Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Санкт-Петербургский государственный горный университет

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Сборник задач

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2011

УДК 530.10 (075.8)
ББК 22.33
Э455

Авторы:
А.С.Мустафаев, С.В.Егоров, И.И.Парфенова, Н.С.Пщелко, Н.Н.Смирнова, Т.В.Стоянова, В.В.Томаев, В.В.Фицак

Сборник задач охватывает основные разделы курса «Общая физика-II»: электрическое поле и его характеристики, теорема Остроградского – Гаусса для электрического поля в вакууме, проводники и диэлектрики в электрическом поле, энергия электрического поля, законы постоянного тока, электрический ток в газах и плазме, магнитное поле в вакууме, движущиеся заряды и проводники с токами в магнитном поле, магнитное поле в веществе, электромагнитная индукция. В каждом разделе сборника приведены основные понятия, законы и формулы, примеры решения задач, а также задания для самостоятельного решения.

Пособие соответствует требованиям, предъявляемым к знаниям студентов технических специальностей вузов, и адресовано студентам всех специальностей и всех форм обучения.

Научный редактор проф. *А.С.Мустафаев*

Рецензенты: Отделение общей и технической физики ИТФ РАН; канд. физ.-мат. наук ст. преподаватель *А.Б.Уткин* (Санкт-Петербургский государственный университет).

Э455 **Электродинамика:** Сборник задач / А.С.Мустафаев, С.В.Егоров, И.И.Парфенова, Н.С.Пщелко, Н.Н.Смирнова, Т.В.Стоянова, В.В.Томаев, В.В.Фицак; Санкт-Петербургский государственный горный университет. СПб, 2011. 95 с.
ISBN 978-5-94211-513-5

УДК 530.10 (075.8)
ББК 22.33

ISBN 978-5-94211-513-5

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ТЕЛ

Основные формулы

Закон Кулона

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r},$$

где F – сила взаимодействия точечных зарядов q_1 и q_2; r – расстояние между зарядами; $\vec{r}$ – радиус-вектор, численно равный расстоянию между зарядами; ε – диэлектрическая проницаемость среды, в которой находятся заряды; ε_0 – электрическая постоянная, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м (см. прил.1).

Закон сохранения заряда

$$\sum_{i=1}^{n} q_i = \text{ñînst},$$

где $\sum_{i=1}^{n} q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, входящих в изолированную систему; n – число зарядов.

Примеры решения задач

1. В центр квадрата со стороной a, в каждой вершине которого находится заряд $q = 2{,}33$ нКл, помещен отрицательный заряд q_0. Найти этот заряд, если на каждый заряд q действует результирующая сила $F = 0$.

Решение. Рассмотрим силы, действующие на любой из зарядов в вершинах, например на заряд q_2 (рис.1). Со стороны зарядов q_1, q_3, q_4 на него действуют силы соответственно $\vec{F_1}$, $\vec{F_3}$ и $\vec{F_4}$, причем

Дано:
$q = 2{,}33$ нКл
$q_0 = ?$

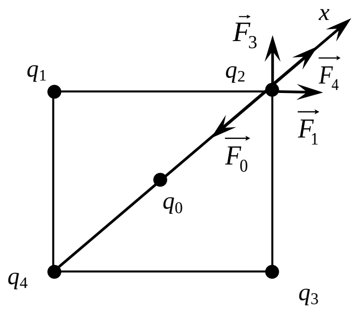

Рис.1

$F_1 = F_3 = kq^2/a^2$, $F_4 = kq^2/(2a^2)$, где $k = 1/(4\pi\varepsilon_0)$. Сила, действующая на заряд q_2 со стороны заряда q_0, $F_0 = 2kq|q_0|/a^2$. Условие равновесия заряда

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_0 = 0. \qquad (1).$$

В проекции на ось x уравнение (1) имеет вид

$$F_1\cos 45^{\circ} + F_3\cos 45^{\circ} + F_4 - F_0 = 0$$

или

$$\frac{2kq^2}{a^2}\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2kq|q_0|}{a^2} + \frac{kq^2}{2a^2} = 0 .$$

Отсюда находим $|q_0| = \frac{q}{4}\left(1+2\sqrt{2}\right) = 0{,}95q$; $|q_0| = \frac{2{,}33\cdot 10^{-9}}{4}\left(1+2\sqrt{2}\right) =$ 2,23 нКл.

Ответ: $q_0 = -2{,}23$ нКл.

2. В углах при основании равнобедренного треугольника с боковой стороной 8 см расположены заряды Q_1 и Q_2. Определить силу, действующую на заряд 1 нКл, помещенный в вершине треугольника. Угол при вершине 120°. Рассмотреть два случая: $Q_1 = Q_2 = 2$ нКл и $Q_1 = -Q_2 = 2$ нКл.

Дано:
$|Q_1| = |Q_2| = 2\cdot 10^{-9}$ Кл
$Q_3 = 10^{-9}$ Кл
$r = 0{,}08$ м
$\alpha = 30°$
$\varepsilon = 1$

$F_1 = ?$
$F_2 = ?$

Решение. В соответствии с принципом суперпозиции поле каждого из зарядов Q_1 и Q_2 действует на заряд Q_3 независимо. Это значит, что на заряд Q_3 действуют силы (рис.2)

$$F_{13} = \frac{Q_1Q_3}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}\ ;\ F_{23} = \frac{Q_2Q_3}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} .$$

Так как $|Q_1| = |Q_2|$, то $|F_{13}| = |F_{23}|$. Векторная сумма $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ является искомой величиной. Модуль силы определяется по теореме косинусов

$$F = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2 + 2F_{13}F_{23}\cos\beta}\ .$$

Из рис.2 видно, что в случае одноименных зарядов Q_1 и Q_2 угол $\beta = 120°$, поэтому $F_1 = F_{13} = = F_{23}$. Тогда

$$F_1 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}\ ;$$

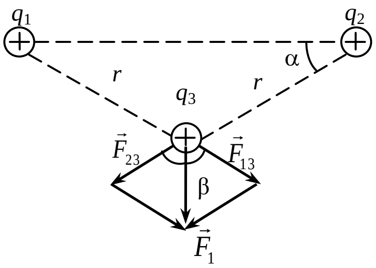

Рис.2

$$F_1 = \frac{2\cdot 10^{-9}\ \text{Êë}\ \cdot 1\cdot 10^{-9}\ \text{Êë}}{4\cdot 3{,}14\cdot 1\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\ \text{Ô/ì}\ \cdot 64\cdot 10^{-4}\ \text{ì}^2} =$$

$$= 2{,}8\cdot 10^{-6}\ \text{Í}\ = 2{,}8\ \text{ìêÍ}\ .$$

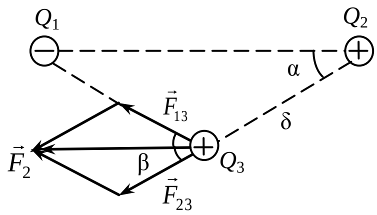

Рис.3

Случай разноименных зарядов Q_1 и Q_2 представлен на рис.3. Видно, что угол $\beta = 60°$ и, следовательно,

$$F_2 = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2 + 2F_{13}F_{23}\cos\beta} = F_1\sqrt{3};$$

$$F_2 = 2{,}8\cdot 10^{-6}\ \text{Í}\ \sqrt{3} = 4{,}8\cdot 10^{-6}\ \text{Í}\ = 4{,}8\ \text{ìêÍ}.$$

Ответы: $F_1 = 2{,}8\ \text{ìêÍ}\ ; F_2 = 4{,}8\ \text{ìêÍ}\ .$

Дано:
r = 1 см
$q = 4\cdot 10^{-6}$ Кл
$\alpha_1 = 90°$
$\alpha_2 = 60°$
ρ = 800 кг/м^3
l = 1 м
m = ?
ε = ?

3. Два маленьких одноименно заряженных шарика радиусом r = 1 см подвешены на двух нитях длиной l = 1 м. Заряды шариков $q = 4\cdot 10^{-6}$ Кл. Нити, на которых подвешены шарики, составляют угол $\alpha_1 = 90°$. Определить массу шариков. Определить диэлектрическую проницаемость диэлектрика, если его плотность $\rho = 0{,}8\cdot 10^{-3}$ кг/м^3 при условии, что при погружении шариков в жидкий однородный диэлектрик угол между нитями $\alpha_2 = 60°$.

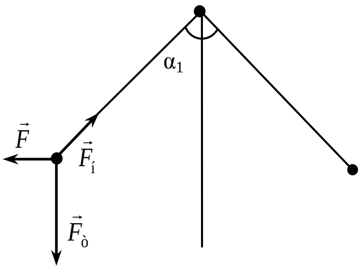

Рис.4

Решение. Очевидно, что условия равновесия для обоих шариков одинаковы, поэтому рассмотрим один из них. В воздухе на шарик действуют три силы (рис.4): сила Кулона $\vec{F}$, сила натяжения нити $\vec{F}_{\text{í}}$, сила тяжести $\vec{F}_{\text{ò}} = m\vec{g}$. Условие равновесия шарика

$$\vec{F} + \vec{F}_{\text{í}} + \vec{F}_{\text{ò}} = 0,$$

или в проекциях на оси координат x и y соответственно

$$\begin{aligned} &F - F_{\text{í}} \sin \alpha_1 / 2 = 0; \\ &F_{\text{í}} \cos \alpha_1 / 2 - mg = 0. \end{aligned} \qquad (2)$$

Расстояние между шариками $r = 2l\sin(\alpha_1/2)$. Кулоновская сила определится формулой

$$F = k\frac{q^2}{4l^2\sin^2(\alpha_1/2)},$$

где $k = 1/(4\pi\varepsilon_0)$.

