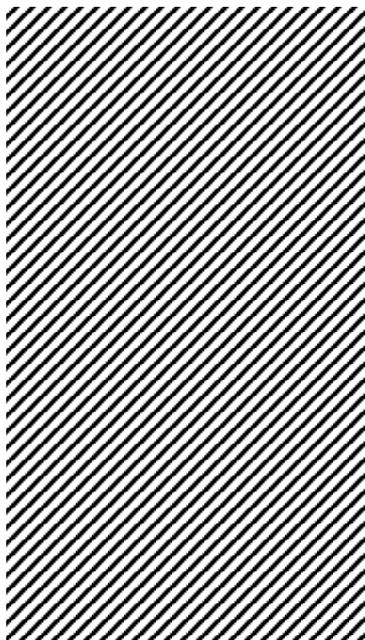
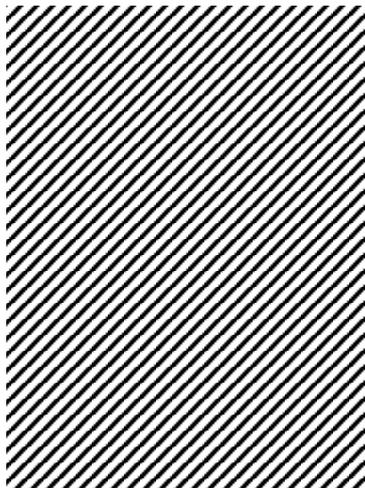


**В.В. АФОНИН  
И.Н. АКУЛИНИН  
А.А. ТКАЧЕНКО**



**СБОРНИК  
ЗАДАЧ  
ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ**

**Часть 1**



**• ИЗДАТЕЛЬСТВО ТГТУ •**

Министерство образования и науки Российской Федерации

**Тамбовский государственный технический университет**

**В.В. АФОНИН, И.Н. АКУЛИНИН, А.А. ТКАЧЕНКО**

**СБОРНИК ЗАДАЧ  
ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ**

**Часть 1**

*Рекомендовано Ученым советом университета в качестве учебного пособия*

Тамбов

• Издательство ТГТУ •  
2004

УДК 621.3  
ББК з 29-5 я 73-5  
А44

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент  
*Н.Г. Шахов*

**Афонин В.В., Акулинин И.Н., Ткаченко А.А.**

А44 Сборник задач по электротехнике: Учеб. пособие. В 3-х ч. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2004. Ч. 1. 80 с.

Содержит краткий учебный материал и примеры решения типовых задач по теме «Линейные электрические цепи постоянного тока».

Предназначено для студентов неэлектротехнических специальностей дневной и заочной форм обучения.

УДК 621.3

ББК 3 29-5 я 73-5

**ISBN 5-8265-0276-2**

© Афонин В.В., Акулинин И.Н., Ткаченко А.А., 2004  
© Тамбовский государственный  
технический университет  
(ТГТУ), 2004

Учебное издание

АФОНИН Владимир Васильевич,  
АКУЛИНИН Игорь Николаевич,  
ТКАЧЕНКО Александр Алексеевич

СБОРНИК ЗАДАЧ  
ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ

Часть 1

Учебное пособие

Редактор В.Н. Митрофанова  
Инженер по компьютерному макетированию Т.А. Сынкова

Подписано к печати 29.03.2004.

Формат 60 × 84/16. Гарнитура Times. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Объем: 4,65 усл. печ. л.; 4,5 уч.-изд. л.

Тираж 100 экз. С. 259

Издательско-полиграфический центр  
Тамбовского государственного технического университета  
392000, Тамбов, ул. Советская, 106, к. 14

## ВВЕДЕНИЕ

Целью настоящего пособия является закрепление теоретического материала по теме «Линейные электрические цепи постоянного тока». Пособие предназначено для студентов, изучающих курс электротехники и основы электроники.

Сборник содержит задачи по основным методам расчета электрических цепей постоянного тока. В начале каждого параграфа даются теоретические положения метода и решение двух–трех типовых задач. В параграфах пособия для удобства пользования принята тройная нумерация задач и рисунков. Ряд задач имеют ответы.

Предлагаемый сборник будет полезен для студентов очной и заочной форм обучения.

## 1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ. ПРОСТЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

---

---

### 1.1 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ И ЭЛЕМЕНТЫ ЦЕПЕЙ

1 *Электродвижущая сила* (эдс)  $E$  характеризует способность стороннего поля вызывать электрический ток и численно равна работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда по замкнутому контуру

$$E = \frac{A_{\text{ст}}}{Q},$$

где  $E$  – электродвижущая сила, В;  $A_{\text{ст}}$  – работа сторонних сил, Дж;  $Q$  – заряд, Кл.

2 *Электрический ток* – направленное движение свободных носителей заряда. Характеристикой электрического тока является сила тока  $i$ , равная скорости изменения электрического заряда

$$i = \frac{dq}{dt}.$$

Для постоянного тока

$$I = \frac{Q}{t},$$

где  $Q$  – весь заряд, переносимый за время  $t$ .

Из последнего соотношения определяется единица измерения силы тока

$$[I] = \left[ \frac{Q}{t} \right] = \frac{\text{Кл}}{\text{с}} = \text{А}.$$

3 *Напряжение* – скалярная величина, равная линейному интегралу напряженности электрического поля

$$U = \int_l \vec{E} d\vec{l},$$

т.е. напряжение – это работа сил кулоновского поля, затрачиваемая на перенос единицы положительного заряда

$$U = \frac{A}{Q},$$

где  $U$  – напряжение, В.

**4 Электрический потенциал и разность потенциалов.** Электрическое напряжение вдоль пути вне источника между точками  $a$  и  $b$  называют также разностью потенциалов  $U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b$  между этими точками. Однозначно определяется только разность потенциалов, равная соответствующему напряжению. Чтобы определить потенциал, нужно придать нулевое значение потенциалу одной из точек цепи (например, узлу), тогда потенциал любой другой точки будет равен напряжению между этой точкой и точкой, потенциал которой выбран равным нулю.

**5 Электрическое сопротивление.** Сопротивление внешнего участка цепи (вне источников) равно отношению постоянного напряжения на участке к току в нем

$$R = \frac{U}{I},$$

где  $R$  – сопротивление, Ом.

Для проводов сопротивление определяется по формуле

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление, Ом·м;  $S$  – площадь поперечного сечения провода, м<sup>2</sup>;  $l$  – длина провода, м.

Сопротивление проводов, резисторов зависит от температуры  $t$  окружающей среды

$$R = R_{20}[1 + \alpha(t - 20^\circ)],$$

где  $R_{20}$  – сопротивление при температуре 20 °С;  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления. Значения  $\rho$  и  $\alpha$  приводятся в справочниках.

**6 Электрическая проводимость – величина обратная сопротивлению**

$$G = \frac{1}{R}.$$

Единица проводимости

$$[G] = \frac{1}{R} = \frac{1}{\text{Ом}} = \frac{\text{А}}{\text{В}} = \text{См}.$$

### Примеры решения задач

1.1.1) В цепи постоянного тока (рис. 1.1.1) напряжением  $U = 110$  В непрерывно в течение одних суток горят лампы  $H_1$  и  $H_2$  мощностью 60 Вт и 40 Вт соответственно. Определить токи ламп, общий ток в цепи, сопротивление нитей накала горящих ламп и стоимость энергии, полученной лампами от сети пи-

тания, если стоимость 1 кВт · ч электроэнергии равна X рублей.

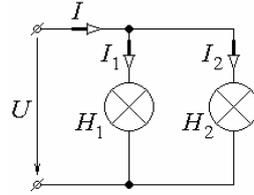


Рис. 1.1.1

Решение. К каждой из ламп приложено напряжение 110 В. Токи в лампах  $H_1$  и  $H_2$  соответственно

$$I_1 = \frac{P_1}{U} = \frac{60}{110} = 0,545 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{P_2}{U} = \frac{40}{110} = 0,364 \text{ А}.$$

Ток в цепи

$$I = I_1 + I_2 = 0,545 + 0,364 = 0,909 \text{ А}.$$

Сопротивления ламп

$$R_1 = \frac{U^2}{P_1} = \frac{110^2}{60} = 220 \text{ Ом};$$

$$R_2 = \frac{U^2}{P_2} = \frac{110^2}{40} = 303 \text{ Ом}.$$

Общая мощность ламп

$$P = P_1 + P_2 = 60 + 40 = 100 \text{ Вт}.$$

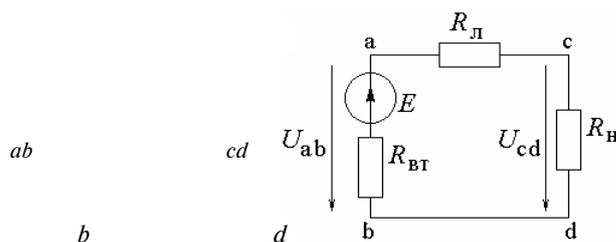
Полученная энергия за одни сутки

$$W = Pt = 100 \cdot 24 = 2400 \text{ Вт} \cdot \text{ч} = 2,4 \text{ кВт} \cdot \text{ч}.$$

Стоимость полученной энергии

$$C = WX = 2,4X \text{ р}.$$

1.1.2) Для схемы рис. 1.1.2. заданы: внутреннее сопротивление источника  $R_{\text{вт}} = 0,1$  Ом и сопротивление проводов линии  $R_{\text{л}} = 0,5$  Ом. Определить кпд цепи, если напряжение приемника  $U_{cd}$  и сопротивление  $R_{\text{н}}$  те же, что и в примере 1.1.1.



### Рис. 1.1.2

*Решение.* Очевидно, что мощность ламп  $P_1 + P_2$  и ток  $I$  те же, что и в примере 1.1.1. Мощность потерь в линии  $I^2 R_{л}$  и во внутреннем сопротивлении источника  $I^2 R_{вт}$ . Поэтому КПД

$$\eta = \frac{P_{н}}{P} = \frac{P_1 + P_2}{P_{вт} + P_{л} + P_1 + P_2} = \frac{60 + 40}{0,909^2 \cdot 0,1 + 0,909^2 \cdot 0,5 + 60 + 40} = 0,995.$$

1.1.3) Допустимая плотность тока в нихромовой проволоке нагревательного элемента кипятильника  $j = 10 \text{ А/мм}^2$ . Какой ток  $I$  можно пропустить по нихромовой проволоке диаметром  $d = 0,4 \text{ мм}$ ?

*Решение.* Поперечное сечение нихромовой проволоки

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (0,4)^2}{4} = 0,126 \text{ мм}^2.$$

Допустимый ток проволоки

$$I = jS = 10 \cdot 0,126 = 1,26 \text{ А}.$$

### Задачи

1.1.4) Определить сопротивление медных проводов телефонной линии длиной  $l = 28,5 \text{ км}$ , диаметром провода  $d = 4 \text{ мм}$  при температуре  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

1.1.5) Определить сопротивление медного проводника диаметром  $d = 5 \text{ мм}$ , длиной  $l = 57 \text{ км}$  при  $t = 40 \text{ }^\circ\text{C}$ .

1.1.6) Приемник номинальной мощностью  $1 \text{ кВт}$  с напряжением  $220 \text{ В}$  включен в сеть напряжением  $110 \text{ В}$ . Определить мощность приемника, токи при номинальном напряжении и при напряжении  $110 \text{ В}$ .

1.1.7) К двухпроводной линии постоянного тока (эквивалентная схема на рис. 1.1.2) с сопротивлением  $R_{л} = 4 \text{ Ом}$  присоединен приемник сопротивлением  $R_{н}$ , изменяющимся от  $0$  до  $\infty$ . Напряжение в начале линии  $U_{ab}$ . Определить ток  $I$  в линии, напряжение  $U_{cd}$  на выводах приемника, мощность  $P_1$ , отдаваемую источником, мощность  $P_2$  приемника. Вычисления производить для значений сопротивлений приемника  $R_{н} = 0; R_{л}; 2R_{л}; 5R_{л}; 10R_{л}; \infty$ .

1.1.8) По медному проводнику сечением  $1 \text{ мм}^2$  течет ток  $1 \text{ А}$ . Определить среднюю скорость упорядоченного движения электронов вдоль проводника, предполагая, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон. Плотность меди  $8,9 \text{ г/см}^3$ .

1.1.9) Как изменится сила тока, проходящего через неактивную цепь, если при постоянном напряжении на зажимах ее температура повышается от  $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 1200 \text{ }^\circ\text{C}$ . Температурный коэффициент сопротивления платины принять равным  $3,65 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$ .

1.1.10) По медному проводу сечением  $0,3 \text{ мм}^2$  течет ток  $0,3 \text{ А}$ . Определить силу, действующую на отдельные свободные электроны со стороны электрического поля. Удельное сопротивление меди  $17 \text{ мОм} \cdot \text{м}$ .

1.1.11) Сила тока в проводнике сопротивлением  $10 \text{ Ом}$  равномерно убывает от  $I_0 = 3 \text{ А}$  до  $I = 0$  за  $30 \text{ с}$ . Определить выделившуюся за это время в проводнике количество теплоты.

1.1.12) Плотность электрического поля в алюминиевом проводе равна  $5 \text{ А/см}^2$ . Определить удельную тепловую мощность тока, если удельное сопротивление алюминия  $26 \text{ мОм} \cdot \text{м}$ .

1.1.13) ЭДС источника  $E = 12 \text{ В}$ ; внутреннее сопротивление  $R_{вт} = 1 \text{ Ом}$ . При каком значении внешнего сопротивления его мощность будет максимальной и чему она равна?

1.1.14) Обмотка возбуждения электрической машины присоединена к сети напряжением  $U = 120 \text{ В}$ .

В первое время после включения показаний амперметра в цепи обмотки  $I_1 = 1,2$  А, а после нагрева обмотки до установившейся температуры  $I_2 = 1$  А. Учитывая, что температура воздуха в помещении  $20$  °С и температурный коэффициент сопротивления меди  $4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ , найти температуру обмотки.

1.1.15) Определить сопротивление проводов воздушной линии при температурах  $+40$  и  $-40$  °С. Длина линии  $l = 28,5$  км, диаметр медных проводов  $d = 5$  мм.

1.1.16) Приемник за пять суток непрерывной работы израсходовал  $24$  кВт · ч электроэнергии при напряжении  $220$  В. Определить ток и сопротивление приемника.

1.1.17) Определить плотность тока в проводах диаметром  $4$  мм, соединяющих приемник с генератором. Суточная выработка энергии генератора, составляет  $48$  кВт · ч при напряжении  $U = 220$  В.

1.1.18) Электрическая цепь мощностью  $P = 5$  кВт при напряжении  $U = 220$  В подключена к генератору с внутренним сопротивлением  $R_{вт} = 0,22$  Ом. Определить эдс и кпд генератора.

1.1.19) Механическая мощность электродвигателя постоянного тока  $8,5$  кВт при напряжении  $U = 220$  В, кпд  $85$  %. Определить электрическую мощность и ток двигателя.

1.1.20) На изготовление катушки израсходовано  $200$  м медного провода диаметром  $0,5$  мм. На какое постоянное напряжение можно включать эту катушку, если допустимая плотность тока  $j = 2$  А/мм<sup>2</sup>?

1.1.21) Составить схему электрической цепи, в которой к аккумуляторной батарее присоединены три резистора. Один – регулируемый, включен последовательно с группой из двух нерегулируемых, соединенных между собой параллельно. В схеме предусмотреть управление с помощью двухполюсного выключателя, защиту плавкими предохранителями, измерение общего тока в цепи и напряжения на зажимах батареи.

1.1.22) Составить схему электрической цепи, в которой четыре резистора (один из них регулируемый) образуют замкнутый контур в виде четырехугольника. В одной диагонали четырехугольника – гальванический элемент, присоединенный к цепи через однополюсный выключатель, в другой находится гальванометр, который можно включить и выключить кнопочным выключателем.

1.1.23) Составить схему электрической цепи, в которой последовательно включены два нерегулируемых резистора, аккумуляторная батарея и генератор, которые можно включить согласно или встречно. В схеме предусмотреть защиту цепи плавкими предохранителями, измерение тока, измерение напряжения на зажимах батареи и генератора одним вольтметром с помощью переключателя.

1.1.24) Составить схему электрической цепи, в которой генератор постоянного тока и аккумуляторная батарея, включенные параллельно, снабжают энергией внешнюю часть цепи, состоящей из трех нерегулируемых резисторов, включенных также параллельно. Каждый элемент цепи присоединяется к ней однополюсным выключателем. В схеме предусмотреть измерение общего напряжения, тока в каждом источнике и общего тока приемников энергии.

1.1.25) Два генератора постоянного тока, работая круглосуточно на общий приемник, выработали вместе за месяц  $96\ 000$  кВт · ч энергии. В течение  $10$  суток этого месяца первый генератор находился в ремонте. За это время счетчик электрической энергии, установленный на линии к приемнику, показал  $2\ 400$  кВт · ч. Определить мощность и эдс каждого генератора, если амперметр в цепи первого генератора во время работы показывал  $500$  А, а в цепи второго –  $100$  А.

