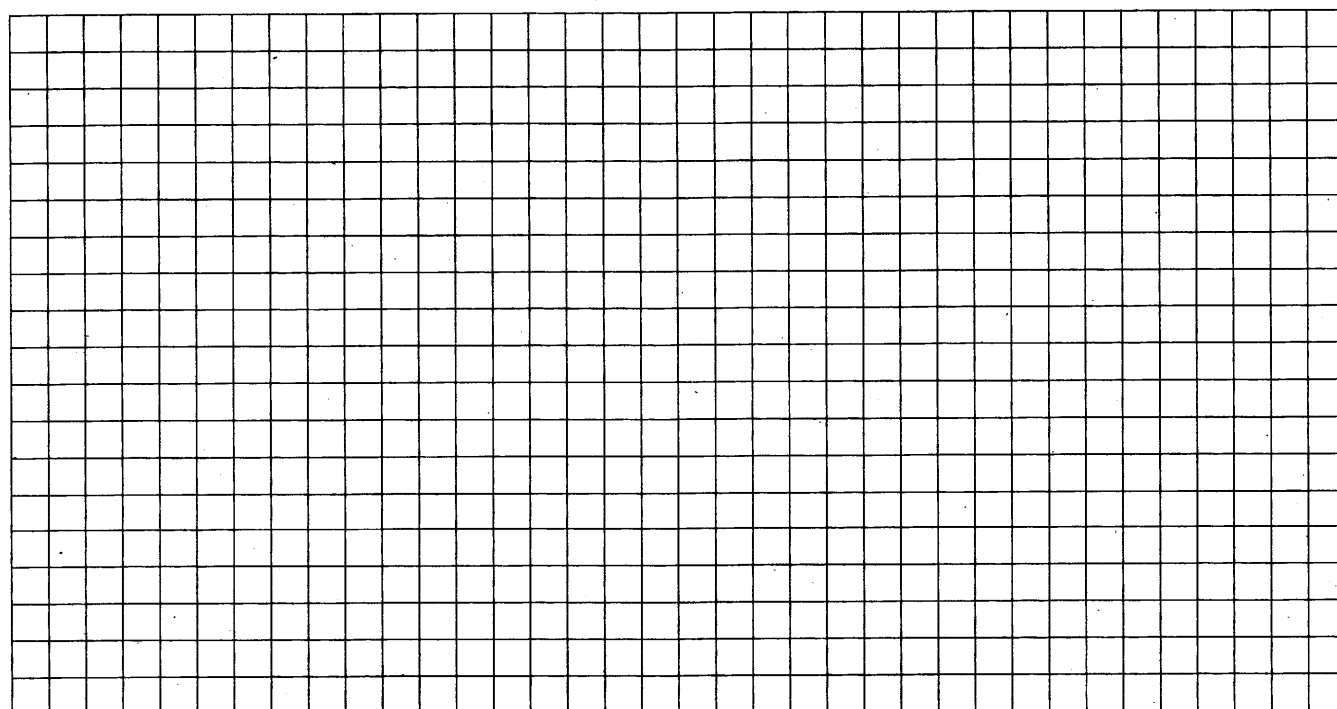




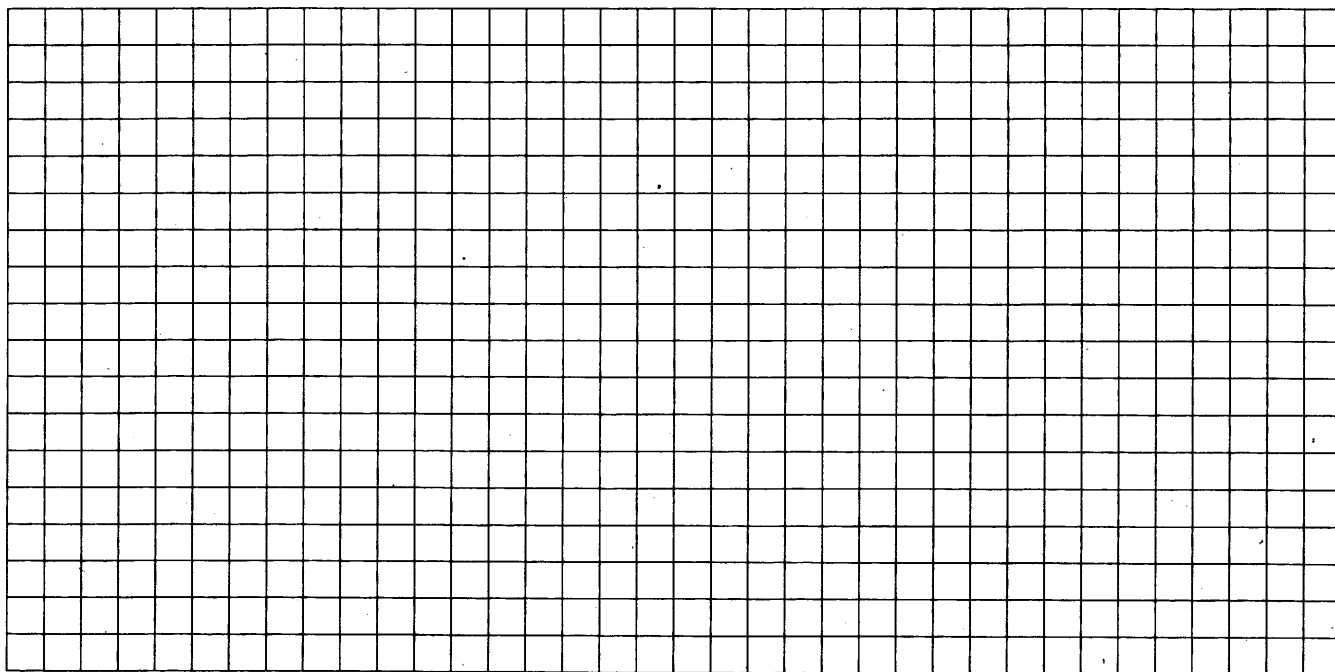
19. 31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке 4 290 000 рублей в кредит под 14,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14,5%), затем Дмитрий переводит в банк  $X$  рублей. Какой должна быть сумма  $X$ , чтобы Дмитрий выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?



20. Найдите все значения параметра  $k$ , при каждом из которых уравнение  $\frac{2+(4-4k)\cos t}{4\cos t - \sin t} = 1$  не имеет решений на интервале  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$ .



- 21.** Какое наибольшее количество чисел можно выбрать из отрезка натурального ряда от 1 до 2009, так чтобы разность любых двух из них *не была* простой?



# ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 14

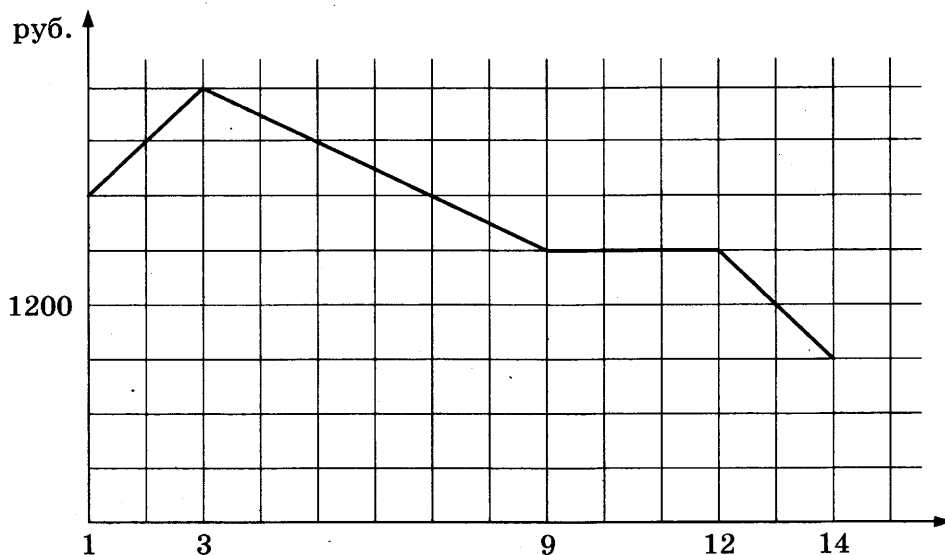
## Часть 1

1. В розницу один номер еженедельного журнала «Репортаж» стоит 36 руб., а полугодовая подписка на этот журнал стоит 830 руб. За полгода выходит 25 номеров журнала. Сколько рублей сэкономит г-н Иванов за полгода, если не будет покупать каждый номер журнала отдельно, а оформит подписку?

■ 14.1

2. На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели ноября. 2 ноября бизнесмен приобрел 10 акций этой компании. Шесть из них он продал 6 ноября, а 13 ноября — остальные 4. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?

■ 14.2



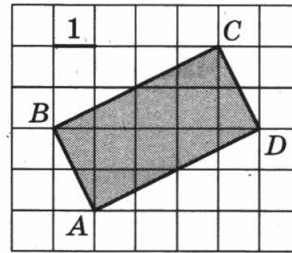
3. При заказе дисков в некотором шведском музыкальном магазине цена одного диска не зависит от количества дисков в заказе, а доставка заказа в другие страны осуществляется на таких условиях:
- доставка заказа не более чем из трёх дисков — 6 \$;
  - доставка заказа от 4 до 8 дисков — 17,5 \$;
  - доставка заказа из 9 и более дисков — 28 \$.

■ 14.3

Сколько долларов придется заплатить за доставку самым дешёвым способом (можно в несколько заказов) при приобретении ровно 11 дисков?

14.4 ■

4. Найдите площадь прямоугольника  $ABCD$ .



14.5 ■

5. Перед началом матча по футболу судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Белые» по очереди играет с командами «Красные», «Синие» и «Зеленые». Найдите вероятность того, что ровно в одном матче право первой владеть мячом получит команда «Белые».

14.6 ■

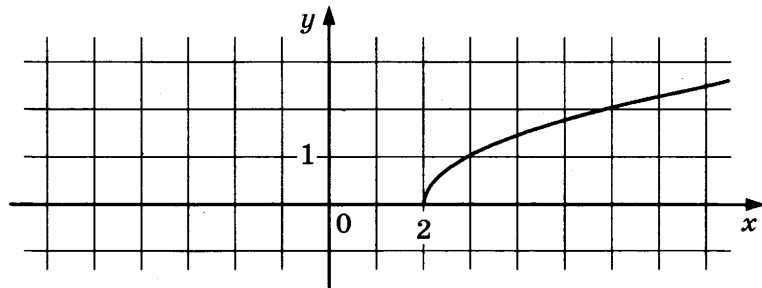
6. Решите уравнение  $\sqrt{x+9} = 5$ .

14.7 ■

7. Диагонали трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите  $MC$ , если  $AB = 11$ ,  $DC = 33$ ,  $AC = 28$ .

14.8 ■

8. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Прямая, проходящая через точку  $(-6; -1)$ , касается этого графика в точке с абсциссой 6. Найдите  $f'(6)$ .



14.9 ■

9. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды вдвое больше её высоты. Найдите угол между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.

14.10 ■

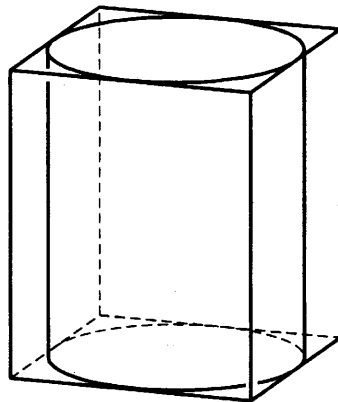
10. Найдите значение выражения  $\log_6 144 - \log_6 4$ .

11. Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ . В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени  $m_0 = 280$  мкг изотопа железа-59, период полураспада которого  $T = 45$  суток. В течение скольких суток содержание изотопа железа-59 в веществе будет превосходить 17,5 мкг?

■ 14.11

12. Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания цилиндра равен 2. Объем параллелепипеда равен 80. Найдите высоту цилиндра.

■ 14.12



13. Имеются два сосуда, содержащие 42 кг и 6 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 40% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 50% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

■ 14.13

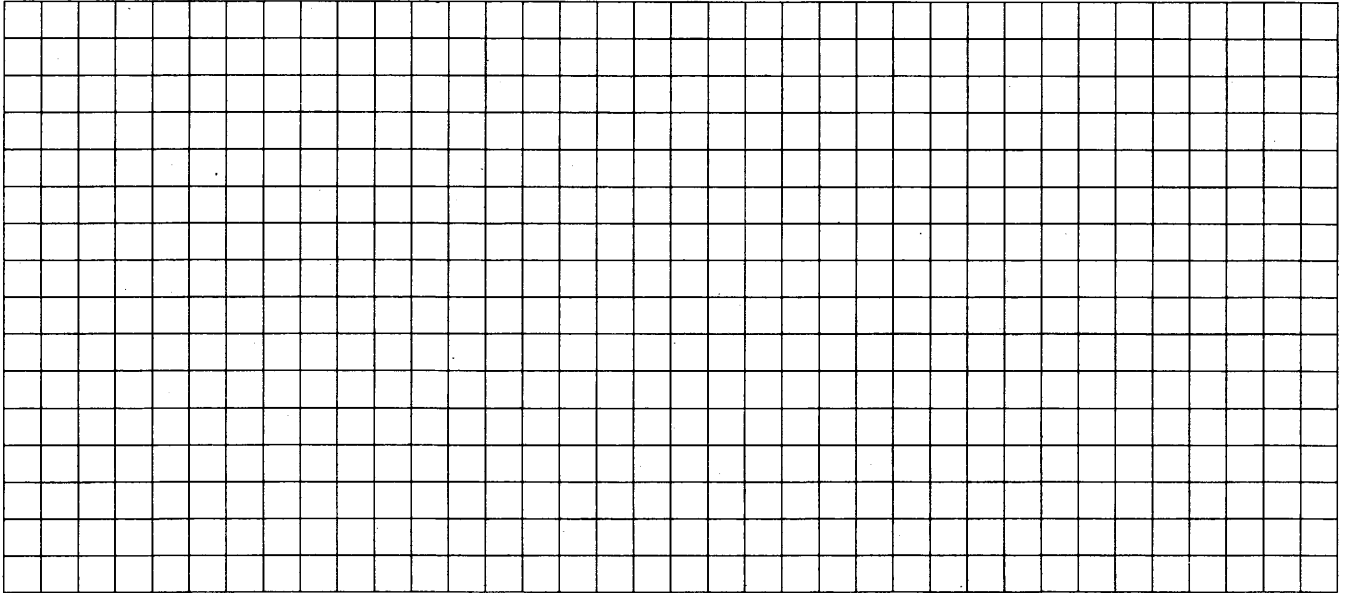
14. Найдите наибольшее значение функции  $y = (21 - x)e^{20-x}$  на отрезке  $[19; 21]$ .

■ 14.14

## Часть 2

15. а) Решите уравнение  $\frac{\log_5(-2\cos x)}{\sqrt{5}\operatorname{tg}x} = 0$ .

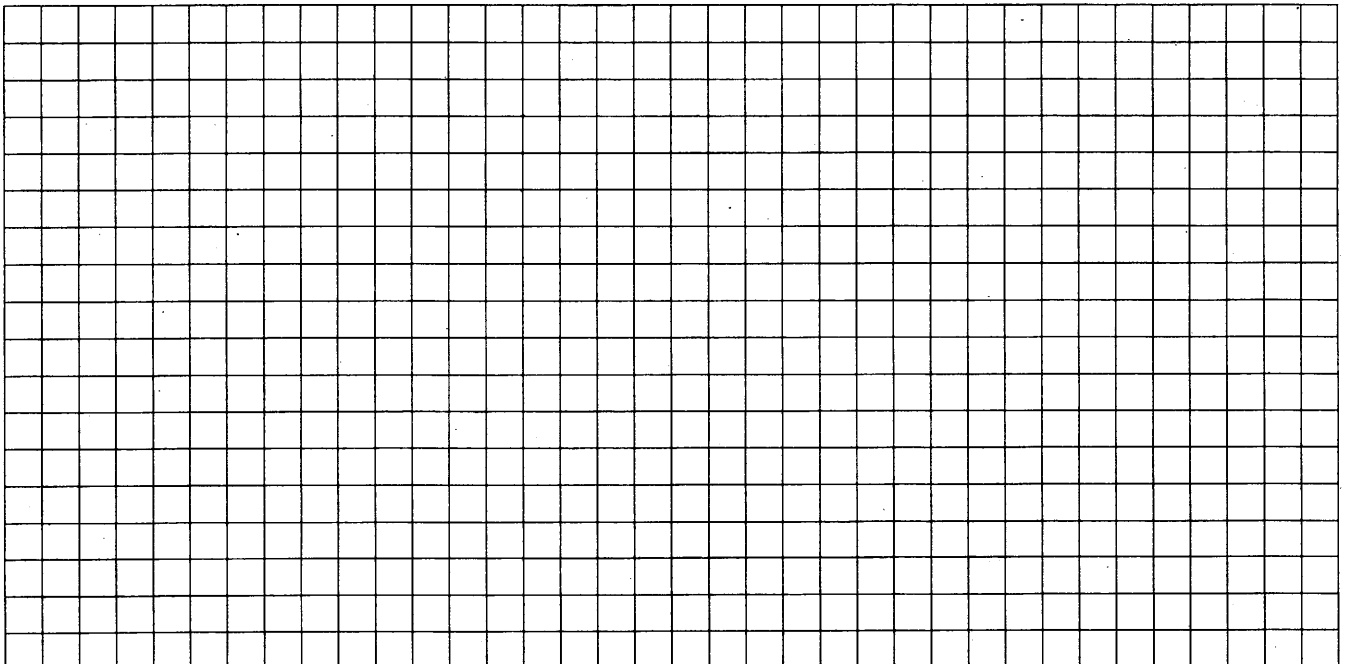
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ .



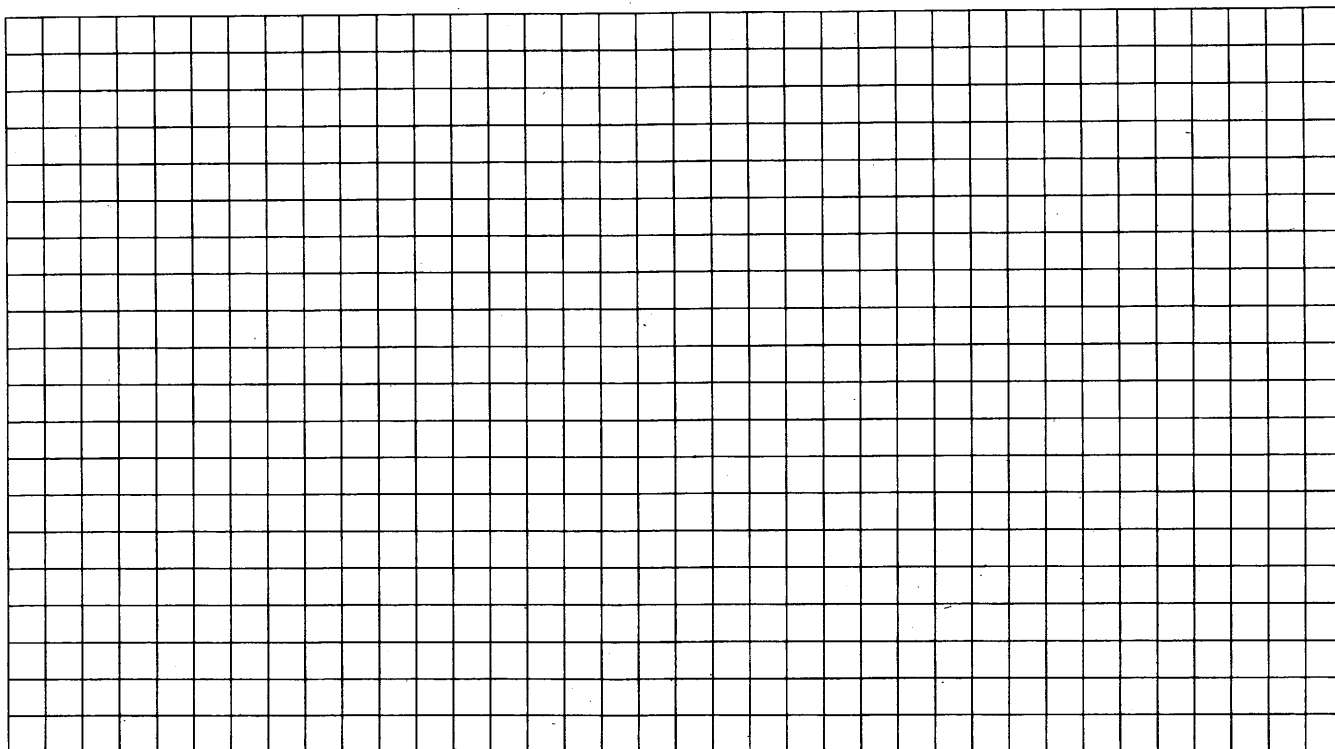
16. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Расстояние между этими хордами равно  $\sqrt{730}$ .

а) Постройте прямую пересечения этой плоскости с плоскостью, проходящей через диаметры оснований, перпендикулярные этим хордам.

б) Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.



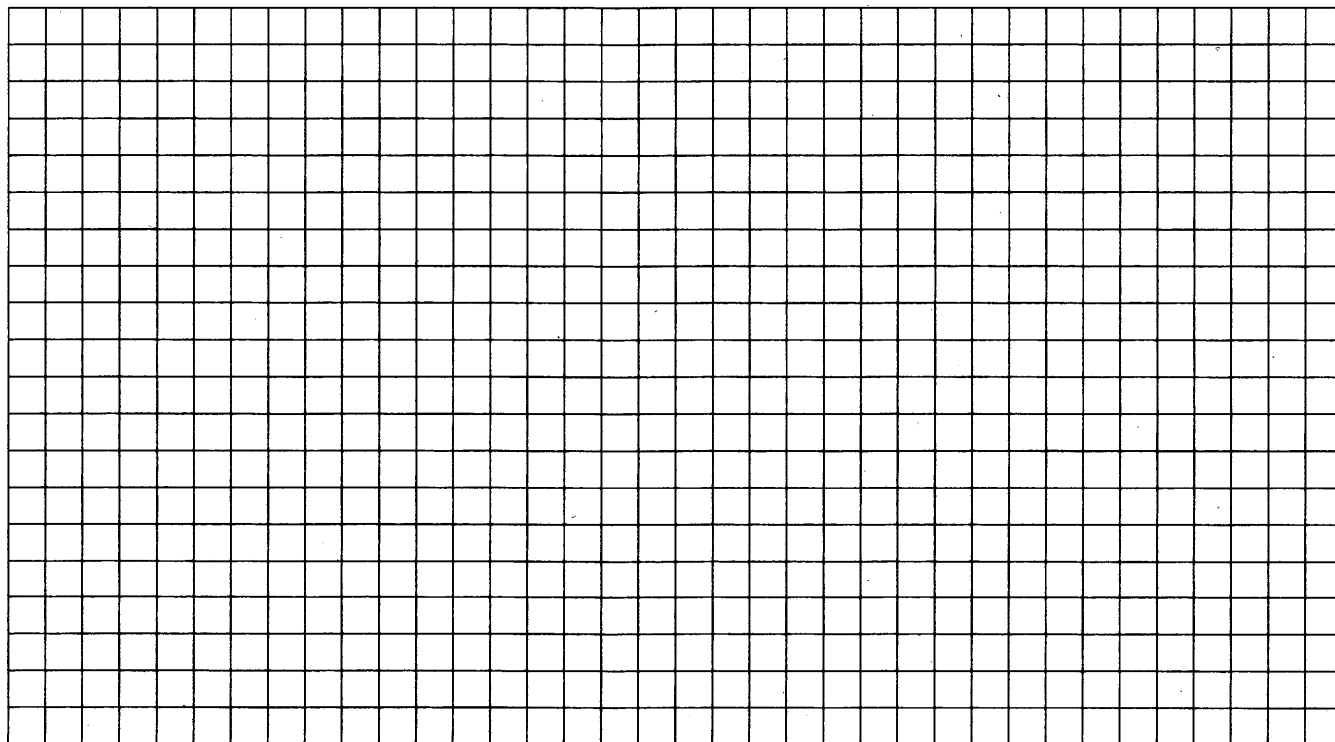
17. Решите неравенство  $\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0$ .



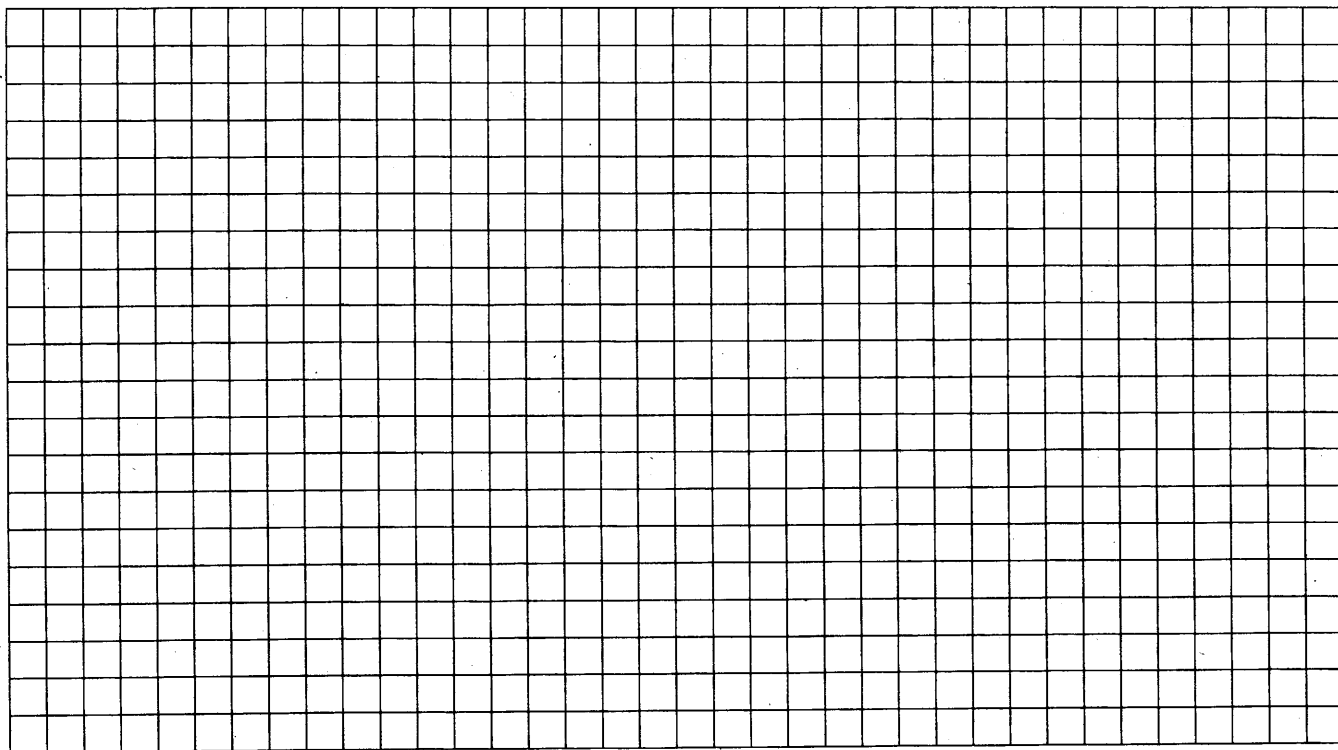
18. Дана окружность радиуса 2 с центром  $O$ . Хорда  $AB$  пересекает радиус  $OC$  в точке  $D$ , причём  $\angle CDA = 120^\circ$ . Известно, что  $OD = \sqrt{3}$ .

а) Докажите, что расстояние от  $O$  до хорды  $AB$  равно 1,5.