Из системы уравнений (2) очевидно, что

$$mg = F\mathrm{ctg}(\alpha_1/2),$$

окончательно

$$m = \frac{kq^2}{4gl^2\sin^2(\alpha_1/2)}\mathrm{ctg}(\alpha_1/2) = \frac{q^2\,\mathrm{ctg}(\alpha_1/2)}{16\pi\varepsilon_0 gl^2\sin^2(\alpha_1/2)};$$

$$[m] = \frac{\text{Êë}^2}{(\text{Êë}^2/(\text{Í}\cdot\text{ì}^2))(\text{ì/ñ}^2)\text{ì}^2} = \frac{\text{Í}\cdot\text{ñ}^2}{\text{ì}} = \text{êã};$$

$$m = \frac{16\cdot 10^{-12}\cdot 2}{16\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 10\cdot 1^2}\ \text{êã} = 7{,}2\cdot 10^{-3}\ \text{êã}.$$

В диэлектрике (рис.5) на шарик действуют четыре силы: сила Кулона $\vec{F}$, сила натяжения нити $\vec{F}_{\text{í}}$, сила тяжести $\vec{F}_{\text{ò}} = m\vec{g}$ и выталкивающая сила $\vec{F}_{\text{âûò}} = \rho V g$. Объем шарика $V = 4\pi r^3/3$.

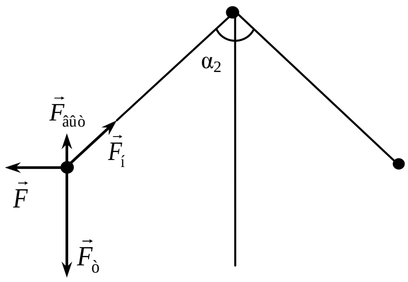

Рис.5

Условие равновесия для каждого шарика имеет вид

$$\vec{F} + \vec{F}_{\text{í}} + \vec{F}_{\text{ò}} + F_{\text{âûò}} = 0,$$

или в проекциях на оси x и y соответственно

$$F - F_{\text{í}} \sin(\alpha_2/2) = 0;$$

$$F_{\text{í}} \cos(\alpha_2/2) + F_{\text{âûò}} - mg = 0.$$

откуда

$$F = (mg - F_{\text{âûò}})\,\mathrm{tg}(\alpha_2/2),$$

и, окончательно,

$$\varepsilon = \frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 l^2 \sin^2(\alpha_2/2)(m - \rho 4\pi r^3/3) g\,\mathrm{tg}(\alpha_2/2)};$$

$$[\varepsilon] = \frac{\text{Êë}^2}{(\text{Êë}^2/(\text{Í}\cdot\text{ì}^2))\,\text{ì}^2(\text{êã} - \text{êã}\cdot\text{ì}^3/\text{ì}^3)\,\text{ì/c}^2};$$

$$\varepsilon = \frac{(4\cdot 10^{-6})^2}{16\cdot 3.14\cdot 8.85\cdot 10^{-12}\cdot(1/4)\cdot 1\cdot(0{,}016 - 800\cdot(4/3)\cdot 3{,}14\cdot 10^{-6})\cdot 9{,}8\sqrt{3}/3} = 2.$$

Ответы: $m = 7{,}2\cdot 10^{-3}$ кг; $\varepsilon = 2$.

4. В атоме водорода электрон движется по стационарной круговой орбите с угловой скоростью $\omega = 10^{16}$ с$^{-1}$. Определить радиус орбиты.

Дано:
$\omega = 10^{16}$ с$^{-1}$
$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг
$e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
(см. прил.1)

r = ?

Решение. Согласно модели Бора, в атоме существуют орбиты, двигаясь по которым электрон не излучает энергию. В задаче рассматривается такая орбита. На электрон действует кулоновская сила притяжения к протону $\vec{F}$. Силой тяжести электрона пренебрегаем, так как $m_e g \perp F$.

Сила Кулона сообщает электрону центростремительное ускорение. Поэтому $m_e \omega^2 r = F$, или

$$m_e \omega^2 r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q_e||q_p|}{r^2},$$

откуда

$$r^3 = \frac{|q_e||q_p|}{4\pi\varepsilon_0 m_e \omega^2}.$$

Учитывая, что заряд протона по величине равен заряду электрона $|q_e| = |q_p|$, получим окончательно

$$r = \sqrt[3]{\frac{q_e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e \omega^2}};$$

$$[r] = \sqrt[3]{\frac{\text{Êë}^2}{(\text{Êë}^2/(\text{Í}\cdot\text{ì}^2))\,\text{êã}\cdot\text{ñ}^{-2}}} = \sqrt[3]{\frac{\text{êã}\cdot\text{ì}}{\text{ñ}^2}\,\frac{\text{ì}^2}{\text{êã}/\text{ñ}^2}} = \text{ì};$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{1{,}6^2 \cdot 10^{-38}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{32}}}\ \text{ì} = 1{,}4 \cdot 10^{-10}\ \text{ì},$$

Ответ: $r = 1{,}4 \cdot 10^{-10}$ м.

Задачи для самостоятельного решения

1. Два заряда находятся в керосине ($\varepsilon = 2$) на расстоянии 1 см друг от друга и взаимодействуют с силой 2,7 Н. Один заряд в 3 раза больше другого. Определить каждый заряд.

2. Два точечных заряда, находясь в воде ($\varepsilon_1 = 81$) на расстоянии l друг от друга, взаимодействуют с некоторой силой F. Во сколько раз необходимо изменить расстояние между ними, чтобы они взаимодействовали с такой же силой в воздухе ($\varepsilon_2 = 1$)?

3. Два шарика одинакового объема, обладающие массой $0{,}6 \cdot 10^{-3}$ г каждый, подвешены на шелковых нитях длиной 0,4 м так, что их поверхности соприкасаются. Угол, на который разошлись нити при сообщении шарикам одинаковых зарядов, равен 60°. Найти заряды и силу электрического отталкивания.

4. В элементарной теории атома водорода принимают, что электрон вращается вокруг протона по окружности. Какова скорость вращения электрона, если радиус орбиты $0{,}53 \cdot 10^{-10}$ м?

5. Вычислить ускорение, сообщаемое одним электроном другому, находящемуся от первого в вакууме на расстоянии 1 мм.

6. Два равных по величине заряда $3 \cdot 10^{-9}$ Кл расположены в вершинах при острых углах равнобедренного прямоугольного треугольника на расстоянии $2\sqrt{2}$ см. Определить, с какой силой эти два заряда действуют на третий заряд 10^{-9} Кл, расположенный в вершине при прямом угле треугольника. Рассмотреть случаи, когда первые два заряда одно- и разноименные.

7. Точечные заряды $Q_1 = 20$ мкКл, $Q_2 = -10$ мкКл находятся на расстоянии $d = 5$ см друг от друга. Определить силу $\vec{F}$, действующую на точечный заряд $Q = 1$ мкКл в точке, удаленной на $r_1 = 3$ см от первого и на $r_2 = 4$ см от второго заряда.

8. Три одинаковых точечных заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 2$ нКл находятся в вершинах равностороннего треугольника со сторонами $a = 10$ см. Определить модуль и направление силы $\vec{F}$, действующей на один из зарядов со стороны двух других.

9. Два положительных точечных заряда Q и $9Q$ закреплены на расстоянии $d = 100$ см друг от друга. Определить, в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд так, чтобы он находился в равновесии. Указать, какой знак должен иметь этот заряд для того, чтобы равновесие было устойчивым, если перемещения зарядов возможны только вдоль прямой, проходящей через закрепленные заряды.

10. Два одинаково заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол α. Шарики погружают в масло. Какова плотность ρ масла, если угол расхождения нитей при погружении в масло остается неизменным? Плотность материала шариков $\rho_0 = 1{,}5\cdot10^3$ кг/м^3, диэлектрическая проницаемость масла $\varepsilon = 2{,}2$.

11. Четыре одинаковых заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 40$ нКл закреплены в вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см. Найти силу $\vec{F}$, действующую на один из этих зарядов со стороны трех остальных.

12. Точечные заряды $Q_1 = 30$ мкКл и $Q_2 = -20$ мкКл находятся на расстоянии $d = 20$ см друг от друга. Определить силу $\vec{F}$, действующую на точечный заряд $Q = 1$ мкКл в точке, удаленной от первого заряда на расстояние $r_1 = 30$ см, а от второго – на $r_2 = 15$ см.

13. В вершинах правильного треугольника со стороной $a = 10$ см находятся заряды $Q_1 = 10$ мкКл, $Q_2 = 20$ мкКл и $Q_3 = 30$ мкКл. Определить силу $\vec{F}$, действующую на заряд Q_1 со стороны двух других зарядов.

14. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 8\cdot10^{-10}$ Кл. Какой отрицательный заряд Q нужно поместить в центр квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

15. На расстоянии $d = 20$ см находятся два точечных заряда: $Q_1 = -50$ нКл и $Q_2 = 100$ нКл. Определить силу $\vec{F}$, действующую на заряд $Q_3 = -10$ нКл, удаленный от обоих зарядов на одинаковое расстояние, равное d.

16. Расстояние d между двумя точечными зарядами $Q_1 = 2$ нКл и $Q_2 = 4$ нКл равно 60 см. Определить точку, в которую нужно поместить третий заряд Q_3 так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определить заряд Q_3 и его знак. Устойчивое или неустойчивое будет равновесие?

17. В простейшей модели атома водорода предполагается, что электрон движется вокруг ядра по круговой орбите со скоростью $1{,}1\cdot10^6$ м/с. Чему равен радиус орбиты?

18. На расстоянии $d = 20$ см находятся два точечных заряда: $Q_1 = -50$ нКл и $Q_2 = 100$ нКл. Определить силу $\vec{F}$, действующую на заряд $Q_3 = -10$ Кл, удаленный от обоих зарядов на одинаковое расстояние, равное d.

19. Три одинаковых точечных заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 2$ нКл находятся в вершинах равностороннего треугольника со сторонами $a = 10$ см. Определить модуль, направление силы $\vec{F}$, действующей на один из зарядов со стороны двух других.

20. В трех вершинах квадрата со стороной 0,4 м находятся одинаковые отрицательные заряды по $5 \cdot 10^{-9}$ Кл каждый. Найти напряженность и потенциал поля в четвертой вершине квадрата.

21. Во сколько раз сила гравитационного притяжения между двумя протонами меньше силы их электростатического отталкивания? Заряд протона равен по модулю и противоположен по знаку заряду электрона.

22. Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда $q_0 = 0{,}4$ мкКл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол $2\alpha = 60°$. Найти массу m каждого шарика, если расстояние от центра шарика до точки подвеса $l = 20$ см.

23. Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. Какой заряд q нужно сообщить шарикам, чтобы сила натяжения нитей стала $T = 98$ мН? Расстояние от центра шарика до точки подвеса $l = 10$ см; масса каждого шарика $m = 5$ г.

24. Маленький шарик массой $2 \cdot 10^{-3}$ кг, подвешенный на тонкой шелковой нити, несет на себе заряд $3 \cdot 10^{-7}$ Кл. На какое расстояние снизу к нему следует поднести другой маленький шарик с зарядом $5 \cdot 10^{-5}$ Кл, чтобы натяжение нити уменьшилось в 2 раза?

25. В простейшей модели атома водорода предполагается, что электрон движется вокруг ядра по круговой орбите со скоростью $1{,}1 \cdot 10^{6}$ м/с. Чему равен радиус орбиты?

2. НАПРЯЖЕННОСТЬ И ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ. ТЕОРЕМА ГАУССА

Основные формулы

Напряженность электрического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая со стороны электрического поля на заряд q, находящийся в данной точке поля.

Напряженность поля точечного заряда

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}.$$

Принцип суперпозиции электростатических полей: напряженность поля, создаваемого несколькими точечными зарядами, находится как векторная сумма полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\vec{A} = \sum_i \vec{E}_i$.

Через произвольную малую площадку ΔS поток вектора напряженности однородного электрического поля $\Delta N_E = \Delta SE\cos\alpha$, где α – угол между вектором $\vec{E}$ и нормалью к поверхности (рис.6).

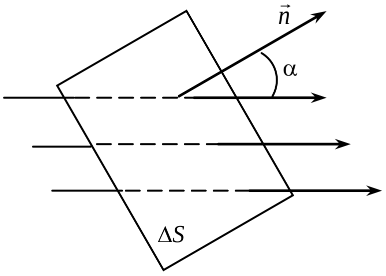

Рис.6

По теореме Гаусса поток напряженности сквозь любую замкнутую поверхность

$$N_E = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon}\sum_i q_i,$$

где $\sum_i q_i$ – алгебраическая сумма свободных зарядов, находящихся внутри этой поверхности.

Поток электрического смещения $D = \varepsilon_0 \varepsilon E$. Теорема Гаусса для диэлектриков: поток вектора $\vec{D}$ сквозь любую замкнутую поверхность

$$N_D = \sum_i q_i .$$

При помощи теоремы Гаусса можно найти напряженность электрического поля, образованного различными заряженными телами.

Напряженность поля, образованного заряженной бесконечно длинной нитью,

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r},$$

где τ – линейная плотность заряда на нити; r – расстояние от нити.

Напряженность поля, образованного заряженной бесконечно протяженной плоскостью,

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда на плоскости.

Напряженность поля, образованного разноименно заряженными параллельными бесконечными плоскостями (поля плоского конденсатора),

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Напряженность поля, образованного заряженным шаром,

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2},$$

где q – заряд шара радиусом R; r – расстояние от центра шара до точки наблюдения, причем $r > R$.

Разность потенциалов между двумя точками электрического поля определяется работой, которую надо совершить, чтобы единицу положительного заряда перенести из одной точки в другую:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q}.$$

Потенциал поля точечного заряда

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}. \quad (3)$$

Напряженность электрического поля и потенциал связаны соотношениями:

$$E = -\operatorname{grad}\varphi;\ E_x = -\frac{d\varphi}{dx};\ E_y = -\frac{d\varphi}{dy};\ E_z = -\frac{d\varphi}{dz}.$$

Примеры решения задач

1. Определите зависимость напряженности электрического поля диполя от расстояния до него: 1) на оси симметрии диполя, 2) на оси самого диполя.

Дано:
$+q$
$-q$
l
$E(x) = ?$
$E(y) = ?$

Решение. Диполь представляет собой два точечных разноименных заряда $+q$ и $-q$, равных по величине, расстояние между которыми мало и равно l.

Выберем оси x и y, как показано на рис.7. Определим напряженность электрического поля диполя, используя принцип суперпозиции полей.

Найдем зависимость напряженности E на оси симметрии, т.е. при $x = 0$.

Заряд $+q$ создает напряженность поля $E_1 = kq/r^2$, где $r = \sqrt{l^2/4 + y^2}$. Заряд $-q$ создает напряженность поля $\vec{E}_2$, равную по величине $\vec{E}_1$. Тогда $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. На рис.7 видно, что вектор $\vec{E}$ параллелен оси x. Величина

$$E = 2E_1\cos\alpha,$$

где $\cos\alpha = l/2r$. Отсюда

$$E(y) = k\frac{ql}{(l^2/4 + y^2)^{3/2}} = \frac{ql}{4\pi\varepsilon_0(l^2/4 + y^2)^{3/2}} = \frac{ql}{4\pi\varepsilon_0 r^3}.$$

Проверим размерность полученного результата:

$$[E(y)] = \frac{\hat{\text{E}}\text{ë} \cdot \text{ì}}{\hat{\text{O}}/\text{ì} \ \cdot \text{ì}^{\ 3}} =$$

$$= \frac{\hat{\text{E}}\text{ë} \cdot \text{ì}^{\ 2}}{\hat{\text{O}} \cdot \text{ì}^{\ 3}} = \frac{\hat{\text{E}}\text{ë}}{\hat{\text{O}} \cdot \text{ì}} = \frac{\hat{\text{A}}}{\text{ì}}.$$

Размерность верная.

Заметим, что напряженность поля диполя убывает быстрее, чем напряженность поля точечного заряда.

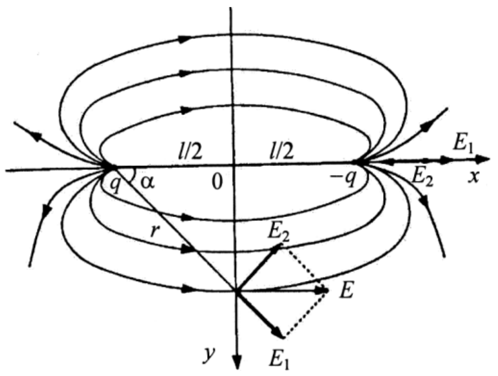

Рис.7

Определим зависимость напряженности от x при $y = 0$. Напряженность поля, созданного зарядом $+q$,

$$E_1 = \frac{kq}{(x + l/2)^2},$$

зарядом $-q$

$$E_2 = \frac{kq}{(x - l/2)^2}.$$

Суммарная напряженность в проекции на ось x имеет вид $E(x) = E_1 - E_2$. Подставляя выражения для E_1 и E_2, найдем

$$E(x) = kq\left[\frac{1}{(x + l/2)^2} - \frac{1}{(x - l/2)^2}\right] = -kq\frac{2lx}{(x^2 - l^2/4)^2} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2lx}{(x^2 - l^2/4)^2}.$$

Проверка размерности может быть выполнена аналогично $E(y)$.

Такие значения напряженности справедливы при $x > l/2$, $x < -l/2$.

При $-l/2 < x < l/2$ на ось x проекция напряженности $E(x) = E_1 + E_2$, $E_1 = kq/(x + l/2)^2$, $E_2 = kq/(l/2 - x)^2$. Окончательно

$$E(x)=\frac{kq(l^2/4+x^2)}{(l^2/4-x^2)^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(l^2/4+x^2)}{(l^2/4-x^2)}.$$

Ответы: 1) $E(y)=\dfrac{ql}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$;

2) $E(x)=-\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{2lx}{(x^2-l^2/4)^2}, x>l/2, x<-l/2$;

$E(x)=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{(l^2/4+x^2)}{(l^2/4-x^2)^2}, -l/2<x<l/2$.

2. Положительный заряд Q равномерно распределен по тонкому проволочному кольцу радиуса R. Определить напряженность поля и потенциал в точке С, лежащей на оси кольца на расстоянии z от его центра.

Дано:
Q
R
z
$E(z)$ = ?
$\varphi(z)$ = ?

Решение. Поле создано зарядом, распределенным по тонкому кольцу заданного радиуса. Оно не обладает достаточной симметрией даже при равномерном распределении заряда (нельзя указать точную конфигурацию силовых линий), поэтому для расчета напряженности и потенциала поля можно использовать только принцип суперпозиции.

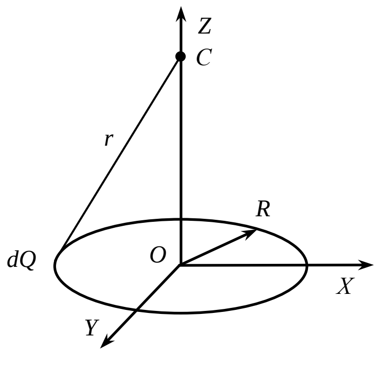

Рис.8

Разобьем кольцо на элементарные участки (рис.8). Каждый такой участок можно принять за точечный заряд dQ. Потенциал созданного им поля

$$d\varphi=\frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 r}, \qquad (4)$$

где r – расстояние от элемента dQ до точки C.

Потенциал результирующего поля получим интегрированием выражения (4):

$$\varphi = \int\limits_Q \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 r}\,. \tag{5}$$

Если ввести оси координат, то проекции вектора напряженности на оси координат можно определить дифференцированием полученного выражения для потенциала по соответствующей координате.

При переходе от одного элемента кольца к другому $r = \sqrt{R^2 + z^2}$ не изменяется. Тогда выражение (4) можно преобразовать:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \left(R^2 + z^2\right)^{1/2}} \int\limits_Q dQ\,.$$

Очевидно, что $\int\limits_Q dQ = Q$ независимо от характера распределения заряда. Следовательно, как и в случае равномерного распределения заряда по кольцу, так и в любом другом случае в точках, лежащих на оси кольца, потенциал определяется по формуле

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \left(R^2 + z^2\right)^{1/2}}\,.$$

Проверим размерность: $[\varphi] = \dfrac{\text{Êë}}{\text{Ô/ì} \cdot \text{ì}} = \dfrac{\text{Êë}}{\text{Ô}} = \text{Â}$. Размерность верна.