1.1.26) Источник электрической энергии имеет в качестве нагрузки реостат с переменным сопротивлением  $R$ , эдс источника  $E = 24$  В, а его внутреннее сопротивление  $R = 1$  Ом. Построить графики зависимости напряжения  $U$  на зажимах источника, мощности источника  $P_{и}$ , мощности приемника  $P_{п}$ , кпд источника, мощности потерь внутри источника  $P_{вт}$  от тока в цепи при изменении сопротивления нагрузки от  $R = \infty$  (холостой ход) до  $R = 0$  (короткое замыкание), считая эдс источника постоянной.

## 1.2 ЗАКОН ОМА

1 В электрической цепи за положительное направление эдс  $E$  принимается направление, совпадающее с силой, действующей на положительный заряд, т.е. от «–» источника к «+» источника питания.

За положительное направление напряжения  $U$  принято направление, совпадающее с направлением действия электрического поля, т.е. от «+» к «–» источника.

За положительное направление тока  $I$  принято направление, совпадающее с перемещением положительных зарядов, т.е. от «+» к «-» источника.

Электродвижущая сила источника в электрической цепи может иметь одинаковое и противоположное направление с током. В первом случае источник эдс работает в режиме генератора, т.е. является источником электрической энергии. При этом эдс оказывается больше напряжения на его зажимах ( $E > U$ ). При направлении эдс в цепи противоположно току источник становится потребителем электрической энергии, и эдс оказывается меньше напряжения  $U$  на зажимах источника ( $E < U$ ) на величину внутреннего падения напряжения  $IR_{вт}$ , где  $R_{вт}$  – внутреннее сопротивление источника.

При расчетах электрических цепей реальные источники электрической энергии заменяются схемами замещения. Схема замещения источника эдс содержит эдс и внутреннее сопротивление  $R_{вт}$  источника, которое много меньше сопротивления  $R_n$  потребителя электроэнергии ( $R_{вт} \ll R_n$ ). При расчетах часто приходится внутреннее сопротивление источника эдс приравнять нулю.

2 В идеализированном источнике эдс падение напряжения на внутреннем сопротивлении  $IR_{вт} = 0$ , при этом напряжение на зажимах источника  $U = \text{const}$  не зависит от тока  $I$  и равно эдс источника ( $U = E$ ). В этом случае источник электроэнергии работает в режиме, близком к режиму холостого хода.

3 В источниках тока внутреннее сопротивление во много раз превосходит сопротивление потребителя электроэнергии ( $R_{вт} \gg R_n$ ), при этом в источнике тока ток является величиной практически постоянной, не зависящей от нагрузки ( $j = \text{const}$ ).

4 Реальный источник электрической энергии можно представить в схеме замещения последовательным соединением идеального источника эдс и внутреннего сопротивления  $R_{вт}$  или параллельным соединением

идеального источника тока и внутренней проводимости  $G_{вт} = \frac{1}{R_{вт}}$ . При расчетах электрических цепей источник тока может быть заменен эквивалентным источником эдс, и наоборот, что в ряде случаев упрощает расчет.

5 Для участка цепи, не содержащего источник энергии (например, для схемы пассивного участка на рис. 1.2.1), связь между током  $I$  и напряжением  $U_{12}$  определяется законом Ома для участка цепи

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sum R} = \frac{U_{12}}{\sum R},$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – потенциалы точек 1 и 2 цепи соответственно;  $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$  – напряжение (разность потенциалов) между точками 1 и 2 цепи;  $\sum R$  – арифметическая сумма сопротивлений на участке цепи;  $R_1$  и  $R_2$  – сопротивления участков цепи.

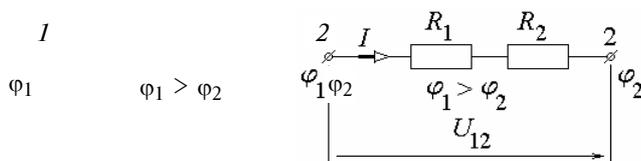


Рис. 1.2.1

Для участка цепи, содержащего источники эдс (рис. 1.2.2), т.е. для активного участка цепи, связь между током  $I$ , напряжением  $U_{12}$  и эдс источников определяется обобщенным законом Ома

$$I = \frac{U_{12} + \sum E}{\sum R},$$

где  $\sum E$  – алгебраическая сумма всех эдс участка цепи, причем со знаком «+» в нее входят эдс, совпадающие с направлением тока  $I$ .

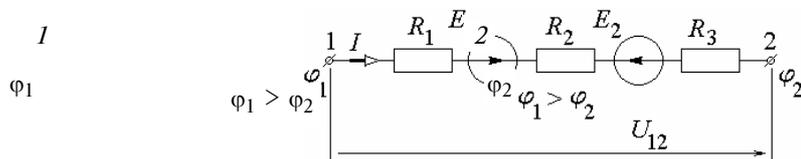


Рис. 1.2.2

6 На основании закона сохранения энергии мощность, развиваемая источниками электрической энергии, должна быть равна мощности преобразования в цепи электрической энергии в другие виды энергии

$$\sum EI = \sum I^2 R,$$

где  $\sum EI$  – сумма мощностей, развиваемых источниками;  $\sum I^2 R$  – сумма мощностей всех приемников и необратимых преобразований энергии внутри источников (потери мощности на внутренних сопротивлениях).

Приведенное равенство называется **балансом мощностей** электрической цепи.

Если положительное направление тока совпадает с направлением эдс и в результате расчета получено положительное значение тока, то источник вырабатывает (генерирует) электрическую энергию, т.е. работает в режиме генератора. Если же получено отрицательное значение тока, то произведение  $EI$  отрицательно, т.е. источник работает в режиме потребителя и является приемником электрической энергии (например, электродвигатель, аккумулятор в режиме зарядки).

7 **Коэффициент полезного действия** (кпд) электрической цепи – это отношение мощности приемника (полезной) к суммарной мощности всех потребителей

$$\eta = \frac{P_{\text{н}}}{P} = \frac{I^2 R_{\text{н}}}{I^2 R_{\text{вт}} + I^2 R_{\text{л}} + I^2 R_{\text{н}}} = \frac{R_{\text{н}}}{R_{\text{вт}} + R_{\text{л}} + R_{\text{н}}},$$

где  $I^2 R_{\text{н}}$  – мощность приемника (полезная мощность);  $I^2 R_{\text{вт}}$ ,  $I^2 R_{\text{л}}$  – мощности потерь в источнике и в линии.

8 **Потенциальной диаграммой** называется график зависимости  $\varphi(R)$ , построенный при обходе контура или участка цепи. Потенциальную диаграмму строят в прямоугольной системе координат, при этом по оси абсцисс откладывают в соответствующем масштабе сопротивления всех участков цепи, а по оси ординат – потенциалы соответствующих точек. При построении потенциальной диаграммы одна из точек цепи (произвольно) условно заземляется, т.е. принимается, что потенциал ее  $\varphi = 0$ . На диаграмме эта точка помещается в начале координат.

9 **Правила**, определяющие характер изменения потенциала:

- на участке, где действует эдс, потенциал возрастает в направлении действия эдс;
- на участке, где величина сопротивления и напряжения совпадает с током, потенциал понижается по ходу тока и повышается против тока, так как ток направлен от большего потенциала к меньшему.

### Примеры решения задач

1.2.1) Для цепи (рис. 1.2.3) заданы:  $E = 100$  В;  $R_{\text{вт}} = 1$  Ом;  $R_{\text{л}} = 3$  Ом;  $R_{\text{н}} = 6$  Ом. Определить показания приборов.

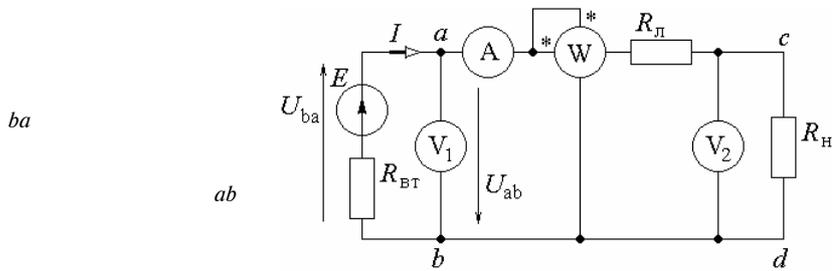


Рис. 1.2.3

Решение. Ток в цепи (показания амперметра) определен из уравнения, полученного из обобщенного закона Ома при условии, что  $U_{12} = 0$ , т.е. для замкнутой электрической цепи

$$I = \frac{E}{R_{\text{BT}} + R_{\text{л}} + R_{\text{H}}} = \frac{100}{1 + 3 + 6} = 10 \text{ A.}$$

Применяя закон Ома для пассивного участка цепи, находим показания второго вольтметра

$$U_{cd} = IR = 10 \cdot 6 = 60 \text{ В.}$$

По закону Ома для активного участка цепи

$$I = \frac{E - U_{ab}}{R_{\text{BT}}}$$

найдем показания первого вольтметра

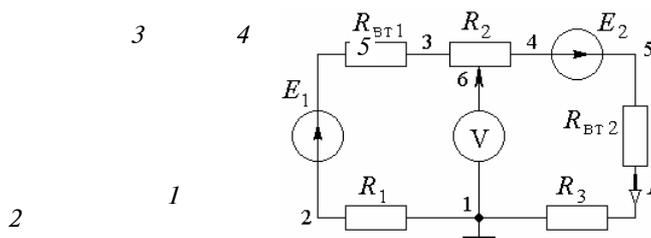
$$U_{ab} = E - IR_{\text{BT}} = 100 - 10 \cdot 1 = 90 \text{ В.}$$

Ваттметр показывает мощность того участка цепи, к которому он подключен

$$P = U_{ab}I = 90 \cdot 10 = 900 \text{ Вт.}$$

где  $P$  – мощность, отдаваемая источником во внешнюю цепь и равная сумме мощности потерь в линии (сопротивление  $R_{\text{л}}$ ) и мощности приемника (сопротивление  $R_{\text{H}}$ ).

1.2.2) Рассчитать и построить потенциальную диаграмму для электрической цепи постоянного тока (рис. 1.2.4), если эдс источников питания:  $E_1 = 16 \text{ В}$ ;  $E_2 = 14 \text{ В}$ ; внутренние сопротивления источников питания:  $R_{\text{BT}1} = 3 \text{ Ом}$ ;  $R_{\text{BT}2} = 2 \text{ Ом}$ ; сопротивления резисторов:  $R_1 = 20 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 15 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ . Определить положение движка потенциометра, в котором вольтметр покажет нуль, составить баланс мощностей для цепи. Как повлияет на вид потенциальной диаграммы выбор другой точки с нулевым потенциалом?



**Рис. 1.2.4**

*Решение.* Ток в цепи определяют по уравнению, составленному по обобщенному закону Ома для замкнутой цепи, приведенному к виду

$$I = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_{вт1} + R_2 + R_{вт2} + R_3} = \frac{16 + 14}{20 + 3 + 15 + 2 + 10} = 0,6 \text{ А.}$$

В соответствии с условием задачи определяют потенциалы точек 1 – 5 электрической цепи, при этом принимают потенциал точки 1 равным нулю и помещают ее в начале координат.

Потенциал  $\varphi_2$  точки 2 находят из выражения, записанного для участка 1 – 2 цепи по закону Ома

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2,$$

отсюда

$$\varphi_2 = \varphi_1 - I_1 R_1 = 0 - 0,6 \cdot 20 = -12 \text{ В.}$$

Координаты точки 2:

$$R = 20 \text{ Ом}; \quad \varphi_2 = -12 \text{ В.}$$

Для участка цепи 1 – 3 справедливо уравнение при определении потенциала точки 3

$$\varphi_3 = \varphi_2 + E_1 - I_1 R_{вт1} = -12 + 16 \cdot 3 \cdot 0,6 = 2,2 \text{ В.}$$

Координаты точки 3 на диаграмме:

$$R = 20 + 3 = 23 \text{ Ом}; \quad \varphi_3 = 2,2 \text{ В.}$$

Аналогично определяют потенциал точки 4 цепи

$$\varphi_4 = \varphi_3 - U_{34} = \varphi_3 - I R_2 = 2,2 - 0,6 \cdot 15 = -6,8 \text{ В.}$$

Координаты точки 4 цепи:

$$R = 23 + 15 = 38 \text{ Ом}; \quad \varphi_4 = -6,8 \text{ В.}$$

Для точки 5:

$$R = 38 + 2 = 40 \text{ Ом};$$

$$\varphi_5 = \varphi_4 + E_2 - I R_{вт2} = -6,8 + 14 - 0,6 \cdot 10 = 6 \text{ В.}$$

При правильном решении задачи потенциал точки 1 должен быть равен нулю

$$\varphi_1 = \varphi_5 - I R_3 = 6 - 0,6 \cdot 10 = 0.$$

Координаты точки 1 на диаграмме:

$$R = 40 + 10 = 50 \text{ Ом}; \quad \varphi_1 = 0.$$

Потенциальная диаграмма по результатам расчетов для рассматриваемой электрической цепи показана на рис. 1.2.5. Из диаграммы следует, что положение движка потенциометра в точке *б* цепи соответствует показанию вольтметра, равному нулю, так как потенциалы точек *1* и *б* равны.

При выборе другой точки электрической цепи с нулевым потенциалом разности потенциалов на соответствующих участках цепи не изменяются, так как они определяются величиной тока и величиной сопротивления. Если принять равным нулю потенциал точки *3* цепи ( $\varphi_3 = 0$ ), то ось абсцисс переместится в точку *3* потенциальной диаграммы (пунктирная линия), т.е. потенциалы всех точек цепи уменьшатся на величину потенциала  $\varphi = 2,2 \text{ В}$ .

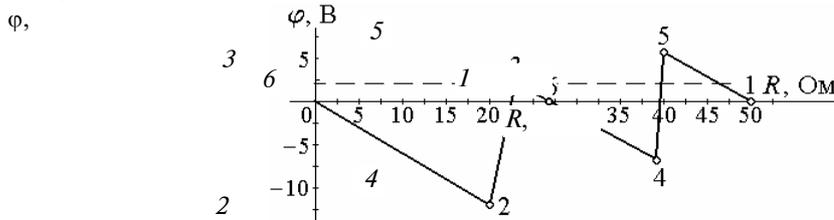


Рис. 1.2.5

Баланс мощностей:

$$\begin{aligned} E_1 I + E_2 I &= I^2 R_1 + I^2 R_{\text{вт1}} + I^2 R_2 + I^2 R_{\text{вт2}} + I^2 R_3 = \\ &= I^2 (R_1 + R_{\text{вт1}} + R_2 + R_{\text{вт}} + R_3); \end{aligned}$$

$$16 \cdot 0,6 + 14 \cdot 0,6 = 0,6^2 \cdot (20 + 3 + 15 + 2 + 10).$$

$$18 \text{ Вт} \equiv 18 \text{ Вт}.$$

### Задачи

1.2.3) Если изменить сопротивление, включенное в цепь (например, перемещать движок реостата  $R_1$ ), то ток в цепи меняется. Однако, при изменении  $R_1$  в схеме, приведенной на рис. 1.2.6, показание амперметра не меняется. При каком условии это возможно?

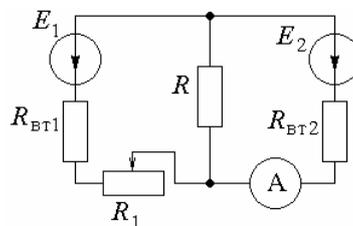
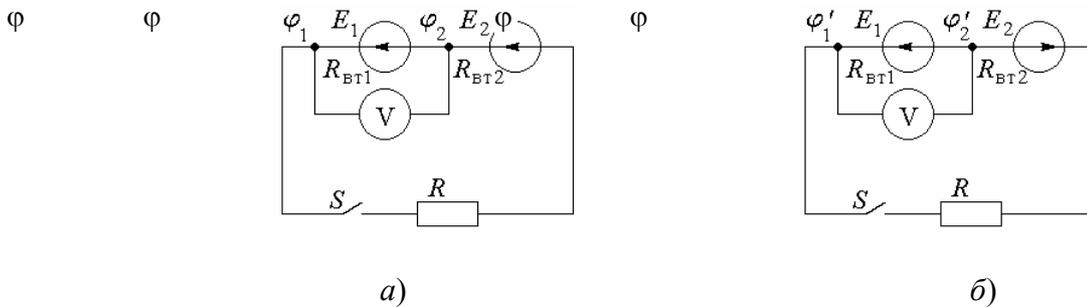


Рис. 1.2.6

1.2.4) Источник электрической энергии имеет эдс и внутреннее сопротивление  $R_{\text{вт}}$ . Исследовать условия работы такого источника, т.е. найти зависимости: напряжения на нагрузке  $U$ , полной мощности  $P$ , полезной мощности  $P_{\text{н}}$  и КПД  $\eta$  от тока  $I$ , создаваемого источником.