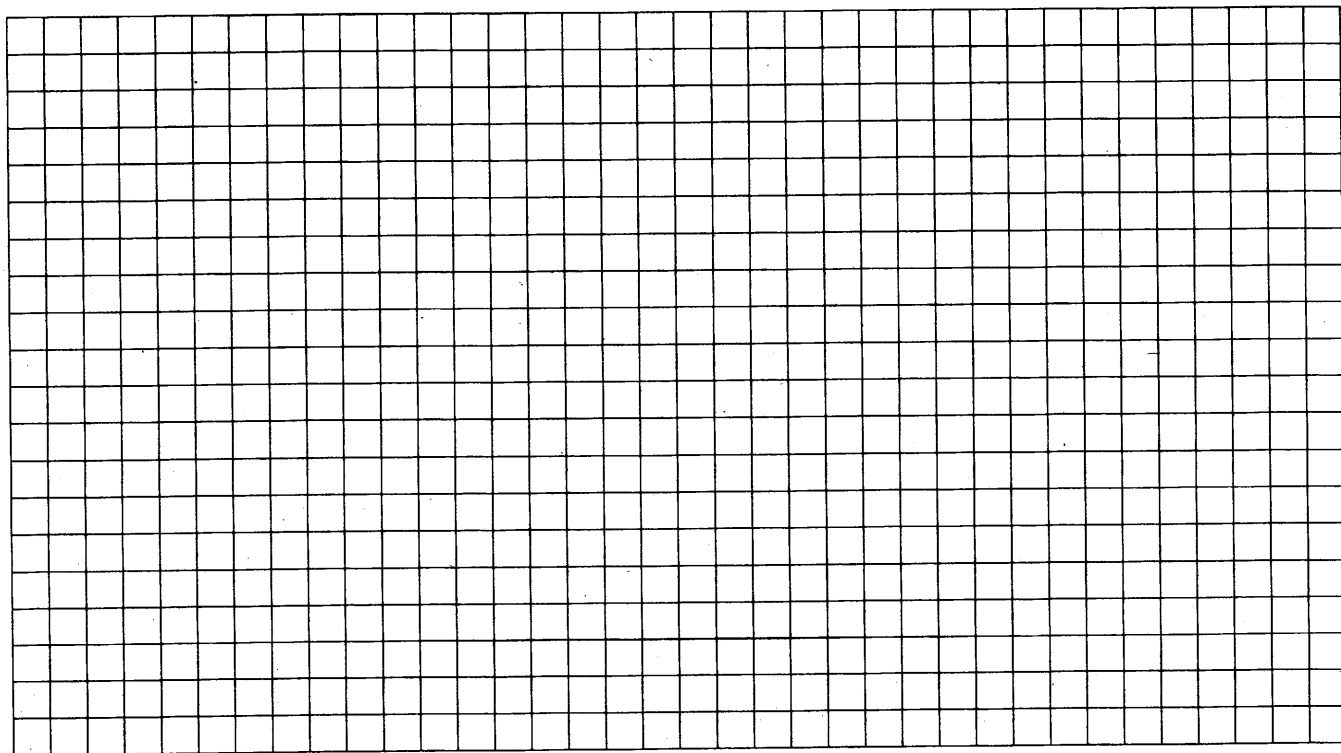
б) Найдите радиус окружности, вписанной в угол  $ADC$  и касающейся дуги  $AC$ .



- 19.** Степан хочет взять в кредит 1,2 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Степан взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 290 тысяч рублей?



- 20.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых модуль разности корней уравнения  $x^2 - 6x + 12 + a^2 - 4a = 0$  принимает наибольшее значение.

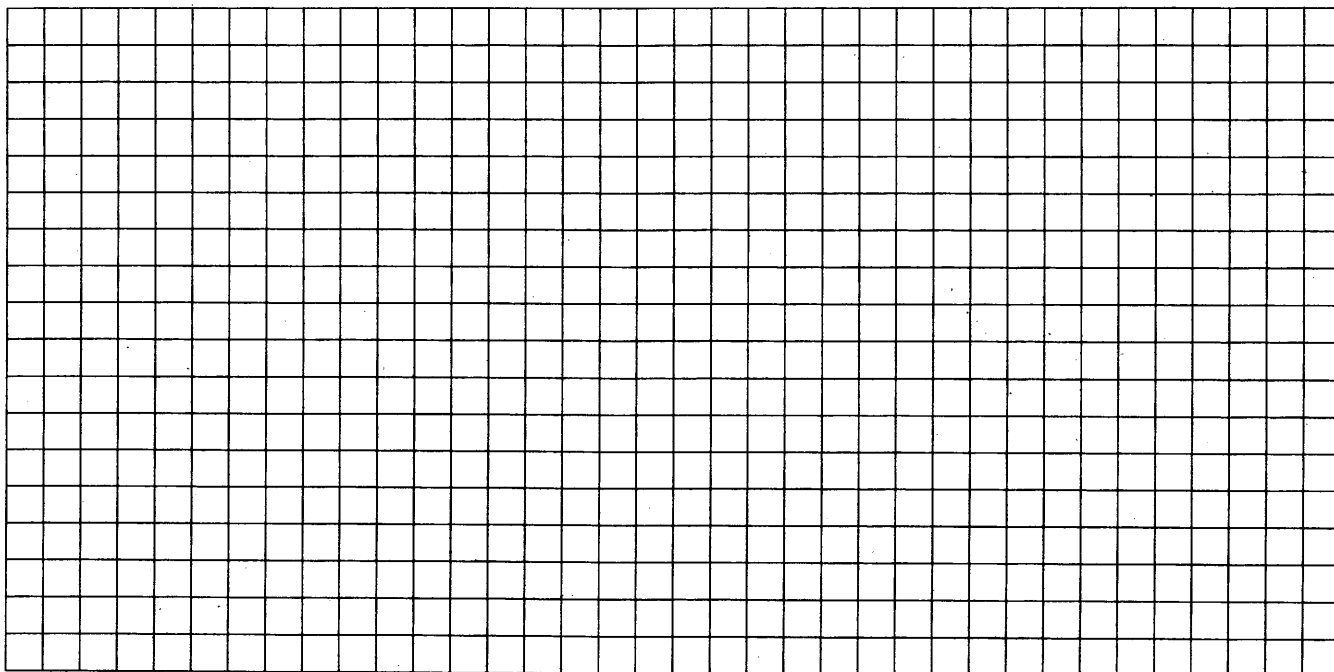




**21.** Найдите все такие целые  $a$  и  $b$ , что корни уравнения

$$x^2 + (2a + 9)x + 3b + 5 = 0$$

являются различными целыми числами, а коэффициенты  $2a + 9$  и  $3b + 5$  — простыми числами.



# ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 15

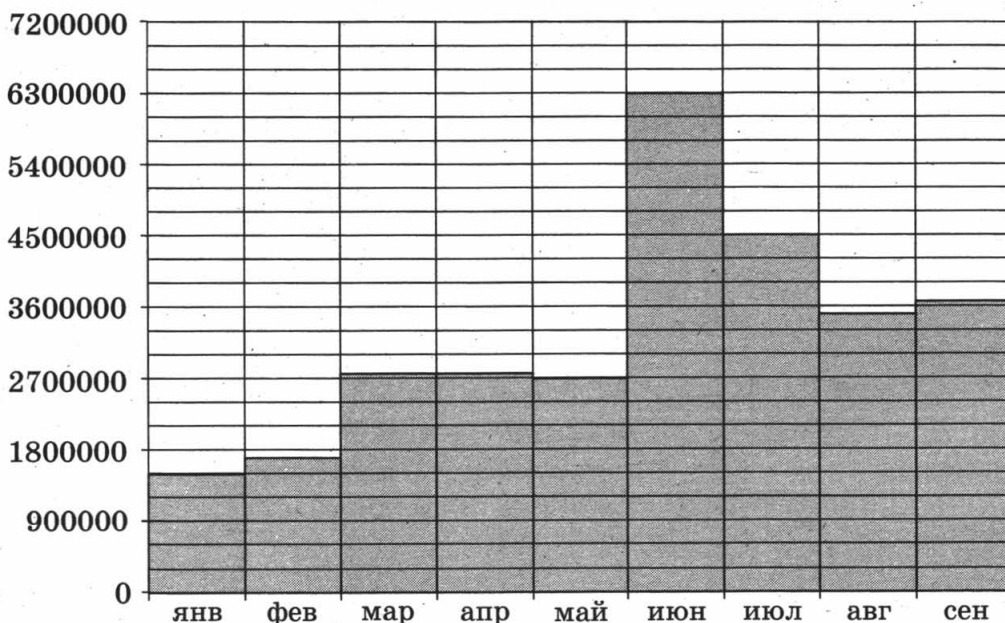
## Часть 1

15.1 ■

1. В туристический поход отправляется группа из 18 человек. В походе на одного человека приходится 60 грамм гречки на прием пищи. Планируется 7 раз готовить гречку. Сколько килограммовых пачек необходимо купить, чтобы гречки хватило?

15.2 ■

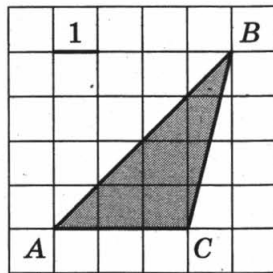
2. На диаграмме показано число запросов со словом ФУТБОЛ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в указанный период, когда число запросов со словом ФУТБОЛ было меньше 3 600 000.



15.3 ■

3. Ткань можно покупать либо по метру, стоимостью 23 рубля за метр, либо рулонами по 100 метров, стоимостью 1950 рублей за рулон. Сколько рублей придется заплатить за самый дешевый вариант приобретения 80 метров ткани?

4. Найдите площадь треугольника  $ABC$ .

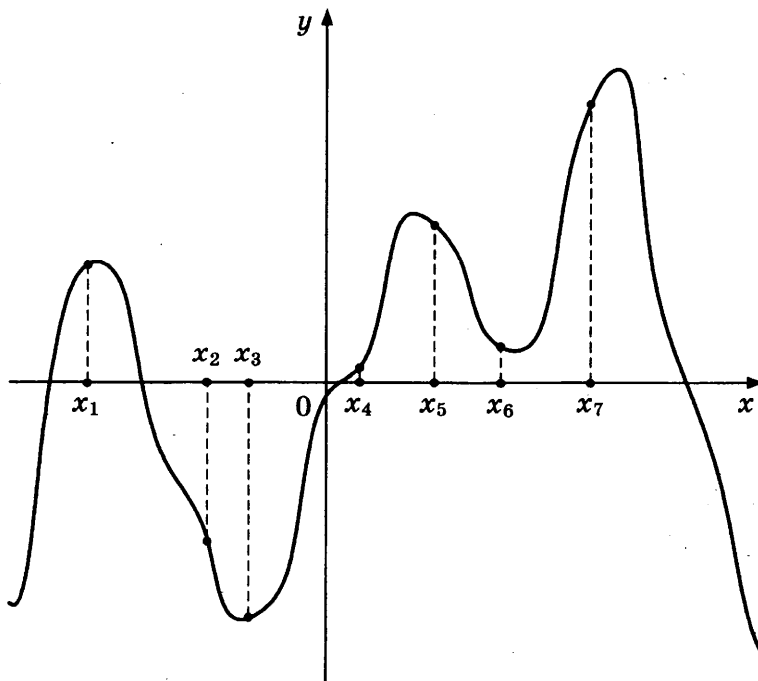


5. Марина и Дина бросают кубик по одному разу. Выигрывает та девочка, у которой выпадет больше очков. Первой кубик бросила Марина, у неё выпало 3 очка. Найдите вероятность того, что Дина выиграет.

6. Решите уравнение  $\log_2 x = -2$ .

7. Найдите число сторон правильного многоугольника, каждый из углов которого равен  $140^\circ$ .

8. На рисунке изображены график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , и семь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  возрастает?



■ 15.4

■ 15.5

■ 15.6

■ 15.7

■ 15.8

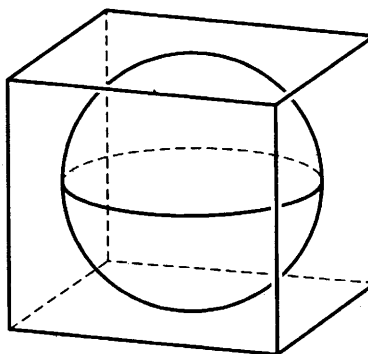
**15.9** ■**15.10** ■**15.11** ■**15.12** ■**15.13** ■**15.14** ■

9. Тангенс угла между плоскостью боковой грани и плоскостью основания правильной четырёхугольной пирамиды равен  $3\sqrt{2}$ . Найдите тангенс угла между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.

10. Найдите значение выражения  $\log_3 13 - \log_3 117$ .

11. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур задается выражением  $T(t) = T_0 + at + bt^2$ , где  $T_0 = 900$  К,  $a = 31$  К/мин,  $b = -0,2$  К/мин<sup>2</sup>. Известно, что при температурах нагревателя свыше 1550 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите (в минутах), через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор.

12. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 4. Найдите его объем.



13. Смешали 14 литров 30-процентного водного раствора некоторого вещества с 10 литрами 18-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора? Знак % в ответе не пишете.

14. Найдите наименьшее значение функции

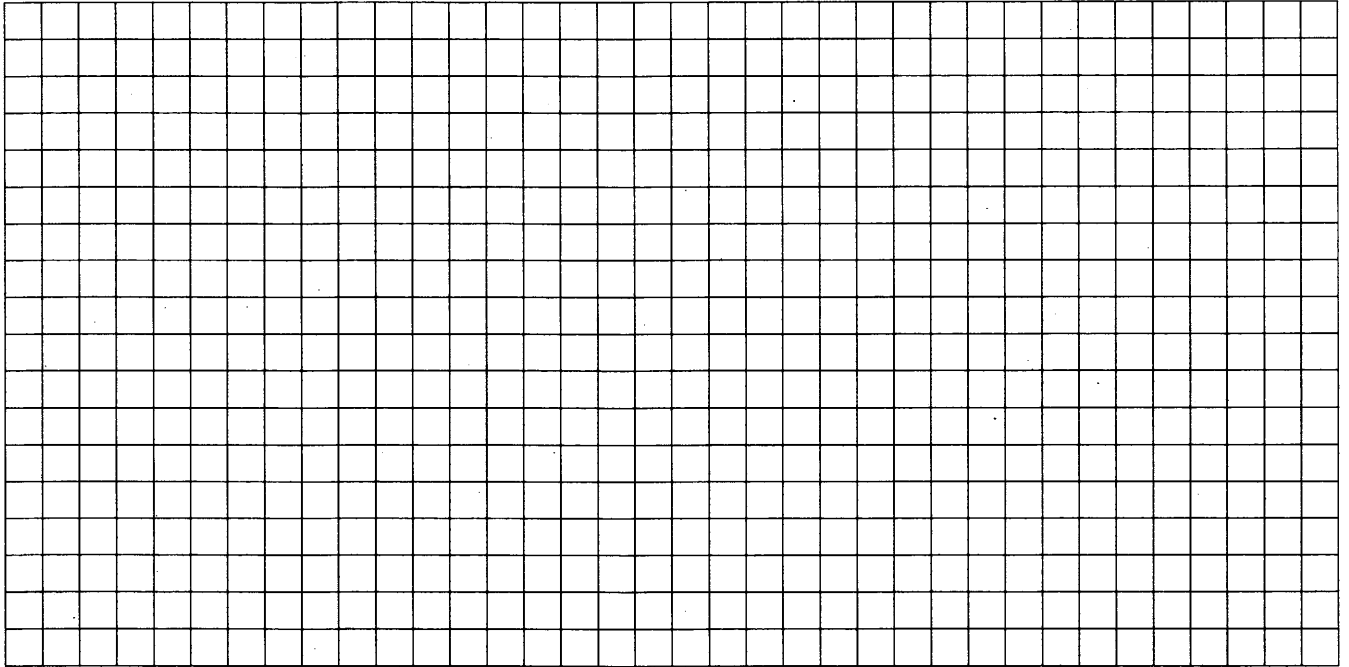
$$y = (x^2 - 9x + 9)e^{x-7}$$

на отрезке  $[6; 8]$ .

## Часть 2

15. а) Решите уравнение  $5 \cos^2 x - 12 \cos x + 4 = 0$ .

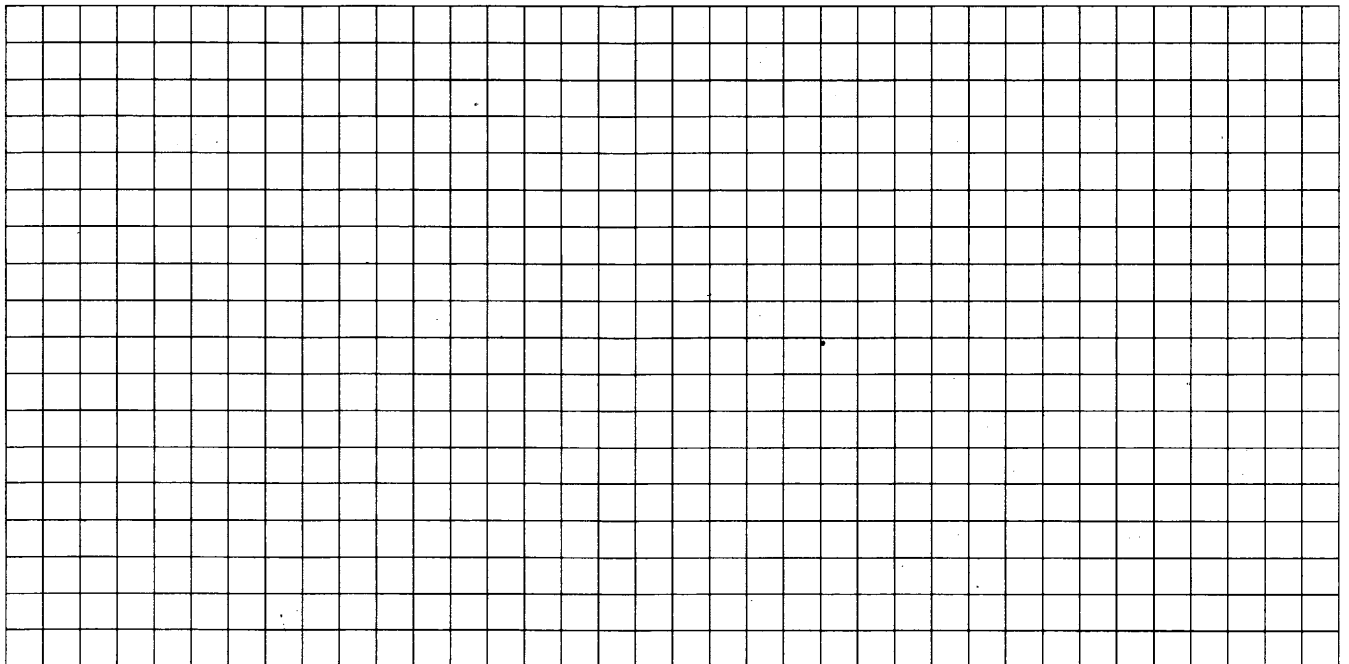
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .



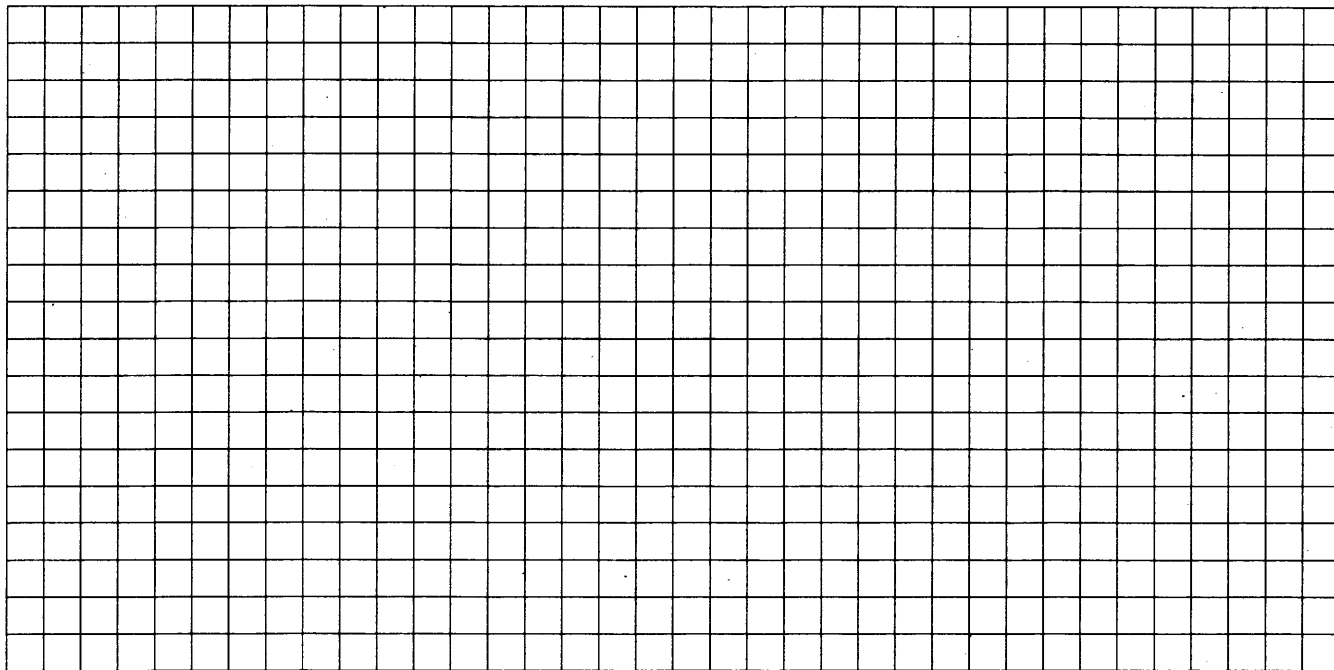
16. Дана правильная четырёхугольная пирамида  $MABCD$ , рёбра основания которой равны  $5\sqrt{2}$ . Точка  $L$  — середина ребра  $MB$ . Тангенс угла между прямыми  $DM$  и  $AL$  равен  $\sqrt{2}$ .

а) Пусть  $O$  — центр основания пирамиды. Докажите, что прямые  $AO$  и  $LO$  перпендикулярны.

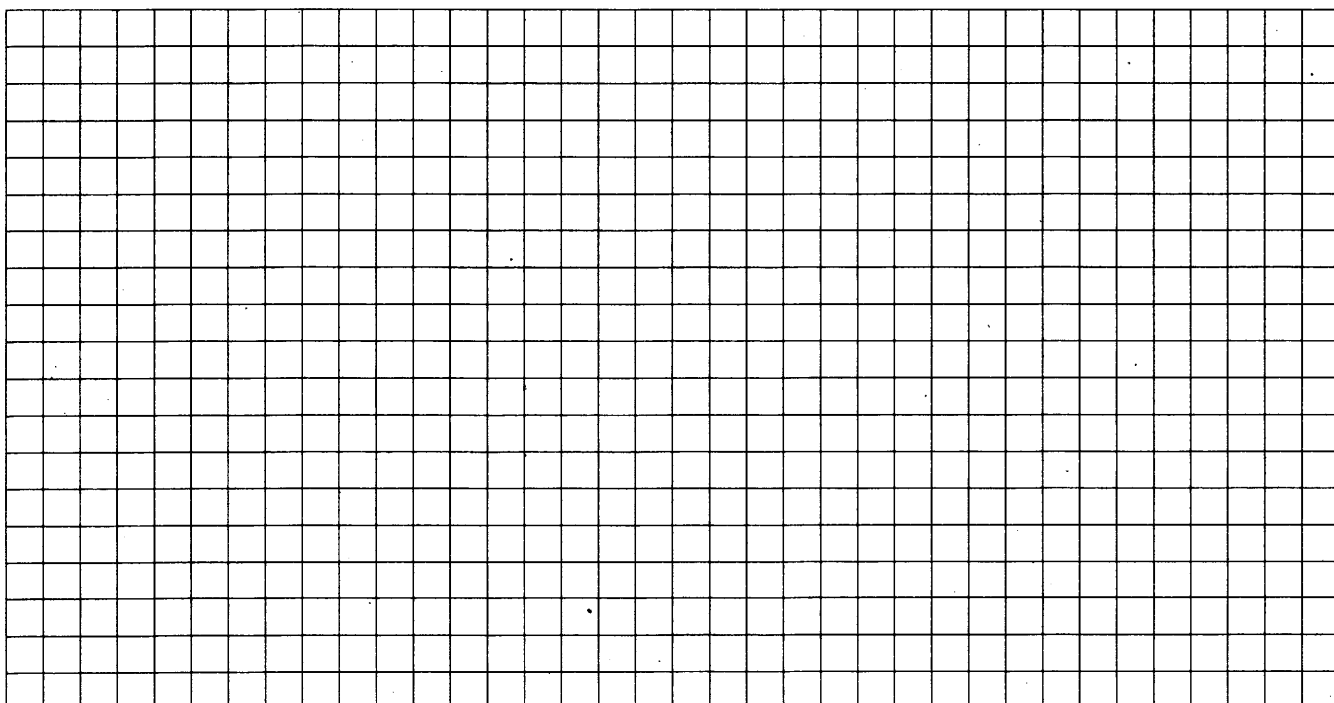
б) Найдите высоту данной пирамиды.



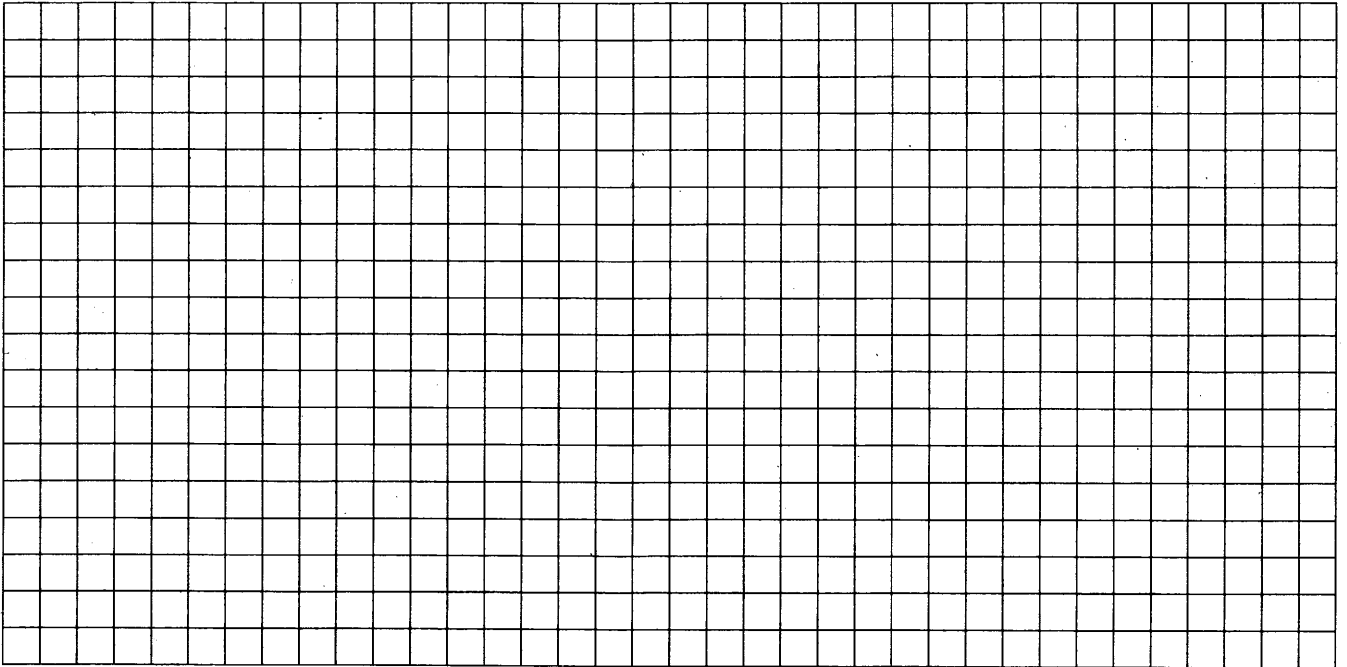
17. Решите неравенство  $\frac{2-(x-6)^{-1}}{5(x-6)^{-1}-1} \leq -0,2$ .