Проекция вектора напряженности на ось *OZ*

$$E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z} = \frac{Qz}{4\pi\varepsilon_0 \left(R^2 + z^2\right)^{3/2}}\,.$$

Проверим размерность: $[E_z] = \dfrac{\text{Êë} \cdot \text{ì}}{\text{Ô/ì} \left(\text{ì}^2\right)^{3/2}} = \dfrac{\text{Êë}}{\text{Ô} \cdot \text{ì}} = \dfrac{\text{Â}}{\text{ì}}$. Размерность верна.

При равномерном распределении заряда из соображений симметрии следует, что вектор $\vec{E}$ направлен вдоль оси *OZ*, т.е.

$E_x = E_y = 0$. При $z > 0$, если заряд положительный, $E_z > 0$ и вектор $\vec{E}$ направлен по оси OZ, т.е. вверх. В области $z < 0$ напряженность $E_z < 0$ и вектор $\vec{E}$ направлен против оси OZ, т.е. вниз.

$$\textit{Ответы}:\ E_z = \frac{Qz}{4\pi\varepsilon_0\left(R^2+z^2\right)^{3/2}};\ \varphi(z) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\left(R^2+z^2\right)^{1/2}}.$$

3. Тонкий стержень длиной $l = 10$ см равномерно заряжен зарядом $Q = -3\cdot10^{-9}$ Кл (рис.9). Найти напряженность поля и потенциал в точке C, лежащей на оси стержня. Расстояние от середины стержня до этой точки $x_0 = 20$ см.

Дано:
$l = 10$ см
$Q = -3\cdot10^{-9}$ Кл
$x_0 = 20$ см
$E(x_0) = ?$
$\varphi(x_0) = ?$

Решение. Электростатическое поле создано зарядом, распределенным по тонкому стержню. Конфигурация зарядов не позволяет установить точное расположение силовых линий в пространстве, поэтому для определения характеристик поля следует использовать принцип суперпозиции.

Поскольку требуется найти напряженность и потенциал поля в точках, лежащих на оси стержня, введем ось OX. Разобьем стержень на элементарные участки длиной dx с зарядом dQ. Каждый такой участок можно принять за точечный заряд, создающий потенциал, определяемый по формуле (3)

Потенциал результирующего поля

$$\varphi = \int_{(Q)} \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 r}, \tag{6}$$

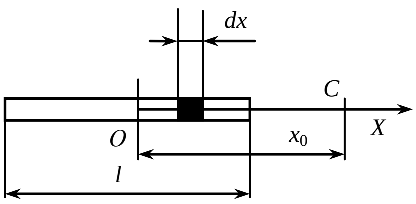

Рис.9

где величина (Q) показывает, что интеграл берется по всему заряду Q, создающему поле.

Положение элемента dx определяется его координатой x, а расстояние от этого элемента до точки C

$$r = x_0 - x. \tag{7}$$

Вследствие симметрии очевидно, что в точках, лежащих на оси *OX*, вектор $\vec{E}$ направлен вдоль этой оси, поэтому

$$E_x = -d\varphi/dx;\;\; E_y = E_z = 0\,.$$

Равномерное распределение заряда по стержню позволяет утверждать, что $dQ/dx = Q/l$, откуда $dQ = (Q/l)dl$.

При интегрировании по стержню переменная *x* изменяется в пределах от -$l/2$ до $l/2$, поэтому согласно (6) и (7)

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 l}\int_{-l/2}^{l/2}\frac{dx}{x_0 - x}\,. \qquad (8)$$

Производя интегрирование, получим

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 l}\ln\left[\frac{x_0 + l/2}{x_0 - l/2}\right]. \qquad (9)$$

Сделаем проверку размерностей: $[\varphi] = \frac{\hat{E}\ddot{e}}{\hat{O}/\grave{i}\;\cdot\grave{i}} = \frac{\hat{E}\ddot{e}}{\hat{O}} = \hat{A}$.

Размерности правой и левой части совпадают.

Подставляя x_0 = 20 см, получим потенциал

$$\varphi_0 = \frac{-3\cdot 10^{-9}}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}1}\ln\left[\frac{0{,}2+0{,}1/2}{0{,}2-0{,}1/2}\right] = -138\,\hat{A}.$$

Расстояние x_0 в выбранной системе координат представляет собой абсциссу *x* точки *C*, и выражение (9) можно записать в общем виде:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 l}\ln\left[\frac{x + l/2}{x - l/2}\right].$$

Тогда

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 l}\left(\frac{1}{x - l/2} - \frac{1}{x + l/2}\right). \qquad (10)$$

Выполним проверку размерностей: $[E_x] = \frac{\hat{E}\ddot{e}}{\hat{O}/\grave{i}\;\cdot\grave{i}^{\,2}} = \frac{\hat{E}\ddot{e}}{\hat{O}\cdot\grave{i}} = \frac{\hat{A}}{\grave{i}}$.

Поскольку заряд $Q < 0$ напряженность $E_x < 0$ и $E = -E_x$, если $x > l/2$ (справа от стержня), и $E_x > 0$ и $E = E_x$, если $x < l/2$ (слева от стержня). Следует заметить, что формулы, выведенные для потенциала и напряженности, справедливы только для $|x| > l/2$.

Подставляя $x = x_0 = 20$ см в формулу (9), получим

$$\varphi_0 = \frac{-3\cdot 10^{-9}}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}1}\left(\frac{1}{0{,}2-0{,}1/2} - \frac{1}{0{,}2+0{,}1/2}\right) = -720\ \text{В/м},$$

знак минус означает, что вектор $\vec{E}_0$ направлен против оси OX.

Ответы: $\varphi_0 = -138$ В, $E_0 = 720$ В/м.

4. Пользуясь теоремой Гаусса, определить напряженность поля и потенциал заряженного по объему шара. Радиус шара R, объемная плотность заряда в шаре ρ. Нарисовать графики $E(r)$ и $\varphi(r)$.

Дано:
ρ
R
$E(r) = ?$

Решение. Пусть точка наблюдения находится внутри шара на расстоянии $r < R$ от центра шара. Проведем мысленно сферу радиусом r вокруг центра шара O. Исходя из симметрии задачи напряженность поля направлена вдоль радиуса шара и на сфере радиуса r будет постоянной величиной. При этом она все время будет перпендикулярна поверхности данной сферы (рис.10).

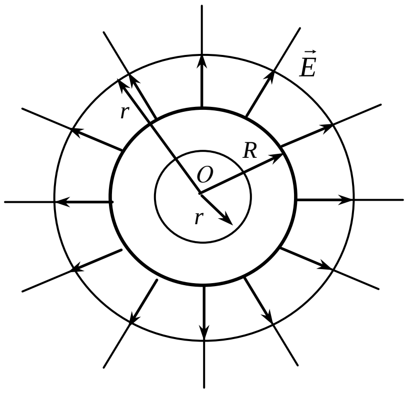

Рис.10

Чтобы определить поток вектора напряженности через эту сферу, разобьем ее мысленно на участки ΔS, настолько малые, что их можно считать плоскими, а электрическое поле однородным (одинаковым по размеру и направлению) в пределах каждого участка.

Напряженность поля направлена вдоль радиусов и, значит, перпендикулярна каждому из этих малых участков. Через каждый участок ΔS поток вектора напряженности электрического поля $\Delta N = E(r)\Delta S$. Полный поток вектора электрической напряженности через сферу $N_E = \sum \Delta N = \sum E(r)\Delta S$. Здесь суммирование ведется по сфере и размер вектора электрической напряженности остается постоянным для всех слагаемых. Это дает возможность вынести $E(r)$ из-под знака суммирования:

$$N_E = \sum E(r)\Delta S = E(r)\sum \Delta S = E(r)S,$$

где S – площадь сферы радиуса r.

Получим $N_E = 4E(r)\pi r^2$. По теореме Гаусса поток вектора напряженности через замкнутую поверхность пропорционален электрическому заряду, ограниченному данной поверхностью (см. подраздел «Основные формулы»). Ограниченный сферой радиуса r заряд $Q = 4\pi r^3 \rho / 3$, где ρ – объемная плотность заряда. По теореме Гаусса $N_E = Q/(\varepsilon\varepsilon_0)$, где ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума; ε – диэлектрическая проницаемость среды, содержащей заряды.

Положим без потери общности рассмотрения $\varepsilon = 1$. Подставляя в теорему Гаусса выражение для N_E, получим $4E(r)\pi r^2 = = 4\pi r^3 \rho/(3\varepsilon_0)$. Отсюда найдем $E(r) = r\rho/(3\varepsilon_0)$.

Рассмотрим точку на расстоянии $r > R$ от центра шара. Построим мысленно сферу радиуса r вокруг шара. Исходя из симметрии задачи, можно предположить, что напряженность поля направлена вдоль радиуса шара и остается постоянной во всех точках мысленно построенной сферы. Тогда аналогично вышеописанному случаю поток вектора электрической напряженности через эту сферу $N_E = 4\pi r^2 E(r)$. Сфера окружает шар с зарядом $Q = 4\pi R^3 \rho / 3$, где R – радиус шара. Согласно теореме Гаусса, $N_E = Q/\varepsilon_0$. Подставляя выражения для потока и заряда, получим $4\pi r^2 E(r) = 4\pi R^3 \rho/(3\varepsilon_0)$. Отсюда найдем $E(r) = R^3 \rho/(3r^2 \varepsilon_0)$.