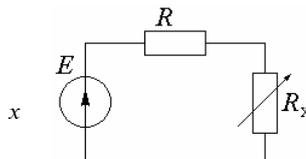


**Рис. 1.2.7**

1.2.5) Собрана цепь, схема которой дана на рис. 1.2.7, а. Электродвижущая сила первого источника  $E_1$  больше эдс второго  $E_2$ . Вольтметр идеальный, причем нуль его расположен посередине шкалы. При разомкнутом ключе стрелка вольтметра отклоняется влево. При одних значениях параметров схемы стрелка после замыкания ключа отклоняется влево, а при других – вправо. Абсолютное значение напряжения, показываемого вольтметром, известно и в общих случаях одинаково. Что покажет вольтметр и куда отклонится его стрелка в каждом из этих случаев, если второй источник переключить так, как показано на рис. 1.2.7, б.

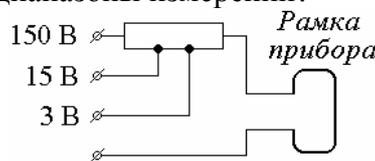
1.2.6) Источник электрической энергии включен на сопротивление  $R_1 = 10$  Ом и дает ток  $I_1 = 3$  А. Если тот же источник включить на сопротивление  $R_2 = 20$  Ом, то ток  $I_2 = 1,6$  А. Найти эдс и внутреннее сопротивление источника  $R_{вт}$ .

1.2.7) Составлена цепь, показанная на рис. 1.2.8, где  $R_x$  – переменное сопротивление. Начертить график зависимости силы тока от сопротивления  $R_x$ . Величины  $E$  и  $R$  известны, внутренним сопротивлением источника пренебречь.



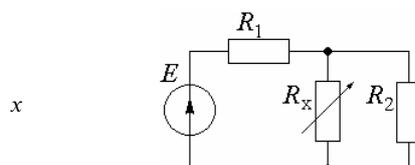
**Рис. 1.2.8**

1.2.8) Шкала вольтметра, схема которого приведена на рис. 1.2.9, имеет 150 делений. Вольтметр имеет четыре клеммы, рассчитанные на измерение напряжения до 3, 15, 150 В. Стрелка прибора отклоняется на 50 делений при прохождении через него тока в 1 мА. Каково внутреннее сопротивление прибора при включении его на различные диапазоны измерений?



**Рис. 1.2.9**

1.2.9. Составлена цепь, показанная на рис. 1.2.10, где  $R_x$  – переменное сопротивление. Начертить график зависимости силы тока, текущего через  $R_1$ , от сопротивления  $R_x$ . Величины  $E$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  известны.

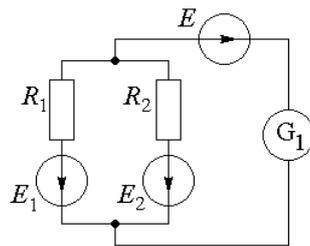


**Рис. 1.2.10**

1.2.10) К мостику Уитстона приложено напряжение  $U$ . Гальванометр имеет сопротивление  $R_G$  и показывает ток  $I$ , когда в плечи мостика включены сопротивления  $R_x, R_1, R_2, R_3$ . Найти неизвестное сопротивление  $R_x$ .

1.2.11) Какой шунт  $R_{ш}$  нужно присоединить к стрелочному гальванометру со шкалой в 100 делений, ценой деления  $10^{-6}$  А и внутренним сопротивлением 150 Ом, чтобы гальванометр можно было использовать для измерения токов до 1 мА?

1.2.12) Сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  (рис. 1.2.11) подобраны так, что ток через гальванометр  $G$  не идет. Считая известными эдс  $E_1$  и  $E_2$ , найти эдс  $E$ . Внутренними сопротивлениями источников пренебречь по сравнению с  $R_1$  и  $R_2$ .



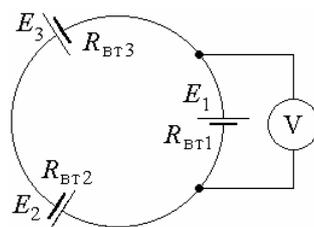
**Рис. 1.2.11**

1.2.13) Три гальванических элемента с эдс  $E_1, E_2, E_3$  и внутренними сопротивлениями  $R_{вт1}, R_{вт2}, R_{вт3}$  соединены по схеме, указанной на рис. 1.2.12. Сопротивления соединяющих проводов пренебрежимо малы.

1) Какое напряжение будет показывать вольтметр, включенный так, как указано на рисунке?

2) Чему будет равно показание вольтметра, если величины  $E_i$  и  $R_{вт i}$  связаны соотношением  $\frac{E_1}{R_{вт1}} =$

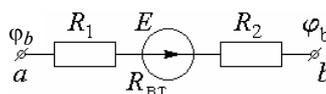
$$\frac{E_2}{R_{вт2}} = \frac{E_3}{R_{вт3}} ?$$



**Рис. 1.2.12**

1.2.14) На рис. 1.2.13 изображены участки цепи. Параметры элементов  $R_1, R_2, E, R_{вт}$  известны;  $\phi_a$  и  $\phi_b$  – потенциалы на концах участков, причем  $\phi_a > \phi_b$ . Найти силу тока в каждом из участков и построить потенциальные диаграммы.

$\phi$

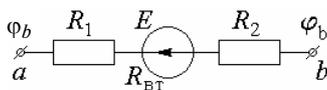


a)

$\phi$



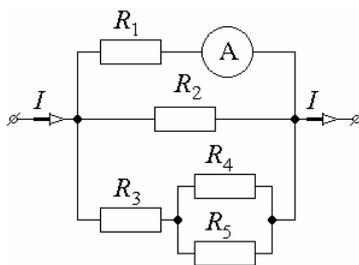
д)



е)

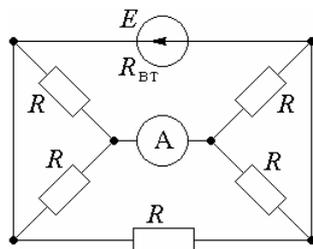
**Рис. 1.2.13**

1.2.15) Амперметр включен в участок цепи (рис. 1.2.14) и показывает  $I_1 = 0,5$  А. Найти ток  $I_4$  в сопротивлении  $R_4$ , если  $R_1 = R_4 = 2$  Ом,  $R_2 = 4$  Ом,  $R_3 = R_5 = 1$  Ом.



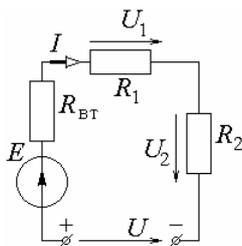
**Рис. 1.2.14**

1.2.16) Определить показания амперметра в электрической цепи, изображенной на рис. 1.2.15. Дано:  $E = 4$  В,  $R_{вТ} = 1$  Ом,  $R = 2$  Ом.



**Рис. 1.2.15**

1.2.17) Пользуясь законом Ома, определить внутреннее сопротивление  $R_{вТ}$  источника питания электрической цепи постоянного тока и напряжение  $U_2$  на резисторе  $R_2$  (рис. 1.2.16), если  $E = 70$  В,  $U = 30$  В,  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 38$  Ом,  $U_1 = 20$  В.



**Рис. 1.2.16**

1.2.18) Ток в электрической цепи постоянного тока (рис. 1.2.17)

$I = 1$  А, эдс источника питания  $E_1 = 48$  В, сопротивления резисторов  $R_1 = 120$  Ом,  $R_2 = 10$  Ом. Внутренние сопротивления источников одинаковы и равны  $R_{вт1} = R_{вт2} = 1$  Ом. Определить величину и направление эдс источника питания  $E_2$ .

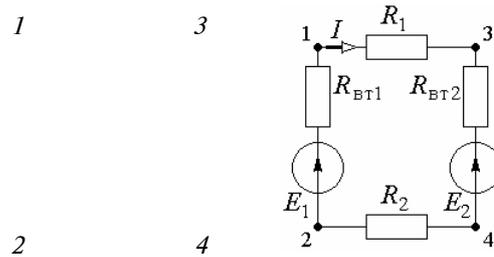


Рис. 1.2.17

1.2.19) Для условий задачи 1.2.18 определить ток  $I$  в цепи и напряжения  $U_1$  и  $U_2$  на зажимах источников питания, если эдс источника  $E_1$  направлена от точки 1 к точке 2, а  $E_2$  – от точки 4 к точке 3 цепи.

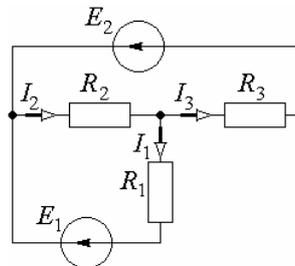


Рис. 1.2.18

1.2.20) Пользуясь законом Ома, определить токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$  в ветвях цепи, показанной на рис. 1.2.18, эдс источников питания:  $E_1 = 100$  В,  $E_2 = 110$  В. Сопротивления резисторов:  $R_1 = 35$  Ом,  $R_2 = 10$  Ом,  $R_3 = 16$  Ом. Построить потенциальную диаграмму для внешнего контура. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

1.2.21) Определить токи  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ , построить потенциальную диаграмму для внешнего контура электрической цепи (рис. 1.2.19) и составить баланс мощностей, если сопротивления резисторов:  $R_1 = 6$  Ом;  $R_2 = 4$  Ом. Электродвижущая сила источников питания:  $E_1 = 22$  В,  $E_2 = 2$  В; внутренние сопротивления источников эдс:  $R_{вт1} = R_{вт2} = 1$  Ом.

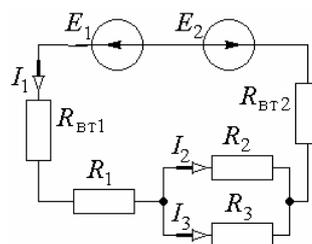


Рис. 1.2.19

1.2.22) Для участка цепи (рис. 1.2.20) известна разность потенциалов  $U_{ab} = 120$  В. Найти ток  $I_K$ , если  $I = 20$  мА;  $R_1 = 1$  кОм,  $R_2 = 2$  кОм,  $E = 18$  В.

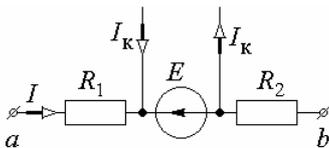


Рис. 1.2.20

1.2.23) В схеме (рис. 1.2.21) заданы токи  $I_1$  и  $I_3$ , сопротивления резисторов и эдс. Определить токи  $I_4$ ,  $I_5$ ,  $I_6$ , а также разность потенциалов  $U_{ab}$  между точками  $a$  и  $b$ , если  $I_1 = 10$  мА,  $I_3 = -20$  мА,  $R_4 = 5$  кОм,  $R_5 = 3$  кОм,  $R_6 = 2$  кОм,  $E_5 = 20$  В,  $E_6 = 40$  В. Построить потенциальную диаграмму.

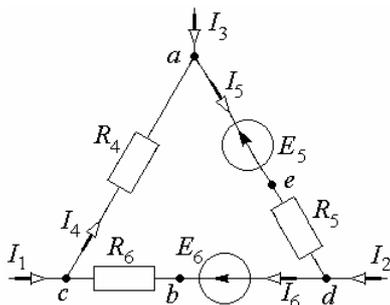
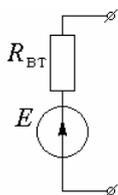
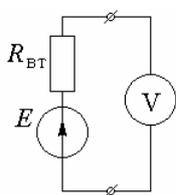


Рис. 1.2.21

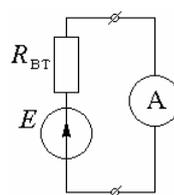
1.2.24) Для определения параметров активного двухполюсника (рис. 1.2.22) были проведены два опыта: холостого хода (рис. 1.2.22, б) и короткого замыкания (рис. 1.2.22, в). При этом приборы показали: вольтметр  $U = 20$  В, амперметр  $I_K = 10$  А. Определить  $E$  и  $R_{вТ}$ .



а)



б)



в)

Рис. 1.2.22

1.2.25) Определить параметры  $j$  и  $G_{вТ}$  активного двухполюсника, если при проведении опытов холостого хода и короткого замыкания приборы (рис. 1.2.22) показали:  $U = 10$  В,  $I_K = 2$  А.

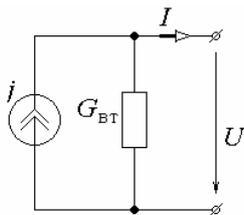


Рис. 1.2.23

## 2 МЕТОДЫ РАСЧЕТА СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

### 2.1 МЕТОД УРАВНЕНИЙ КИРХГОФА

В любой электрической цепи в соответствии с *первым законом Кирхгофа* алгебраическая сумма токов, направленных к узлу разветвления, равна нулю:

$$\sum_{k=1}^N I_k = 0,$$

где  $I_k$  – ток в  $k$ -й ветви.

В соответствии со *вторым законом Кирхгофа* алгебраическая сумма эдс  $\sum_{j=1}^M E_j$  в любом замкнутом контуре электрической цепи равна алгебраической сумме напряжений  $\sum_{i=1}^L U_i$  и алгебраической сумме падений напряжений в этом контуре  $\sum_{k=1}^N I_k R_k$

$$\sum_{j=1}^M E_j = \sum_{i=1}^L U_i + \sum_{k=1}^N I_k R_k,$$

где  $R_k$  – сопротивление участка цепи рассматриваемого контура;  $I_k$  – ток в сопротивлении  $R_k$ .

При расчете электрических цепей методом непосредственного применения законов Кирхгофа выбирают условно положительные направления токов, эдс и напряжений на участках цепи, которые обозначают стрелками на схеме, затем выбирают замкнутые контуры и задаются положительным направлением обхода контуров. При этом для удобства расчетов направление обхода для всех контуров рекомендуется выбирать одинаковым (например, по часовой стрелке).

При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа для электрических цепей, содержащих источники тока, выбирают замкнутые контуры без источников тока. Для получения независимых уравнений необходимо, чтобы в каждый новый контур входила хотя бы одна новая ветвь, не вошедшая в предыдущие контуры, для которых уже записаны уравнения по второму закону Кирхгофа.

Необходимое для выполнения расчета данной электрической цепи число уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа, должно быть равно числу неизвестных  $N$ .

В большинстве случаев параметры источников эдс или напряжения, источников тока, сопротивления участков электрической цепи известны, при этом число неизвестных равно разности между числом ветвей и числом источников тока  $N = (N_b - N_T)$ . Для упрощения расчетов сначала записывают более простые уравнения, составленные по первому закону Кирхгофа, а недостающие уравнения составляют по второму закону Кирхгофа.

Число уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа, берется на единицу меньше числа узлов  $N_y$  в цепи:  $N_1 = N_y - 1$ . При этом токи, направленные к узлу, условно принимаются положительными,

а направленные от узла – отрицательными. Остальное число уравнений  $N_{11} = N - N_1 = N_b - N_y - N_T + 1$  составляется по второму закону Кирхгофа:  $N_{11}$ .

При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа эдс источников принимаются положительными, если направления их действия совпадают с выбранным направлением обхода контура, независимо от направления тока в них. При несовпадении их записывают со знаком «-». Падения напряжения в ветвях, в которых положительное направление тока совпадает с направлением обхода, независимо от направления эдс в этих ветвях – со знаком «+», в противном случае – со знаком «-».

В результате решения полученной системы из  $N$  уравнений находят действительные направления определяемых величин с учетом их знака. При этом величины, имеющие отрицательный знак, в действительности имеют противоположное направление условно принятому. Направления величин, имеющих положительный знак, совпадают с условно принятым направлением.

### Примеры решения задач

2.1.1) Для электрической цепи постоянного тока (рис. 2.1.1) определить токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$  в ветвях. Электродвижущая сила:  $E_1 = 1,8$  В;  $E_2 = 1,2$  В; сопротивления резисторов:  $R_1 = 0,2$  Ом;  $R_2 = 0,3$  Ом;  $R_3 = 0,8$  Ом;  $R_{01} = 0,6$  Ом;  $R_{02} = 0,4$  Ом.