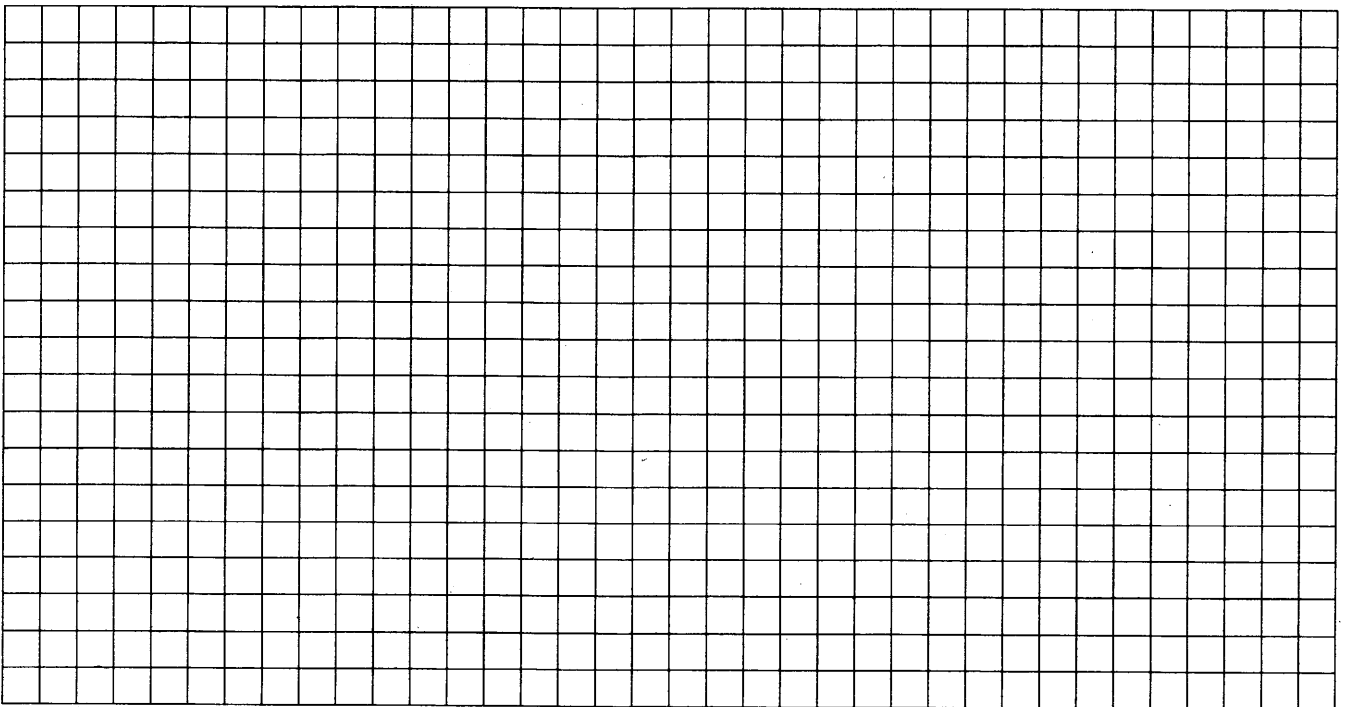
18. Окружности с центрами  $O$  и  $B$  радиуса  $OB$  пересекаются в точке  $C$ . Радиус  $OA$  окружности с центром  $O$  перпендикулярен  $OB$ , причём точки  $A$  и  $C$  лежат по одну сторону от прямой  $OB$ . Окружность  $S_1$  касается меньших дуг  $AC$  и  $OC$  этих окружностей, а также отрезка  $OA$ . Окружность  $S_2$  касается окружности с центром  $B$ , прямой  $OA$  и окружности  $S_1$ .
- а) Докажите, что прямая  $OA$  касается окружности с центром  $B$ .
- б) Найдите отношение радиуса окружности  $S_1$  к радиусу окружности  $S_2$ .



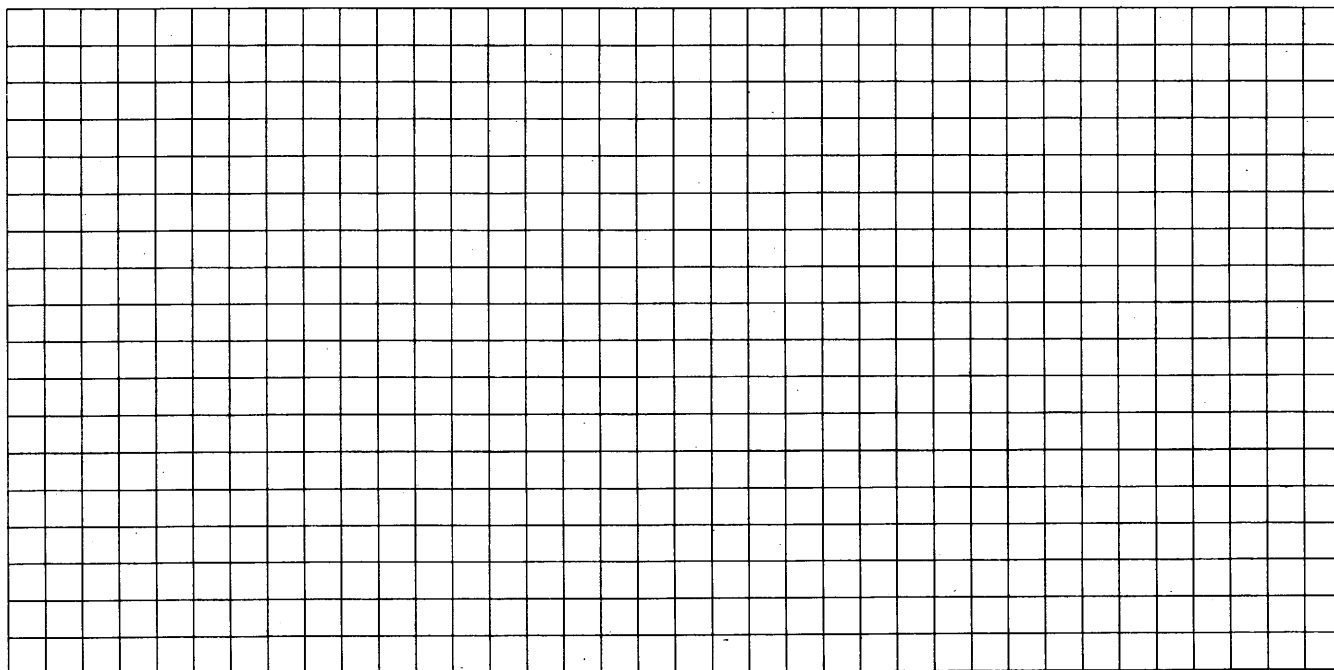
19. 31 декабря 2014 года Владимир взял в банке некоторую сумму в кредит под 14% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14%), затем Владимир переводит в банк 4 548 600 рублей. Какую сумму взял Владимир в банке, если он выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?



20. Найдите все значения параметра  $k$ , при каждом из которых уравнение  $\frac{2-(4-4k)\sin t}{\cos t-4\sin t}=1$  имеет хотя бы одно решение на отрезке  $\left[-3\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$ .



21. Решите в целых числах уравнение  $3^n + 8 = x^2$ .





# ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 16

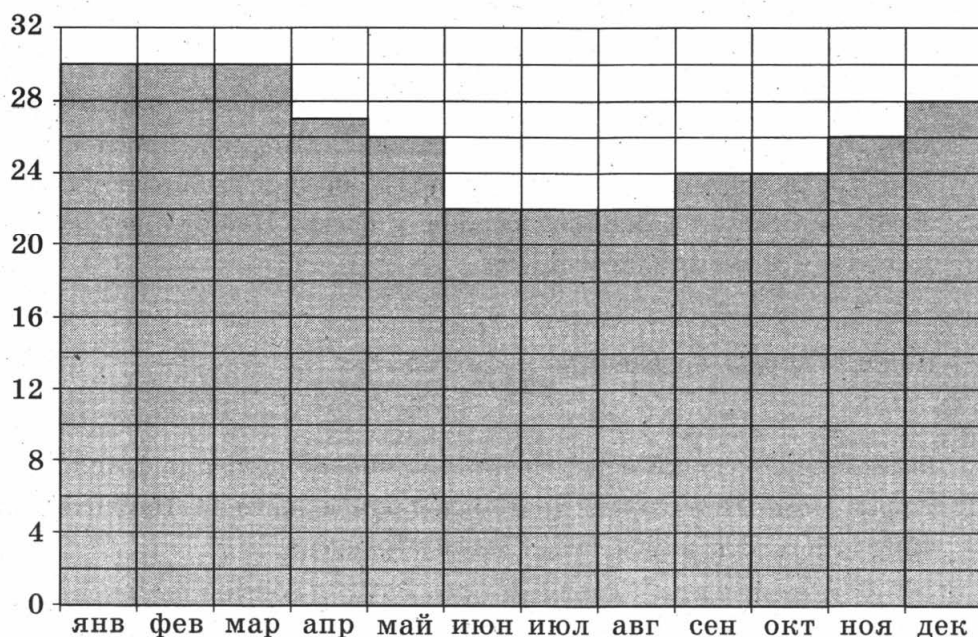
## Часть 1

1. В летнем лагере на каждого участника полагается 30 г сахара в день. В лагере 223 человека. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 8 дней?

■ 16.1

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Рио-де-Жанейро за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячной температурой в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.

■ 16.2



3. В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года).

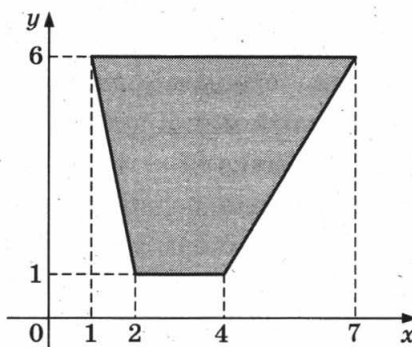
■ 16.3

Наименование продукта	Белгород	Липецк	Новгород
Пшеничный хлеб (батон)	11	14	11
Молоко (1 литр)	23	23	26
Картофель (1 кг)	10	13	11
Сыр (1 кг)	205	215	230
Мясо (говядина, 1 кг)	240	240	245
Подсолнечное масло (1 литр)	44	44	38

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов: 2 батона пшеничного хлеба, 3 кг говядины, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

16.4 ■

4. Найдите площадь трапеции, вершинами которой являются точки с координатами (1; 6), (7; 6), (4; 1), (2; 1).



16.5 ■

5. В группе по английскому языку учатся 10 школьников: Антон, Вадик, Галя, Даша, Игорь, Коля, Люда, Митя, Полина, Ярослав. В начале урока учительница произвольным образом выбирает ученика, чтобы он отвечал домашнее задание у доски. Найдите вероятность того, что к доске пойдет мальчик.

16.6 ■

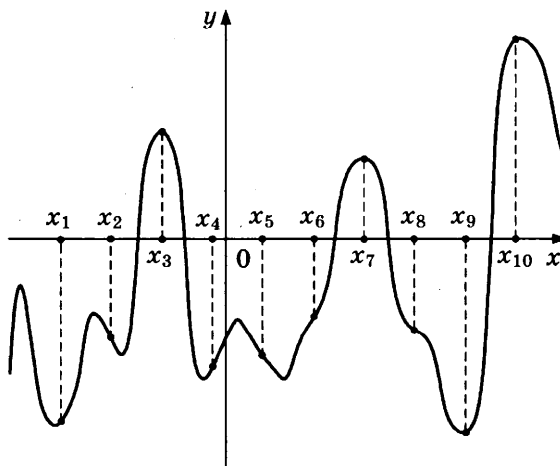
6. Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{36}\right)^{x-2} = 6$ .

16.7 ■

7. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 11, а одна из диагоналей ромба равна 44. Найдите величину тупого угла ромба. Ответ дайте в градусах.

16.8 ■

8. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и десять точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ . В скольких из этих точек производная  $f'(x)$  функции  $f(x)$  положительна?



9. Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна 12, а сторона основания равна 8. Найдите тангенс угла между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды.

10. Найдите значение выражения  $(558^2 - 23^2) : 581$ .

11. Для обогрева помещения, температура в котором равна  $T_{\text{п}} = 20$  °С, через радиатор отопления пропускают горячую воду температурой  $T_{\text{в}} = 88$  °С. Расход проходящей через трубу воды  $m = 0,4$  кг/с. Проходя по трубе расстояние  $x$  (м), вода охлаждается до температуры  $T$  (°С), причем  $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_{\text{в}} - T_{\text{п}}}{T - T_{\text{п}}}$  (м), где  $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{°С}}$  — теплоёмкость воды,  $\gamma = 63 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{°С}}$  — коэффициент теплообмена, а  $\alpha = 1,2$  — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы равна 64 м?

12. Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 6, боковые рёбра равны 5. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.

13. В четверг акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в пятницу подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 9% дешевле, чем при открытии торгов в четверг. На сколько процентов подорожали акции компании в четверг?

14. Найдите наибольшее значение функции

$$y = -\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 3x + 19$$

на отрезке  $[8; 21]$ .

■ 16.9

■ 16.10

■ 16.11

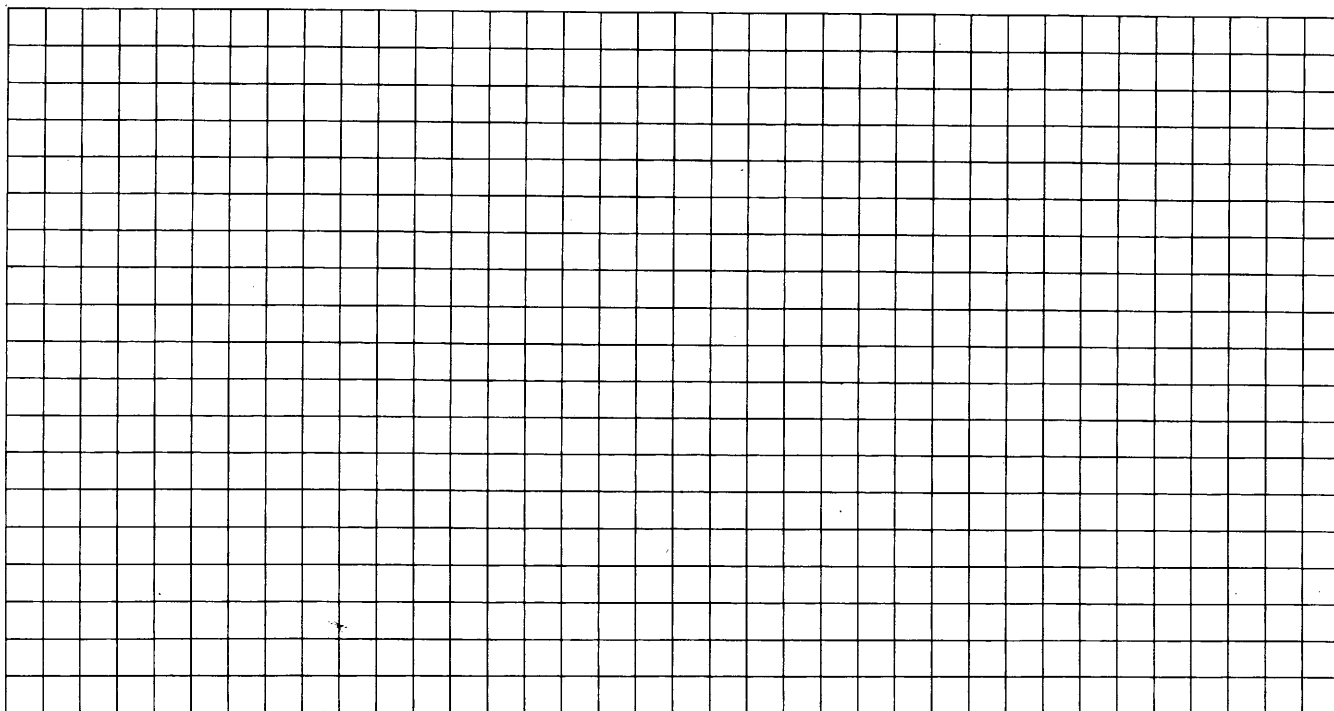
■ 16.12

■ 16.13

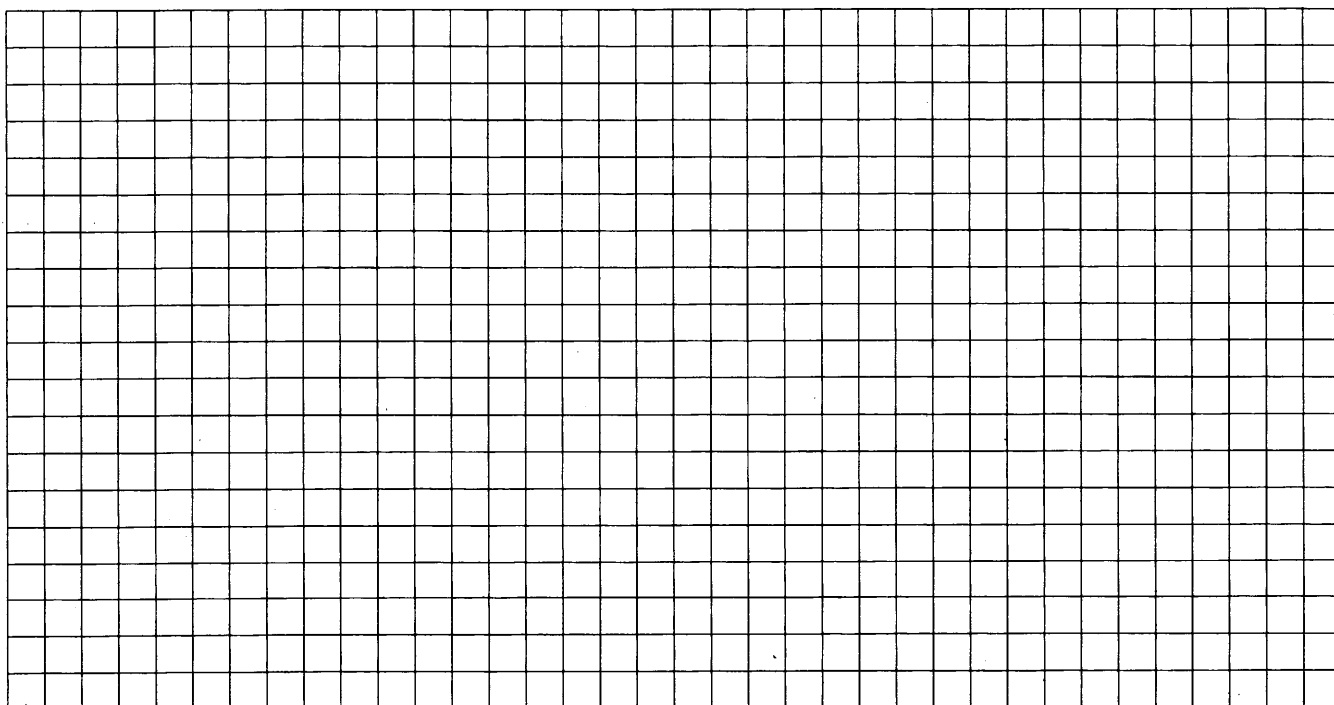
■ 16.14

## Часть 2

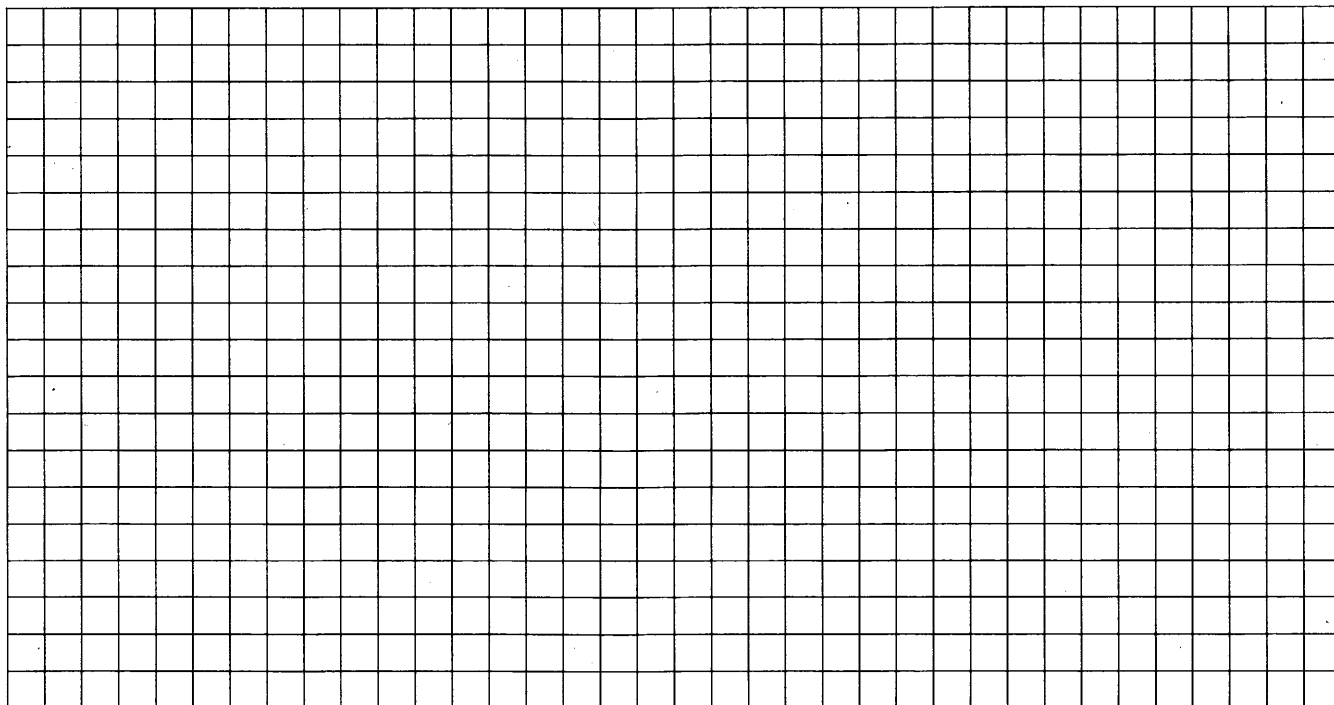
15. а) Решите уравнение  $6 \sin^2 x + 7 \cos x - 7 = 0$ .  
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-3\pi; -\pi]$ .



16. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все рёбра равны 1.  
а) Постройте прямую пересечения плоскости  $ABB_1$  и плоскости, проходящей через точки  $C, C_1$  перпендикулярно плоскости  $ACC_1$ .  
б) Найдите косинус угла между прямыми  $AB_1$  и  $BC_1$ .

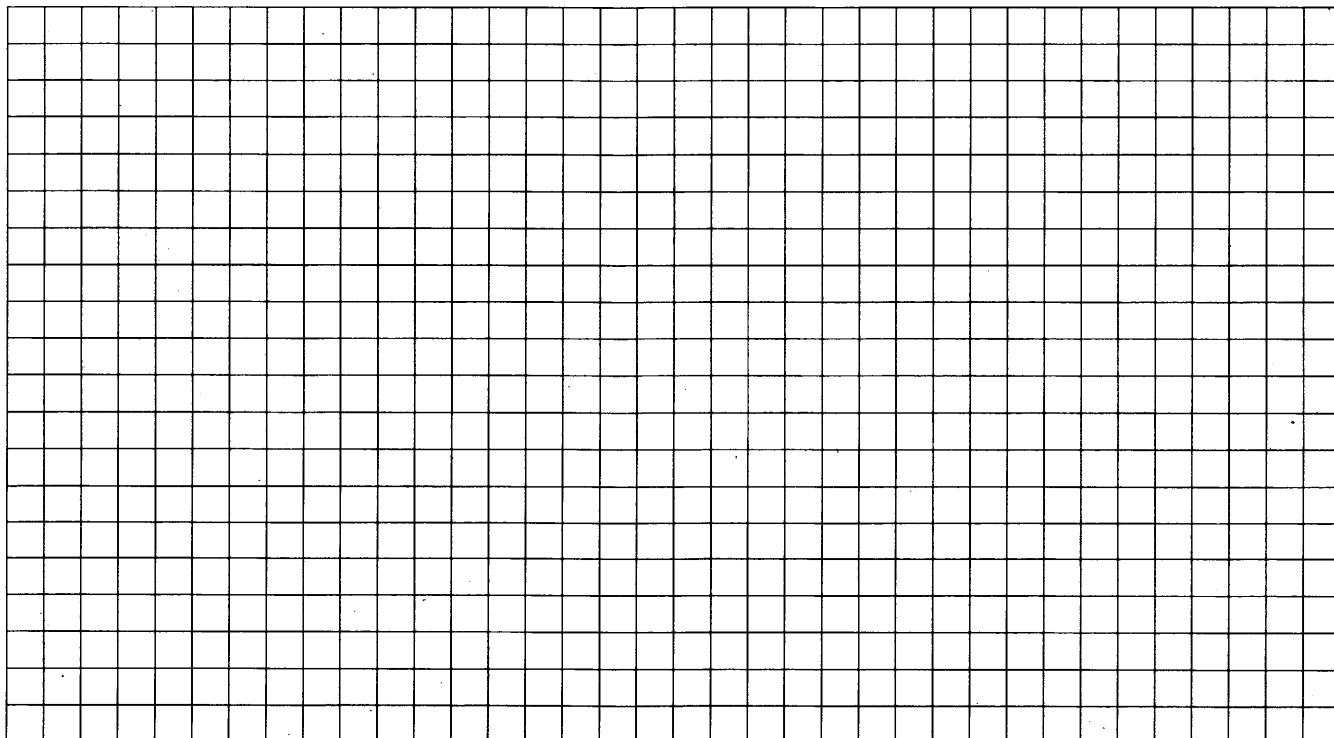


17. Решите неравенство  $2^x + 3 \cdot 2^{-x} \leq 4$ .

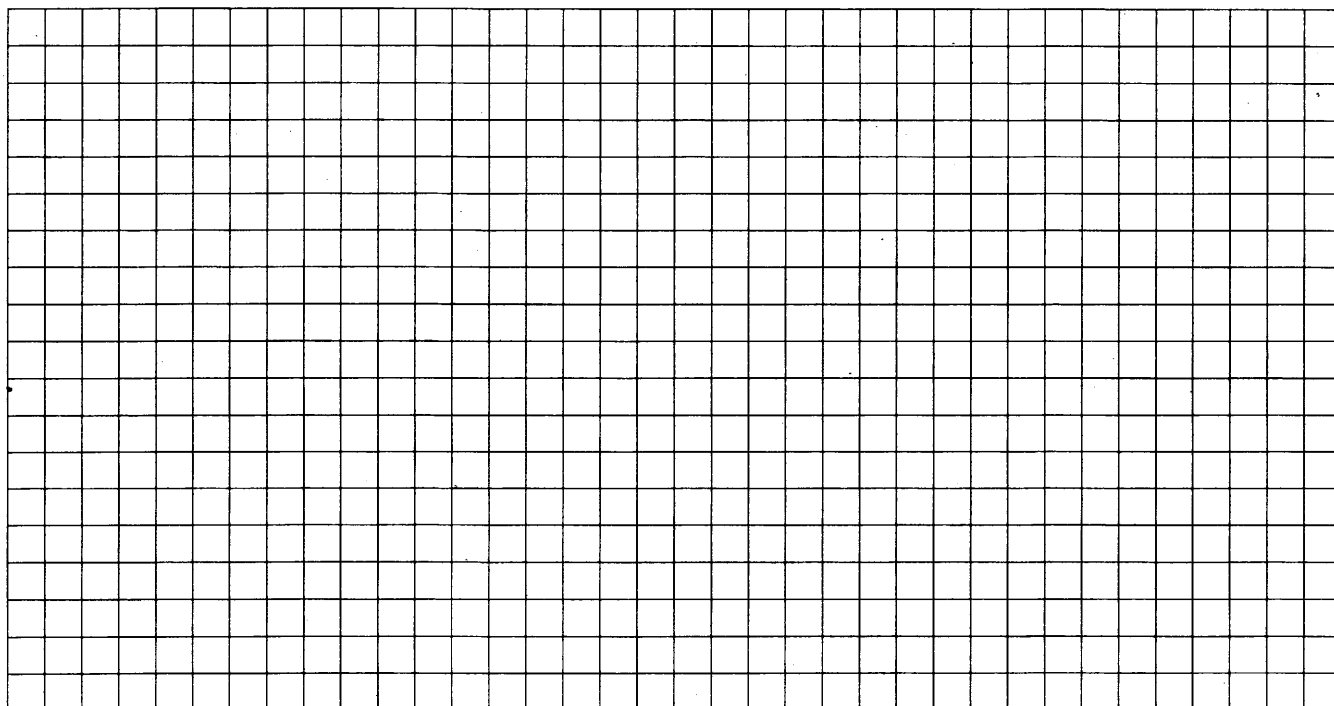


18. В параллелограмме  $ABCD$  известно, что  $AB = 1$ ,  $BC = 2$ ,  $\angle A = 60^\circ$ . На сторонах  $AB$  и  $BC$  как на основаниях построены вне параллелограмма равнобедренные треугольники с углами  $120^\circ$  при вершинах.

- а) Докажите, что прямая, соединяющая вершины этих треугольников, проходит через точку  $B$ .
- б) Найдите расстояние между этими вершинами.