Для нахождения потенциала поля $\varphi(r)$ воспользуемся определением. Потенциал – это работа сил электрического поля по пере-

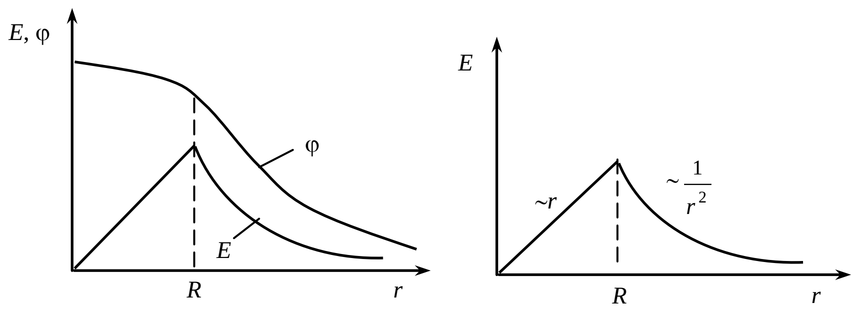

Рис.11

несению единичного положительного заряда из точки наблюдения на бесконечность. Это дает $\varphi(r)=\int\limits_r^\infty E(r)\,dr$. Если $r < R$, то интеграл распадается на два: $\varphi(r)=\int\limits_r^R E(r)\,dr+\int\limits_R^\infty E(r)\,dr$. Подставляя сюда выражения для $E(r)$, получим $\varphi(r)=\int\limits_r^R \frac{r\rho}{3\varepsilon_0}\,dr+\int\limits_R^\infty \frac{R^3\rho}{3r^2\varepsilon_0}\,dr$. Вычисляя интегралы, определим

$$\varphi(r)=\left.\frac{\rho r^2}{6\varepsilon_0}\right|_r^R+\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\left.\left(-\frac{1}{r}\right)\right|_R^\infty=\frac{\rho\left(R^2-r^2\right)}{6\varepsilon_0}+\frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}=\frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(R^2-\frac{r^2}{3}\right).$$

Если $r > R$, то $\varphi(r)=\int\limits_r^\infty E(r)\,dr$. Подставляя $E(r)$ для случая $r > R$, найдем $\varphi(r)=\int\limits_r^\infty \frac{R^3\rho}{3r^2\varepsilon_0}\,dr$. Вычисляя интеграл, получим

$$\varphi(r)=-\left.\frac{R^3\rho}{3r\varepsilon_0}\right|_r^\infty=\frac{R^3\rho}{3r\varepsilon_0}.$$

Ответ: графики функций $E(r)$ и $\varphi(r)$ приведены на рис.11.

Задачи для самостоятельного решения

1. На расстоянии 8 см друг от друга в воздухе находятся два заряда по 1 нКл. Определить напряженность и потенциал поля в точке, находящейся на расстоянии 5 см от зарядов.

2. Заряды по 1 нКл помещены в вершинах равностороннего треугольника со стороной 0,2 м. Равнодействующая сил, действующих на четвертый заряд, помещенный на середине одной из сторон треугольника, равна 0,6 мкН. Определить этот заряд, напряженность и потенциал поля в точке его расположения.

3. Два одинаковых заряда находятся в воздухе на расстоянии 0,1 м друг от друга. Напряженность поля в точке, удаленной на расстояние 0,06 м от одного и на 0,08 м от другого заряда, равна 10 кВ/м. Определить в этой точке потенциал поля и заряды.

4. Электрон движется по направлению силовых линий однородного поля напряженностью 2,4 В/м. Какое расстояние он пролетит в вакууме до полной остановки, если его начальная скорость $2 \cdot 10^6$ м/с? Сколько времени будет длиться полет?

5. Две бесконечно длинные, равномерно заряженные нити с линейной плотностью зарядов $6 \cdot 10^{-5}$ Кл/м расположены на расстоянии 0,2 м друг от друга. Найти напряженность электрического поля, созданного в точке, удаленной на 0,2 м от каждой нити.

6. Тонкий стержень длиной $l = 20$ см несет равномерно распределенный заряд $\tau = 0{,}1$ мкКл. Определить напряженность $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке A, лежащей на оси стержня на расстоянии $a = 20$ см от его конца.

7. По тонкому полукольцу радиуса $R = 10$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 1$ мкКл/м. Определить напряженность $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке O, совпадающей с центром кольца.

8. Тонкое кольцо несет распределенный заряд $Q = 0{,}2$ мкКл. Определить напряженность $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке A, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние $r = 20$ см. Радиус кольца $R = 10$ см.

9. Треть тонкого кольца радиуса $R = 10$ см несет распределенный заряд $Q = 50$ нКл. Определить напряженность $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке O, совпадающей с центром кольца.

10. Бесконечно длинный тонкий стержень, ограниченный с одной стороны, несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau = 0{,}5$ мкКл/м. Определить напряженность $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке A, лежащей на оси стержня на расстоянии $a = 20$ см от его начала.

11. По тонкому кольцу радиусом $R = 20$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 0{,}2$ мкКл/м. Определить напряженность $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке A, находящейся на оси кольца на расстоянии $h = 2R$ от его центра.

12. По тонкому полукольцу равномерно распределен заряд $Q = 20$ мкКл с линейной плотностью $\tau = 0{,}1$ мкКл/м. Определить напряженность $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке O, совпадающей с центром кольца.

13. Четверть тонкого кольца радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный заряд $Q = 0{,}05$ мкКл. Определить напряженность $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке O, совпадающей с центром кольца.

14. По тонкому кольцу равномерно распределен заряд $Q = 10$ нКл с линейной плотностью $\tau = 0{,}01$ мкКл/м. Определить напряженность $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке A, лежащей на оси кольца и удаленной от его центра на расстояние, равное радиусу кольца.

15. Две трети тонкого кольца радиусом $R = 10$ см несут равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau = 0{,}2$ мкКл/м. Определить напряженность $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке O, совпадающей с центром кольца.

16. На двух концентрических сферах радиусом R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис.12). Требуется: 1) используя теорему Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: I, II и III; принять $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; 2) вычислить напряженность E в точке, удаленной от центра на расстояние r, и указать направление вектора $\vec{E}$; принять $\sigma = 30$ нКл/м^2, $r = 1{,}5R$; 3) построить график $E(r)$.

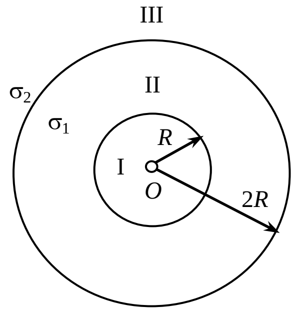

Рис.12

17. На двух концентрических сферах радиусом R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис.12). Требуется: 1) используя теорему Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: I, II и III; принять $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -\sigma$; 2) вычислить напряженность E в точке, удаленной от центра на расстояние r, и указать направление вектора $\vec{E}$; принять $\sigma = 0{,}1$ мкКл/м^2, $r = 3R$; 3) построить график $E(r)$.

18. На двух концентрических сферах радиусом R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис.12). Требуется: 1) используя теорему Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: I, II и III; принять $\sigma_1 = -4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; 2) вычислить напряженность E в точке, удаленной от центра на расстояние r, и указать направление вектора $\vec{E}$; принять $\sigma = 50$ нКл/м^2, $r = 1{,}5R$; 3) построить график $E(r)$.

19. На двух концентрических сферах радиусом R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис.12). Требуется: 1) используя теорему Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: I, II и III; принять $\sigma_1 = -2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; 2) вычислить напряженность E в точке, удаленной от центра на расстояние r, и указать направление вектора $\vec{E}$; принять $\sigma = 0{,}1$ мкКл/м^2, $r = 3R$; 3) построить график $E(r)$.

20. На двух бесконечных параллельных плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис.13). Требуется: 1) используя теорему Гаусса и принцип суперпо-

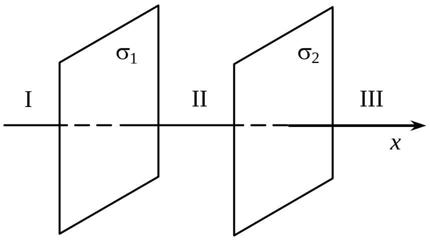

Рис.13

зиции электрических полей, найти выражение $E(x)$ напряженности электрического поля в трех областях: I, II и III; принять $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; 2) вычислить напряженность E поля в точке, расположенной слева от плоскостей, и указать направление вектора $\vec{E}$; 3) построить график $E(x)$.

21. На двух бесконечных параллельных плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис.13). Требуется: 1) используя теорему Гаусса и принцип суперпозиции электрических полей, найти выражение $E(x)$ напряженности электрического поля в трех областях: I, II и III; принять $\sigma_1 = -4\sigma$, $\sigma_2 = 2\sigma$; 2) вычислить напряженность E поля в точке, расположенной между плоскостями, и указать направление вектора $\vec{E}$; принять $\sigma = 40$ нКл/м^2; 3) построить график $E(x)$.

22. На двух бесконечных параллельных плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис.13). Требуется: 1) используя теорему Гаусса и принцип суперпозиции электрических полей, найти выражение $E(x)$ напряженности электрического поля в трех областях: I, II и III; принять $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -2\sigma$; 2) вычислить напряженность E поля в точке, расположенной справа от плоскостей, и указать направление вектора $\vec{E}$; принять $\sigma = 20$ нКл/м^2; 3) построить график $E(x)$.

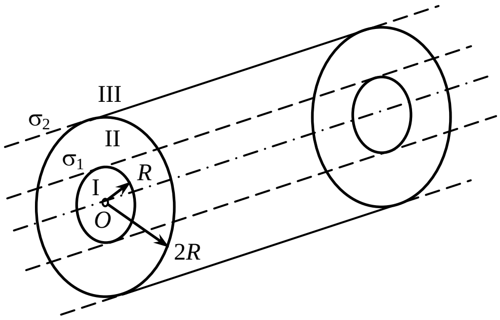

Рис.14

23. На двух коаксиальных бесконечных цилиндрах радиусами R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис.14). Требуется: используя теорему Гаусса найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: I, II и III; принять $\sigma_1 = -2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; 2) вычислить напряженность E в точке, удаленной от оси цилиндров на расстояние r, и указать направление вектора $\vec{E}$; принять $\sigma = 50$ нКл/м^2, $r = 1{,}5R$; 3) построить график $E(r)$.