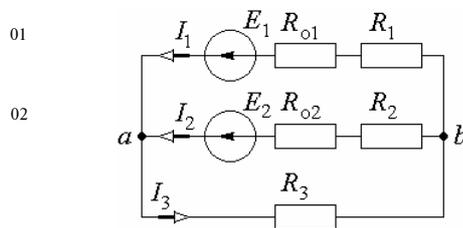


Рис. 2.1.1

*Решение.* Для узла разветвления в соответствии с принятым на схеме условным положительным направлением составляют уравнение для токов по первому закону Кирхгофа

$$I_1 + I_2 = I_3.$$

Для внешнего замкнутого контура составляют уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$E_1 = I_1 R_{01} + I_1 R_1 + I_3 R_3 = I_1 (R_{01} + R_1) + I_3 R_3$$

или

$$1,8 = (0,6 + 0,2) I_1 + 0,8 I_3.$$

Аналогично, для нижнего замкнутого контура по второму закону Кирхгофа:

$$E_2 = I_2 (R_{02} + R_2) + I_3 R_3$$

или

$$1,2 = 0,7 I_2 + 0,8 I_3.$$

В результате совместного решения полученной системы трех уравнений

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0; \\ 0,8I_1 + 0,8I_3 = 1,8; \\ 0,7I_2 + 0,8I_3 = 1,2. \end{cases}$$

определяют ток  $I_1$  в первой ветви

$$I_1 = \frac{1,2 - 1,5I_2}{0,8}.$$

Ток  $I_2$  во второй ветви находят по значению тока  $I_1$  из уравнений для эдс  $E_1$  и  $E_2$ :

$$1,8 = 1,6 \frac{1,2 - 1,5I_2}{0,8} + 0,8I_2$$

или

$$1,8 = 2,4 - 3I_2 + 0,8I_2,$$

откуда

$$I_2 = 0,272 \text{ A.}$$

Величину тока  $I_1$  в первой ветви определяют по величине тока  $I_2$  из уравнения для эдс  $E_1$

$$1,8 = 1,6I_1 + 0,8 \cdot 0,27,$$

откуда

$$I_1 = 0,99 \text{ A.}$$

Ток  $I_3$  в третьей ветви находят из уравнения для токов

$$I_3 = I_1 + I_2 = 0,99 + 0,27 = 1,26 \text{ A.}$$

2.1.2) В электрической цепи постоянного тока (рис. 2.1.2) амперметр А показывает  $I_5 = 5 \text{ A}$ . Методом уравнений Кирхгофа рассчитать токи  $I_1, I_2, I_3, I_4$  в ветвях цепи. Сопротивления резисторов:

$$R_1 = 1 \text{ Ом}; \quad R_2 = 10 \text{ Ом}; \quad R_3 = 10 \text{ Ом};$$

$$R_4 = 4 \text{ Ом}; \quad R_5 = 3 \text{ Ом}; \quad R_6 = 1 \text{ Ом};$$

$$R_7 = 1 \text{ Ом}; \quad R_8 = 6 \text{ Ом}; \quad R_9 = 7 \text{ Ом}.$$

Величины эдс:

$$E_1 = 162 \text{ В}; \quad E_2 = 50 \text{ В}; \quad E_3 = 30 \text{ В}.$$

Внутренними сопротивлениями источников питания пренебречь. Решить задачу для случая, когда показание амперметра неизвестно.

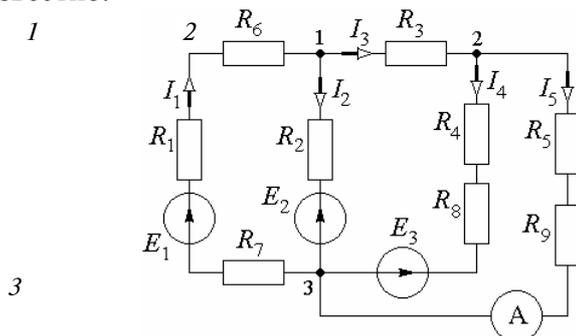


Рис. 2.1.2

*Решение.* При заданном включении источников питания за положительные направления токов принимаем направления, указанные на схеме рис. 2.1.2. В схеме – три узла и пять ветвей, следовательно, необходимо определить пять неизвестных токов. В соответствии с этим составляют два уравнения по первому закону Кирхгофа и три – по второму закону Кирхгофа. Для узлов 1 и 2 цепи составляют уравнения для токов по первому закону Кирхгофа:

$$I_1 = I_2 + I_3; \quad I_3 = I_4 + I_5.$$

По второму закону Кирхгофа уравнение для левого контура с эдс  $E_1$  и  $E_2$

$$E_1 - E_2 = (R_1 + R_6 + R_7)I_1 + R_2I_2.$$

Для контура с эдс  $E_2$  и  $E_3$

$$E_2 - E_3 = -R_2I_2 + R_3I_3 + (R_4 + R_8)I_4.$$

Для правого контура с амперметром А в ветви

$$E_3 = -(R_4 + R_8)I_4 + (R_5 + R_9)I_5.$$

Ток в цепи резистора  $R_4$  определяют из последнего уравнения:

$$30 = -(4 + 6) I_4 + (3 + 7) 5 = -10I_4 + 50,$$

откуда  $I_4 = 2 \text{ А}$ .

Ток  $I_3$  в ветви резистора  $R_3$  находят из уравнения, составленного для узла 2 цепи

$$I_3 = I_4 + I_5 = 7 \text{ А}.$$

Ток в ветви резистора  $R_2$  находят из уравнения, записанного для среднего замкнутого контура

$$E_2 - E_3 = -10I_2 + 10 \cdot 7 + (4 + 6) \cdot 2,$$

откуда  $I_2 = 7 \text{ A}$ .

Ток в ветви с резисторами  $R_1, R_6, R_7$  находят из уравнения

$$I_1 = I_2 + I_3 = 14 \text{ A}.$$

Ток  $I_1$  можно также определить из уравнения

$$E_2 - E_3 = -R_2 I_2 + R_3 I_3 + (R_4 + R_8) I_4,$$

откуда  $I_1 = 14 \text{ A}$ .

Если ток в ветви резисторов  $R_5$  и  $R_9$  не задан, то искомые токи и их направления в других ветвях определяют, решая систему пяти уравнений, составленных по законам Кирхгофа.

Положительные значения токов свидетельствуют о том, что действительные направления токов в соответствующих ветвях совпадают с условными направлениями.

### Задача

2.1.3) Методом уравнений Кирхгофа рассчитать токи  $I_1, \dots, I_9$  в ветвях электрической цепи, показанной на рис. 2.1.3. Электродвижущая сила и напряжения источников, сопротивления резисторов и положения выключателей для соответствующих вариантов задания указаны в табл. 2.1.1. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

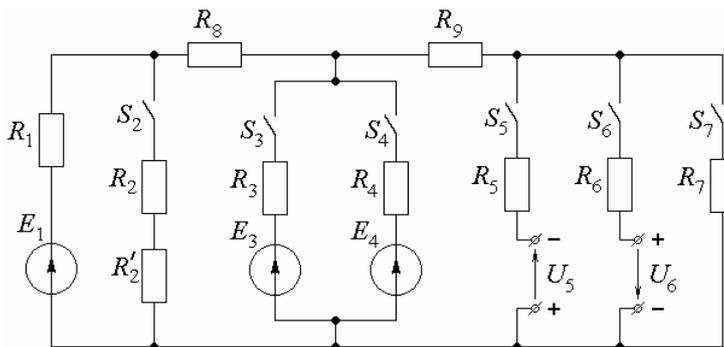


Рис. 2.1.3



- 8 При замене звезды сопротивлений эквивалентным треугольником сопротивления его сторон рассчитывают по формулам:

$$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2};$$

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3};$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}.$$

### Примеры решения задач

2.3.1) Найти эквивалентное сопротивление, токи в неразветвленной части и в отдельных ветвях цепи, показанной на рис. 2.3.5. К цепи приложено напряжение  $U$ .

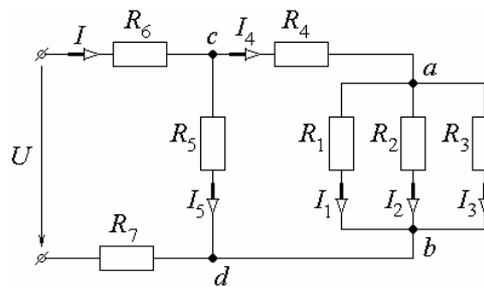


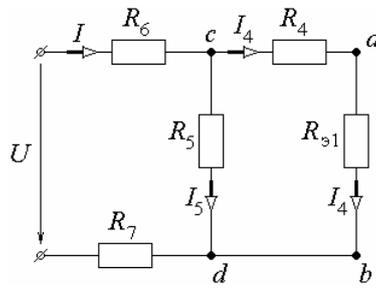
Рис. 2.3.5

*Решение.* Сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  соединены параллельно. Их эквивалентная проводимость  $G_{31}$  и сопротивление  $R_{31}$  равны:

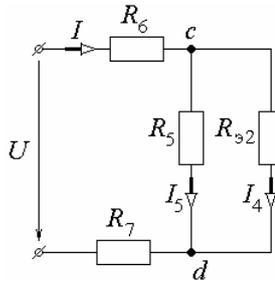
$$G_{31} = G_1 + G_2 + G_3 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3};$$

$$R_{31} = \frac{1}{G_{31}}.$$

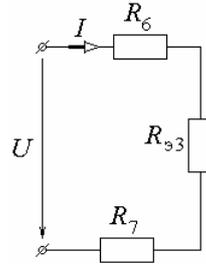
В результате исходная схема (рис. 2.3.5) приводится к эквивалентной схеме (рис. 2.3.6, а), в которой сопротивления  $R_4$  и  $R_{31}$  соединены последовательно. Их эквивалентное сопротивление  $R_{32} = R_4 + R_{31}$ . На участке  $cd$  (рис. 2.3.6, б) сопротивления  $R_5$  и  $R_{32}$  соединены параллельно; их эквивалентное сопротивление  $R_{33} = \frac{R_5 R_{32}}{R_5 + R_{32}}$ . В результате «свертки» исходная схема приводится к схеме (рис. 2.3.6, в), в которой сопротивления  $R_6$ ,  $R_{33}$  и  $R_7$  соединены последовательно. Эквивалентное сопротивление исходной цепи  $R_3 = R_6 + R_{33} + R_7$ .



a)



б)



в)

**Рис. 2.3.6**

Ток в неразветвленной части цепи  $I = \frac{U}{R_3}$ . Для расчета токов в ветвях по закону Ома для пассивного участка цепи определим напряжение на разветвленном участке цепи  $U_{cd} = IR_{91}$ .

Токи в ветвях:

$$I_4 = \frac{U_{cd}}{R_{92}}; \quad I_5 = \frac{U_{cd}}{R_5}.$$

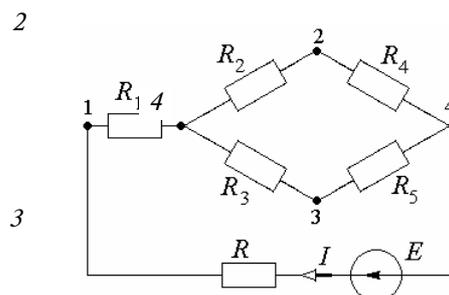
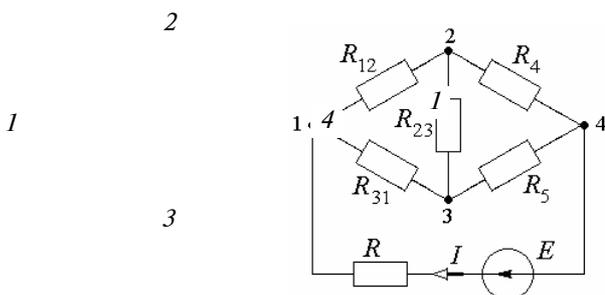
Напряжение

$$U_{ab} = I_4 R_{91}.$$

Токи в ветвях:

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2}; \quad I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3}.$$

2.3.2) Задана мостовая схема (рис. 2.3.7, а). Сопротивления и эдс схемы известны. Рассчитать ток в сопротивлении  $R$ .



а)

б)

**Рис. 2.3.7**

*Решение.* Заменяем треугольник сопротивлений  $R_{12}, R_{23}, R_{31}$  эквивалентной звездой сопротивлений  $R_1, R_2, R_3$ , в результате получим схему со смешанным соединением сопротивлений (рис. 2.3.7, б). Эквивалентное сопротивление этой схемы

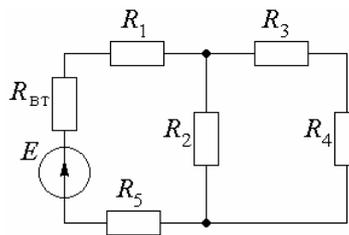
$$R_3 = R + R_1 + \frac{(R_2 + R_4)(R_3 + R_5)}{R_2 + R_4 + R_3 + R_5}.$$

Ток в неразветвленной части цепи

$$I = \frac{E}{R_3}.$$

**Задачи**

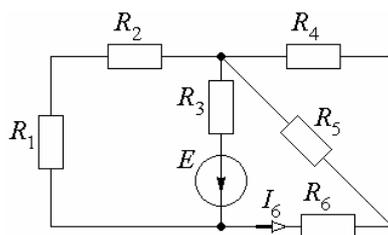
2.3.3) Для схемы (рис. 2.3.8) заданы:  $R_1 = 2 \text{ Ом}; R_2 = 30 \text{ Ом}; R_3 = 12 \text{ Ом}; R_4 = 8 \text{ Ом}; R_5 = 1,5 \text{ Ом}; E = 160 \text{ В}; R_{\text{вт}} = 0,5 \text{ Ом}$ . Определить токи во всех элементах схемы и КПД источника.



**Рис. 2.3.8**

2.3.4) В схеме (рис. 2.3.8) ток  $I_3 = 3 \text{ А}$ . Определить эдс и мощность источника, приняв величины сопротивлений по условию задачи 2.3.3.

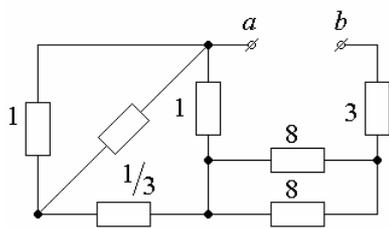
2.3.5) Задана цепь (рис. 2.3.9), в которой известны сопротивления  $R_1 = 4 \text{ Ом}; R_2 = 4 \text{ Ом}; R_3 = 6 \text{ Ом}; R_4 = R_5 = 120 \text{ Ом}; R_6 = 4 \text{ Ом}$  и ток  $I_6 = 2 \text{ А}$ . Определить токи остальных ветвей и эдс  $E$ .



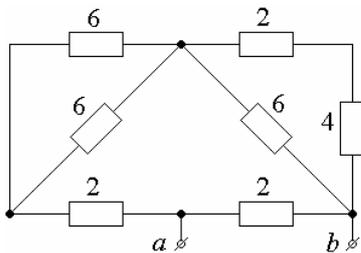
**Рис. 2.3.9**

2.3.6) Определить эквивалентное сопротивление относительно выводов  $a - b$  схем (рис. 2.3.10,  $a - e$ ).  
 Величины сопротивлений на схемах указаны в омах.

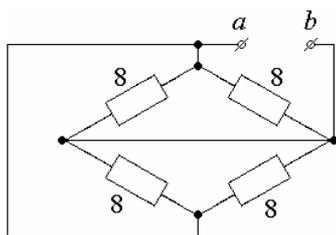
2.3.7) Определить напряжение  $U_{ab}$  в схеме рис. 2.3.10,  $e$ .



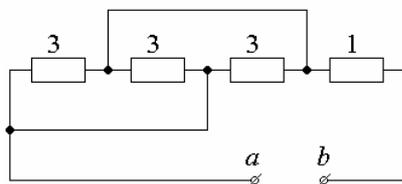
a)



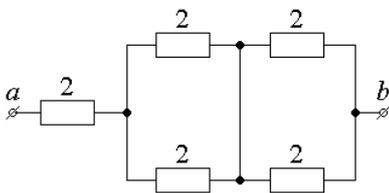
б)



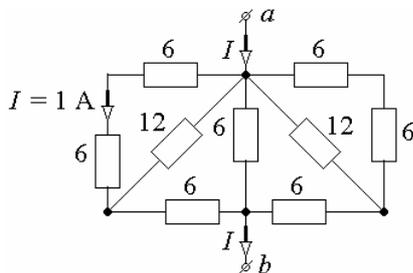
в)



г)



д)



е)

**Рис. 2.3.10**

2.3.8) Как нужно соединить три сопротивления и выбрать их отношение, чтобы при питании от одного источника отношение напряжений на этих сопротивлениях было  $1 : 2 : 3$ ?

2.3.9) Как нужно соединить два сопротивления и выбрать их отношение, чтобы при питании от одного источника отношение токов в сопротивлениях было  $1 : 3$ ?

2.3.10) Преобразовать схему, показанную на рис. 2.3.11, в одноконтурную.

3

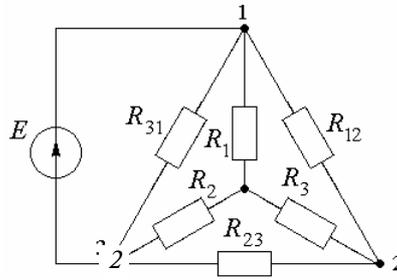
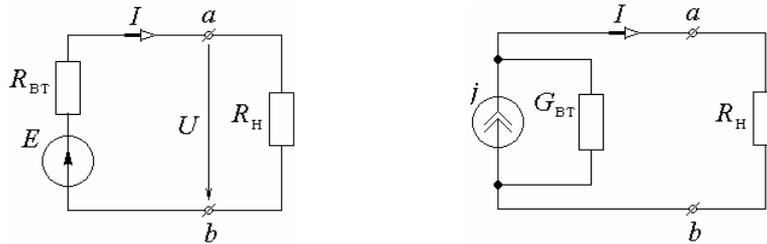


Рис. 2.3.11

2.3.11) Преобразовать эквивалентный источник эдс (рис. 2.3.12, а) в источник тока (рис. 2.3.12, б), определить параметры этого источника и потери в обоих источниках, если  $R_H = 10 \text{ Ом}$ ;  $E = 60 \text{ В}$ ;  $R_{\text{вт}} = 2 \text{ Ом}$ .



а)

б)

Рис. 2.3.12

2.3.12) Определить параметры эквивалентного источника эдс (рис. 2.3.12, а), если известны параметры источника тока (рис. 2.3.12, б):  $I = 5 \text{ А}$ ;  $G_{\text{вт}} = 0,1 \text{ См}$ . Определить, при каком сопротивлении нагрузки мощность потерь обоих источников одинакова?