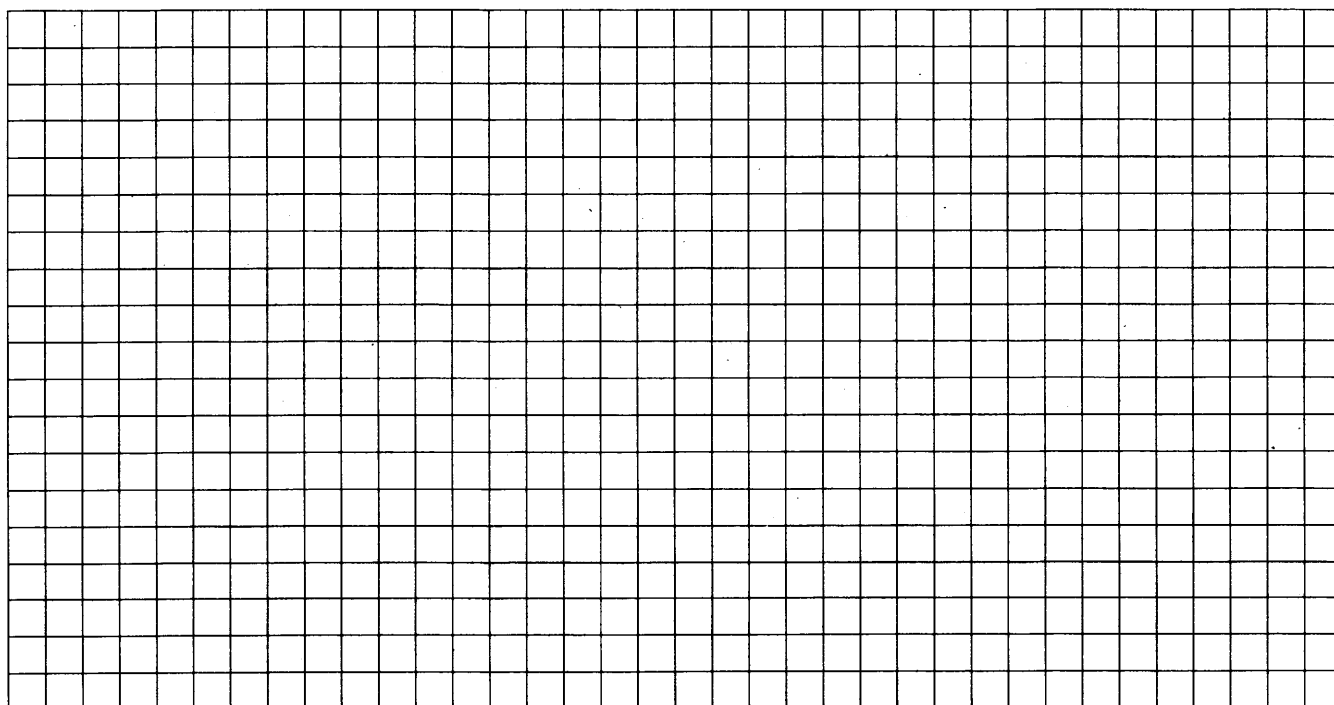
- 19.** 31 декабря 2014 года Сергей взял в банке 6 944 000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Сергей переводит в банк  $X$  рублей. Какой должна быть сумма  $X$ , чтобы Сергей выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?



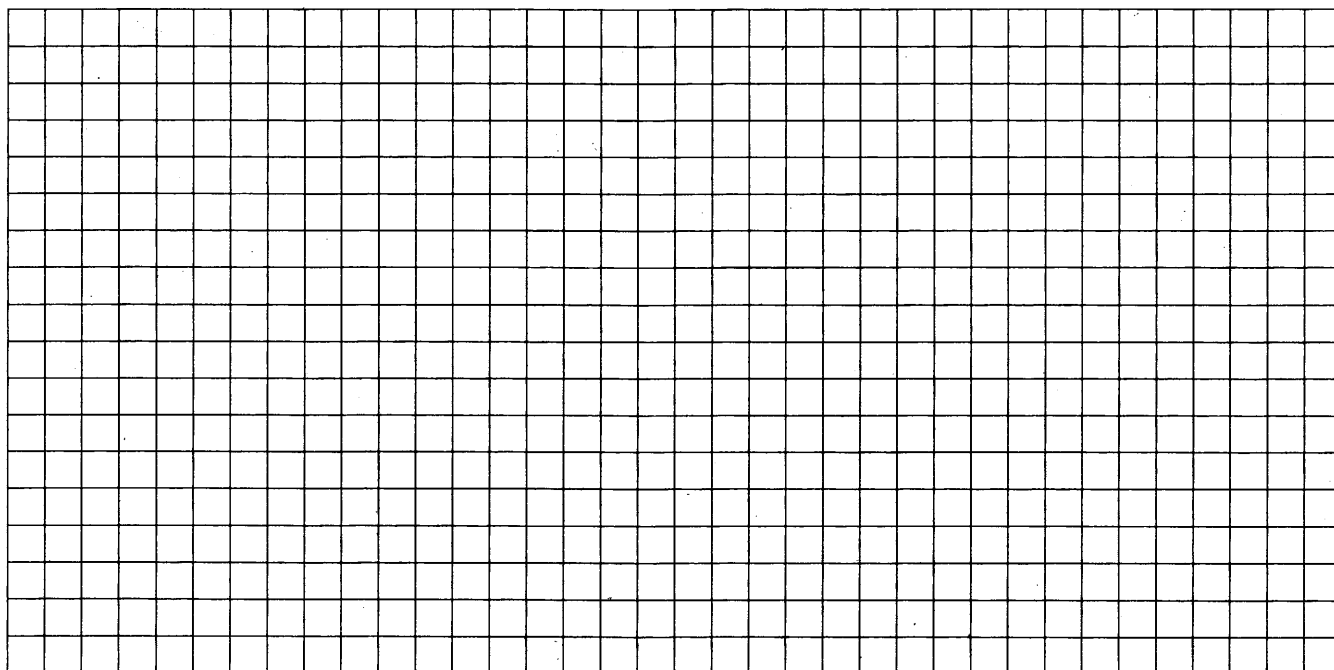
- 20.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$27x^6 + (a - 2x)^3 + 9x^2 + 3a = 6x$$

не имеет корней.



21. Друг за другом подряд выписали десятичную запись чисел  $2^{50}$  и  $5^{50}$ . Сколько всего цифр выписали?



## ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 17

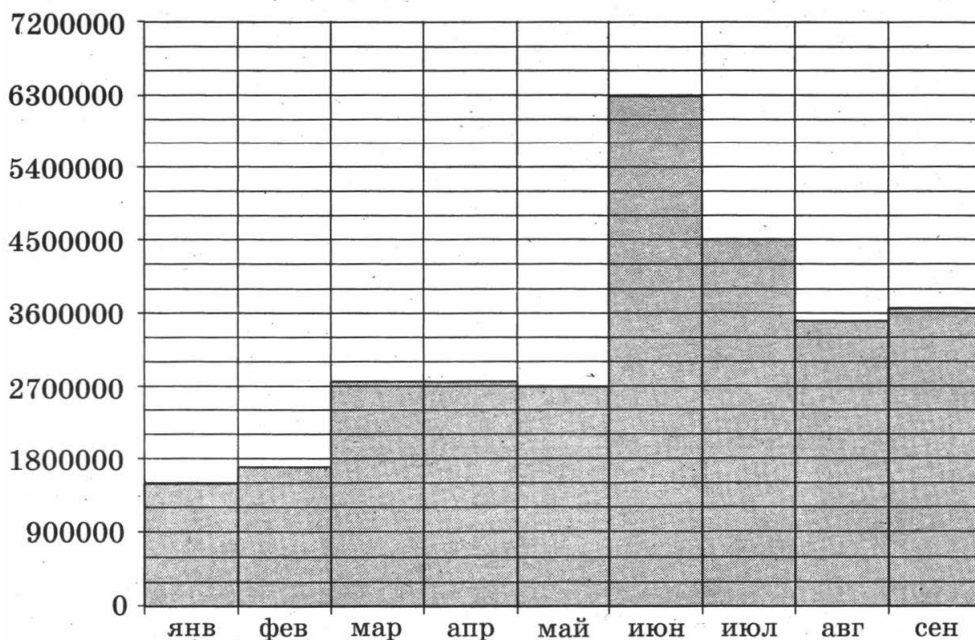
### Часть 1

**17.1 ■**

1. Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2400 руб. До установки счётчиков Александр платил за водоснабжение ежемесячно 1500 руб. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 800 руб. За сколько месяцев установка счётчиков окупится?

**17.2 ■**

2. На диаграмме показано число запросов со словом ФУТБОЛ, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме наименьшее месячное число запросов со словом ФУТБОЛ в указанный период.



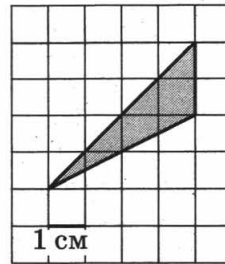
**17.3 ■**

3. Для изготовления книжных полок требуется заказать 45 одинаковых стёкол в одной из трёх фирм. Площадь каждого стекла  $0,15 \text{ м}^2$ . В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекла и шлифовку края. Сколько рублей будет стоить самый дешёвый заказ?

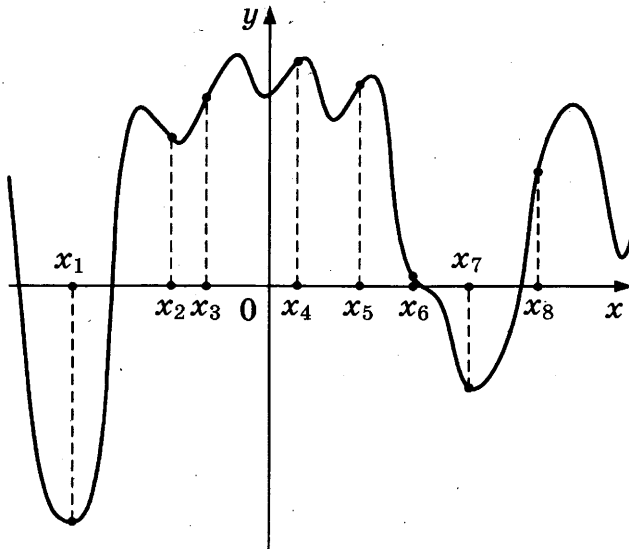
Фирма	Цена стекла (руб. за $1 \text{ м}^2$ )	Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)
А	400	70
В	440	65
С	480	60



4. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



5. Найдите вероятность того, что при броске двух кубиков сумма очков будет делиться на 4.
6. Решите уравнение  $\text{tg} \frac{\pi(4x+7)}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . В ответе напишите наименьший положительный корень.
7. Вершина  $A$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  является центром окружности, проходящей через точки  $B, C$  и  $D$ . Найдите угол  $BAD$ , если углы  $ABC$  и  $ADC$  равны соответственно  $56^\circ$  и  $78^\circ$ . Ответ дайте в градусах.
8. На рисунке изображены график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , и восемь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$ . Сколько из этих точек принадлежат промежуткам убывания функции  $f(x)$ ?



9. Высота основания правильной треугольной пирамиды в 1,8 раза больше высоты боковой грани, проведённой к ребру основания. Найдите синус угла между боковой гранью и основанием пирамиды.

10. Найдите значение выражения  $\frac{(\sqrt{8} + \sqrt{6})^2}{7 + \sqrt{48}}$ .

■ 17.4

■ 17.5

■ 17.6

■ 17.7

■ 17.8

■ 17.9

■ 17.10

**17.11 ■**

11. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  (мг) — начальная масса изотопа,  $t$  (мин.) — время, прошедшее от начального момента,  $T$  (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа  $m_0 = 80$  мг. Период его полураспада  $T = 2$  мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг?

**17.12 ■**

12. Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 15. Найдите площадь поверхности шара.

**17.13 ■**

13. Смешав 84-процентный и 96-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 84-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 89-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 84-процентного раствора использовали для получения смеси?

**17.14 ■**

14. Найдите наименьшее значение функции

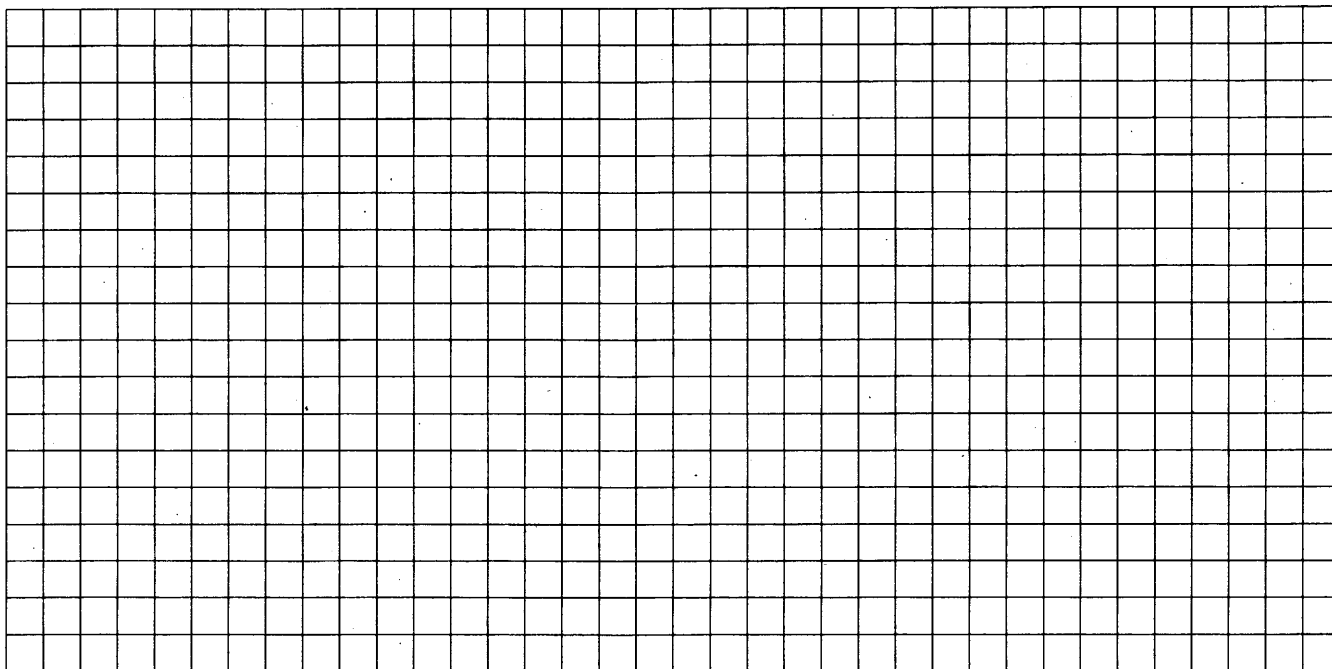
$$y = x^2 - 3x + \ln x + 10$$

на отрезке  $\left[\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right]$ .

## Часть 2

15. а) Решите уравнение  $12 \cos^2 x - 11 \cos x + 2 = 0$ .

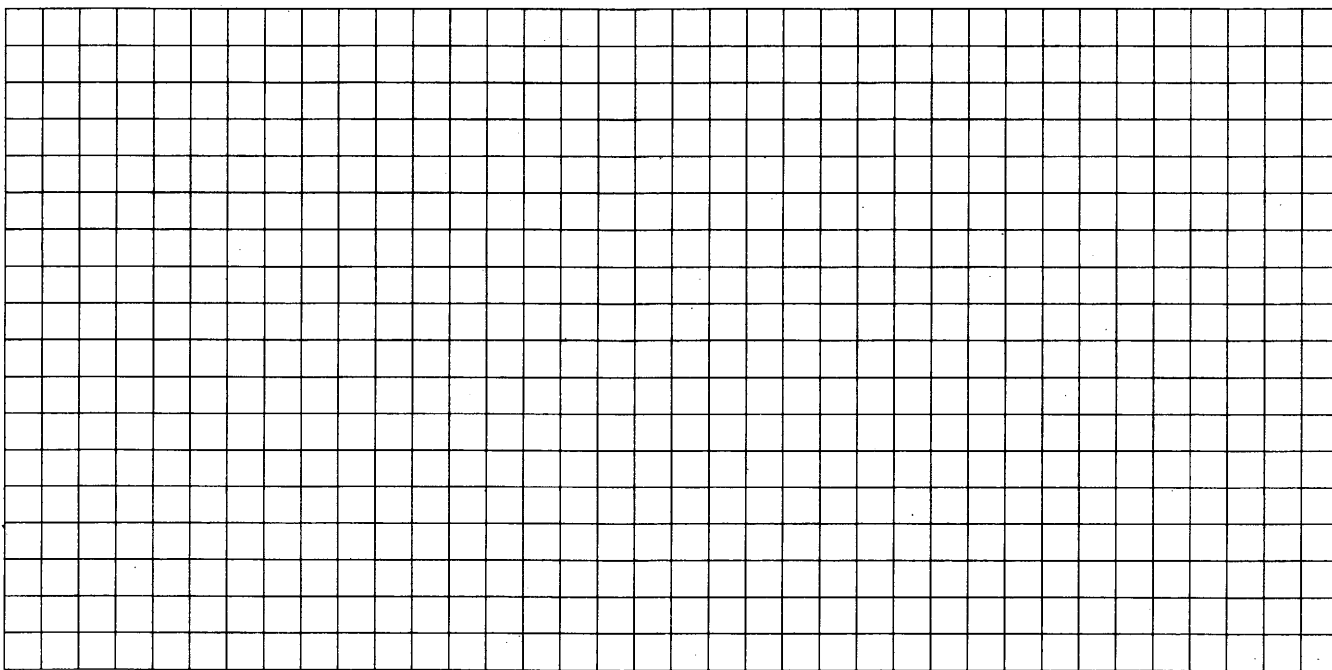
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-2\pi; -\pi]$ .



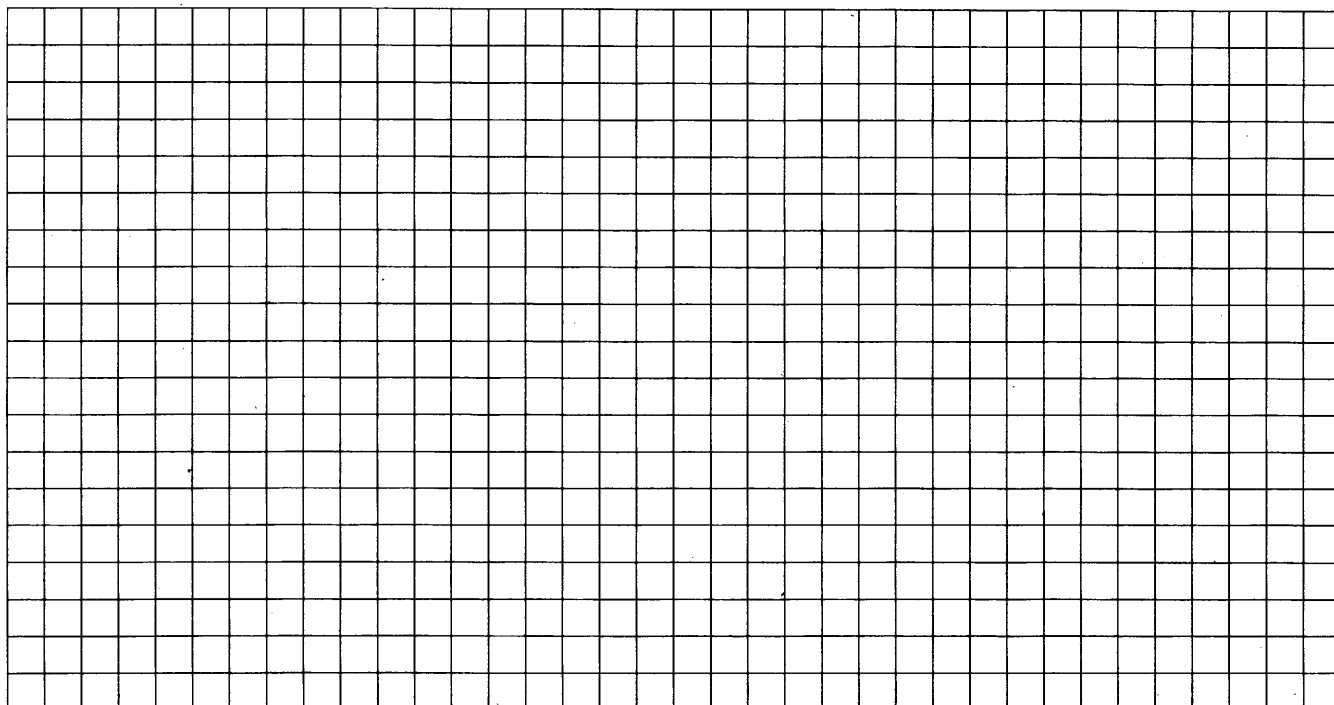
16. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с вершиной  $S$ , все рёбра которой равны 4, точка  $N$  — середина ребра  $AC$ , точка  $O$  — центр основания пирамиды, точка  $P$  делит отрезок  $SO$  в отношении  $3 : 1$ , считая от вершины пирамиды.

а) Докажите, что прямая  $NP$  перпендикулярна прямой  $BS$ .

б) Найдите расстояние от точки  $B$  до прямой  $NP$ .

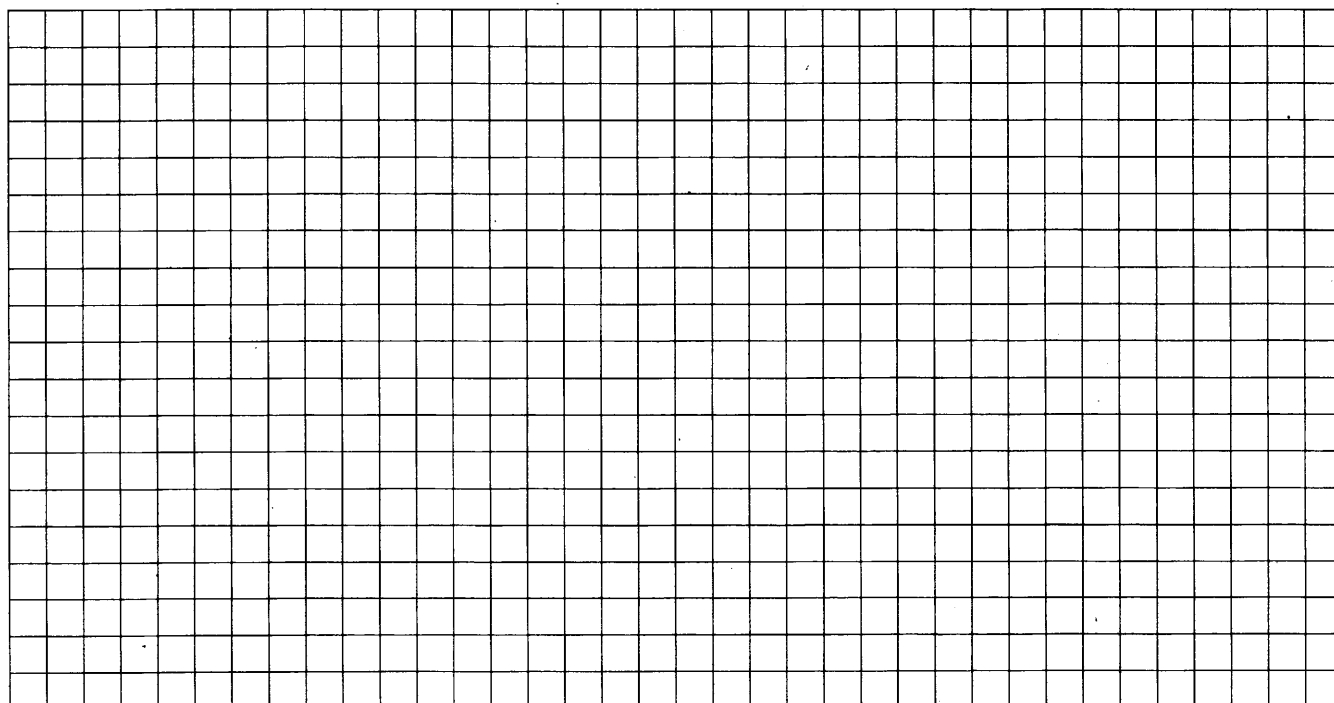


17. Решите неравенство  $\frac{2x^2 - 8x}{x - 7} \leq x$ .



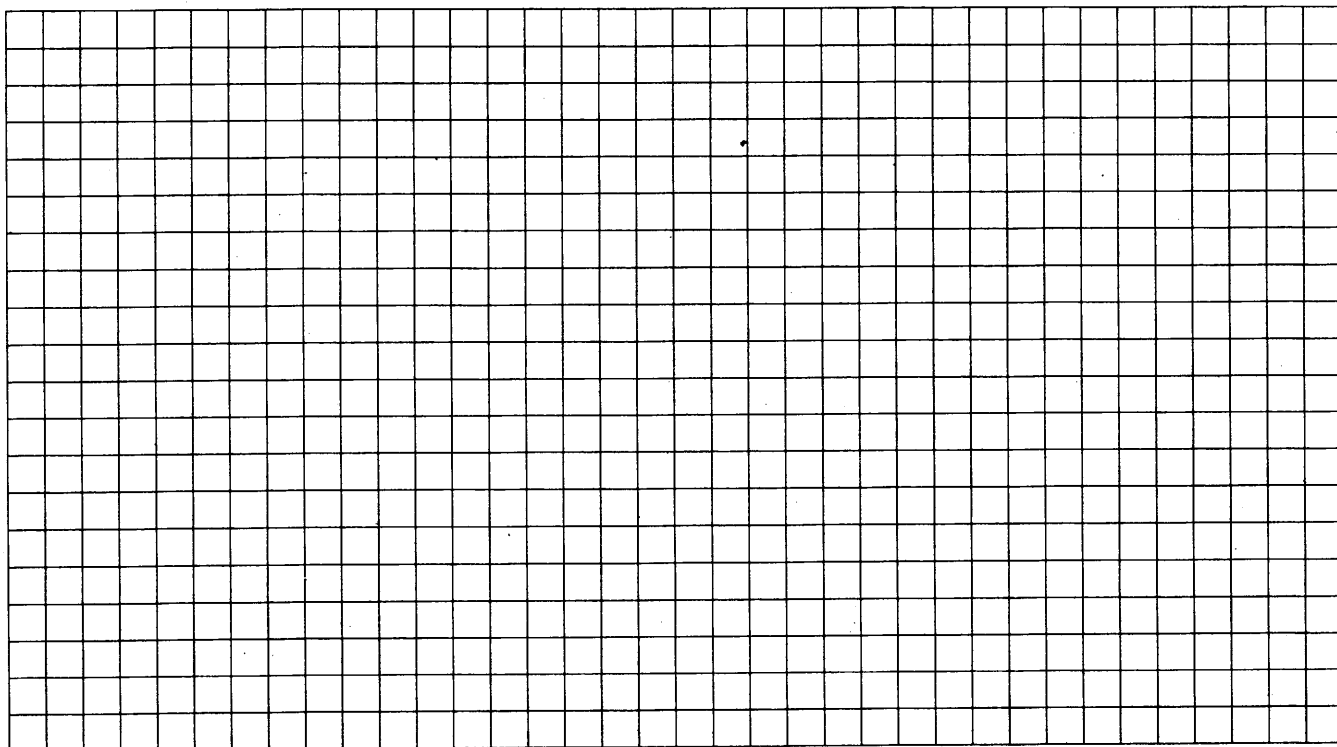
18. Дана трапеция  $ABCD$  с боковыми сторонами  $AB = 27$ ,  $CD = 28$  и основанием  $BC = 5$ . Известно, что  $\cos \angle BCD = -\frac{2}{7}$ .

- а) Докажите, что расстояние от основания высоты, опущенной из вершины  $B$  на прямую  $AD$ , до вершины  $A$  равно 3.  
б) Найдите диагональ  $AC$ .





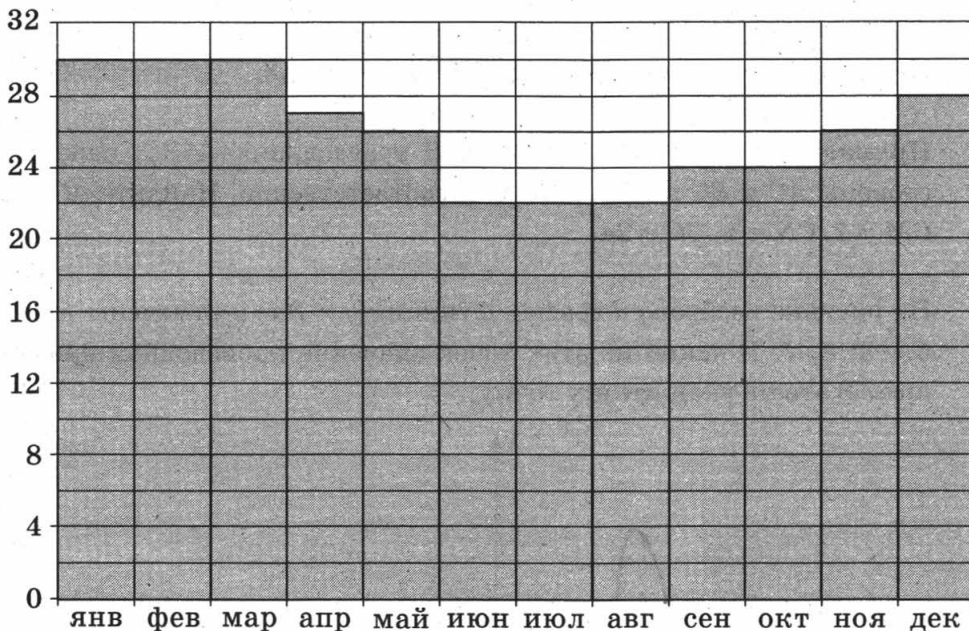
21. Решите уравнение в целых числах  $x^2 + x + 3 = y^2$ .



# ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 18

## Часть 1

1. В доме, в котором живёт Толя, один подъезд. На каждом этаже по девять квартир. Толя живёт в квартире 98. На каком этаже живёт Толя?
2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Рио-Жанейро за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько в 2009 году было месяцев, когда среднемесячная температура превосходила  $25^{\circ}\text{C}$ .



3. В среднем гражданин А. в дневное время расходует  $115 \text{ кВт}\cdot\text{ч}$  электроэнергии в месяц, а в ночное время —  $175 \text{ кВт}\cdot\text{ч}$  электроэнергии. Раньше у А. в квартире был установлен однотарифный счётчик, и всю электроэнергию он оплачивал по тарифу  $2,4 \text{ руб. за кВт}\cdot\text{ч}$ . Год назад А. установил двухтарифный счётчик, при этом дневной расход электроэнергии оплачивается по тарифу  $2,4 \text{ руб. за кВт}\cdot\text{ч}$ , а ночной расход оплачивается по тарифу  $0,8 \text{ руб. за кВт}\cdot\text{ч}$ . В течение 12 месяцев режим потребления и тарифы оплаты электроэнергии не менялись. На сколько больше заплатил бы А. за этот период, если бы не поменялся счётчик? Ответ дайте в рублях.

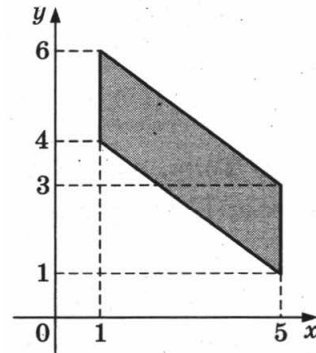
■ 18.1

■ 18.2

■ 18.3

**18.4** ■

4. Найдите площадь параллелограмма, вершинами которого являются точки с координатами  $(1; 4)$ ,  $(1; 6)$ ,  $(5; 3)$ ,  $(5; 1)$ .

**18.5** ■

5. На турнир по шахматам прибыли 26 участников, в том числе близнецы Коля и Толя. Для проведения жеребьёвки первого тура участников случайным образом разбивают на две группы по 13 человек. Найдите вероятность того, что Коля и Толя попадут в разные группы.

**18.6** ■

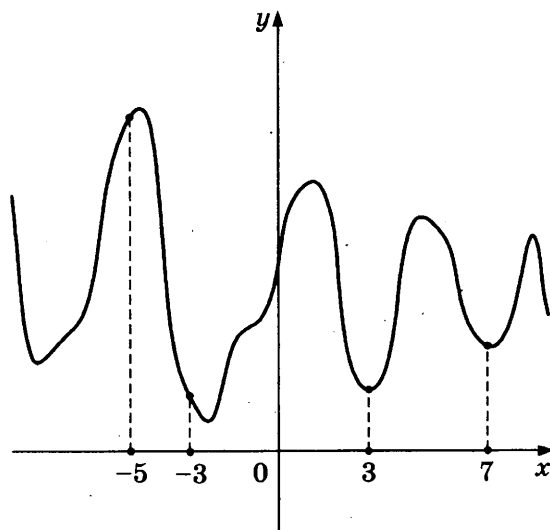
6. Найдите корень уравнения  $\log_4(18 - 5x) = 2\log_4 3$ .

**18.7** ■

7. Прямая, параллельная стороне  $AB$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AC$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Найдите  $AC$ , если  $CM = 7$ ,  $CN = 8$ ,  $BC = 24$ .

**18.8** ■

8. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-5$ ,  $-3$ ,  $3$ ,  $7$ . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.

**18.9** ■

9. Высота правильной треугольной пирамиды равна 12, а высота боковой грани пирамиды, проведённая к ребру основания, равна 13. Найдите тангенс угла между плоскостью боковой грани пирамиды и плоскостью её основания.



10. Найдите значение выражения  $3 \cdot \sqrt[4]{64} \cdot \sqrt[12]{64}$ .

11. Два тела массой  $m = 9$  кг каждое движутся с одинаковой скоростью  $v = 10$  м/с под углом  $2\alpha$  друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, определяется выражением  $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$ . Под каким наименьшим углом  $2\alpha$  (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 450 джоулей?

12. Цилиндр описан около шара. Объем цилиндра равен 15. Найдите объем шара.

13. На изготовление 468 деталей первый рабочий затрачивает на 8 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 520 деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 6 деталей больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

14. Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x}{x^2 + 625}$ .

■ 18.10

■ 18.11

■ 18.12

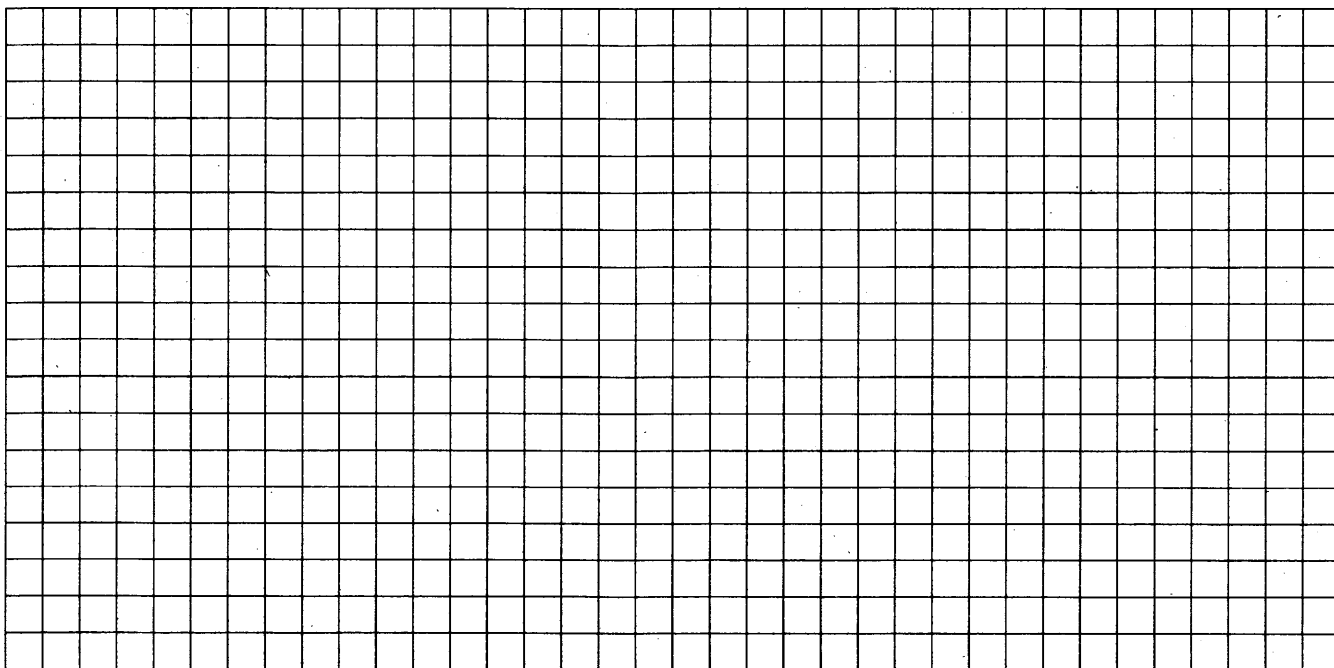
■ 18.13

■ 18.14

## Часть 2

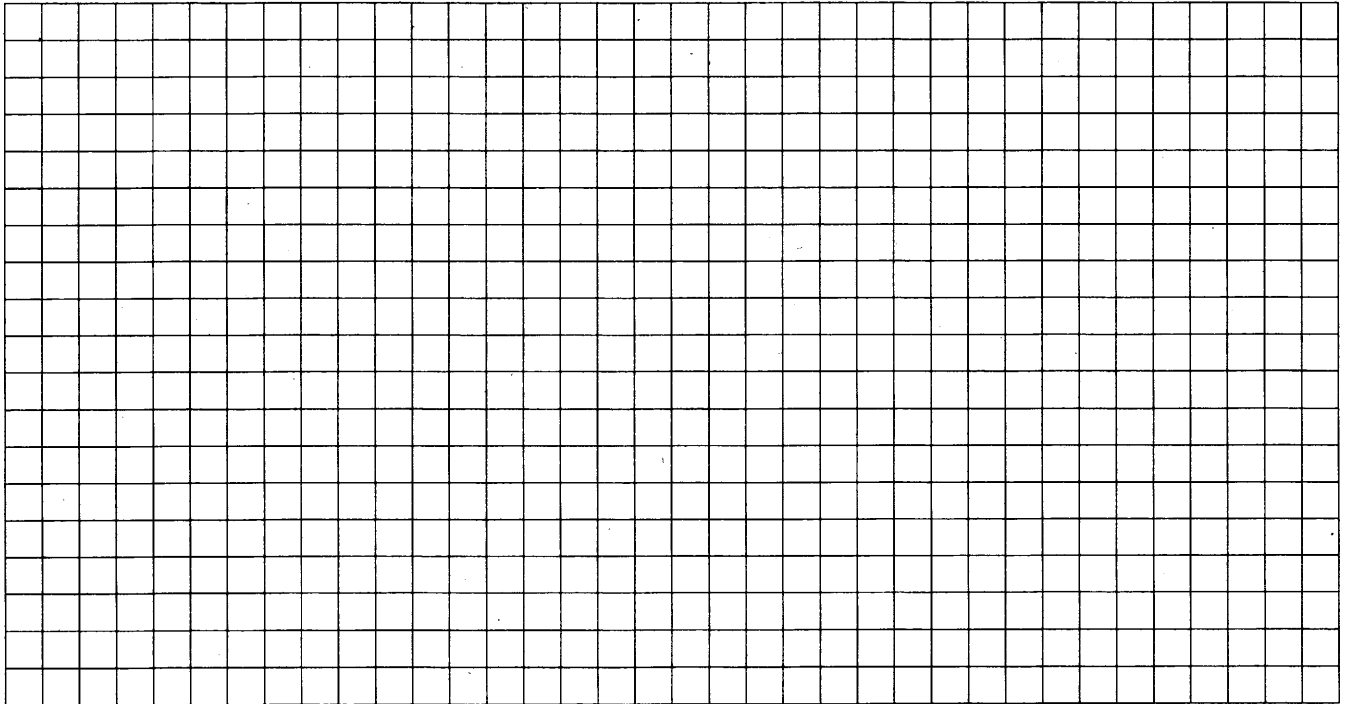
15. а) Решите уравнение  $3 \operatorname{tg}^2 x - 4 \operatorname{tg} x - 7 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ .

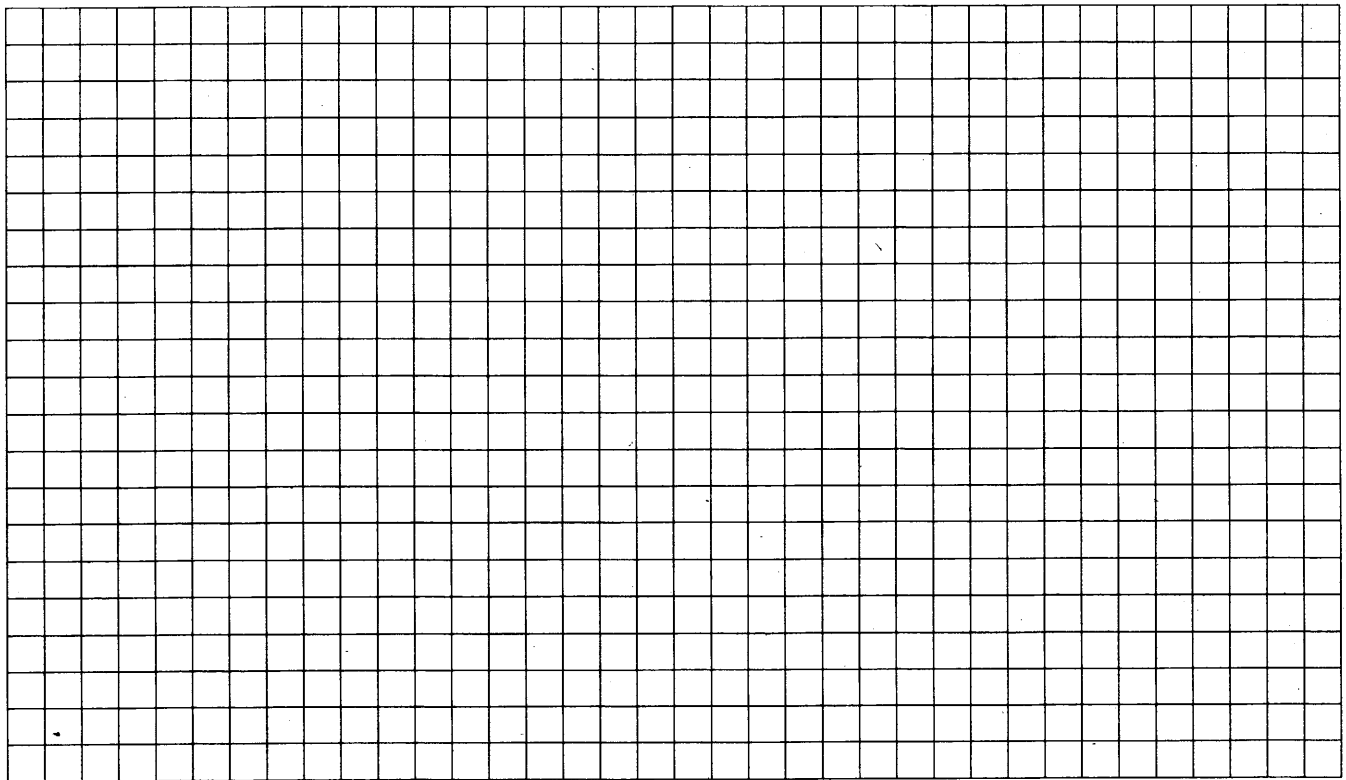


**16.** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с вершиной  $S$ , все рёбра которой равны 2, точка  $M$  — середина ребра  $AB$ , точка  $O$  — центр основания пирамиды, точка  $F$  делит отрезок  $SO$  в отношении  $3 : 1$ , считая от вершины пирамиды.

- а) Докажите, что прямая  $MF$  перпендикулярна прямой  $SC$ .
- б) Найдите угол между плоскостью  $MBF$  и плоскостью  $ABC$ .

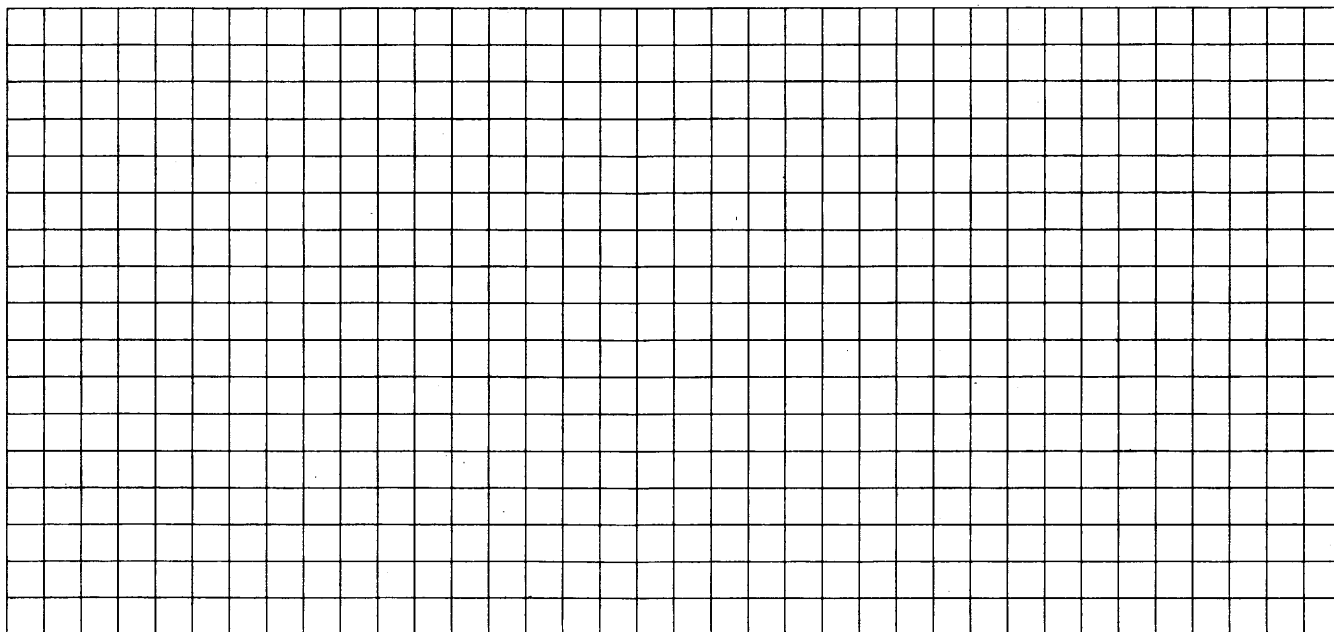


**17.** Решите неравенство  $1 + \log_6(4 - x) \leq \log_6(16 - x^2)$ .

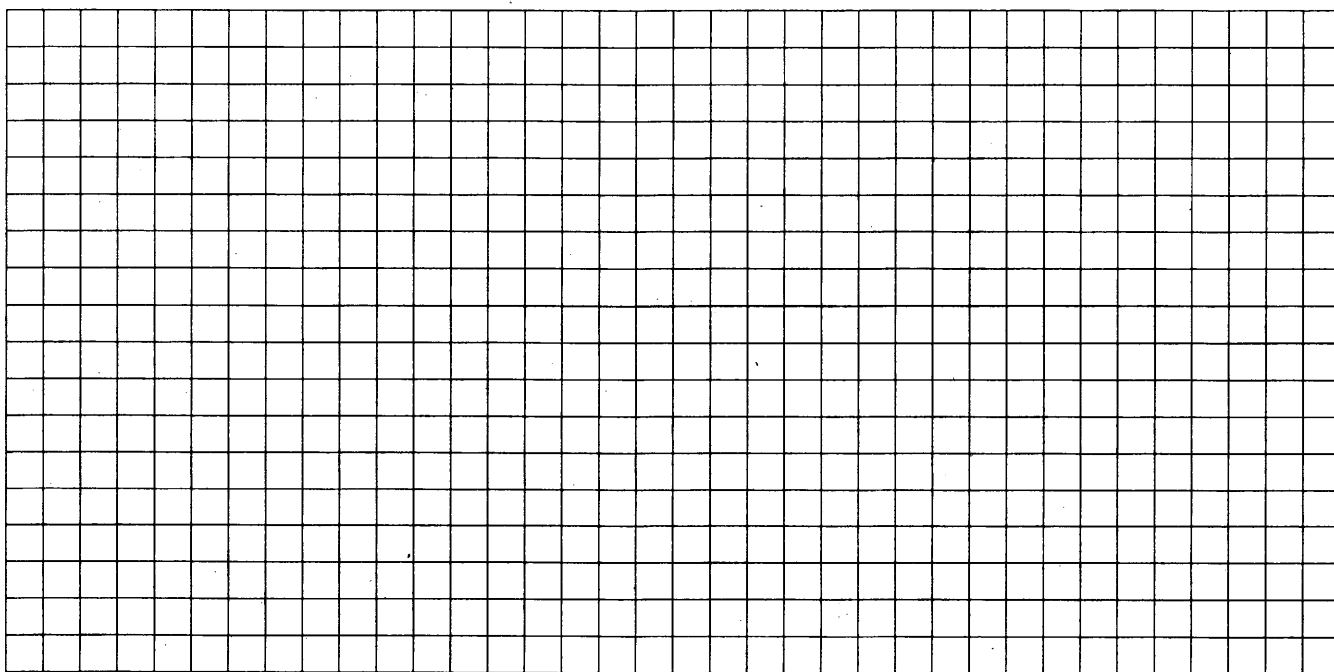


**18.** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катеты  $AC$  и  $BC$  равны соответственно 16 и 12. Проведена окружность радиусом  $BC$  с центром в точке  $B$ . К ней в точке  $K$  проведена касательная, параллельная гипотенузе. Катет  $BC$  продолжен до пересечения с проведённой касательной в точке  $D$ .

- а) Докажите, что треугольники  $ABC$  и  $BDK$  подобны.
- б) Определите, на какое расстояние продолжили катет.



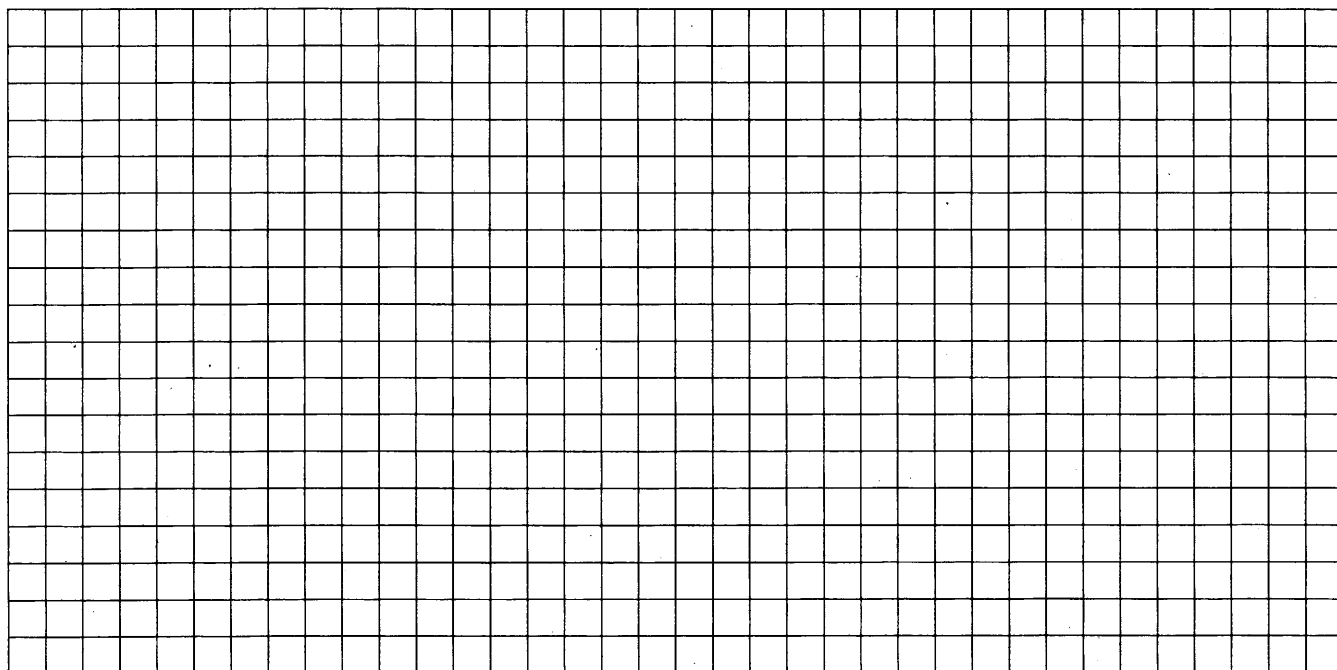
**19.** 1 января 2015 года Тарас Павлович взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 2 процента на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 2%), затем Тарас Павлович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Тарас Павлович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 220 тыс. рублей?



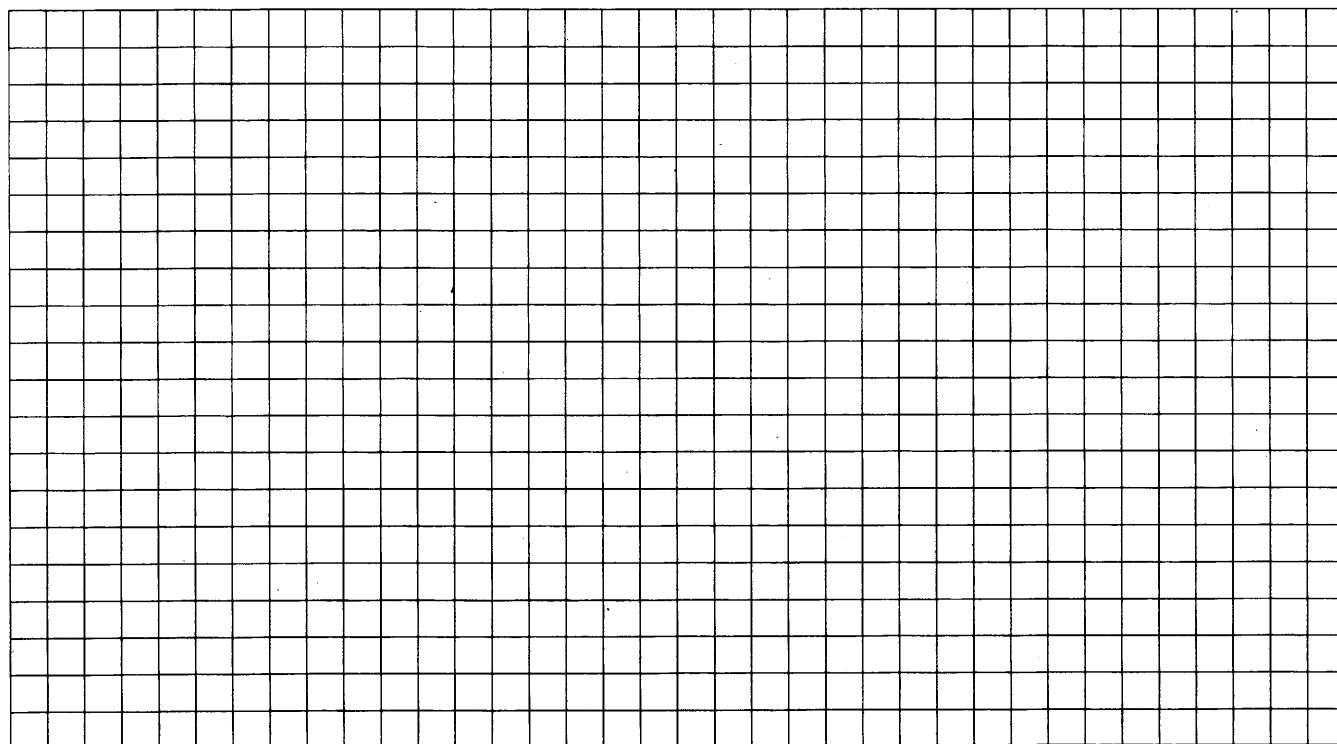
**20.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$4^x - (a - 1) \cdot 2^{x+1} + a^2 - 4a - 5 = 0$$

имеет единственный корень.



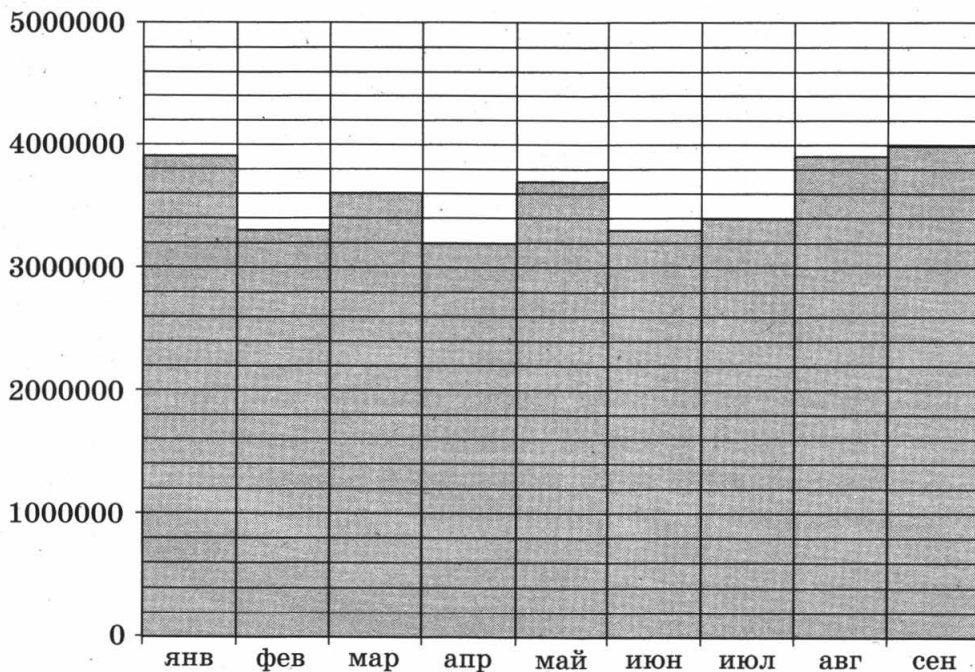
**21.** Решите уравнение в целых числах  $2x^2 + 3xy + 3y^2 = 2x + 6y$ .



# ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 19

## Часть 1

- По тарифному плану «Просто как день» со счёта абонента компания сотовой связи каждый день снимает 15 руб. Если на счёту осталось не больше 15 руб., то на следующий день номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня Лиза положила на свой счёт 350 руб. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёта?
- На диаграмме показано число запросов со словом КИНО, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в указанный период, когда месячное число запросов со словом КИНО не превосходило 3 500 000.



- Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за 1 минуту разговора
Повременный	Нет	0,3 руб.
Комбинированный	140 руб. за 350 мин. в месяц	0,25 руб. за 1 мин. сверх 350 мин. в месяц
Безлимитный	200 руб. в месяц	

■ 19.1

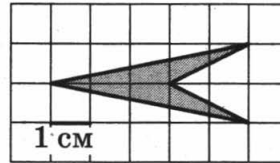
■ 19.2

■ 19.3

Абонент выбрал наиболее дешевый тарифный план исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составляет 800 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 800 минутам? Ответ дайте в рублях.

19.4 ■

4. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



19.5 ■

5. На чемпионате по спортивной гимнастике выступают 20 спортсменов, среди них 2 гимнастки из России и 10 гимнасток из США. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что восьмой будет выступать гимнастка из России.

19.6 ■

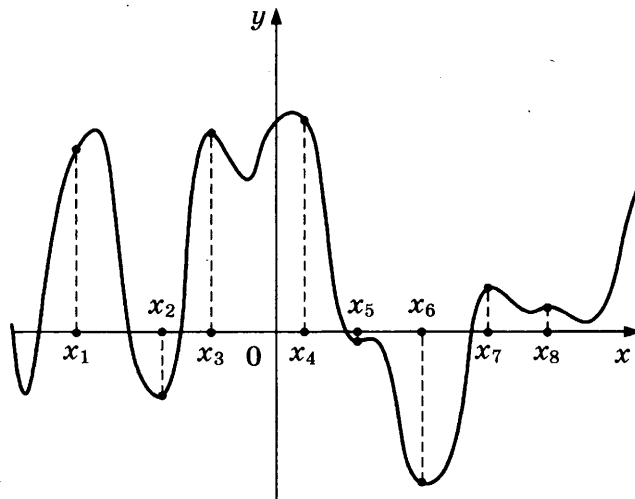
6. Найдите корень уравнения  $x^2 + 3x - 10 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

19.7 ■

7. Отрезки  $AB$  и  $BC$  являются хордами окружности с центром  $O$ . Найдите угол  $ACB$ , если угол  $ABO$  равен  $23^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

19.8 ■

8. На рисунке изображены график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , и восемь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$ . Сколько из этих точек принадлежат промежуткам возрастания функции  $f(x)$ ?



9. Угол между плоскостью боковой грани правильной четырёхугольной пирамиды и плоскостью основания пирамиды равен  $30^\circ$ , а сторона основания пирамиды равна 16. Найдите расстояние от основания высоты пирамиды до плоскости боковой грани.
10. Найдите значение выражения  $\sqrt{18} - \sqrt{72} \sin^2 \frac{5\pi}{8}$ .
11. Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км — радиус Земли. На какой наименьшей высоте следует располагаться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии не менее 64 километров? Ответ выразите в метрах.
12. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, A_1, B_1, C_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 7.
13. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 567 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 6 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 54 часа после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.
14. Найдите наименьшее значение функции  $y = (21 - x)e^{22-x}$  на отрезке  $[16; 25]$ .

■ 19.9

■ 19.10

■ 19.11

■ 19.12

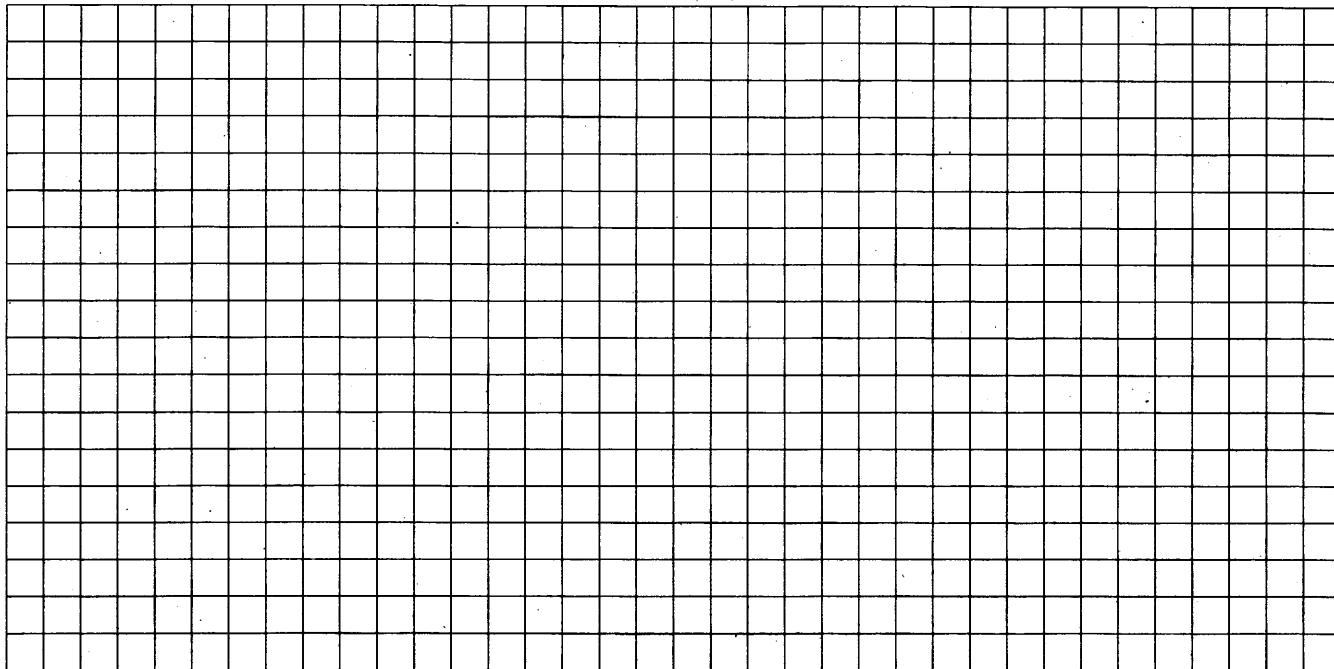
■ 19.13

■ 19.14

## Часть 2

15. а) Решите уравнение  $4 \cos^2 x - 12 \cos x + 5 = 0$ .

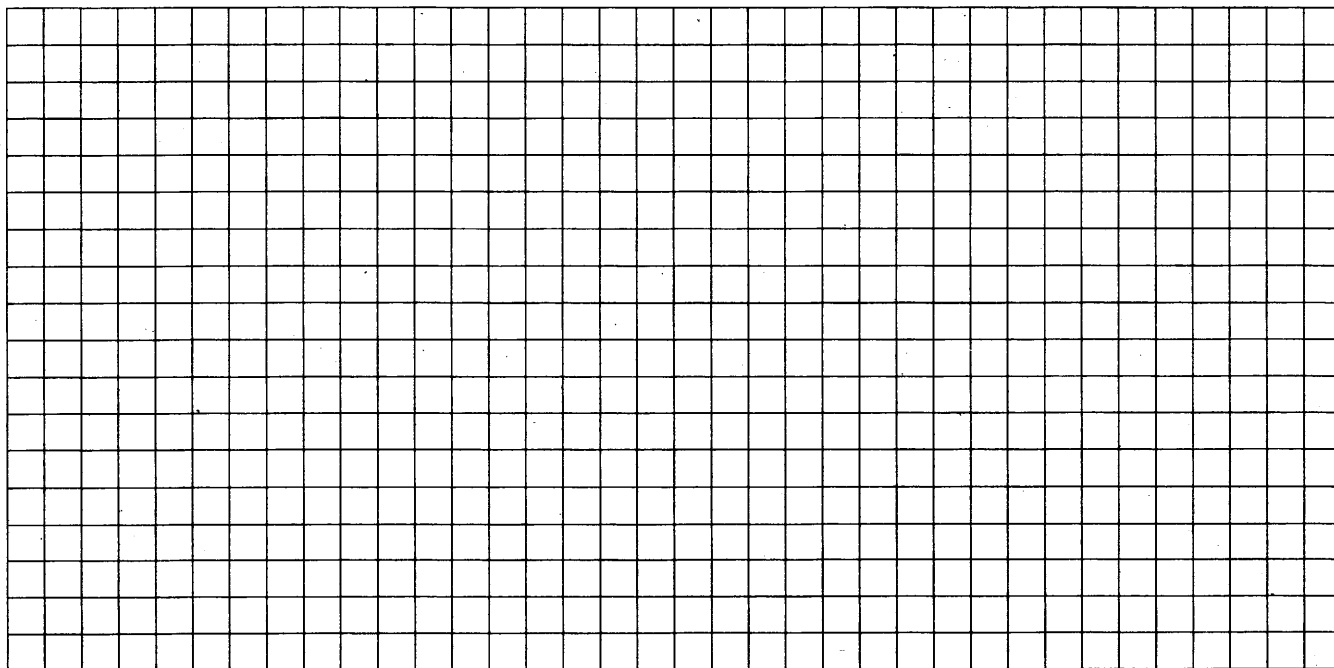
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .



16. В правильной шестиугольной пирамиде  $SABCDEF$  боковые рёбра равны 2, а стороны основания — 1.

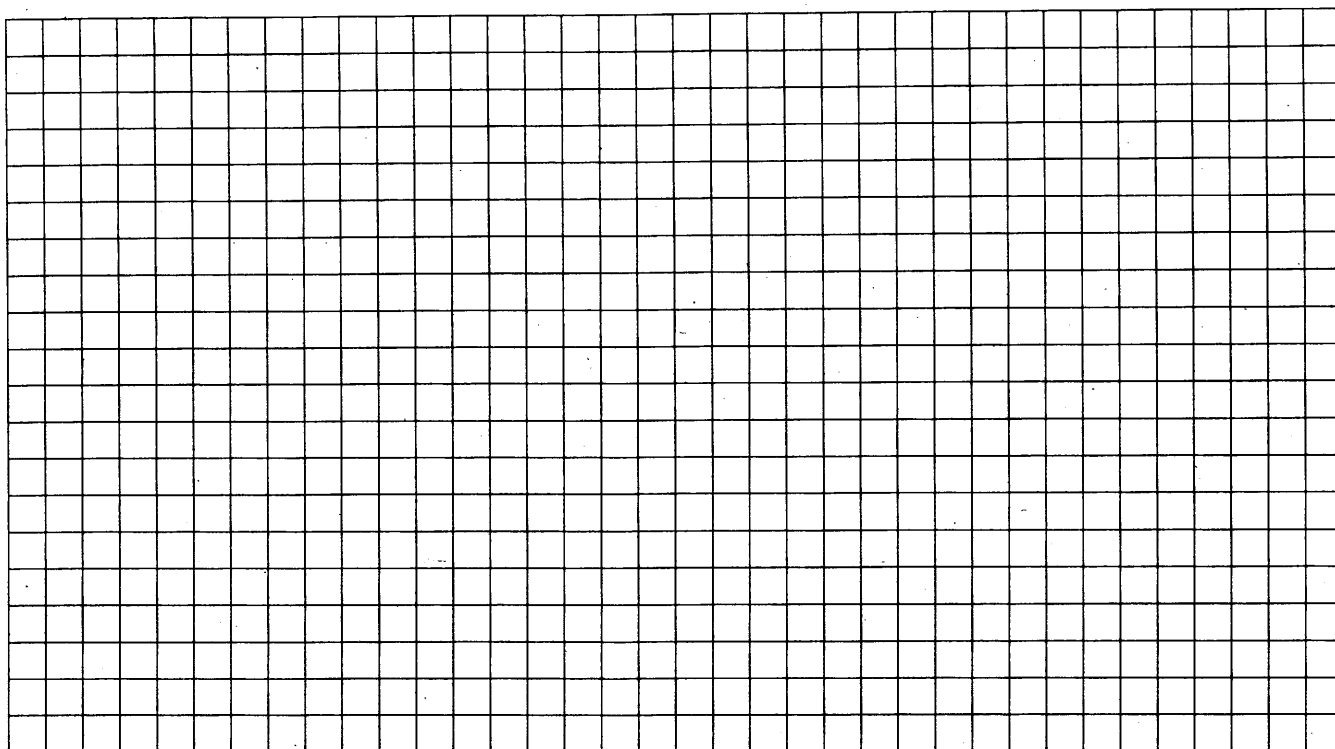
а) Докажите, что плоскость, проходящая через вершину  $S$  и середины рёбер  $AF$  и  $CD$  перпендикулярна плоскости основания.

б) Найдите косинус угла между прямой  $AC$  и плоскостью  $SAF$ .



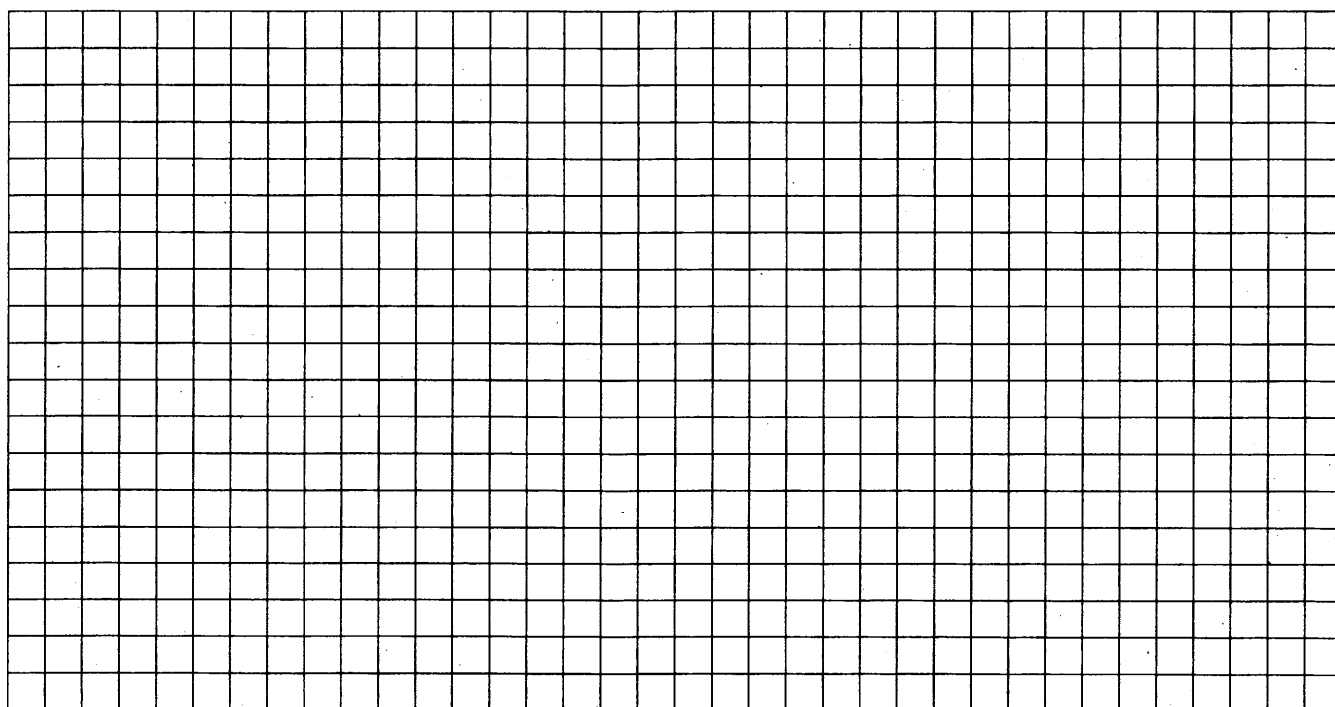


17. Решите неравенство  $\log_3 \frac{1}{x} + \log_3 (x^2 + 3x - 9) \leq \log_3 \left( x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10 \right)$ .

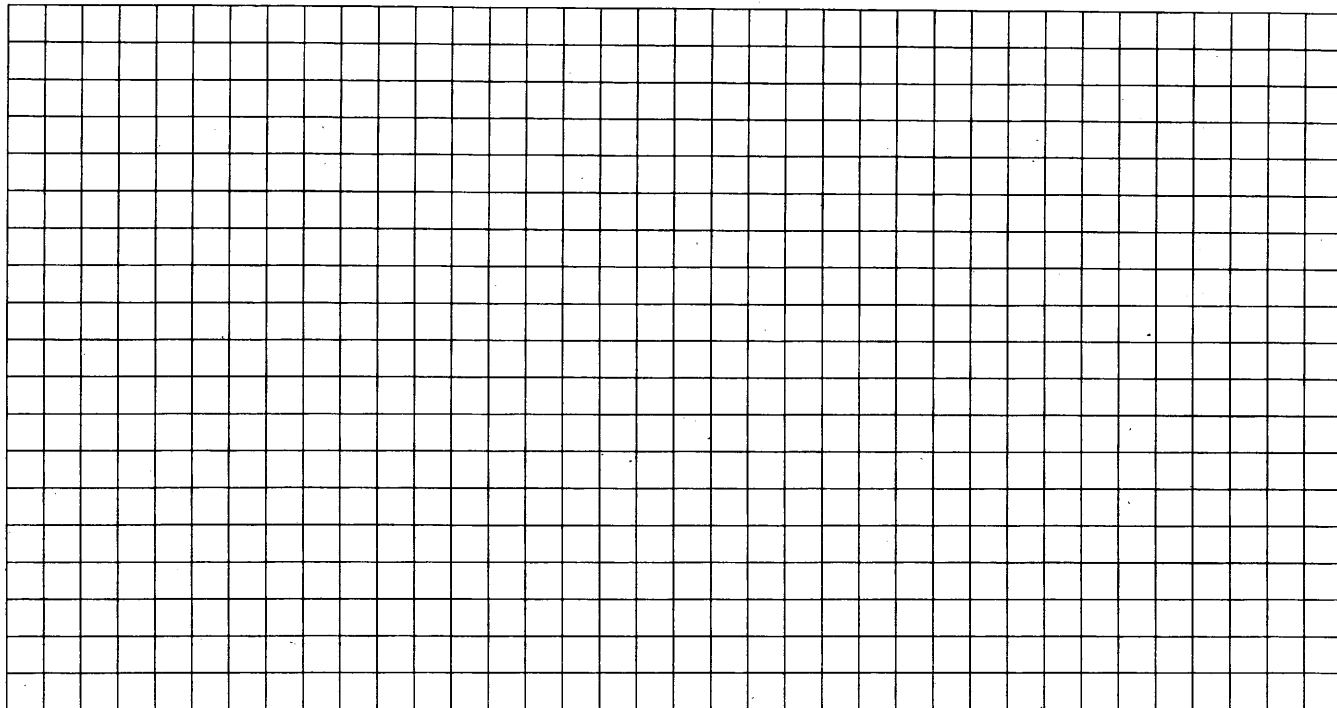


18. Точка  $B$  — середина отрезка  $AC$ , причём  $AC = 6$ . Проведены три окружности радиуса 5 с центрами  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

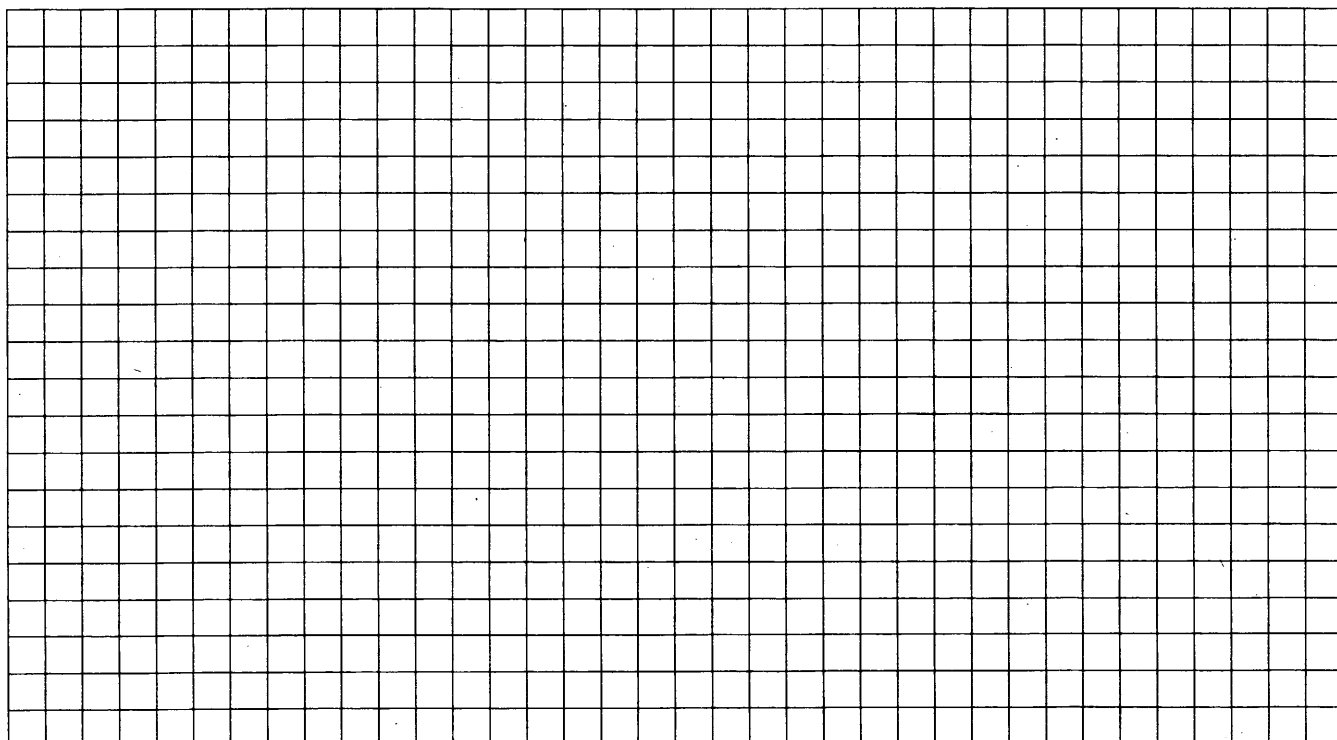
- а) Докажите, что существует ровно шесть окружностей, касающихся всех трёх данных.
- б) Найдите радиусы всех таких окружностей.



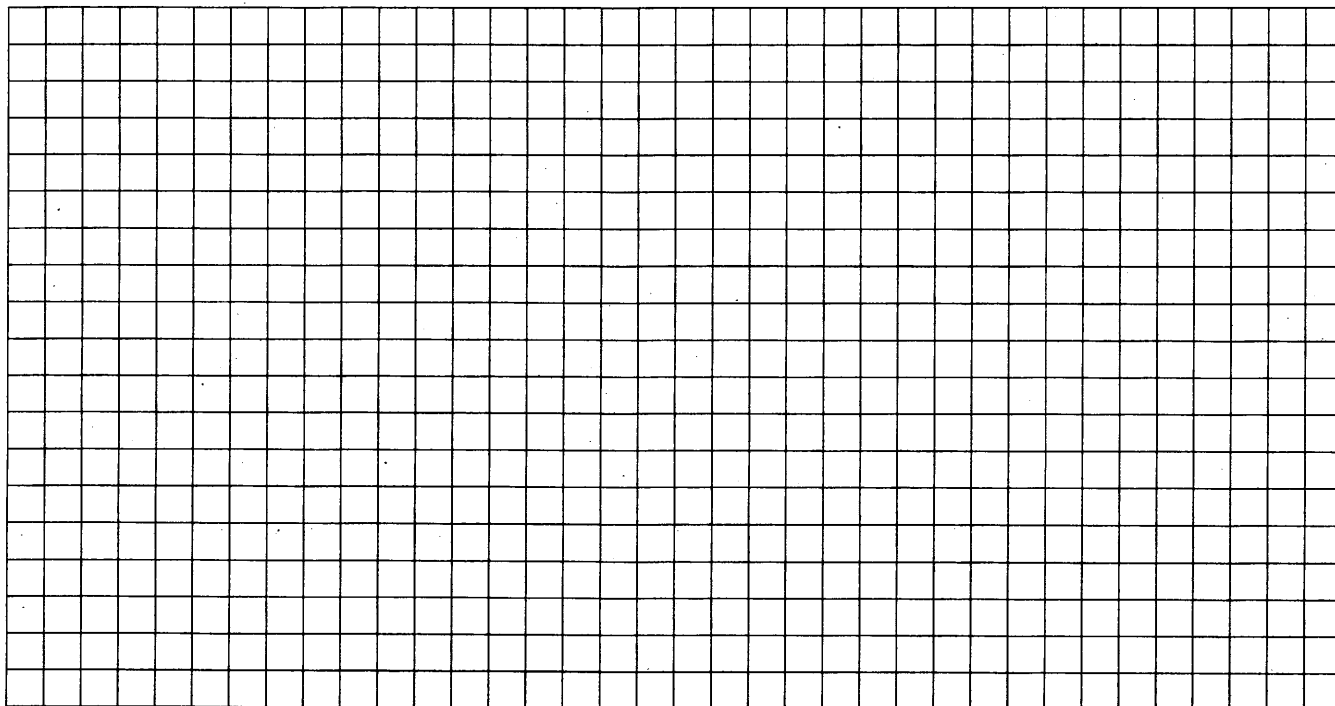
19. 1 января 2015 года Василий Михайлович взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Василий Михайлович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Василий Михайлович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 137,5 тыс. рублей?



20. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых наибольшее значение функции  $f(x) = |x - a| - x^2$  не меньше 1.



- 21.** Геометрическая прогрессия с отрицательной суммой состоит из четырёх членов. Первый, третий и четвёртый её члены образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель данной геометрической прогрессии.



# ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 20

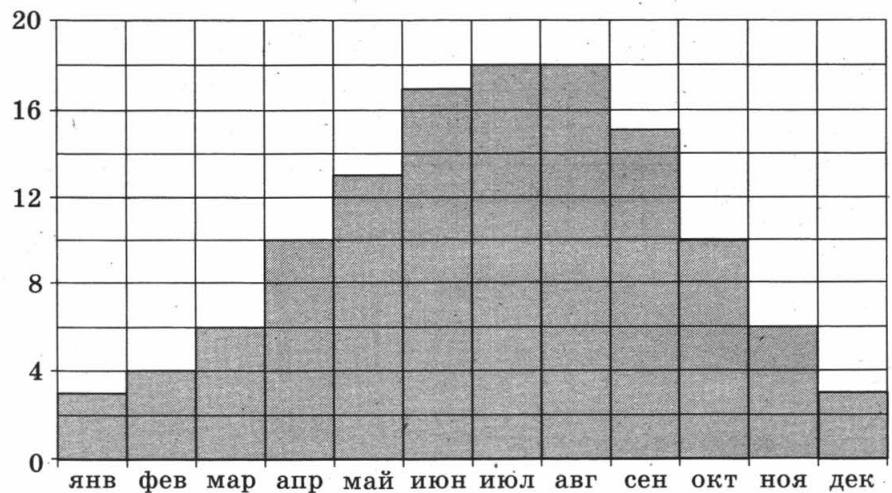
## Часть 1

20.1 ■

1. В доме, в котором живёт Галя, 17 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находится по 3 квартиры. Галя живёт в квартире № 58. В каком подъезде живёт Галя?

20.2 ■

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Париже за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.

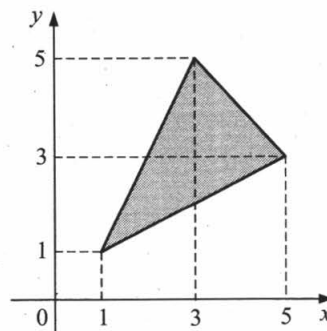


20.3 ■

3. В первом банке один фунт стерлингов можно купить за 47,6 рубля. Во втором банке 160 фунтов — за 7632 рубля. В третьем банке 60 фунтов стоят 2868 рублей. Какую наименьшую сумму (в рублях) придётся заплатить за 140 фунтов стерлингов?

20.4 ■

4. Найдите площадь треугольника, вершинами которого являются точки с координатами (1; 1), (3; 5), (5; 3).

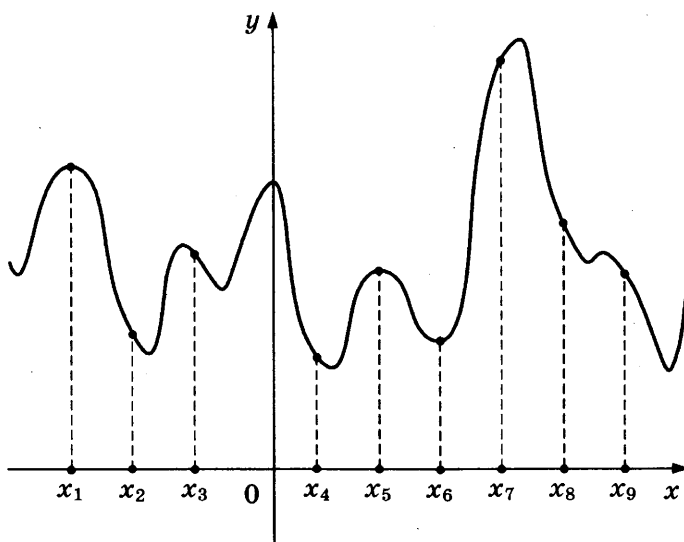


5. На экзамене 25 билетов, Стас не выучил 5 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный билет.

6. Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{10}{2x-8}} = \frac{1}{5}$ .

7. Сумма трёх углов параллелограмма равна  $197^\circ$ . Найдите острый угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

8. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и девять точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$ . В скольких из этих точек производная  $f'(x)$  функции  $f(x)$  отрицательна?



9. Высота правильной треугольной пирамиды в три раза меньше высоты основания пирамиды. Найдите угол между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.

10. Найдите значение выражения  $\frac{\log_5 49}{\log_5 7}$ .

11. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 65$  км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 20$  км/ч<sup>2</sup>. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ . Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 35 км от города. Ответ выразите в минутах.

■ 20.5

■ 20.6

■ 20.7

■ 20.8

■ 20.9

■ 20.10

■ 20.11

**20.12 ■**

12. Ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1, 7 и 8. Найдите площадь поверхности параллелограмма.

**20.13 ■**

13. Игорь и Паша красят забор за 40 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 48 часов, а Володя и Игорь — за 60 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

**20.14 ■**

14. Найдите наименьшее значение функции

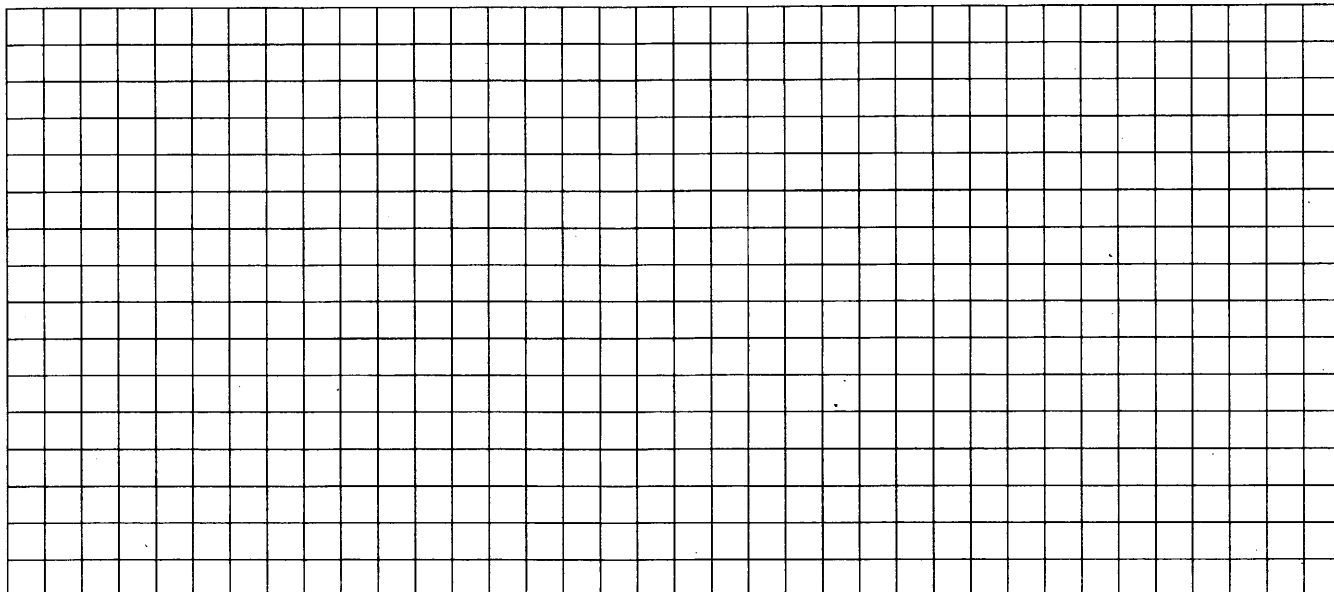
$$y = -12 - 8,5\sqrt{3}\pi + 51\sqrt{3}x - 102 \sin x$$

на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

## Часть 2

15. а) Решите уравнение  $\operatorname{tg}^2 x - \frac{5}{\cos x} + 7 = 0$ .

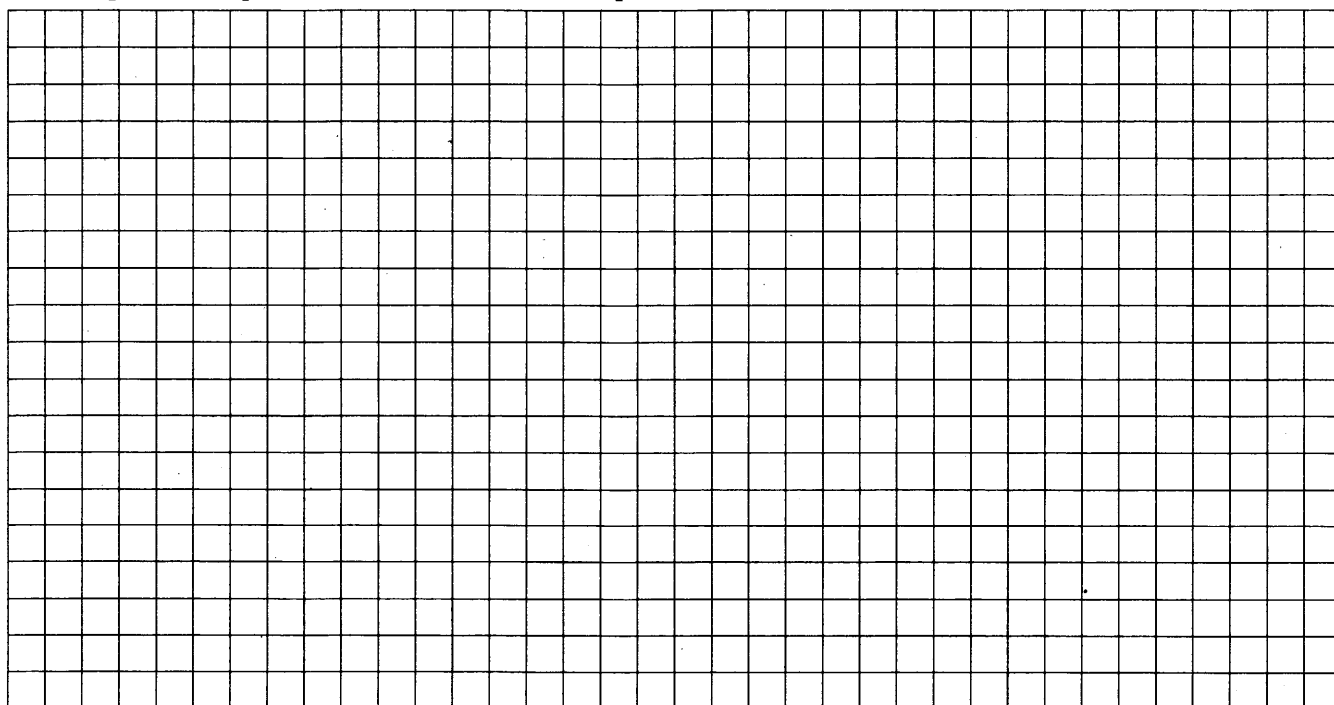
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ .



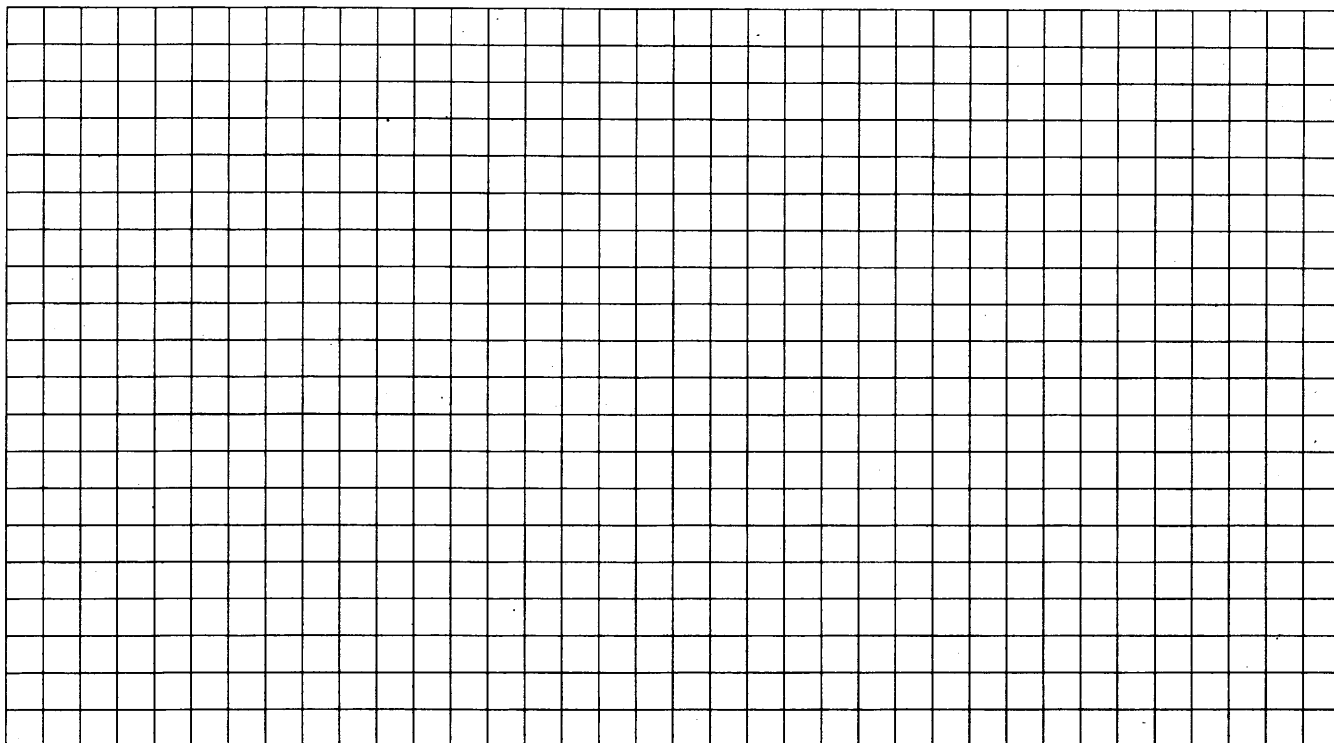
16. Основание прямой четырёхугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямоугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = 12$ ,  $AD = \sqrt{31}$ . Расстояние между прямыми  $AC$  и  $B_1 D_1$  равно 5.

а) Постройте прямую пересечения плоскости  $BB_1 D_1 D$  с плоскостью, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно прямой  $BD_1$ .

б) Найдите косинус угла между плоскостью, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно прямой  $BD_1$ , и плоскостью основания призмы.

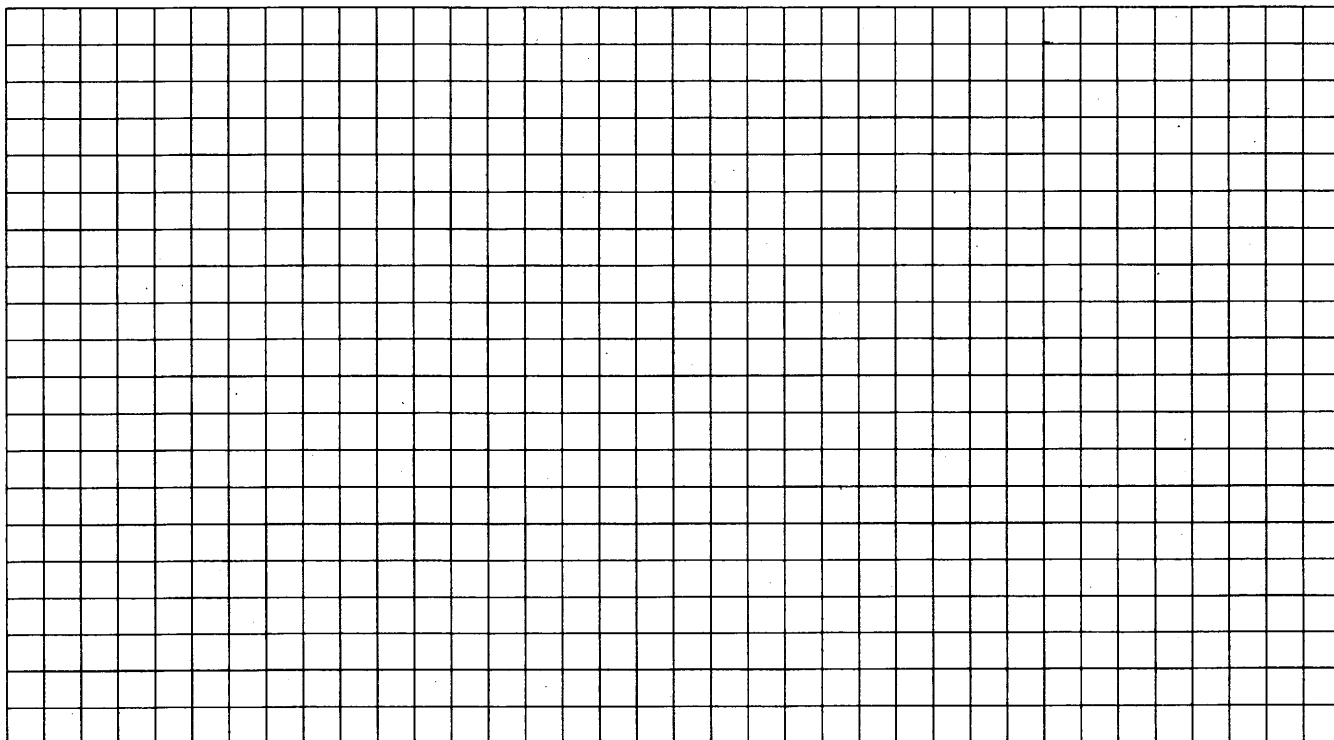


17. Решите неравенство  $9^{x-3} - 9^{x-2} + 9^{x-1} > 511$ .



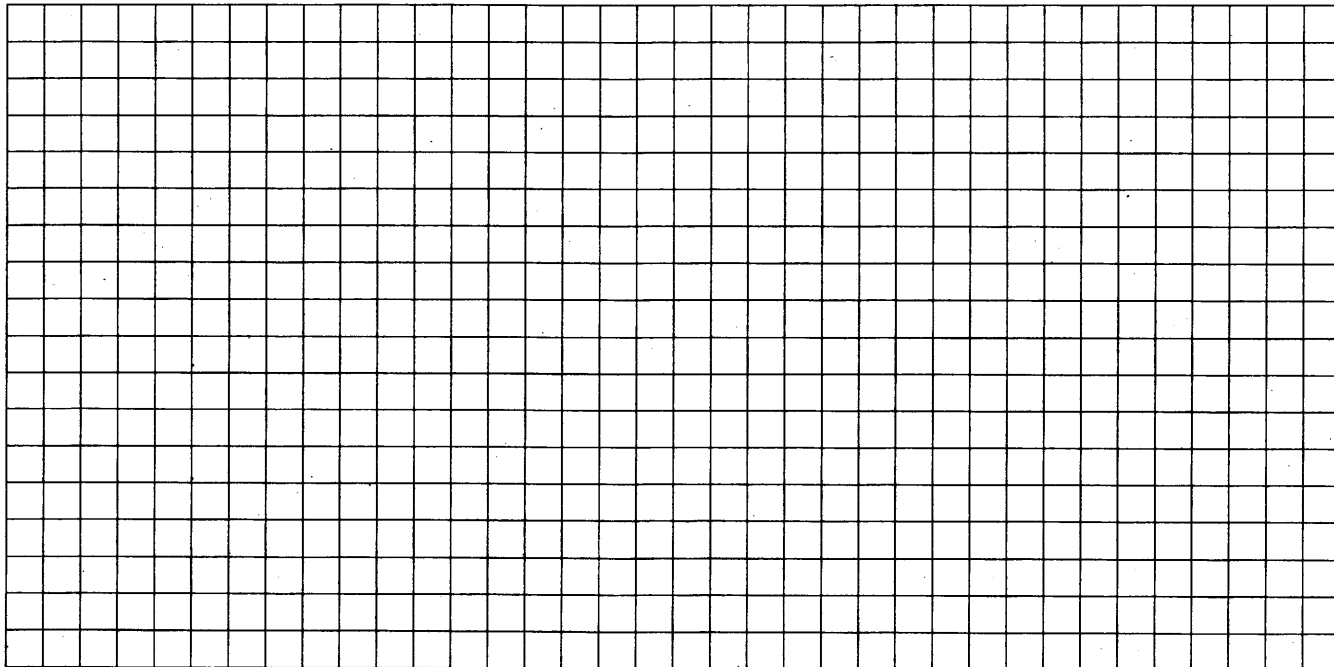
18. Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны 3 и 7. На боковых сторонах  $AB$  и  $CD$  отмечены точки  $E$  и  $F$  так, что прямая  $EF$ , параллельная основаниям, разбивает трапецию на две трапеции, площади которых относятся как 2 : 3. Прямые  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $M$ .

- а) Докажите, что треугольники  $AMD$ ,  $BMC$  и  $EMF$  подобны.
- б) Найдите длину отрезка  $EF$ .

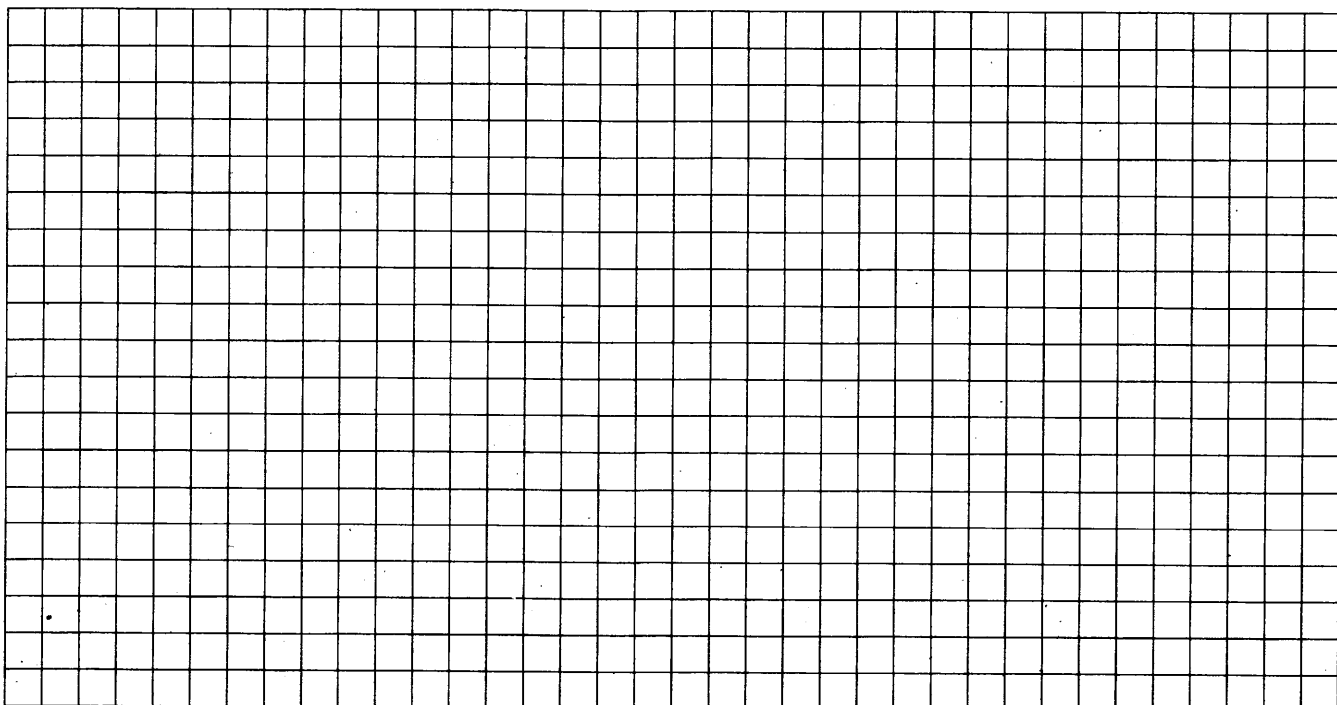




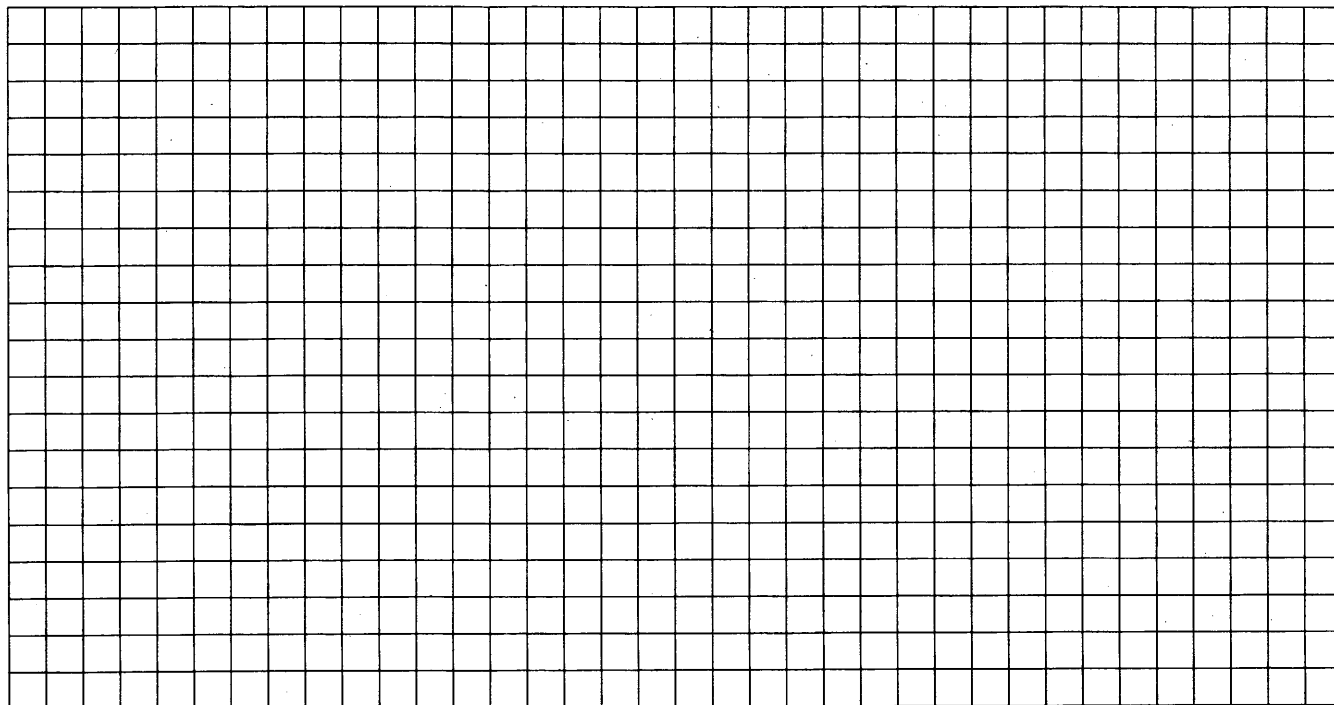
19. 31 декабря 2014 года Родион взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на  $a\%$ ), затем Родион переводит очередной транш. Если бы он будет платить каждый год по 1 464 100 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 2 674 100 рублей, то за 2 года. Под какой процент Родион взял деньги в банке?



20. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых неравенство  $\left| \frac{x^2 + x - 2a}{x + a} - 1 \right| \leq 2$  не имеет решений на интервале  $(1; 2)$ .



- 21.** Найдите наибольшее натуральное число, каждая крайняя цифра которого меньше среднего арифметического соседних с ней цифр.



## ОТВЕТЫ

### Диагностическая работа № 1

1. 192. 2. -6. 3. 11200. 4. 10. 5. 0,3. 6. 10. 7. 94. 8. 4. 9. 8. 10. -43,68. 11. 6000. 12. 5. 13. 20. 14. -21.  
15. а)  $\frac{\pi}{2} + \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{3\pi}{2}$ ;  $\frac{5\pi}{2}$ . 16.  $\frac{\sqrt{7}}{2}$ . 17.  $[-1 - 2\sqrt{6}; 0)$ ,  $(0; 1 + 2\sqrt{6}]$ . 18. б) 5,25 или 47,25.  
19. 14 160. 20. (-11; -1). 21. 2500.

### Диагностическая работа № 2

1. 35. 2. 5. 3. 2,25. 4. 4. 5. 0,98. 6. 22. 7. 17. 8. 1,8. 9. 45. 10. 0. 11. 6000. 12. 54. 13. 8. 14. 3.  
15. а)  $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$ ;  $k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{17\pi}{6}$ . 16. 2. 17. [2; 3), (3; 4), (4; 5). 18. б) 5 или 30. 19. 21. 20. -2,5, -9,5.  
21. а) -3, 2, 7; б) 6; в) нет.

### Диагностическая работа № 3

1. 13. 2. 2. 3. 238000. 4. 8. 5. 0,48. 6. -9. 7. 44. 8. 0,25. 9. 90. 10. 2. 11. 1,8. 12. 5. 13. 300. 14. 11.

### Диагностическая работа № 4

1. 23. 2. 11. 3. 387000. 4. 9. 5. 0,375. 6. 6. 7. 11. 8. 7. 9. 9. 10. 2. 11. 1000. 12. 8. 13. 40. 14. 9.

### Задача 1

*Подготовительные задания.* 1. 12. 2. 13. 3. 2. 4. 6. 5. 420. 6. 10. 7. 71. 8. 28. 9. 11. 10. 6. 11. 7. 12. 5.  
13. 6. 14. 200. 15. 5. 16. 9. 17. 8. 18. 15. 19. 8. 20. 42,5.

*Зачетные задания.* 1. 50. 2. 5. 3. 18. 4. 60720. 5. 175. 6. 46. 7. 43. 8. 1190. 9. 62. 10. 7000. 11. 8.  
12. 4. 13. 9. 14. 356. 15. 10890. 16. 2350. 17. 20. 18. 82. 19. 10. 20. 9.

### Задача 2

*Подготовительные задания.* 1. 12. 2. 20. 3. 16. 4. 4. 5. 29,9. 6. 16. 7. 3. 8. 1,6. 9. 0,8. 10. 11.  
11. 22. 12. -14. 13. 4. 14. 5. 15. 8. 16. 4. 17. 19. 18. 1. 19. 6000. 20. 10.

*Зачетные задания.* 1. 400000. 2. 2. 3. 4. 4. 3. 5. 29,6. 6. 30,6. 7. 15. 8. -6. 9. 6. 10. 12. 11. 400000.  
12. 2. 13. 9. 14. 8. 15. -31. 16. -19. 17. 17. 18. 60. 19. 3. 20. 90.

### Задача 3

*Подготовительные задания.* 1. 16. 2. 108. 3. 0,76. 4. 4. 5. 75. 6. 8280. 7. -0,5. 8. 870. 9. 467,5.  
10. 1520. 11. 0,74. 12. 1. 13. 1026. 14. 40. 15. 67950. 16. 150. 17. 10193. 18. 405900. 19. 1100.  
20. 35700.

*Зачетные задания.* 1. 1025. 2. 2745. 3. 11000. 4. 312. 5. 338. 6. 884. 7. 6600. 8. 420. 9. 40901,6.  
10. 80. 11. 154700. 12. 9100. 13. 820. 14. 200. 15. 1197. 16. 9440. 17. 1,1. 18. 1. 19. 503100. 20. 285.

#### Задача 4

*Подготовительные задания.* 1. 6. 2. 6. 3. 4. 4. 3. 5. 1. 6. 3. 7. 3. 8. 1. 9. 6. 10. 6. 11. 2,5. 12. 16. 13. 14. 14. 21. 15. 15. 16. 12. 17. 6,75. 18. 22. 19. 10. 20. 5.

*Зачетные задания.* 1. 5. 2. 7,5. 3. 3. 4. 2,5. 5. 10. 6. 10. 7. 2,5. 8. 1. 9. 4. 10. 2. 11. 6. 12. 8. 13. 8. 14. 7,5. 15. 9. 16. 12. 17. 10. 18. 3. 19. 9. 20. 12.

#### Задача 5

*Подготовительные задания.* 1. 0,5. 2. 0,84. 3. 0,625. 4. 0,125. 5. 0,16. 6. 0,28. 7. 0,6. 8. 0,88. 9. 0,1. 10. 0,1. 11. 0,5. 12.  $\frac{1}{12}$ . 13. 0,14. 14. 0,35. 15. 0,2. 16. 0,064. 17. 0,4. 18. 0,6. 19.  $\frac{2}{3}$ .