24. На двух коаксиальных бесконечных цилиндрах радиусами R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис.14). Требуется: 1) используя теорему Гаусса найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: I, II и III; принять $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -\sigma$; 2) вычислить напряженность E в точке, удаленной от оси цилиндров на расстояние r, и указать направление вектора $\vec{E}$; принять $\sigma = 60$ нКл/м^2, $r = 3R$; 3) построить график $E(r)$.

25. На двух коаксиальных бесконечных цилиндрах радиусами R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис.14). Требуется: 1) используя теорему Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: I, II и III; принять $\sigma_1 = -\sigma$, $\sigma_2 = 4\sigma$; 2) вычислить напряженность E в точке, удаленной от оси цилиндров на расстояние r, и указать направление вектора $\vec{E}$; принять $\sigma = 30$ нКл/м^2, $r = 4R$; 3) построить график $E(r)$.

3. РАБОТА СИЛ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ. ЭНЕРГИЯ ПОЛЯ СИСТЕМЫ ТОЧЕЧНЫХ ЗАРЯДОВ

Основные формулы

Разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ между точками A и B равняется работе сил поля по перемещению единичного положительного заряда из точки A в точку B:

$$\varphi_A - \varphi_B = \int_A^B E_s ds,$$

где интеграл берется вдоль траектории перемещения заряда.

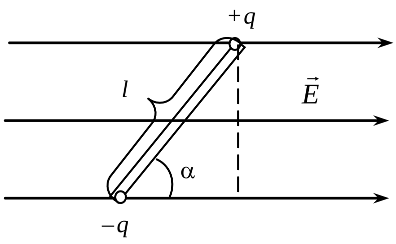

Рис.15

Работа сил поля по перемещению заряда q из точки поля с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2)\ .$$

Энергия поля системы точечных зарядов

$$W = \frac{1}{2}\sum_i \sum_{j,\, j\neq i} q_i \varphi_{ij}\ ,$$

где q_i – точечный заряд с порядковым номером i; φ_{ij} – потенциал поля, создаваемый зарядом j, входящим в систему в точке нахождения заряда q_i.

Потенциал поля φ точечного заряда q на расстоянии r от него определяется по формуле (3). С учетом этого получим, что энергия электростатического поля системы из двух точечных зарядов q_1 и q_2, расположенных на расстоянии r друг от друга,

$$W = \frac{1}{2}\left(q_1 \frac{q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} + q_2 \frac{q_1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\right) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\ .$$

Энергия электрического дипольного момента p в однородном электрическом поле с напряженностью $\vec{E}$

$$W = -pE\cos\alpha\,,$$

где α – угол между направлением дипольного момента и направлением вектора напряженности электрического поля (рис.15).

Дипольный момент $p = ql$, где q – заряды, образующие электрический диполь; l – расстояние между ними.

Примеры решения задач

1. Электрическое поле создано заряженным проводящим шаром, потенциал поверхности которого φ_R = 300 В. Определить работу сил поля по перемещению заряда Q = 0,2 мкКл из точки 1 в точку 2 (рис.16).

Дано:
φ = 300 В
Q = 0,2 мкКл
$r_1 = 2R$
$r_2 = 4R$
A = ?

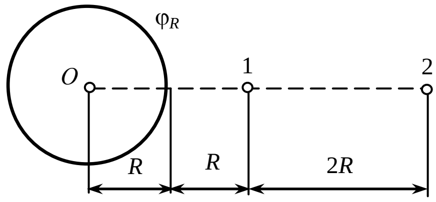

Рис.16

Решение. Потенциал поля заряженного шара φ определим по формуле (3), где q – заряд шара; r – расстояние от центра шара до точки наблюдения. Считаем диэлектрическую проницаемость среды $\varepsilon = 1$, что верно для вакуума и принимается с достаточной точностью для воздуха. Тогда потенциал поверхности шара запишем в следующем виде: $\varphi_R = q/(4\pi\varepsilon_0 R)$. Отсюда можно найти неизвестный заряд шара по формуле $q = 4\pi\varepsilon_0 R\varphi_R$.

Искомая работа $A = Q(\varphi_1 - \varphi_2)$, где φ_1 – потенциал поля, создаваемого шаром в начальной точке; φ_2 – потенциал в конечной точке нахождения заряда Q. С учетом выражения для заряда шара q получим

$$A = Q\left(\frac{4\pi\varepsilon_0 R\varphi_R}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{4\pi\varepsilon_0 R\varphi_R}{4\pi\varepsilon_0 r_2}\right) = Q\left(\frac{\varphi_R R}{r_1} - \frac{\varphi_R R}{r_2}\right) = Q\varphi_R R\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right),$$

Учитывая значения r_1 и r_2, найдем

$$A = Q\varphi_R R\left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{4R}\right) = \frac{Q\varphi_R R}{4R} = \frac{Q\varphi_R}{4}.$$

Проверим размерность: $[A] = \text{Êë}\cdot\text{Â} = \text{Äæ}$.

Подставляя численные значения, получим

$$A = 0{,}2\cdot 10^{-6}\cdot 300/4 = 15\cdot 10^{-6} = 1{,}5\cdot 10^{-5}\ \text{Äæ}.$$

Ответ: $A = 1{,}5\cdot 10^{-5}$ Дж.

2. Шарик массой m = 1 г и зарядом q = 10 нКл перемещается из точки 1, потенциал которой φ_1 = 600 В, в точку 2, потенциал ко-

Дано:
m = 1 г
q = 10 нКл
φ_1 = 600 В
φ_2 = 0
v_2 = 20 см/с

v_1 = ?

торой $\varphi_2 = 0$. Найти его скорость в точке 1, если в точке 2 она стала равной 20 см/с.

Решение. Кинетическая энергия движения заряженного шарика $W = mv^2/2$. Таким образом, конечную скорость шарика можно найти по изменению его кинетической энергии. Изменение кинетической энергии $\Delta W = W_{\text{êîí}} - W_{\text{íà÷}}$. При этом оно оказывается равным работе сил электростатического поля $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Учитывая, что $W_{\text{êîí}} = mv_2^2/2$, а $W_{\text{íà÷}} = mv_1^2/2$, получим

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = q(\varphi_1 - \varphi_2), \text{ откуда } v_1 = \sqrt{v_2^2 - \frac{2}{m}q(\varphi_1 - \varphi_2)}.$$

Подставляя в конечную формулу численные значения величин и переводя их в систему СИ, получим

$$v_1 = \sqrt{0{,}2^2 - \frac{2\cdot 10^{-8}}{0{,}001}600} = 0{,}17 \text{ ì/c} = 17 \text{ ñì/c}.$$

Ответ: v_1 = 17 см/с.

3. Электрон в однородном электрическом поле получает ускорение $a = 10^{12}$ м/с^2. Найти: 1) напряженность E электрического поля; 2) скорость v, которую получит электрон за время t = 1 мкс своего движения; 3) работу A сил электрического поля за это время; 4) разность потенциалов U, пройденную при этом электроном. Начальная скорость электрона v_0 = 0.

Дано:
$e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл
$m = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ кг
$a = 10^{12}$ м/с
t = 1 мкс
v_0 = 0

v = ?
E = ?
A = ?
U = ?

Решение. Поскольку начальная скорость электрона равна нулю, скорость, приобретенная им за время t, задается выражением $v = at$. Напряженность поля есть отношение силы F, действующей на заряд со стороны электрического поля, к величине самого заряда: $\vec{E} = \vec{F}/e$, где e – заряд электрона, взятый по абсолютной величине. С другой стороны, согласно второму закону Ньютона, сила, действующая на электрон, равна произведению массы электрона на ускорение, приобретенное им под действием этой силы: $\vec{F} = m\vec{a}$, где m – масса электрона. Сравнивая выражения для силы и напряженности, получим

$$E = ma/e.$$

Работа сил электрического поля за время t равна кинетической энергии электрона, приобретенной им за это же время: $A = mv^2/2$. Учитывая выражение для скорости $v = at$, получим

$$A = ma^2t^2/2.$$

Разность потенциалов U, пройденная электроном за время t, дается при этом выражением

$$U = \frac{A}{e} = \frac{ma^2t^2}{2e}.$$

Проверим размерность: $[U] = \frac{\text{êã}\cdot\text{ì}^2/\text{ñ}^4\cdot\text{ñ}^2}{\text{Êë}} = \frac{\text{êã}\cdot\text{ì}^2}{\text{ñ}^2\cdot\text{Êë}} = \frac{\text{Äæ}}{\text{Êë}} = \text{Â}.$

Подставим численные значения. Тогда получим для скорости электрона

$$v = 10^{12}\cdot 10^{-6} = 10^6 \text{ ì/c};$$

для напряженности поля

$$E = \frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 10^{12}}{1{,}6\cdot 10^{-19}} = 56{,}9\,\frac{\text{Í}}{\text{Êë}};$$

для работы сил электрического поля

$$A = \frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot (10^{12})^2\cdot (10^{-6})^2}{2} = \frac{9{,}1}{2}\cdot 10^{-31+24-12} = 4{,}55\cdot 10^{-19} \text{ Äæ};$$

для разности потенциалов

$$U = \frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot (10^{12})^2\cdot (10^{-6})^2}{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}} = 2{,}8 \text{ Â}.$$

Ответы: 1) $v = 10^6$ м/с; 2) $E = 56{,}9$ Н/Кл;
3) $A = 4{,}55\cdot 10^{-19}$ Дж; 4) $U = 2{,}8$ В.

4. Вакуумный цилиндрический конденсатор имеет радиус внутреннего цилиндра R_1 = 1,5 см и радиус внешнего цилиндра R_2 = 3,5 см. Между цилиндрами приложена разность потенциалов U = 2,3 кВ. Какую скорость v получит электрон под действием поля этого конденсатора, двигаясь с расстояния l_1 = 2,5 см до расстояния l_2 = 2 см от оси цилиндра.

Дано:
$m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг
$e = -1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
R_1 = 1,5 см
R_2 = 3,5 см
U = 2,3 кВ
l_1 = 2,5 см
l_2 = 2 см
v = ?