2.3.13) Рассчитать параметры источника (рис. 2.3.12, а), если  $R_H = 4 \text{ Ом}$ ;  $U_{ab} = 12 \text{ В}$ , а мощность потерь 9 Вт.

2.3.14) Для измерения малых сопротивлений применяют двойной мост Томсона (рис. 2.3.13). Выведите условия равновесия моста, если сопротивления  $R_1, R_2, R_3$  и  $R_4$  подобраны так, что  $R_2 R_3 = R_4 R_1$ .

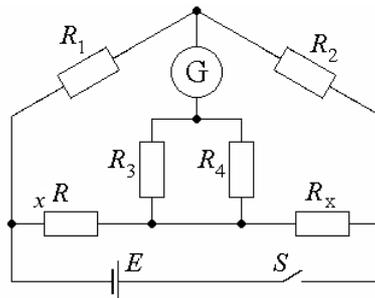


Рис. 2.3.13

2.3.15) За неимением одинаковых гальванических элементов пришлось включить параллельно два гальванических элемента с эдс  $E_1$  и  $E_2$  с внутренними сопротивлениями  $R_{\text{вт}1}$  и  $R_{\text{вт}2}$  соответственно. Во внешней цепи, сопротивление которой  $R$ , протекает ток  $I$ . Найти эдс  $E$  и внутреннее сопротивление  $R_{\text{вт}}$  гальванического элемента, который дает во внешнюю цепь такой же ток при любом сопротивлении  $R$ , и показать, что  $E$  всегда меньше наибольшей из эдс  $E_1$  и  $E_2$ .

2.3.16) В цепи, схема которой приведена на рис. 2.3.14, известны все сопротивления и ток  $I_4$  через резистор  $R_4$ . Найти эдс  $E$  источника. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

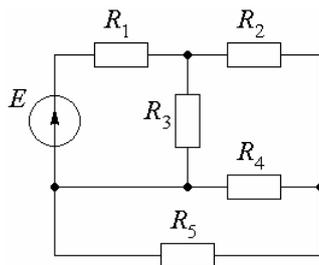


Рис. 2.3.14

2.3.17) В цепи постоянного тока (рис. 2.3.15)  $E = 10$  В;  $R_1 = 5$  Ом;  $R_2 = R_3 = 1$  Ом;  $R_4 = R_5 = 3$  Ом. Найти токи в каждой ветви. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

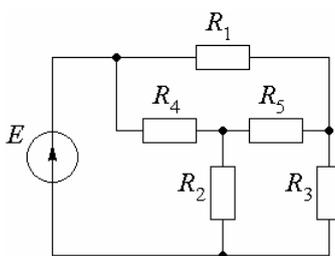


Рис. 2.3.15

2.3.18) В электрической цепи, схема которой приведена на рис. 2.3.16, известны сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ , ток  $I$  в источнике эдс  $E$  и разность потенциалов  $U_{21}$  между точками 2 и 1. Найти сопротивление резистора  $R_4$ .

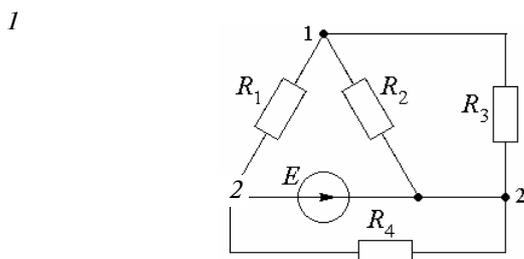


Рис. 2.3.16

2.3.19) Сопротивления ветвей цепи (рис. 2.3.17)  $R_1 = R_2 = R_3 = 60$  Ом;  $R_4 = R_5 = R_6 = 30$  Ом, внутреннее сопротивление источника не учитывается. Определить эдс источника, если ток  $I = 3$  А.

2.3.20) Определить мощность цепи (рис. 2.3.18), если напряжение  $U = 20$  В; сопротивления ветвей  $R_1 = R_4 = 5$  Ом;  $R_2 = R_3 = 2$  Ом;  $R_5 = R_6 = R_7 = 6$  Ом.

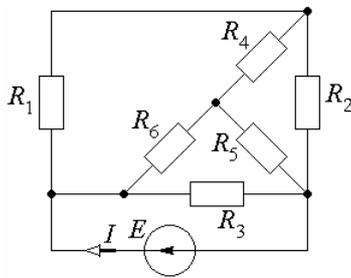


Рис. 2.3.17

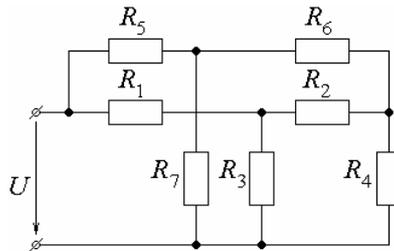


Рис. 2.3.18

2.3.21) Найти распределение токов в цепи (рис. 2.3.17), если  $R_1 = R_2 = 0,5 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 6 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 6 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = R_6 = 1 \text{ Ом}$ ;  $R_7 = 2 \text{ Ом}$ , а напряжение на входе  $U = 120 \text{ В}$ .

2.3.22) В схеме цепи (рис. 2.3.20) определить напряжение  $U_{ab}$ . Значения эдс и сопротивлений указаны соответственно в В и Ом.

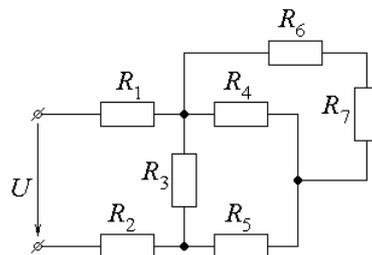


Рис. 2.3.19

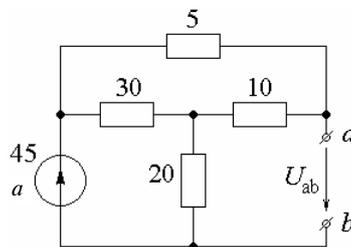
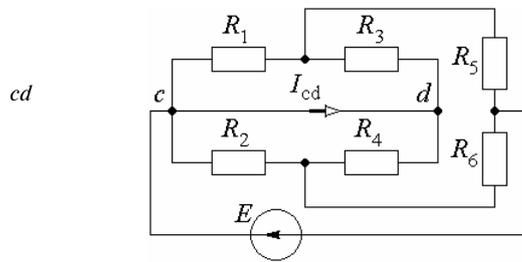


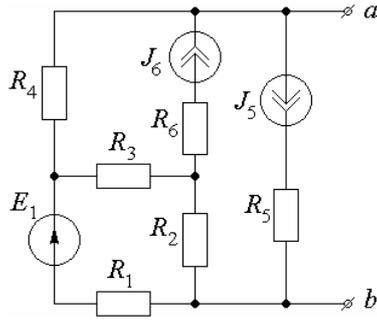
Рис. 2.3.20

2.3.23) В схеме цепи (рис. 2.3.21) определить ток  $I_{cd}$  (по значению и направлению), если  $E = 48 \text{ В}$ ;  $R_1 = R_3 = 8 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = R_4 = 4 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = R_6 = 2 \text{ Ом}$ .



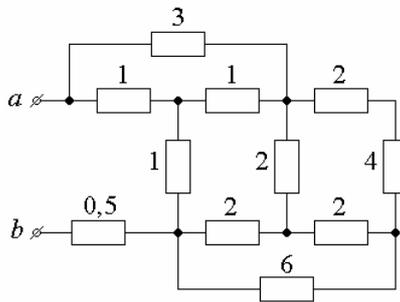
**Рис. 2.3.21**

2.3.24) Определить входное сопротивление схемы  $R_{ab}$  (рис. 2.3.22) относительно точек  $a$  и  $b$ , если  $J_5$  и  $J_6$  – источники тока.



**Рис. 2.3.22**

2.3.25) В цепи (рис. 2.3.23) сопротивления резисторов даны в омах. Определить входное сопротивление схемы относительно точек  $a$  и  $b$ .



**Рис. 2.3.23**

## 2.4 МЕТОД УЗЛОВОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Метод узлового напряжения целесообразно использовать для расчета электрических цепей, содержащих несколько параллельных ветвей, присоединенных к паре узлов. Преимущество этого метода перед другими возрастает с увеличением числа параллельных ветвей электрических цепей, при этом определяется узловое напряжение, что позволяет достаточно просто определять токи в параллельных ветвях и другие величины, характеризующие подобные электрические цепи.

Узловое напряжение между двумя точками разветвлений (узлами) определяют в соответствии с выражением

$$U = \frac{\sum_{k=1}^N E_k G_k + \sum_{k=1}^N U_k G_k + \sum_{k=1}^N J_k}{\sum_{k=1}^N G_k},$$

где  $\sum_{k=1}^N E_k G_k$  – алгебраическая сумма произведений эдс на проводимости соответствующих ветвей;

$\sum_{k=1}^N U_k G_k$  – алгебраическая сумма произведений напряжений на проводимости соответствующих ветвей;

$\sum_{k=1}^N J_k$  – алгебраическая сумма токов источников тока в ветвях;  $G_k = \frac{1}{R_k}$  – проводимость  $k$ -й ветви цепи;

$\sum_{k=1}^N G_k$  – сумма проводимостей всех ветвей.

При расчете электрических цепей по методу узлового напряжения задают условное положительное направление указанного напряжения, рассчитывая его по соответствующей формуле. При этом определяют проводимости всех ветвей, выбирая условно положительные направления токов в ветвях.

При определении токов в параллельных ветвях для соответствующих замкнутых контуров выбирают направления обхода контура и составляют уравнение по второму закону Кирхгофа. При этом эдс, напряжения и токи источников тока принимаются положительными, если они направлены по направлению обхода контура, и отрицательными, если они направлены против направления обхода контура.

При отсутствии в цепи источников тока (рис. 2.4.1, а) выражение для определения узлового напряжения принимает вид

$$U = \frac{\sum_{k=1}^N E_k G_k + \sum_{k=1}^N U_k G_k}{\sum_{k=1}^N G_k}.$$

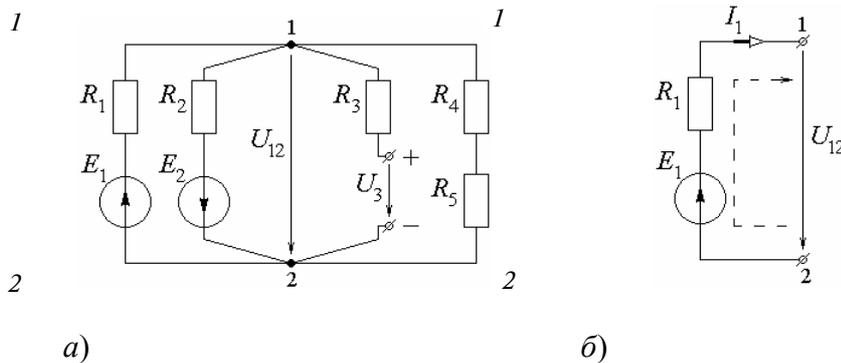


Рис. 2.4.1

При заданном условном положительном направлении напряжения  $U_{12}$ , действующего между узлами 1 и 2 (рис. 2.4.1, б), эдс в замкнутом контуре, образованном соответствующей ветвью и замыкающим его напряжением  $U_{12}$ , считается положительной, если совпадает с направлением обхода контура, и отрицательной, если не совпадает. Знаки в расчетной формуле не зависят от направления токов в ветвях электрической цепи, поэтому выражение для напряжений между узлами 1 и 2 цепи записывается в виде

$$U_{12} = \frac{E_1 G_1 - E_2 G_2 + U_3 G_3}{G_1 + G_2 + G_3}.$$

Для расчетов тока в ветвях электрической цепи составляют замкнутый контур, состоящий из рассматриваемой ветви цепи, замыкаемой напряжением  $U_{12}$  между узлами с учетом действительного его направления. Расчетная схема ветви с резистором  $R_1$  и эдс  $E_1$  приведена на рис. 2.4.1, б. Задавшись условным положительным направлением обхода полученного контура, например, по часовой стрелке (пунктирная линия на рис. 2.4.1, б), по второму закону Кирхгофа с учетом знаков составляется уравнение

$$E_1 = I_1 R_1 + U_{12},$$

из которого определяется величина тока  $I_1$  в данной ветви цепи. Аналогичным образом определяются токи в других ветвях электрической цепи.

### Примеры решения задач

2.4.1) Для электрической цепи постоянного тока (рис. 2.4.2) определить при какой величине эдс  $E_3$  ток  $I_3$  в ветви с резистором  $R_3$  уменьшится в три раза по сравнению с его первоначальным значением. Электродвижущая сила источников питания:  $E_1 = 100$  В;  $E_2 = 120$  В;  $E_3 = 150$  В.

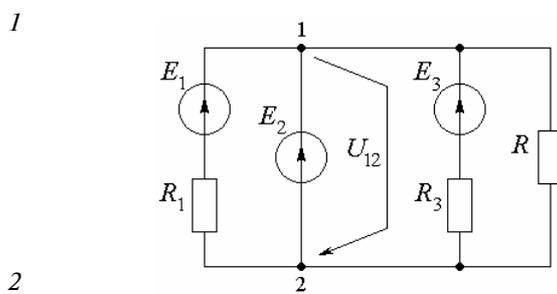


Рис. 2.4.2

Сопротивления резисторов:  $R_1 = 20$  Ом;  $R_3 = 100$  Ом;  $R_4 = 60$  Ом. Внутренними сопротивлениями источников питания пренебречь.

*Решение.* По второму закону Кирхгофа напряжение, действующее между двумя узлами 1 и 2 электрической цепи  $U_{12} = E_2 = 120$  В. Ток  $I_3$  в ветви резистора  $R_3$  для первоначальных условий определяется из выражения, записанного для ветви по второму закону Кирхгофа:

$$E_3 = U_{12} + I_3 R_3,$$

откуда

$$I_3 = \frac{E_3 - U_{12}}{R_3} = \frac{150 - 120}{100} = 0,3 \text{ А.}$$

Электродвижущая сила  $E'_3$ , при которой ток  $I'_3$  в цепи резистора  $R_3$  уменьшается в три раза, определяется из выражения для эдс  $E_3$

$$E'_3 = U_{12} + I'_3 R_3 = 120 - 100 I'_3.$$

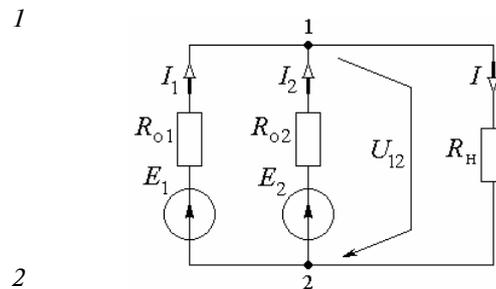
Из условия

$$I'_3 = \frac{I_3}{3} = 0,1 \text{ А}$$

находим

$$E'_3 = 120 + 100 \cdot 0,1 = 130 \text{ В.}$$

2.4.2) Два источника постоянного тока с эдс  $E_1 = E_2 = 115 \text{ В}$  и внутренними сопротивлениями  $R_{01} = 0,2 \text{ Ом}$  и  $R_{02} = 0,4 \text{ Ом}$  включены параллельно в нагрузку  $R_H = 5 \text{ Ом}$  (рис. 2.4.3). Определить токи  $I, I_1, I_2$  в ветвях цепи и составить баланс мощностей.



**Рис. 2.4.3**

*Решение.* Проводимости ветвей электрической цепи:

$$G_1 = \frac{1}{R_{01}} = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ См};$$

$$G_H = \frac{1}{R_H} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ См};$$

$$G_2 = \frac{1}{R_{02}} = \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ См.}$$

Узловое напряжение, действующее между узлами 1 и 2 цепи:

$$U_{12} = \frac{E_1 G_1 + E_2 G_2}{G_H + G_1 + G_2} = \frac{115 \cdot 5 + 115 \cdot 2,5}{0,2 + 5 + 2,5} = 112 \text{ В.}$$

Принимаем положительные направления токов в ветвях в соответствии с рис. 2.4.3. По второму закону Кирхгофа для ветви генератора с эдс  $E_1$  можно записать уравнение электрического равновесия:

$$U_{12} + I_1 R_{01} = E_1,$$

откуда

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{12}}{R_{01}} = (E_1 - U_{12}) G_1 = (115 - 112) \cdot 5 = 5 \text{ А.}$$

## Задачи

2.4.3) На рис. 2.4.4 приведена мостовая электрическая схема соединения сопротивлений  $R_1 \dots R_5$ . Определить величину и направление тока  $I_5$  в диагонали моста с резистором  $R_5$ , если напряжение источника питания

$U = 150$  В; сопротивления резисторов в плечах моста:  $R_1 = 20$  Ом;  $R_2 = 40$  Ом;  $R_3 = 10$  Ом;  $R_4 = 30$  Ом;  $R_5 = 50$  Ом.

2.4.4) Методом двух узлов определить токи  $I_1 \dots I_3$  в ветвях электрической цепи (рис. 2.4.5). Электродвижущая сила источников:  $E_1 = 60$  В,  $E_2 = 65$  В,  $E_3 = 50$  В. Сопротивления резисторов:  $R_1 = R_2 = 0,5$  Ом;  $R_3 = 1$  Ом. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

2.4.5) Решить задачу 2.1.3 методом узлового напряжения.