20. 0,52.

*Зачетные задания.* 1. 0,48. 2. 0,2. 3. 0,45. 4. 0,3. 5. 0,03. 6. 0,2. 7. 0,04. 8. 0,42. 9. 0,25. 10. 0,01458. 11. 0,5. 12. 0,5. 13. 0,16. 14. 0,95. 15. 0,25. 16. 0,3. 17. 0,25. 18. 0,1. 19. 0,5. 20. 0,48.

#### Задача 6

*Подготовительные задания.* 1. 0,5. 2. -1. 3. 4. 4. 0,25. 5. 28. 6. -2,875. 7. 1,5. 8. -21. 9. -64. 10. 38. 11. 2. 12. 49. 13. 25. 14. 0,09. 15. 0,125. 16. 4. 17. 5. 18. -4. 19. -3. 20. 39.

*Зачетные задания.* 1. 5,25. 2. 0,5. 3. 7. 4. 2. 5. 2. 6. -22,4. 7. 23. 8. -1. 9. -12. 10. 0,25. 11. -0,5. 12. -10. 13. -8. 14. -10. 15. -4. 16. 5. 17. 1. 18. -2. 19. 8. 20. 5.

#### Задача 7

*Подготовительные задания.* 1. 10. 2. 28. 3. 8,5. 4. 90. 5. 45. 6. 105. 7. 26. 8. 35. 9. 34. 10. 2. 11. 33. 12. 9,5. 13. 18. 14. 118. 15. 26. 16. 34. 17. 1787. 18. 168. 19. 24. 20. 11.

*Зачетные задания.* 1. 30. 2. 82. 3. 23. 4. 5. 5. 17. 6. 48. 7. 150. 8. 6. 9. 24. 10. 21. 11. 73. 12. 66. 13. 11. 14. 22. 15. 67. 16. 53. 17. 134. 18. 46. 19. 28. 20. 5.

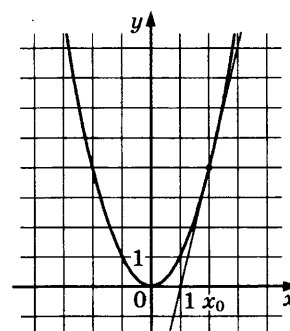
#### Задача 8

*Подготовительные задания*

1. 7. 2. -5. 3. 12. 4. 1. 5. 2. 6. 3. 7. 2. 8. -2. 9. 12. 10. 4. 11. См. рисунок. 12. 3). 13. 5. 14. -7. 15. 2. 16. 3. 17. 4,5. 18. 3. 19. 5. 20. 4,5.

*Зачетные задания*

1. -7. 2. -3. 3. 6. 4. 4. 5. 4. 6. 4. 7. 0,25. 8. -0,375. 9. -17. 10. 11,1. 11. 7. 12. -0,75. 13. -3. 14. 7. 15. 10. 16. -2. 17. 4. 18. 0. 19. 5. 20. 8.



#### Задача 9

*Подготовительные задания.* 1. 13. 2. 0,5. 3. 7. 4. 0,625. 5. 8. 6. 22. 7. 0,1. 8. 6. 9. 0,14. 10. 16. 11. 12. 12. 6. 13. 2,5. 14. 60. 15. 45. 16. 60. 17. 8. 18. 3. 19. 12. 20. 60.

*Зачетные задания.* 1. 10. 2. 24. 3. 96. 4. 19. 5. 1008. 6. 17. 7. 120. 8. 9. 9. 13. 10. 2. 11. 8. 12. 0,6. 13. 3. 14. 6. 15. 10. 16. 60. 17. 6. 18. 90. 19. 2,5. 20. 60.

### Задача 10

*Подготовительные задания.* 1. 3,5. 2. 49. 3. 23. 4. 0. 5. -4. 6. 4. 7. 0,75. 8. 14. 9. 5,5. 10. 2. 11. 0,5. 12. 3. 13. 2). 14. -3. 15. -2. 16. -4. 17. -2. 18. 3. 19. 1. 20. 2.

*Зачетные задания.* 1. -120. 2. 3. 3. 0,48. 4. 121. 5. 3. 6. 0,125. 7. -0,75. 8. 2. 9. 2. 10. 2. 11. 36. 12. -1102. 13. 2. 14. 100. 15. 36. 16. 22. 17. -16. 18. 3. 19. -0,5. 20. 2.

### Задача 11

*Подготовительные задания.* 1. 5000. 2. 200. 3. 0,31. 4. 76. 5. 151. 6. 0,3. 7. 30. 8. 8. 9. 90. 10. 30. 11. 540. 12. 27,5. 13. 10,4. 14. 375. 15. 10000. 16. 380. 17. 2,2. 18. 60. 19. 3,4. 20. 48.

*Зачетные задания.* 1. 60. 2. 1. 3. 20. 4. 6,8. 5. 0,512. 6. 33. 7. 2,5. 8. 25. 9. 60. 10. 0,5. 11. 25. 12. 8. 13. 2,5. 14. 50. 15. 2. 16. 4000. 17. 40. 18. 15. 19. 6250. 20. 45.

### Задача 12

*Подготовительные задания.* 1. 286. 2. 18. 3. 180. 4. 4,5. 5. 20,25. 6. 2. 7. 2197. 8. 2. 9. 0,2. 10. 36.

11. 8. 12. 70. 13. 15. 14. 2. 15. 300. 16. а)  $\frac{\pi}{3}$ ; б)  $\frac{2\pi}{3}$ ; в)  $\frac{4\pi}{3}$ . 17. 3. 18. 100. 19. 8. 20. 75.

*Зачетные задания.* 1. 5. 2. 84. 3. 15. 4. 4,5. 5. 42. 6. 243. 7. 69. 8. 10,5. 9. 27. 10. 152. 11. 8. 12. 27. 13. 5. 14. 4,5. 15. 13. 16. 16. 17. 2. 18. 3. 19. 3. 20. 8.

### Задача 13

*Подготовительные задания.* 1. 560. 2. 18. 3. 200. 4. 25. 5. 123. 6. 2,4. 7. 60. 8. 8. 9. 72. 10. 10.

11. 150. 12. 780. 13. 180. 14. 6. 15. 8. 16.  $\frac{10}{13}$ . 17. 12,5. 18. 5. 19. 144. 20. 80.

*Зачетные задания.* 1. 27. 2. 9. 3. 2. 4. 360. 5. 63. 6. 4. 7. 45. 8. 4. 9. 15. 10. 2560000. 11. 3. 12. 30. 13. 50. 14. 16. 15. 75. 16. 10. 17. 20. 18. 20. 19. 100. 20. 18.

### Задача 14

*Подготовительные задания.* 1.  $4x^3 - 6x + 2$ . 2. 6. 3. 3. 4. 1,2. 5. -1. 6. -4. 7. 1. 8. 1. 9. 1. 10. -2. 11. 4. 12. 21. 13. -5. 14. 14. 15. 6. 16. 4. 17. 12. 18. 9. 19. 22. 20. -20.

*Зачетные задания.* 1. 6. 2. 12. 3. 324. 4. 581. 5. -2. 6. 24. 7. 0. 8. -35. 9. -6. 10. 75. 11. -2. 12. 10. 13. 1. 14. 16. 15. 0,75. 16. 8. 17. 4. 18. 2. 19. -4,8. 20. 10.

### Диагностическая работа № 5

1. 14. 2. 10. 3. 731,5. 4. 10,5. 5. 0,2. 6. 32. 7. 36. 8. 5. 9. 40. 10. 2. 11. 30. 12. 15. 13. 75. 14. 13.

### Диагностическая работа № 6

1. 3. 2. 20. 3. 54. 4. 7,5. 5. 0,25. 6. -7. 7. 8. 8. 3. 9. 2. 10. 4. 11. 30. 12. 45. 13. 72. 14. 13.

### Диагностическая работа № 7

15. а)  $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$ ,  $(-1)^{m+1} \arcsin \frac{2}{3} + \pi m$ ,  $n, m \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{3\pi}{2}$ ,  $2\pi - \arcsin \frac{2}{3}$ ,  $\pi + \arcsin \frac{2}{3}$ . 16. 14.

17.  $(-\infty; 6)$ ;  $(11; +\infty)$ . 18. б)  $\frac{1323}{20}$ . 19. 5. 20.  $4 \leq a \leq 7$ . 21.  $k = 2$ ,  $n = 4$ .

## Диагностическая работа № 8

15. а)  $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{5\pi}{6}$ . 16. 14. 17.  $[0; \log_2 3]$ . 18. б) 6. 19. 12,5. 20.  $[7 - \sqrt{39}; 7 + \sqrt{39}]$ ;  $[-5 - \sqrt{15}; -5 + \sqrt{15}]$ . 21. 64 и 6084.

### Задача 15

- Подготовительные задания.* 1. а)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \pm \frac{\pi}{3} + \pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}$ . 2. а)  $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, -\arcsin \frac{2}{3} + 2\pi m, \pi + \arcsin \frac{2}{3} + 2\pi l; n, k, m, l \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{\pi}{6}, -\arcsin \frac{2}{3}$ . 3. а)  $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{5\pi}{3}, 2\pi - \arccos \frac{1}{3}$ . 4. а)  $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\pm \frac{\pi}{3}, \pm \arccos \frac{1}{3}$ . 5. а)  $\arcsin \frac{1}{3} + 2\pi n, \pi - \arcsin \frac{1}{3} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ ; б) Уравнение не имеет корней, принадлежащих указанному отрезку. 6. а)  $\pi + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-3\pi$ . 7. а)  $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n, -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ . 8. а)  $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n, -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ . 9. а)  $2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-2\pi$ . 10. а)  $\frac{2\pi}{3} + \pi n, \frac{\pi}{3} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \frac{\pi}{3} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ . 11. а)  $\frac{\pi}{4} + \pi n, -\frac{\pi}{4} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{5\pi}{4} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ . 12. а)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$ . 13. а)  $\pi n, \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \frac{3\pi}{4} + 2\pi l; n, k, l \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\pi + 2\pi n, \frac{3\pi}{4} + 2\pi l; n, l \in \mathbb{Z}$ . 14. а)  $\frac{\pi}{2} + \pi n, \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ . 15. а)  $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}$ .

- Зачетные задания.* 1. а)  $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, (-1)^{k+1} \arcsin \frac{3}{4} + \pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$ . 2. а)  $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{2\pi}{3}$ . 3. а)  $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{13\pi}{6}$ . 4. а)  $(-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-3\pi - \arcsin \frac{1}{3}$ . 5. а)  $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n, -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ . 6. а)  $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{7\pi}{4}$ . 7. а)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$ . 8. а)  $\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \pi - \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ ; б) Уравнение не имеет корней, принадлежащих указанному отрезку. 9. а)  $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, \pi + \arcsin \frac{1}{3} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\arcsin \frac{1}{3} + \frac{\pi}{6}$ . 10. а)  $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{17\pi}{6}, -\frac{13\pi}{6}$ .

### Задача 16

- Подготовительные задания.* 1. 36 см. 2. 192. 3.  $\arctg \frac{21}{17}$ . 4. 5. 5.  $\frac{1}{4}$  см. 6. 2. 7.  $\arctg \frac{\sqrt{2}}{2}$ . 8.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ . 9.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ . 10.  $\arctg \frac{\sqrt{2}}{2}$ . 11. 0,5. 12. 0,5. 13.  $\arctg \frac{4\sqrt{2}}{3}$ . 14. 192. 15. 2.

- Зачетные задания.* 1.  $2\sqrt{7}$ . 2. 4. 3.  $\frac{\pi}{3}$ . 4. 2. 5.  $\frac{12}{7}$ . 6.  $\frac{10}{7}$ . 7. 1,2. 8.  $\frac{21}{16}$ . 9.  $\frac{\pi}{3}$ . 10. 1.

### Задача 17

*Подготовительные задания.* 1. 1.  $(-\infty; 0], [1; 7)$ . 2.  $[2; 4)$ . 3.  $[2; +\infty)$ . 4.  $(3 + \log_9 7; +\infty)$ . 5.  $(4; 8]$ . 6.  $(5; 7), (7; 10)$ . 7.  $[1; \log_2 5]$ . 8.  $(-\infty; 1], (2; 3)$ . 9.  $(-\infty; 2], [3; +\infty)$ . 10.  $(2; 3)$ . 11.  $(-4; -3), (-1; 3)$ . 12.  $[-2; 2]$ . 13.  $[-4; -1), (-1, 0), (0, 1), (1; 4]$ . 14.  $(-\infty; 0), \left[2; \frac{7-\sqrt{5}}{2}\right), [5; +\infty)$ . 15.  $(-2; -1] \cup (1; 2)$ .

*Зачетные задания.* 1.  $(-4, 2; -3, 95], [-0, 2; +\infty)$ . 2.  $[\log_3 30; 4]$ . 3.  $(-\infty; -2]; 0; [1; 5]$ . 4.  $(3; 4), [5; 6), (6; 7]$ . 5.  $(-6; -4], [4; +\infty)$ . 6.  $(-\infty; -1], 0, [2; 6)$ . 7.  $[-9; -2), (-2, -1), (-1, 0), (0; 7]$ . 8.  $(-4, 2; -3, 95], [3, 8; +\infty)$ . 9.  $[-1; 4)$ . 10.  $[\log_2 7; 6]$ .

### Задача 18

*Подготовительные задания.* 1. б) 1. 2. б)  $\frac{3\sqrt{6}}{8}$ . 3. б) 1. 4. б) 1. 5. б) 6. 6. б)  $\frac{4\sqrt{17}}{17}$ . 7. б)  $\sqrt{10}$ . 8. б) 4; 8; 4; 8. 9. б) 39 или 9. 10. б) 2. 11. б) 8 : 13. 12. б)  $\frac{1}{3}$ . 13. б) 9. 14. б)  $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ . 15. б) 12.

*Зачетные задания.* 1. б)  $\frac{5\sqrt{13}}{12}$ . 2. б) 3 и 5. 3. б) 48. 4. б) 5. 5. б)  $\frac{24\sqrt{3}}{7}$ . 6. б) 1 : 2. 7. б)  $18\sqrt{2}$ . 8. б) 12. 9. б) 8 и 15. 10. б) 2.

### Задача 19

*Подготовительные задания.* 1. 5. 2. 2 622 050. 3. 6. 4. 7 490 000. 5. 2 916 000. 6. 2 296 350. 7. 6. 8. 9. 9. 10. 20. 11. 6 510 000. 12. 6 409 000. 13. 6 330 000. 14. 20. 15. 6.

*Зачетные задания.* 1. 6. 2. 5 152 900. 3. 5. 4. 12. 5. 10. 6. 13. 7. 12,5. 8. 5. 9. 3 703 860. 10. 6.

### Задача 20

*Подготовительные задания.* 1.  $a = 2,5$ . 2.  $\left(-\infty; \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$ . 3.  $1,5 \leq a \leq 3; a \geq 6$ . 4.  $4 \leq a \leq 7$ . 5.  $[7 - \sqrt{39}; 7 + \sqrt{39}]; [-5 - \sqrt{15}; -5 + \sqrt{15}]$ . 6.  $a \leq -0,75; a \geq 0,75$ . 7.  $a \in (-1; 0) \cup (0; 4)$ . 8.  $a \in \left(-\infty; \frac{1}{8}\right]$ . 9.  $\left[\frac{9-3\sqrt{5}}{2}; \frac{9+3\sqrt{5}}{2}\right]$ . 10.  $a = 0; a = \pm 4$ . 11.  $a \in (-\infty; -6] \cup [6; +\infty)$ . 12.  $a \geq 1$ . 13.  $a \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$ . 14.  $a \in [3; 9)$ . 15.  $a \in [-4; -2]: x = \pm \arccos(a + 3) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$  при прочих  $a$  корней нет.

*Зачетные задания.* 1. 0;  $\frac{49}{16}$ . 2.  $a \in [-2; -0,5]$ . 3.  $a \in (-\infty; -\sqrt{7}] \cup [\sqrt{7}; +\infty)$ . 4.  $a > 0$ :  $x = 2a + 1 + \sqrt{3a + 1}; a \in \left[-\frac{1}{3}; 0\right]: x = 2a + 1 \pm \sqrt{3a + 1};$  при прочих  $a$  корней нет. 5.  $a$  — любое число. 6.  $a \in [1; +\infty)$ . 7.  $-2 \leq k < \sqrt{2} - 2$  или  $\sqrt{2} - 2 < k \leq 0$ . 8.  $a = 0; a = 2 \sin 1$ . 9.  $x = 1$ . 10.  $a < \frac{3 - \sqrt{57}}{4}; a > \frac{3 + \sqrt{57}}{4}$ .

### Задача 21

Подготовительные задания. 1. 144, 225. 2.  $n = 11$ . 3. -43. 4. Неверно. 5.  $x = y = z = 2$ . 6. Напри-

мер,  $a = 2, b = 20$ . 7.  $x = \left[ \frac{10}{7} \right] = 1, y = \left[ \frac{1}{\frac{10}{7}-1} \right] = 2, z = 3$ . 8. Нельзя. 9.  $n = 1806$ . 10. 8910.

Зачетные задания. 1. 8, 9, 10. 2.  $n = 1996$ . 3. 2. 4.  $p = 7, q = 3$ . 5.  $\frac{m}{n} = \frac{5}{2}$ . 6. Нет.

7.  $x = 5p + 3q - 11, y = 11 - 5p - 2q, z = p; p, q$  — любые целые числа. 8. (0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 2), (2, 1), (2, 2). 9.  $\pm 1000$ . 10. 6, 42, 1806.

### Диагностическая работа № 9

15. а)  $-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{\pi}{3}$ . 16.  $\frac{2}{3}$ . 17.  $[1; \log_2 5]$ . 18. б) 1 : 1. 19. 6 620 000. 20.  $-24 < a < 18$ . 21. 2011, 3015.

### Диагностическая работа № 10

15. а)  $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{17\pi}{6}, -\frac{13\pi}{6}$ . 16. 80. 17.  $(-\infty; -1], [2; +\infty)$ . 18. б)  $\frac{\sqrt{5}}{6}$ . 19. 11. 20.  $x = 0$  при  $a = 0$  или  $a = 1$ . 21.  $a = 273$ .

### Диагностическая работа № 11

1. 8. 2. 4 000 000. 3. 18. 4. 9. 5. 0,1. 6. 45. 7. 34. 8. 4. 9. 10. 10. 2. 11. 7. 12. 30. 13. 9. 14. 16. 15. а)  $-\arctg 2 + \pi n, -\arctg 3 + \pi k; k, n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\arctg 2, -\arctg 3$ . 16. б)  $\arctg 3$ . 17.  $(-\infty; -1], [2; +\infty)$ . 18. б)  $2\sqrt{2}$  или  $6\sqrt{2}$ . 19. 10. 20.  $a = 2$ . 21.  $x_1 = 12, x_2 = 13$ .

### Диагностическая работа № 12

1. 2. 2. 7000. 3. 168000. 4. 10,5. 5. 0,96. 6. -1. 7. 3. 8. 3. 9. 0,7. 10. 12. 11. 0,3. 12. 20. 13. 10. 14. -1. 15. а)  $\pi - \operatorname{arccotg} \frac{4}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ ; б) Уравнение не имеет корней, принадлежащих указанному отрезку. 16. 36. 17.  $[-1 - 2\sqrt{6}; 0), (0; 1 + 2\sqrt{6}]$ . 18. б)  $a\sqrt{1 + \frac{r}{R}}$ . 19. 5. 20.  $\frac{1}{2} < k < \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$  или  $k > \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ . 21. а) Да; б) нет; в) восемь.

### Диагностическая работа № 13

1. 13. 2. 4. 3. 754600. 4. 5. 5. 0,2. 6. 7. 7. 28. 8. -0,5. 9. 6. 10. 10. 11. 1,6. 12. 864. 13. 120. 14. -18. 15. а)  $2\pi n, \pm \arccos \frac{1}{7} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ ; б) 0,  $\pm \arccos \frac{1}{7}$ . 16. 192. 17. 2. 18. б)  $2 \pm \frac{4\sqrt{2}}{3}$ . 19. 2 622 050. 20.  $k = 1 - \frac{\sqrt{17}}{2}$  или  $k > \frac{-\sqrt{3}}{4}$ . 21. 503.



### Диагностическая работа № 14

1. 70. 2. 4500. 3. 23,5. 4. 10. 5. 0,375. 6. 16. 7. 7. 8. 0,25. 9. 45. 10. 12. 11. 180. 12. 5. 13. 15,4.  
14. -1. 15. а)  $-\frac{2\pi}{3}+2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{4\pi}{3}$ . 16. б)  $\arctg \frac{21}{17}$ . 17.  $(-2; -1] \cup (1; 2)$ . 18. б)  $2\sqrt{21}-9$  или  $3+2\sqrt{3}$ . 19. 6. 20.  $a=2$ . 21.  $a=-3, b=-1$ .

### Диагностическая работа № 15

1. 8. 2. 6. 3. 1840. 4. 6. 5. 0,5. 6. 0,25. 7. 9. 8. 5. 9. 3. 10. -2. 11. 25. 12. 512. 13. 25. 14. -5.  
15. а)  $\pm \arccos \frac{2}{5}+2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-2\pi - \arccos \frac{2}{5}, -2\pi + \arccos \frac{2}{5}$ . 16. 5. 17.  $(-\infty; 6); (11; +\infty)$ .  
18. б)  $\frac{7+2\sqrt{6}}{6}$ . 19. 7 490 000. 20.  $0,5 \leq k < 1 + \frac{\sqrt{17}}{2}$  или  $k > 1 + \frac{\sqrt{17}}{2}$ . 21.  $n=0, x=3; n=0, x=-3$ .

### Диагностическая работа № 16

1. 54. 2. 8. 3. 786. 4. 20. 5. 0,6. 6. 1,5. 7. 120. 8. 3. 9. 3. 10. 535. 11. 37. 12. 84. 13. 30. 14. 28.  
15. а)  $2\pi n, \pm \arccos \frac{1}{6}+2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-2\pi, -2\pi \pm \arccos \frac{1}{6}$ . 16.  $\frac{1}{4}$ . 17.  $[0; \log_2 3]$ . 18. б)  $\sqrt{3}$ .  
19. 2 916 000. 20.  $(\frac{1}{3}; +\infty)$ . 21. 51.

### Диагностическая работа № 17

1. 4. 2. 150000. 3. 5850. 4. 4. 5. 0,25. 6. 1,5. 7. 92. 8. 2. 9. 0,8. 10. 2. 11. 8. 12. 10. 13. 20. 14. 8.  
15. а)  $\pm \arccos \frac{1}{4}+2\pi n, \pm \arccos \frac{2}{3}+2\pi k, n, k$  — целые числа; б)  $-2\pi + \arccos \frac{1}{4}, -2\pi + \arccos \frac{2}{3}$ . 16. 2.  
17.  $(-\infty; 0], [1; 7)$ . 18. б)  $2\sqrt{181}$  или 28. 19. 2 296 350. 20.  $a \in [-\sqrt[3]{3}; -1) \cup (-1, 0) \cup (0, 1)$ . 21. (2; 3), (2; -3), (-3; 3), (-3; -3).

### Диагностическая работа № 18

1. 11. 2. 7. 3. 3360. 4. 8. 5. 0,52. 6. 1,8. 7. 21. 8. -3. 9. 2,4. 10. 12. 11. 90. 12. 10. 13. 26.  
14. -25. 15. а)  $-\frac{\pi}{4}+\pi n, \arctg \frac{7}{3}+\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{\pi}{4}, \arctg \frac{7}{3}, \frac{3\pi}{4}$ . 16.  $\arctg \frac{\sqrt{2}}{2}$ . 17. [2; 4). 18. б) 3  
или 15. 19. 6. 20.  $a \in (-1; 5]$ . 21. (0; 0), (1; 0), (1; 1), (0; 2), (-2; 2).

### Диагностическая работа № 19

1. 24. 2. 4. 3. 200. 4. 3. 5. 0,1. 6. 2. 7. 67. 8. 5. 9. 4. 10. -3. 11. 320. 12. 14. 13. 24. 14. -1.  
15. а)  $\pm \frac{\pi}{3}+2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}$ . 16.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ . 17. [2; +∞). 18.  $a = \pm 4\sqrt{3}$ . 19. 9. 20.  $a \leq -0,75$ ;  
 $a \geq 0,75$ . 21.  $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ .

### Диагностическая работа № 20

1. 2. 2. 18. 3. 6664. 4. 6. 5. 0,8. 6. 129. 7. 17. 8. 5. 9. 45. 10. 2. 11. 30. 12. 142. 13. 32. 14. -63.  
15. а)  $\pm \frac{\pi}{3}+2\pi n, \pm \arccos \frac{1}{3}+2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\arccos \frac{1}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \arccos \frac{1}{3}$ . 16.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ . 17.  $(3+\log_9 7; +\infty)$ .  
18. б) 5 или  $\sqrt{33}$ . 19. 10. 20.  $(-\infty; -\frac{1}{5}]; [8; +\infty)$ . 21. 96433469.

Бланк ответов № 1

Заполнять гелевой или капиллярной ручкой ЧЕРНЫМИ чернилами ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ по следующим образцам:

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
А В С D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z .

Region Code subject Name form with boxes for digits and letters.

С правилами экзамена ознакомлен и согласен
Совпадение номеров вариантов в задании и бланке регистрации подтверждаю
Подпись участника ЕГЭ строго внутри окошка

Number of variant form with boxes for digits.

ВНИМАНИЕ! Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного пакета

Результаты выполнения заданий с ответом в краткой форме

Grid for answers with 40 numbered rows and 20 columns of boxes.

Additional grid for answers with 4 rows and 20 columns of boxes.



УДК 373:51  
ББК 22.1я72  
Я97

**Ященко И. В., Шестаков С. А., Трепалин А. С., Захаров П. И.**

Я97 ЕГЭ 2015. Математика. 20 вариантов тестов. Тематическая рабочая тетрадь / И. В. Ященко, С. А. Шестаков, А. С. Трепалин, П. И. Захаров. — М. : МЦНМО, Издательство «Экзамен», 2015. — 303, [1] с. (Серия «ЕГЭ. Тематическая рабочая тетрадь»)

ISBN 978-5-377-08287-3 (Издательство «Экзамен»)

ISBN 978-5-4439-0176-3 (МЦНМО)

Тематическая рабочая тетрадь по математике предназначена для подготовки к Единому государственному экзамену, организации и проведения итогового повторения, диагностики проблемных зон в знаниях старшеклассников и последующей коррекции.

Настоящее пособие написано в соответствии с утвержденными демоверсией и спецификацией ЕГЭ по математике. Оно содержит позадачные тренинги и диагностические работы в формате ЕГЭ.

Уникальная методика подготовки апробирована в сотнях школ различных регионов России при организации подготовки к Единому государственному экзамену. Пособие позволяет проверить навыки решения задач, качество усвоения материала, выстроить индивидуальные траектории повторения и эффективно подготовиться к сдаче ЕГЭ.

Пособие адресовано учащимся старших классов и их родителям, учителям математики и методистам.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 373:51  
ББК 22.1я72

---

Формат 60x90/8. Гарнитура «Школьная». Бумага газетная. Уч.-изд. л. 10,41.

Усл. печ. л. 38. Тираж 10 000 экз. Заказ № 3252/14.

---

ISBN 978-5-377-08287-3 (Издательство «Экзамен»)  
ISBN 978-5-4439-0176-3 (МЦНМО)

© Ященко И. В., Шестаков С. А.,  
Трепалин А. С., Захаров П. И., 2015  
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2015

*Учебное издание*

**Яценко Иван Валериевич  
Шестаков Сергей Алексеевич  
Трепалин Андрей Сергеевич  
Захаров Петр Игоревич**

# **ЕГЭ МАТЕМАТИКА**

## **Тематическая рабочая тетрадь**

Издательство «**ЭКЗАМЕН**»

Гигиенический сертификат  
№ РОСС RU. АЕ51. Н 16582 от 08.04.2014 г.

Главный редактор *Л. Д. Лаппо*  
Технический редактор *Л. В. Павлова*  
Корректоры *О. Ю. Казанаева, Н. Е. Жданова*  
Дизайн обложки *Л. В. Демьянова*  
Компьютерная верстка *Т. Н. Меньшова, А. П. Юскова*

107045, Москва, Луков пер., д. 8. [www.examen.biz](http://www.examen.biz)  
E-mail: по общим вопросам: [info@examen.biz](mailto:info@examen.biz);  
по вопросам реализации: [sale@examen.biz](mailto:sale@examen.biz);  
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93,  
том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами  
в ООО «ИПК Парето-Принт», 170546, Тверская область,  
Промышленная зона Боровлево-1, комплекс № 3А,  
[www.pareto-print.ru](http://www.pareto-print.ru).

**По вопросам реализации обращаться по тел.:**  
**641-00-30 (многоканальный).**