Решение. Начальную скорость электрона считаем равной нулю. Под действием электрического поля конденсатора электрон будет двигаться вдоль радиуса конденсатора и приобретет ненулевую кинетическую энергию $W = m_e v^2/2$. Кинетическая энергия электрона равна работе сил электрического поля конденсатора по перемещению электрона: $A = e(\varphi_1 - \varphi_2)$, где φ_1 и φ_2 – потенциал поля конденсатора в начале и в конце пути. Учитывая, что электрическое поле цилиндрического конденсатора направлено вдоль его радиуса, имеем

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{l_1}^{l_2} E_r(r)dr\,,$$

где E_r – проекция поля конденсатора на его радиус.

На рис.17, *а* представлен цилиндрический конденсатор, состоящий из двух коаксиальных цилиндров; на рис.17, *б* – силовые линии электрического поля и цилиндрическая поверхность интегрирования (пунктирная линия) в поперечном сечении конденсатора.

Проекцию поля конденсатора на направление радиуса E_r найдем по теореме Гаусса. Проведем мысленно между обкладками конденсатора цилиндрическую поверхность, параллельную его оси (рис.17). Согласно теореме Гаусса, поток вектора напряженности $N_E = Q/\varepsilon_0$, где Q – заряд, ограниченный этой поверхностью, т.е. заряд, находящийся на внутреннем цилиндре конденсатора.

Симметрия задачи такова, что поле в зазоре конденсатора будет направлено вдоль радиуса, т.е. будет зависеть только от рас-

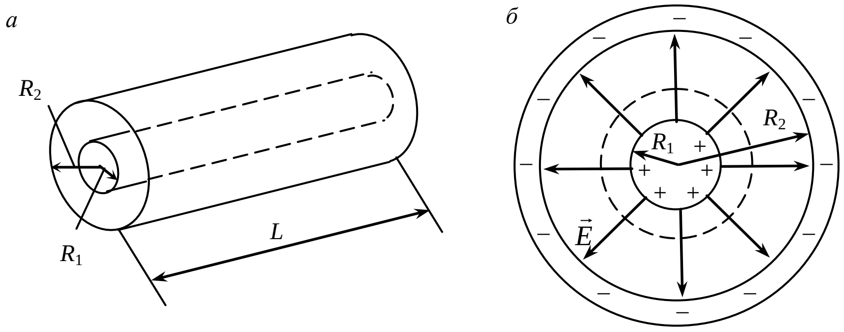

Рис.17

стояния от оси конденсатора до проведенной нами цилиндрической поверхности в любой ее точке. Таким образом, электрическое поле одинаково во всех точках проведенной нами поверхности и перпендикулярно ей, так как направлено вдоль радиуса. Отсюда следует, что поток вектора напряженности электрического поля через эту поверхность $N_E = ES$, где S – площадь поверхности. Если цилиндрическая поверхность проведена на произвольном расстоянии r от оси конденсатора, то ее площадь $S = 2\pi rL$, где L – высота конденсатора (рис.17, *а*). Для потока вектора напряженности получим $N_E = 2\pi rLE$. Подставляя это выражение в теорему Гаусса, найдем $2\pi rLE = Q/\varepsilon_0$. Откуда получим $E = Q/(2\pi\varepsilon_0 rL)$. Поскольку поле по направлению совпадает с радиусом, выполняется равенство $E_r = E$.

Подставим выражение для E_r в формулу для разности потенциалов:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{l_1}^{l_2} E_r(r)dr = \int_{l_1}^{l_2} \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 rL} dr = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln\left(\frac{l_2}{l_1}\right).$$

Следует обратить внимание на то, что, поскольку $l_2 < l_1$, разность потенциалов $\varphi_2 - \varphi_2$ окажется величиной отрицательной. Это утверждение соответствует тому, что электрон, имеющий отрицательный заряд, движется из области меньшего потенциала в область большего потенциала.

Разность потенциалов между пластинами конденсатора U связана с напряженностью поля соотношением вида $U = \int\limits_{R_1}^{R_2} E_r dr$.

Подставляя сюда выражение для E_r, получим

$$U = \int\limits_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 rL} dr = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} \int\limits_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right),$$

откуда

$$\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} = \frac{U}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}.$$

Подставив последнее равенство в выражение для разности потенциалов, получим

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{U}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \ln\left(\frac{l_2}{l_1}\right).$$

Работа сил поля по перемещению электрона

$$A = e(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{eU}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \ln\left(\frac{l_2}{l_1}\right).$$

Учитывая, что кинетическая энергия электрона равна работе сил поля, получим

$$\frac{m_e v^2}{2} = \frac{eU}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \ln\left(\frac{l_2}{l_1}\right),$$

откуда

$$v = \sqrt{2eU \ln\left(\frac{l_2}{l_1}\right) \Big/ m_e \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}.$$

Сделаем проверку размерности:

$$[v]=\left(\frac{\text{Êë}\cdot\text{Â}}{\text{êã}}\right)^{1/2}=\left(\frac{\text{Äæ}}{\text{êã}}\right)^{1/2}=\left(\frac{\text{ì}^{2}}{\text{ñ}^{2}}\right)^{1/2}=\frac{\text{ì}}{\text{ñ}}.$$

Подставим численные значения:

$$v=\sqrt{2\left(-1{,}6\cdot10^{-19}\right)\ln\left(\frac{2\cdot10^{-3}}{2{,}5\cdot10^{-3}}\right)\Big/\left[9{,}1\cdot10^{-31}\ln\left(\frac{3{,}5\cdot10^{-3}}{1{,}5\cdot10^{-3}}\right)\right]}=182216\ \text{ì/c}\ .$$

Ответ: v = 182216 м/с.

Задачи для самостоятельного решения

1. Два точечных заряда Q_1 = 6 нКл и Q_2 = 3 нКл находятся на расстоянии d = 60 см друг от друга. Какую работу необходимо совершить внешним силам, чтобы уменьшить расстояние между зарядами вдвое?

2. Электрическое поле создано заряженным проводящим шаром, потенциал φ которого 300 В. Определить работу сил поля по перемещению заряда Q = 0,2 мкКл из точки 1 в точку 2 (рис.18).

3. Электрическое поле создано зарядами Q_1 = 2 мкКл и Q_2 = –2 мкКл, находящимися на расстоянии a = 10 см друг от друга. Определить работу сил поля, совершаемую при перемещении заряда Q = 0,5 мкКл из точки 1 в точку 2 (рис.19).

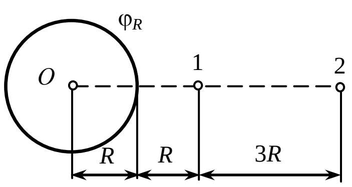

Рис.18

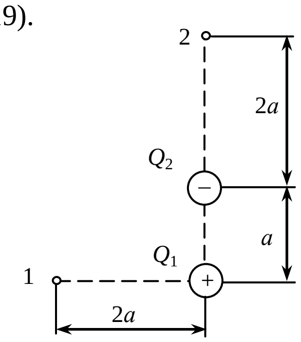

Рис.19

4. Две параллельные заряженные плоскости, поверхностные плотности заряда которых σ_1 = 2 мкКл/м^2 и σ_2 = –0,8 мкКл/м^2, находятся на расстоянии d = 0,6 см друг от друга. Определить разность потенциалов U между плоскостями.

5. Диполь с электрическим моментом p = 100 пКл·м свободно установился в однородном электрическом поле напряженностью E = 200 кВ/м. Определить работу внешних сил, которую необходимо совершить для поворота диполя на угол α = 180°.

6. Четыре одинаковые капли ртути, заряженные до потенциала φ = 10 В, сливаются в одну. Каков потенциал φ_1 образующейся капли?

7. Тонкий стержень согнут в кольцо радиусом R = 10 см. Он равномерно заряжен с линейной плотностью заряда τ = 800 нКл/м. Определить потенциал φ в точке, расположенной на оси кольца на расстоянии h = 10 см от его центра.

8. Поле образовано точечным диполем с электрическим моментом p = 200 пКл·м. Определить разность потенциалов U двух точек поля, расположенных симметрично относительно диполя на его оси на расстоянии r = 40 см от центра диполя.

9. Электрическое поле образовано бесконечно длинной заряженной нитью, линейная плотность заряда которой τ = 20 пКл/м. Определить разность потенциалов U двух точек поля, отстоящих от нити на расстоянии r_1 = 8 см и r_2 = 12 см.

10. Тонкая квадратная рамка равномерно заряжена с линейной плотностью заряда τ = 200 пКл/м. Определить потенциал φ поля в точке пересечения диагоналей.

11. Пылинка массой m = 200 мкг, несущая на себе заряд Q = 40 нКл, влетела в электрическое поле в направлении силовых линий. После прохождения разности потенциалов U = 200 В пылинка имела скорость v = 10 м/с. Определить скорость v_0 пылинки до того, как она влетела в поле.

12. Электрон, обладавший кинетической энергией T = 10 эВ, влетел в однородное электрическое поле в направлении силовых линий поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов U = 8 В?

13. Найти отношение скоростей ионов Cu^{++}и K^{+}, прошедших одинаковую разность потенциалов.

14. Электрон с энергией $T = 400$ эВ (в бесконечности) движется вдоль силовой линии по направлению к поверхности металлической заряженной сферы радиусом $R = 10$ см. Определить минимальное расстояние a, на которое приблизится электрон к поверхности сферы, если ее заряд $Q = –10$ нКл.

15. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобрел скорость $v = 10^5$ м/с. Расстояние между пластинами $d = 8$ мм. Найти: 1) разность потенциалов U между пластинами; 2) поверхностную плотность заряда σ на пластинах.

16. Пылинка массой $m = 5$ нг, несущая на себе $N = 10$ электронов, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов $U = 1$ МВ. Какова кинетическая энергия T пылинки? Какую скорость v приобрела пылинка?

17. В однородное электрическое поле напряженностью $E = 200$ В/м (вдоль силовой линии) влетает электрон со скоростью $v_0 = 2 \cdot 10^6$ м/с. Определить расстояние l, которое пройдет электрон до точки, в которой его скорость будет равна половине начальной.