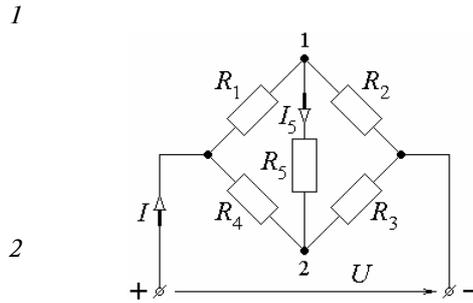


Рис. 2.4.4

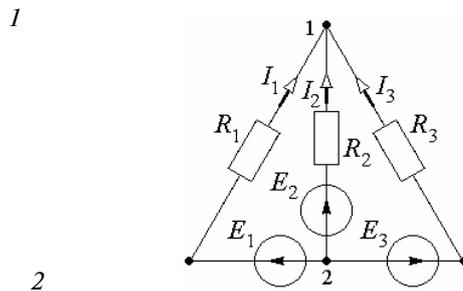
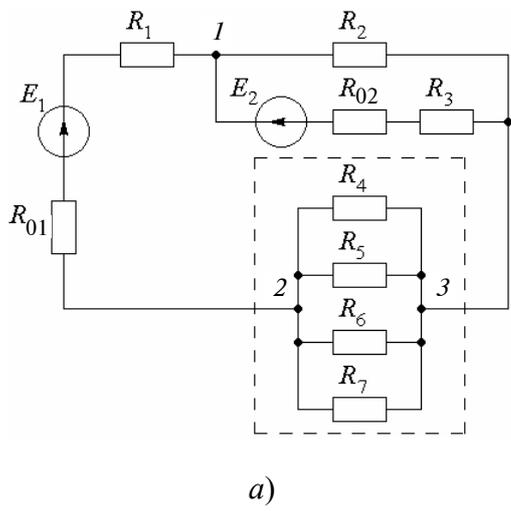


РИС. 2.4.5

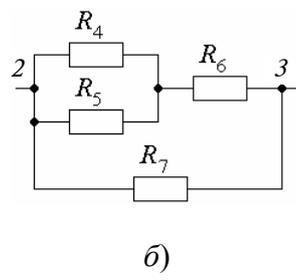
2.4.6) Определить токи в ветвях электрической цепи постоянного тока (рис. 2.4.6, а). Электродвижущая сила источников питания  $E_1$  и  $E_2$ ; внутренние сопротивления  $R_{01}$  и  $R_{02}$ ; сопротивления резисторов  $R_1 \dots R_7$ , а также схема включения резисторов на участке 2 – 3 (ограниченная пунктиром на рис. 2.4.6, б – е) для соответствующих вариантов задания приведены в табл. 2.4.1. Задачу решить методом узлового напряжения.

## 2.5 МЕТОД НАЛОЖЕНИЯ ТОКОВ

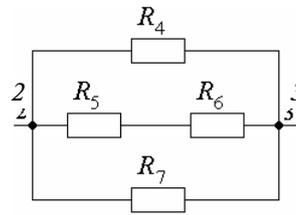
Метод наложения токов (метод суперпозиции) применяется для расчета сложных электрических цепей постоянного тока с несколькими источниками энергии. Наиболее целесообразно применять его при небольшом числе источников. По сравнению с другими методами он имеет преимущества в тех случаях, когда не требуется полный расчет цепи, а можно ограничиться, например, определением токов только в некоторых ветвях электрической цепи.



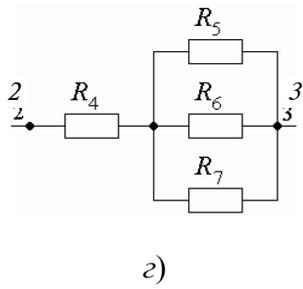
a)



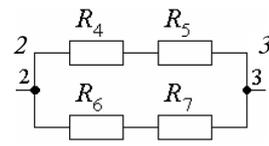
б)



в)

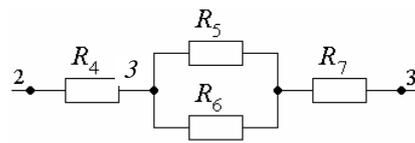


г)



д)

2



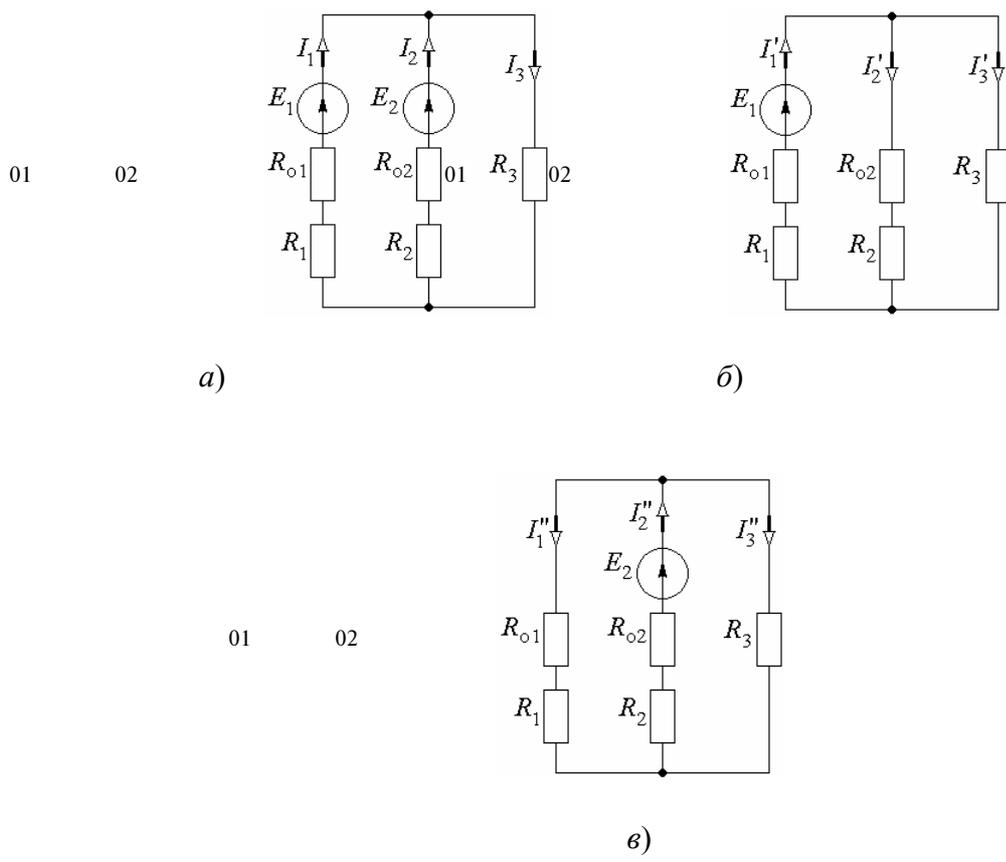
е)

Рис. 2.4.6

В методе наложения электрическая цепь с несколькими источниками эдс и напряжений заменяется расчетными электрическими цепями с одним источником. Число расчетных цепей равно числу источников, действующих в электрической цепи. Источники питания, кроме рассматриваемого, из цепи удаляют, оставляя в цепи только их внутренние сопротивления. В результате расчета каждой преобразованной цепи определяются частичные токи от действия данного источника.

Значение действительных токов ветвей определяется алгебраическим суммированием частичных токов в этих ветвях. Применительно к исходной электрической цепи (рис. 2.5.1, *a*), на которой предва-

рительно нанесены положительные направления токов в ветвях, приведены расчетные электрические цепи (рис. 2.5.2, б – в) для частичных токов от действия эдс



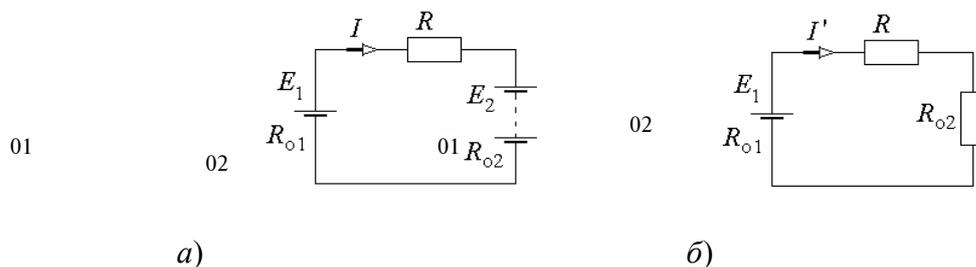
**Рис. 2.5.1**

$E_1$  и  $E_2$ . При расчете этих цепей определяются частичные токи во всех ветвях. С учетом направления частичных токов и токов в ветвях исходной электрической цепи определяют действительные токи в ветвях рассматриваемой цепи путем наложения (алгебраического суммирования) частичных токов в ветвях:

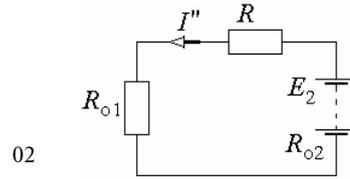
$$I_1 = I'_1 - I''_1; \quad I_2 = I''_2 - I'_2; \quad I_3 = I'_3 + I''_3.$$

**Примеры решения задач**

2.5.1) Определить ток  $I$  в электрической цепи постоянного тока (рис. 2.5.2, а), а также диапазон изменения сопротивления резистора  $R$  для зарядки аккумуляторной батареи до эдс  $E_2 = 16$  В в конце зарядки при неизменном токе нагрузки цепей. Сопротивление резистора  $R = 4$  Ом; эдс генератора  $E_1 = 36$  В; внутреннее сопротивление  $R_{01} = 0,3$  Ом. Электродвижущая сила аккумуляторной батареи в начале зарядки  $E_2 = 12$  В; ее внутреннее сопротивление  $R_{02} = 0,01$  Ом. Задачу решить методом наложения.



01



02

в)

**Рис. 2.5.2**

*Решение.* По закону Ома для полной цепи ток в цепи при ЭДС  $E_2 = 0$  (рис. 2.5.2, б)

$$I' = \frac{E_1}{R_{01} + R + R_{02}} = \frac{36}{0,3 + 4 + 0,01} = 8,35 \text{ А.}$$

Ток в цепи при ЭДС  $E_1 = 0$  (рис. 2.5.2, в)

$$I'' = \frac{E_2}{R_{01} + R + R_{02}} = \frac{12}{0,3 + 4 + 0,01} = 2,78 \text{ А.}$$

Ток в электрической цепи при наличии обоих источников питания

$$I = I' - I'' = 8,35 - 2,78 = 5,57 \text{ А.}$$

Сопротивление электрической цепи в начале зарядки аккумуляторной батареи при токе  $I = 5,57 \text{ А}$

$$R_{\text{н}} = \frac{E_1 - E_2}{I} = \frac{36 - 12}{5,57} = 4,31 \text{ Ом.}$$

Сопротивление нагрузочного резистора в начале зарядки батареи

$$R' = R_{\text{н}} - (R_{01} + R_{02}) = 4,31 - (0,3 + 0,01) = 4 \text{ Ом.}$$

Сопротивление электрической цепи в конце зарядки аккумуляторной батареи при токе  $I = 5,57 \text{ А}$

$$R_{\text{н}}'' = \frac{E_1 - E_2}{I} = \frac{36 - 16}{5,57} = 3,59 \text{ Ом.}$$

Сопротивление нагрузочного резистора в конце зарядки аккумуляторной батареи при токе  $I = 5,57$

А

$$R'' = R_{\text{н}}'' - (R_{01} + R_{02}) = 3,59 - (0,3 + 0,01) = 3,28 \text{ Ом.}$$

Диапазон изменения сопротивления нагрузочного резистора при заданных условиях

$$K_R = \frac{R'}{R''} = \frac{4,31}{3,28} = 1,31.$$

### Задачи

2.5.2) Электрические машины постоянного тока работают в режиме генераторов (рис. 2.5.3), включены параллельно в сеть с нагрузкой  $R_H = 0,1$  Ом. Один генератор развивает эдс  $E_1 = 20$  В и имеет внутреннее сопротивление  $R_{01} = 0,01$  Ом. Второй генератор развивает эдс  $E_2 = 22$  В и имеет внутреннее сопротивление  $R_{02} = 0,01$  Ом. Определить величины и направления токов  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I$  в ветвях, а также напряжение  $U$  на зажимах генераторов.

01

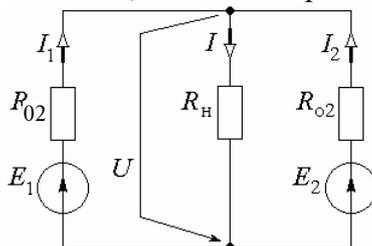


Рис. 2.5.3

2.5.3) В электрической цепи (рис. 2.5.4) эдс аккумуляторной батареи  $E_1 = 8$  В; внутреннее сопротивление аккумуляторной батареи  $R_1 = 0,05$  Ом; эдс генератора  $E_2 = 10$  В; его внутреннее сопротивление  $R_{02} = 0,5$  Ом; сопротивление нагрузки  $R_H = 2$  Ом. Определить токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$  в ветвях цепи. Задачу решить методом наложения.

01

02

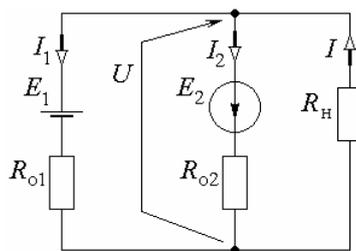


Рис. 2.5.4

2.5.4) Решить задачу 2.4.6 методом наложения.

## 2.6 МЕТОД ЭКВИВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА

1 Одним из удобных расчетных приемов для определения тока в одной выделенной ветви является метод эквивалентного генератора, в основе которого лежит **теорема об активном двухполюснике**: активный двухполюсник в расчетном отношении можно заменить эквивалентным генератором, эдс которого равна напряжению холостого хода на зажимах двухполюсника, а внутреннее сопротивление равно входному сопротивлению того же двухполюсника, но из схемы которого устранены все источники.

2 При исключении источников из схемы, т.е. при превращении активного двухполюсника в пассивный, предполагают, что собственные сопротивления источников эдс в схеме сохраняются, а ветви с идеальным источником тока размыкаются.

3 Искомый ток в рассматриваемой ветви на резисторе определяется по формуле

$$I = \frac{U_{\text{хх}}}{R_{\text{вх}} + R} = \frac{E_3}{R_3 + R},$$

где  $U_{\text{хх}} = E_3$  – напряжение холостого хода эквивалентного генератора с эдс  $E_3$  и определяется из исходной электрической цепи в режиме холостого хода при отключенном сопротивлении ветви  $R$ ;  $R_{\text{вх}} = R_3$  – эквивалентное сопротивление двухполюсника, равное его входному сопротивлению.

4 Рекомендации к расчету по методу эквивалентного генератора. Для расчета тока в сопротивлении  $R$  следует сначала отключить это сопротивление. При определении параметров эквивалентного генератора расчетным путем необходимо вычертить две схемы.

Первая схема служит для определения  $U_{xx} = E_0$  и отличается от исходной тем, что исследуемая ветвь разрывается. Методом контурных токов, методом уравнений Кирхгофа или другим методом рассчитывают напряжение между точками разрыва.

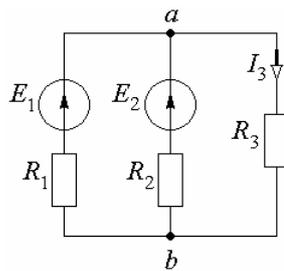
Вторая схема служит для определения  $R_{вх} = R_0$ ; в ней, в соответствии с правилами, указанными в п. 2 данного параграфа, исключают источники и находят входное сопротивление относительно зажимов выделенной ветви. Если выделенная ветвь содержит источник эдс, то последнюю учитывают при определении  $U_{xx}$ . Наконец, по формуле, приведенной в п. 3, рассчитывают искомый ток.

### Примеры решения задач

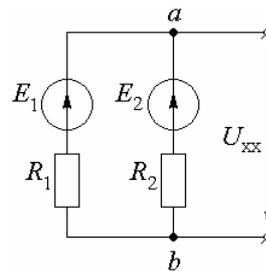
2.6.1) Для схемы (рис.2.6.1, а) заданы эдс  $E_1 = 72$  В и сопротивления:  $R_1 = 3$  Ом;  $R_2 = 4$  Ом;  $R_3 = 12$  Ом. Найти ток  $I_3$  в ветви с сопротивлением  $R_3$ .

*Решение.* В соответствии с порядком расчета отключим сопротивление  $R_3$  и найдем напряжение  $U_{xx}$  и входное сопротивление  $R_{вх}$ . Для этого вычерчиваем вспомогательные схемы (рис. 2.6.1, б – в). Используя метод двух узлов для схемы, показанной на рис. 2.6.1, б, получим

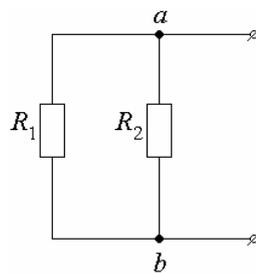
$$U_{xx} = \frac{E_1 G_1 + E_2 G_2}{G_1 + G_2} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{\frac{72}{3} + \frac{48}{4}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{36 \cdot 12}{7} \text{ В.}$$



а)



б)



в)

Рис. 2.6.1

Так как при исключенных эдс  $E_1$  и  $E_2$  сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  включены параллельно (рис. 2.6.1, в), то входное сопротивление  $R_{вх}$  между выводами  $a$  и  $b$

$$R_{\text{вх}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \cdot 4}{3 + 4} = \frac{12}{7} \text{ Ом.}$$

Ток в ветви с резистором  $R_3$

$$I_3 = \frac{U_{\text{xx}}}{R_{\text{вх}} + R_3} = \frac{36 \cdot 12}{7 \left( \frac{12}{7} + 12 \right)} = 4,5 \text{ А.}$$

2.6.2) Найти ток  $I_H$  в схеме (рис. 2.6.2, а), если  $E = 30 \text{ В}$ ,  $R_1 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 60 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 15 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 45 \text{ Ом}$ , а сопротивление  $R_H$  принимает значения  $0$ ;  $30 \text{ Ом}$ ;  $90 \text{ Ом}$ ;  $270 \text{ Ом}$ ;  $\infty$ .

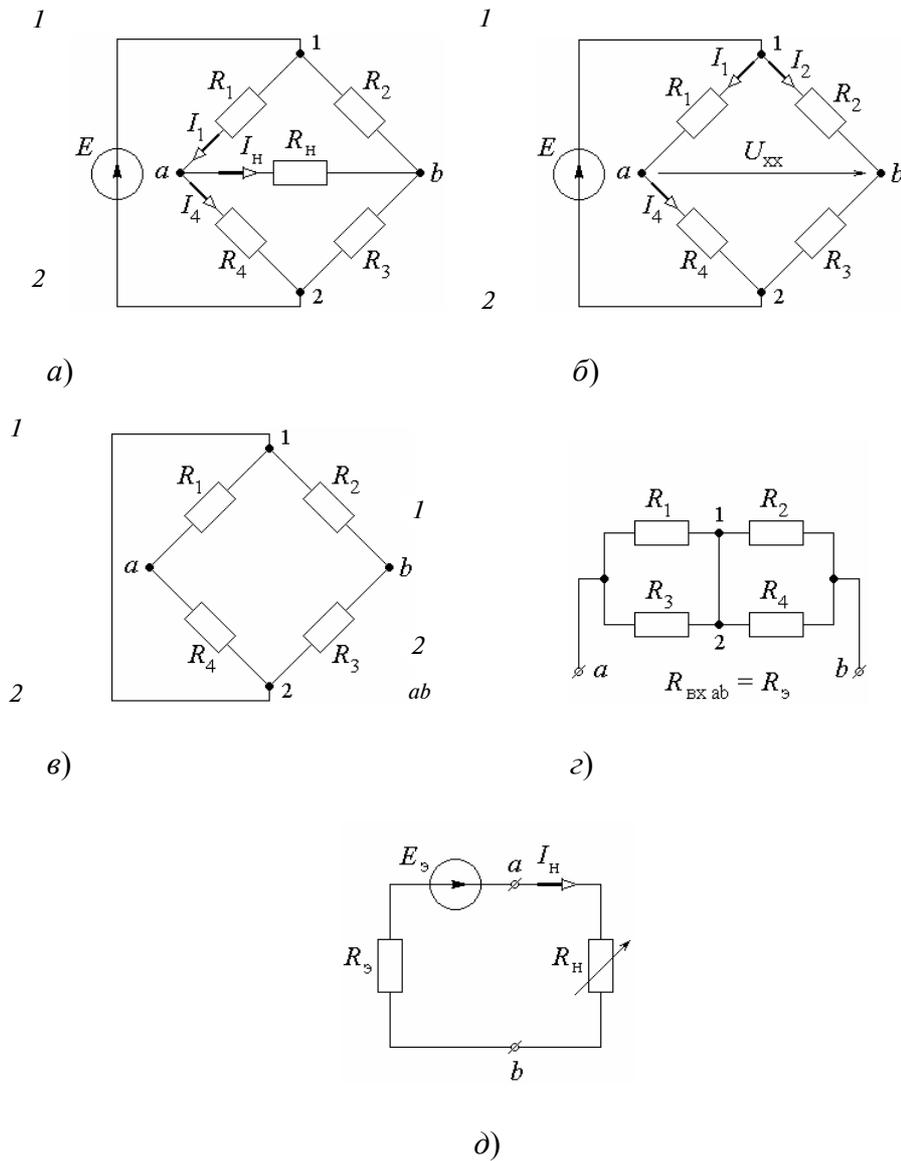


Рис. 2.6.2

*Решение.* Используя метод эквивалентного источника, выделяем ветвь  $a - b$  (рис. 2.6.2, а), а всю остальную часть схемы рассматриваем как активный двухполюсник. Для определения параметров этого двухполюсника разомкнем ветвь  $a - b$  и найдем напряжение  $U_{ab} = U_{\text{xx}}$  (рис. 2.6.2, б). Сопротивления  $R_1$  и  $R_4$  (а также  $R_2$  и  $R_3$ ) оказываются включенными последовательно. Напряжение  $U_{\text{xx}}$ , равное эдс эквивалентного генератора, определяем по второму закону Кирхгофа для контура  $abla$

$$U_{xx} + I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0,$$

откуда

$$U_{xx} = -I_1 R_1 + I_2 R_2 = -R_1 \frac{E}{R_1 + R_4} + R_2 \frac{E}{R_2 + R_3} = -30 \frac{30}{75} + 60 \frac{30}{75} = 12 \text{ В.}$$

Следовательно,

$$E_3 = U_{xx} = 12 \text{ В.}$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора равно входному сопротивлению цепи относительно выводов  $a - b$  пассивного двухполюсника (рис. 2.6.2, в), в котором сопротивления  $R_1$  и  $R_4$  (также, как  $R_2$  и  $R_3$ ) соединены параллельно, поэтому:

$$R_{a1} = \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4}; \quad R_{1b} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$

Эквивалентное сопротивление  $R_{вх ab}$  включенных последовательно сопротивлений  $R_{a1}$  и  $R_{1b}$  (рис. 2.6.2, з)

$$R_{вх ab} = R_{a1} + R_{1b} = 30 \text{ Ом.}$$

Следовательно, внутреннее сопротивление эквивалентного генератора

$$R_3 = R_{вх ab} = 30 \text{ Ом.}$$

Окончательная расчетная схема (рис. 2.6.2, д) принимает вид одноконтурной цепи, состоящей из эквивалентного источника с эдс  $E_3$  и внутренним сопротивлением  $R_3$ , который заменяет активный двухполюсник, и нагрузки  $R_n$  с переменным значением сопротивления. В этой цепи ток  $I_n$  определяется по закону Ома

$$I_n = \frac{E_3}{R_3 + R_n}.$$

Подставляя в последнее соотношение заданные значения  $R_n$ , получаем:

$$I_n = 0,4 \text{ А; } 0,2 \text{ А; } 0,01 \text{ А; } 0.$$

### ЗАДАЧИ

2.6.3) Определить параметры эквивалентного генератора относительно выводов 2 и 3 схемы (рис. 2.3.11), считая  $E = 12 \text{ В}$ ;  $R_1 = 0 \text{ Ом}$ ;  $R_{12} = R_{31} = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = R_3 = 15 \text{ Ом}$ .

2.6.4) Определить параметры эквивалентного источника напряжения и тока, если показания прибо-

ров в опытах XX и K3 10 В и 0,5 А.

2.6.5) Построить графики зависимости тока и мощности в ветви 2 – 4 (рис. 2.6.3) от сопротивления в этой ветви, если известно, что  $E_1 = 120$  В;  $E_2 = 100$  В;  $R_1 = 0$  Ом;  $R_3 = 30$  Ом;  $R_4 = 30$  Ом;  $R_2$  изменяется от нуля до бесконечности.

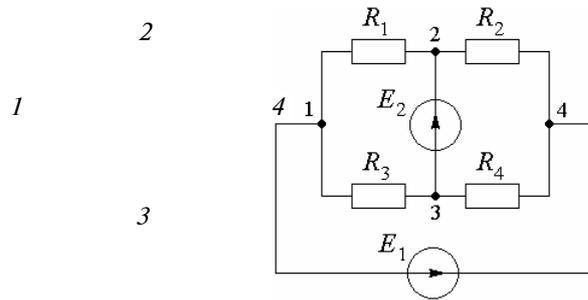


Рис. 2.6.3

2.6.6) Опытным путем был получен участок зависимости тока  $I$  в активном двухполюснике от напряжения  $U$  на входе этого двухполюсника (рис. 2.6.4). Определить параметры схемы замещения этого двухполюсника для схемы: а) с источником эдс; б) с источником тока.

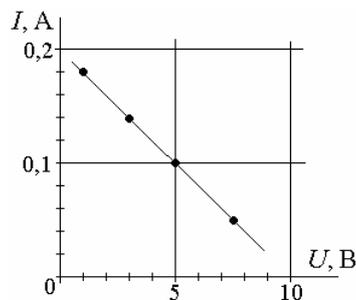


Рис. 2.6.4

2.6.7) Определить ток  $I_3$  в цепи (рис. 2.6.5) методом эквивалентного генератора, если  $E_1 = 20$  В;  $j = 1$  А;  $R_1 = 10$  Ом;  $R_2 = 10$  Ом;  $R_3 = 5$  Ом;  $R_4 = 15$  Ом;  $R_5 = 5$  Ом;  $R_6 = 5$  Ом.

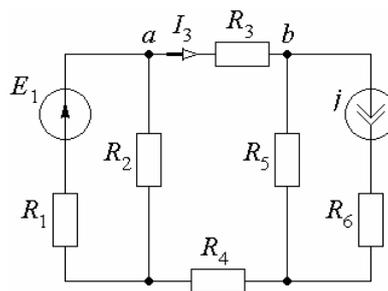


Рис. 2.6.5

2.6.8) Методом эквивалентного генератора определить ток  $I_5$  в диагоналях  $ab$  мостовых схем, показанных на рис. 2.6.6,  $a - z$ . Параметры элементов схем:  $j = 1$  А;  $E_6 = 5,1$  В;  $E_5 = 1$  В;  $R_1 = 1$  Ом;  $R_2 = 2$  Ом;  $R_3 = 3$  Ом;  $R_4 = 4$  Ом;  $R_5 = 0,6$  Ом;  $R_6 = 3$  Ом.

2.6.9) Переключатель П в схеме рис. 2.6.7 может находиться в трех положениях. Когда он находит-

ся в положении 1 ток  $I = I_1 = 100$  мА, в положении 2 – ток  $I = I_2 = 50$  мА, в положении 3 – ток  $I = I_3 = 20$  мА. Сопротивление резистора  $R_2 = 1$  кОм. Определить сопротивление резистора  $R_3$ , входное сопротивление двухполюсника относительно точек  $a - b$  и напряжение холостого хода  $U_{ab\text{хх}}$ .

2.6.10) В схеме (рис. 2.6.8)  $E_3 = 100$  В,  $R_3 = 2$  Ом,  $I = 3$  А. Определить напряжение  $U_{ab}$  и режим работы активного элемента  $E_3$ .

2.6.11) Определить напряжение  $U_{ab}$  и режим работы активного элемента в задаче 2.6.10, если истинное направление тока изменится на противоположное (рис. 2.6.8).

2.6.12) При каком значении сопротивления резистивного элемента  $R_3$  (рис. 2.6.9) в нем выделяется максимальная мощность, если  $R_1 = 6$  Ом;  $R_2 = 8$  Ом; напряжение  $U = 110$  В?

2.6.13) Определить ток в ветви  $ab$  (рис. 2.6.10), если  $E_1 = 20$  В;  $i = 10$  А;  $R_1 = 4$  Ом;  $R_2 = 2$  Ом;  $R_3 = 6$  Ом;  $R_4 = 4$  Ом;  $R_5 = 10$  Ом.

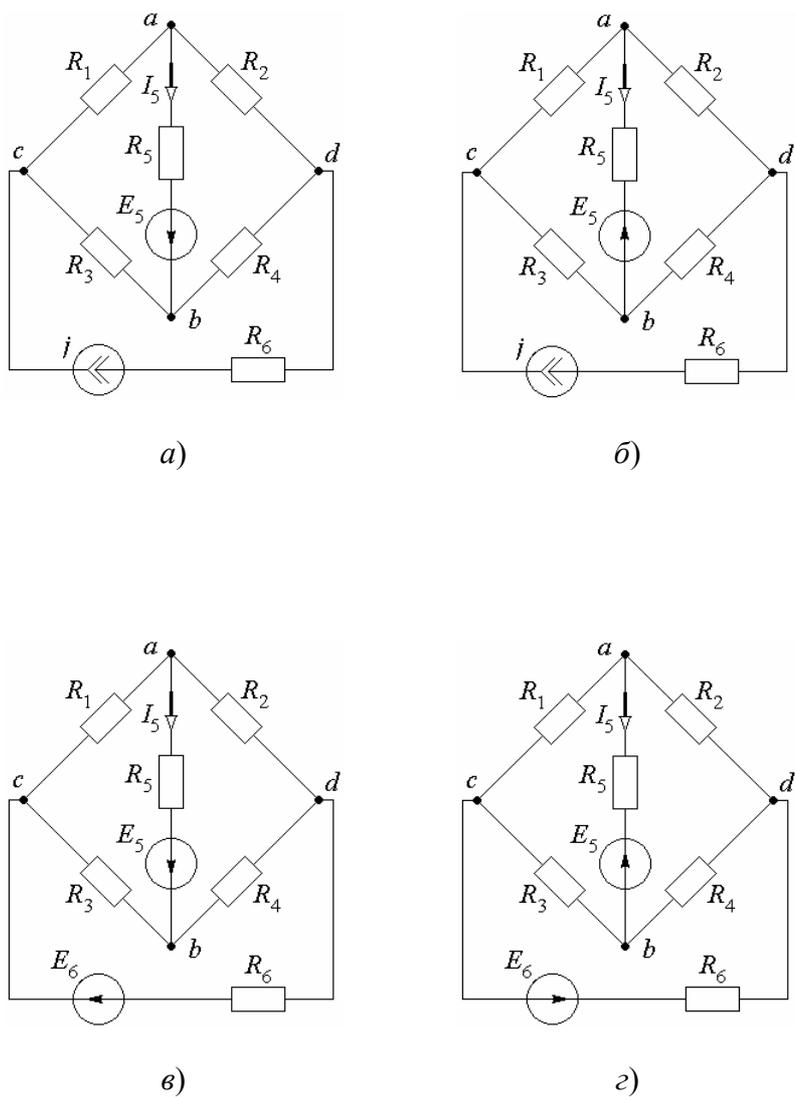


Рис. 2.6.6

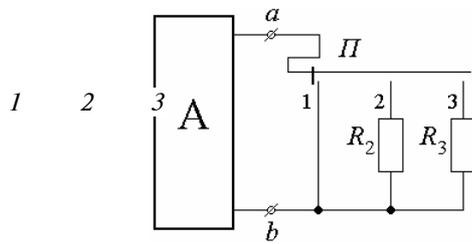


Рис. 2.6.7

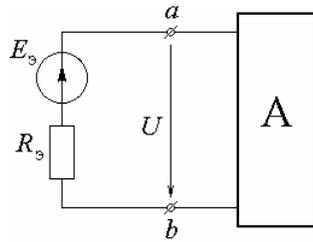


Рис. 2.6.8

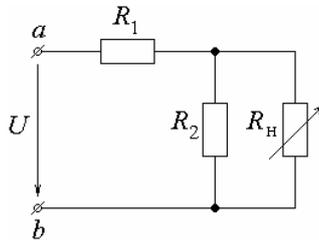


Рис. 2.6.9

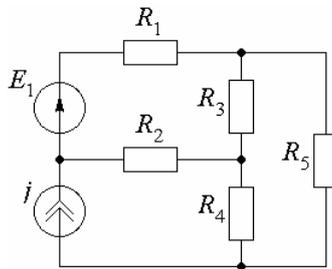


Рис. 2.6.10

2.6.14) Определить токи в термочувствительном элементе  $R_t$  и в измерительной диагонали моста с сопротивлением  $R_4$  (рис. 2.6.11) при температуре  $t = 180^\circ\text{C}$ , если заданы эдс  $E = U_{\text{вх}} = 1\text{ В}$  и сопротивления  $R_1 = 100\text{ Ом}$ ;  $R_3 = 1\,000\text{ Ом}$ . Термочувствительный элемент выполнен из меди и при  $t = 0^\circ\text{C}$  имеет сопротивление  $R_0 = 53\text{ Ом}$ , температурный коэффициент сопротивления  $\alpha = 0,000\,427\text{ Ом}/^\circ\text{C}$ . Сопротивление определяется из условий равновесия моста при  $t = 0^\circ\text{C}$ . Сопротивление  $R_4$  равно выходному сопротивлению моста при  $t = 0^\circ\text{C}$ .

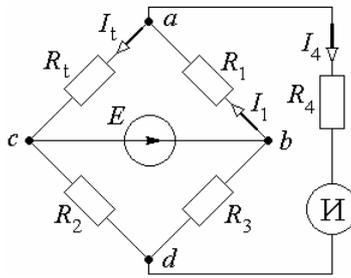


Рис. 2.6.11

2.6.15) Определить токи в кремниевом тензодатчике  $R_g$  и в диагонали моста (рис. 2.6.12), если известно, что напряжение  $U = 15$  В; сопротивления:  $R_2 = R_4 = 270$  Ом,  $R_1 = 30$  Ом,  $R_5 = 54$  Ом. Сопротивление датчика с учетом деформации  $R_g = 40$  Ом.

$g$   
 $g$

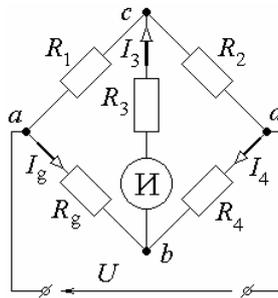
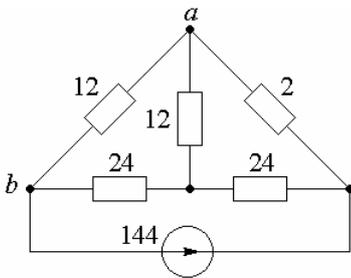
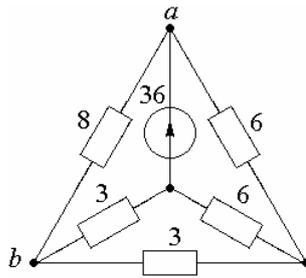


Рис. 2.6.12

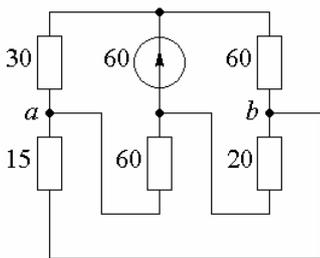
2.6.16) Определить ток в ветви  $a - b$  (рис. 2.6.13).



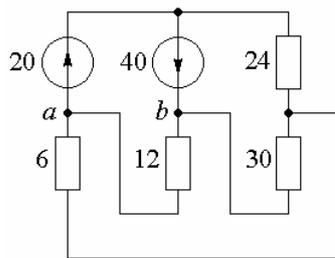
а)



б)



в)



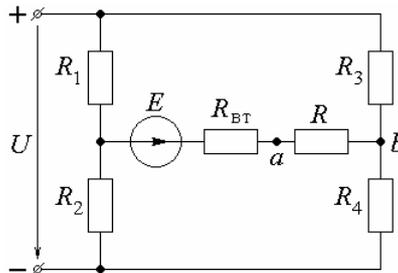
г)

**Рис. 2.6.13**

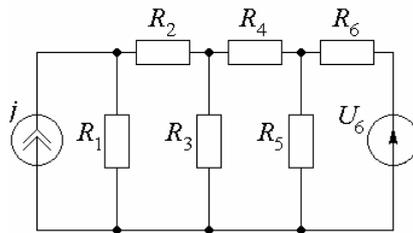
2.6.17) В электрической цепи (рис. 2.6.14)  $U = 100$  В,  $E = 40$  В,  $R_1 = R_4 = 30$  Ом,  $R_2 = R_3 = 20$  Ом,  $R = 15$  Ом,  $R_{вт} = 1$  Ом. Пользуясь методом эквивалентного генератора, определить ток  $I$  в резисторе  $R$  и напряжение  $U_{ab}$ .

2.6.18) В цепи постоянного тока (рис. 2.6.15)  $j = 4$  А,  $U_6 = 6$  В,  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 2$  Ом. Определить ток в ветви  $R_3$ .

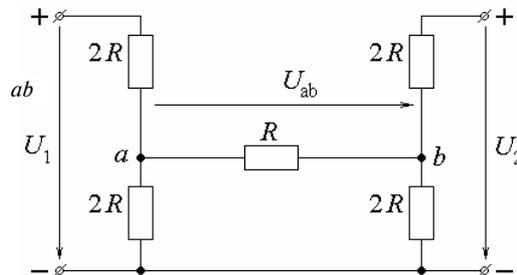
2.6.19) В цепи (рис. 2.6.16)  $U_1 = 2U_2 = 180$  В. Определить напряжение  $U_{ab}$  для двух случаев: 1) при полярностях напряжений  $U_1$  и  $U_2$ , указанных на схеме; 2) при обратной полярности напряжения  $U_2$ .



**Рис. 2.6.14**



**Рис. 2.6.15**



**Рис. 2.6.16**

2.6.20) Для схемы (рис. 2.6.17) заданы значения сопротивлений  $R_1 = 2$  кОм,  $R_2 = R_4 = 5$  кОм,  $R_5 = 4$  кОм. Определить ток в ветви с резистором  $R_3$ , если  $E_1 = 300$  В,  $E_2 = 500$  В.

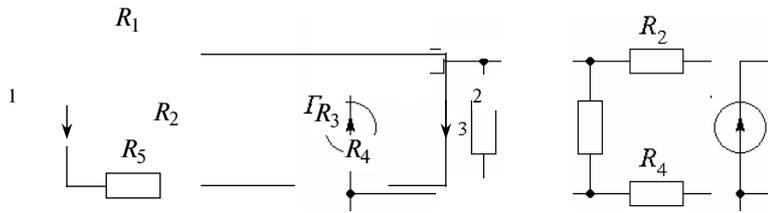


Рис. 2.6.17

2.6.21) На рис. 2.6.18 дана резистивная цепь, сопротивления которой равны, Ом:  $R_{вт} = 15$ ,  $R_1 = R_2 = R_3 = 30$ ,  $R_4 = R_5 = 6$ ,  $R_6 = 2$ ,  $R_7 = 10$ ,  $R_8 = R_9 = 20$ . Определить входное сопротивление цепи и ток через  $R_4$ , используя метод эквивалентного генератора.

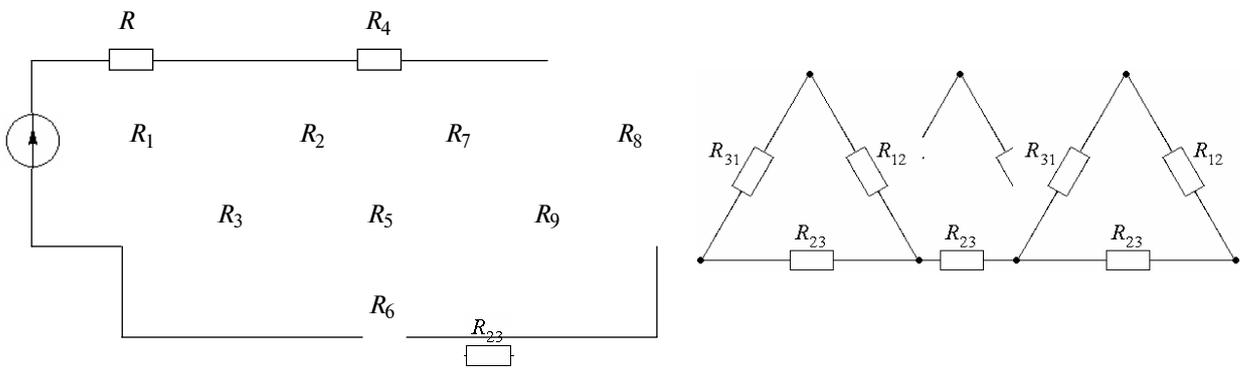


Рис. 2.6.18

2.6.22) В цепи (рис. 2.6.19):  $E_1 = 16$  В,  $E_2 = 12$  В,  $R_1 = R_3 = 2$  Ом,  $R_2 = 3$  Ом. Определить напряжение на сопротивлении  $R_3$ . Найти величину эдс  $E_2$ , при которой ток в сопротивлении  $R_3$  будет равен нулю.

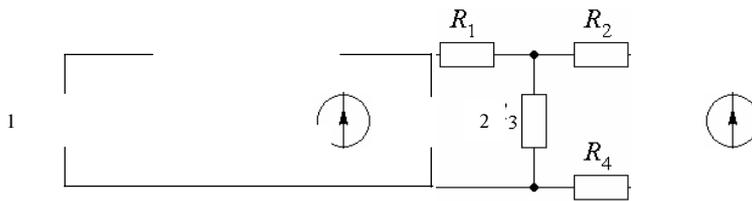


Рис. 2.6.19

2.6.23) Схема цепи показана на рис. 2.6.20; сопротивления, Ом:  $R_1 = 1$ ,  $R_2 = R_4 = 2$ ,  $R_3 = 3$ ,  $R_5 = R_6 = 4$ ,  $E_1 = 10$  В,  $E_2 = 5$  В,  $E_4 = 2$  В,  $j = 1$  А. Используя метод эквивалентного генератора, определить ток  $I_3$ .

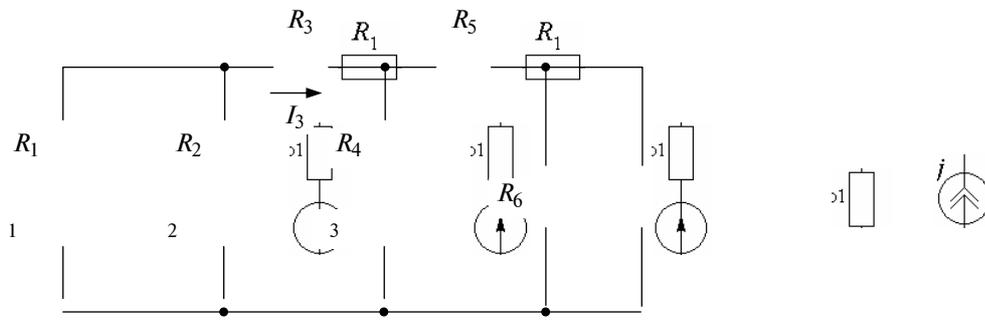


Рис. 2.6.20

2.6.24) В произвольной цепи, содержащей резистивные элементы и источники, выведены зажимы  $a$  и  $b$ . Напряжение на зажимах  $U_{ab} = 4$  В, а при коротком замыкании зажимов  $I_{ab\text{к}} = 2$  А. Определить ток резистивного элемента  $R_{ab} = 6$  Ом, если его включить в зажимам  $a$  и  $b$ .

2.6.25) В цепи (рис. 2.6.21) резисторы имеют  $R = 2$  Ом,  $E_1 = 8$  В,  $E_2 = 4$  В. Определить ток в ветви 1–2, используя метод эквивалентного генератора и метод контурных токов.

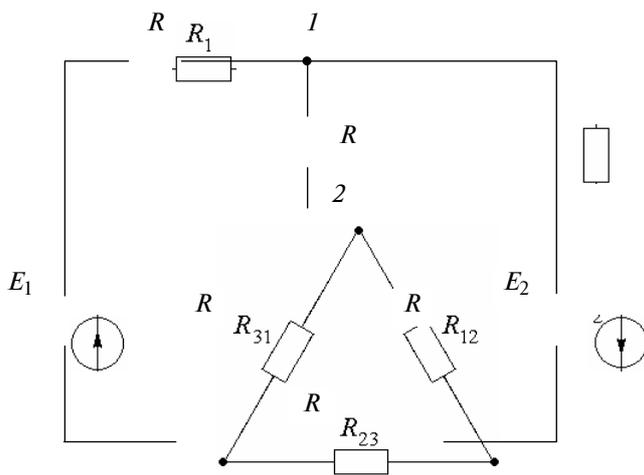


Рис. 2.6.21

## ОТВЕТЫ

---

### 1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ. ПРОСТЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

#### 1.1 Электрические величины и элементы цепей

- 1.1.4 80 Ом
- 1.1.5 54 Ом
- 1.1.6 250 Вт;  $\approx 4,55$  А;  $\approx 2,27$  А
- 1.1.8 75 мкм/с
- 1.1.9 В 5,3 раза
- 1.1.10  $2,72 \cdot 10^{-21}$  Н
- 1.1.11 900 Дж
- 1.1.12  $65 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$
- 1.1.13 1 Ом; 36 Вт
- 1.1.14  $70^\circ\text{C}$
- 1.1.15 540 м; 38 Ом
- 1.1.16 0,91 А; 242 Ом
- 1.1.17  $0,72 \text{ А}/\text{мм}^2$
- 1.1.18 225 В; 97,8 %
- 1.1.19 10 кВт; 45,5 А
- 1.1.20 7 В
- 1.1.25 50 кВт; 100 кВт; 100 В; 100 В

#### 1.2 Закон Ома

- 1.2.3  $E_2 = \frac{E_1 R}{R + R_{\text{вТ1}}}$
- 1.2.4  $U_2 = \frac{[(E_1 - E_2)U_1 - 2E_1 E_2]}{E_1 + E_2}$
- 1.2.7  $\approx 34,3$  В;  $\approx 1,43$  Ом
- 1.2.8  $R_{3\text{ В}} = 1000$  Ом;  $R_{5\text{ В}} = 5\,000$  Ом;  $R_{150\text{ В}} = 50$  кОм
- 1.2.9  $R_{\text{xx}} = \frac{R_1 [UR_2 - I(R_r R_2 + R_r R_3 + R_1 R_3)]}{UR_3 + I(R_r R_2 + R_r R_3 + R_1 R_3 + R_2 R_1 + R_2 R_3)}$
- 1.2.11 16,7 Ом

$$1.2.12 \quad E = \frac{E_1 R_2 + E_2 R_1}{R_1 + R_2}$$

$$1.2.13 \quad 1) U = \frac{R_{BT1}(E_1 + E_2 + E_3)}{R_{BT1} + R_{BT2} + R_{BT3}}; \quad 2) U = 0$$

1.2.15 0,2 А

1.2.16 1 А

1.2.17 2 Ом; 76 В

1.2.18 -24 В; от точки 4 к точке 3 цепи

1.2.19 3 А; 45 В; 21 В

1.2.20 1,65 А; 4,25 А; 2,60 А

1.2.21 2 А; 1 А.

1.2.23 10 мА; -10 мА; 0; -50 В

1.2.24 20 В; 2 Ом.

1.2.25 2 А; 0,2 См

## 2 МЕТОДЫ РАСЧЕТА СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

### 2.3 Метод эквивалентных преобразований

2.3.3 10 А; 4 А; 97 %

2.3.4 80 В; 400 Вт

2.3.5 2,5 А; 4,5 А; 1 А; 2 А; 47 В

2.3.8 7,5 Ом; 1,6 Ом; 2 Ом; 2 Ом; 4 Ом; 3 Ом

2.3.11 30 А; 0,5 См; 50 Вт; 125 Вт

2.3.12 5 В; 10 Ом;  $R_H = R_{BT}$

2.3.13 15 В; 1 Ом

$$2.3.14 \quad R_{xx} = \frac{R R_2}{R_1}$$

$$2.3.15 \quad E = \frac{E_1 R_{BT2} + E_2 R_{BT1}}{R_{BT1} + R_{BT2}}; \quad R_{BT} = \frac{R_{BT1} R_{BT2}}{R_{BT1} + R_{BT2}}$$

$$2.3.16 \quad E = \frac{I_4}{R_3 R_5} [R_1(R_2 R_5 + R_3 R_5 + R_4 R_5 + R_3 R_4) + R_3(R_2 R_4 + R_2 R_5 + R_4 R_5)]$$

2.3.17 1,64 А; 2,36 А; 1,82 А; 2,54 А; 0,18 А

$$2.3.18 \quad R_4 = \frac{U_{21}(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)}{R_2 R_3 I - U_{21}(R_2 + R_3)}$$

2.3.19 72 В

2.3.20 100 Вт

2.3.21 40 А; 13,33 А; 8,9 А; 26,7 А; 17,8 А

2.3.22 40 В

2.3.23 10 А

### 2.6 Метод эквивалентного генератора

2.6.3 16 В; 6 Ом

2.6.4 10 В; 20 Ом; 0,5 А; 0,05 См

- 2.6.9 4 кОм; 1 кОм; 100 В
- 2.6.10 94 В
- 2.6.11 106 В
- 2.6.12 3,43 Ом
- 2.6.13 4,9 А
- 2.6.14 0,093 мА
- 2.6.15 45 мА; 49 мА
- 2.6.16 12 А; 3 А; 0,7 А
- 2.6.17 0,5 А; 7,5 В
- 2.6.18 1,38 А
- 2.6.19 15 В; 45 В

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

---

- 1 Волынский Б.А., Зейн Е.Н., Шатерников В.Е. Электротехника. М.: Энергоатомиздат, 1987. 528 с.
- 2 Касаткин А.С., Немцов М.В. Электротехника. М.: Высшая школа, 1999. 542 с.
- 3 Рекус Г.Г., Белоусов А.И. Сборник задач по электротехнике и основам электроники. М.: Высшая школа, 1991. 416 с.
- 4 Сборник задач по теоретическим основам электротехники / Под ред. Л.А. Бессонова. М.: Высшая школа, 1980. 472 с.
- 5 Сборник задач по электротехнике и основам электроники / Под ред. В.Г. Герасимова. М.: Высшая школа, 1987. 288 с.
- 6 Липатов Д.Н. Вопросы и задачи по электротехнике для программированного обучения. М.: Энергоатомиздат. 1984. 360 с.