18. Электрон движется вдоль силовой линии однородного электрического поля. В некоторой точке поля с потенциалом $\varphi_1 = 100$ В электрон имел скорость $v_1 = 6$ Мм/с. Определить потенциал φ_2 точки поля, дойдя до которой электрон потеряет половину своей скорости.

19. Какой минимальной скоростью v_{min} должен обладать протон, чтобы он мог достигнуть поверхности заряженного до потенциала $\varphi = 400$ В металлического шара?

20. Электрическое поле создано бесконечной заряженной прямой линией с равномерно распределенным зарядом ($\tau = 10$ нКл/м). Определить кинетическую энергию T_2 электрона в точке 2, если в точке 1 его кинетическая энергия $T_1 = 200$ эВ (рис.20).

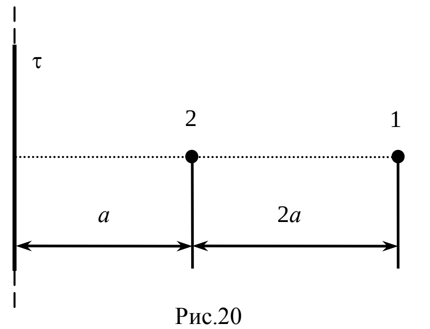

Рис.20

21. Какая работа A совершается при перенесении точечного заряда q = 20 нКл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии r = 1 см от поверхности шара радиусом R = 1 см с поверхностной плотностью заряда σ = 10 мкКл/м^2?

22. На расстоянии r_1 от бесконечно длинной заряженной нити находится точечный заряд q = 0,66 нКл. Под действием поля заряд приближается к нити до расстояния r_2 = 2 см; при этом совершается работа $A = 5\cdot 10^{-6}$ Дж. Найти линейную плотность заряда τ на нити.

23. Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечно длинной нитью с линейной плотностью заряда τ = 0,2 мкКл/м. Какую скорость v получит электрон под действием поля, приблизившись к нити с расстояния r_1 = 1 см до расстояния r_2 = 0,5 см?

24. Около заряженной бесконечно протяженной плоскости находится точечный заряд q = 0,66 нКл. Заряд перемещается по линии напряженности поля на расстояние ΔR = 2 см; при этом совершается работа $A = 5\cdot 10^{-6}$ Дж. Найти поверхностную плотность заряда σ на плоскости.

25. Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечно длинной нитью. Двигаясь под действием этого поля от точки, находящейся на расстоянии r_1 = 1 см от нити, до точки r_2 = 4 см, α-частица изменила свою скорость от $v_1 = 2\cdot 10^5$ м/с до $v_2 = 3\cdot 10^6$ м/с. Найти линейную плотность заряда τ на нити.

4. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЕМКОСТЬ. КОНДЕНСАТОРЫ

Основные формулы

Электроемкость уединенного проводника

$$C = Q/\varphi,$$

где φ – потенциал проводника (при условии, что в бесконечности потенциал проводника принимается равным нулю).

Электроемкость плоского конденсатора

$$C = Q/U \text{ или } C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d,$$

где Q – заряд пластин конденсатора; U – разность потенциалов между пластинами; S – площадь пластины (одной) конденсатора; d – расстояние между пластинами.

Электроемкость батареи конденсаторов: при последовательном соединении

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i};$$

при параллельном соединении

$$C = \sum_{i=1}^{N} C_i,$$

где N – число конденсаторов в батарее.

Энергия заряженного уединенного проводника

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C},$$

где где φ – потенциал проводника; C – его емкость; Q – заряд.

Энергия плоского конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2} = \frac{Q^2}{2C},$$

где C – емкость конденсатора; Q – заряд на пластинах; U – разность потенциалов.

Объемная плотность энергии электрического поля

$$w = \frac{ED}{2} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{E^2}{2},$$

где E – напряженность электрического поля; $D = \varepsilon_0\varepsilon E$ – индукция электрического поля.

Примеры решения задач

1. При помощи электрометра сравнивали между собой емкости двух конденсаторов. Для этого заряжали их до разностей потенциалов U_1 = 300 В и U_2 = 100 В и соединяли оба конденсатора параллельно. Измеренная при этом электрометром разность потенциалов между обкладками конденсатора оказалась равной 250 В. Найти отношение емкостей C_1/C_2.

Дано:
U_1 = 300 В
U_2 = 100 В
U = 250 В
C_1/C_2 = ?

Решение. Заряженный конденсатор имеет заряд $Q = UC$. Заряды конденсаторов до того, как их соединили, $Q_1 = U_1C_1$ и $Q_2 = U_2C_2$. После того, как конденсаторы соединят, заряды перераспределятся между ними, но суммарный заряд останется неизменным и это дает $Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$, где штрихом отмечен заряд конденсаторов после того как их соединят. Имея в виду, что $Q_1' = UC_1$, а $Q_2' = UC_2$, получим $U_1C_1 + U_2C_2 = UC_1 + UC_2 = U(C_1 + C_2)$. Из этого равенства найдем

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{(1 - U_2/U)}{(U_1/U - 1)}.$$

Подставляя численные значения, получим

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{(1 - 100/250)}{(300/250 - 1)} = \frac{1 - 0{,}4}{1{,}2 - 1} = 3.$$

Ответ: C_1/C_2 = 3.

2. Плоский конденсатор, площадь каждой пластины которого S = 400 см^2, заполнен двумя слоями диэлектрика. Граница между ними параллельна обкладкам. Первый слой – прессшпан (ε_1 = 2) толщиной l_1 = 0,2 см; второй слой – стекло (ε_2 = 7) толщиной l_2 = 0,3 см (рис.21). Конденсатор заряжен до разности потенциалов U = 600 В. Найти энергию конденсатора.

Дано:
S = 400 см^2
ε_1 = 2
l_1 = 0,2 см
ε_2 = 7
l_2 = 0,3 см
U = 600 В
W = ?

Решение. В конденсаторе электрическое поле локализовано между его обкладками. Энергия заряженного конденсатора может быть найдена по общей формуле для энергии электрического поля

$$W = \int_V w_e dV\,, \qquad (11)$$

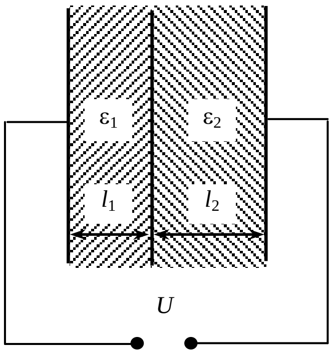

Рис.21

где V – объем, в котором существует электрическое поле; W_e – плотность энергии поля, $w_e = \varepsilon\varepsilon_0 E^2/2$.

Можно также рассчитать энергию конденсатора как

$$W = CU^2/2\,, \qquad (12)$$

где C – емкость конденсатора.

При использовании первого метода [см. формулу (11)] следует по заданному значению U найти напряженность поля, применяя соотношение

$$U = \int_1^2 E dl\,. \qquad (13)$$

Поскольку в плоском конденсаторе в пределах каждого диэлектрика поле однородно, равенство (13) может быть записано в виде

$$U = E_1 l_1 + E_2 l_2\,, \qquad (14)$$

где индексы 1 и 2 относятся соответственно к первому и второму диэлектрикам.

Граница раздела диэлектриков параллельна обкладкам и, следовательно, нормальна силовым линиям поля, поэтому $D_1 = D_2$, откуда

$$\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2\,. \qquad (15)$$

Уравнения (14) и (15) представляют собой систему относительно неизвестных E_1 и E_2, при совместном решении которой получим

$$E_1 = \frac{U}{l_1 + \varepsilon_1 l_2/\varepsilon_2} = \frac{\varepsilon_2 U}{\varepsilon_2 l_1 + \varepsilon_1 l_2}\,;\; E_2 = \frac{U}{\varepsilon_2 l_1/\varepsilon_1 + l_2} = \frac{\varepsilon_1 U}{\varepsilon_2 l_1 + \varepsilon_1 l_2}\,. \qquad (16)$$

В пределах объема каждого слоя плотность энергии постоянна и равенство (11) принимает вид

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 E_1^2 S l_1}{2} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 E_2^2 S l_2}{2}\,.$$

Учитывая выражения (16), после несложных преобразований получим

$$W = \frac{\varepsilon_0 U^2 S \varepsilon_1 \varepsilon_2}{2(\varepsilon_2 l_1 + \varepsilon_1 l_2)}\,.$$

Проконтролируем правильность решения, проверив размерность правой и левой части:

$$[W] = \frac{\text{Ô/ì} \cdot \text{Â}^2 \cdot \text{ì}^2}{\text{ì}} = \text{Ô} \cdot \text{Â}^2 = \text{Êë} \cdot \text{Â} = \text{Äæ}.$$

Подставляя численные значения, найдем

$$W = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 600^2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 7}{2 \cdot (7 \cdot 0{,}02 + 2 \cdot 0{,}03)} = 4{,}4 \cdot 10^{-5}\ \text{Äæ}.$$

Ответ: $W = 4{,}4 \cdot 10^{-5}$ Дж.

3. Электрон влетает в плоский воздушный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью 10^6 м/с. Длина конденсатора 1 см, напряженность электрического поля в нем $5 \cdot 10^3$ Н/Кл. Найти скорость электрона при вылете из конденсатора и его смещение Δy.

Дано:
$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг
$q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$v_0 = 10^6$ м/с
$l = 1$ см
$E = 5 \cdot 10^3$ Н/Кл

v = ?
Δy = ?

Решение. Сила тяжести, действующая на электрон, $F_e = mg = 9{,}1 \cdot 10^{-30}$ Í , сила Кулона $F = q_e E = 8 \cdot 10^{-16}$ Í , т.е. кулоновская сила много больше, чем сила тяжести. Поэтому можно считать, что движение электрона происходит только под действием кулоновской силы.

Запишем для электрона второй закон Ньютона:

$$m_e \vec{a} = \vec{F}\,,$$

где $\vec{F} = q\vec{E}$. Направление осей координат показано на рис.22.

Движение электрона вдоль оси x – равномерное, со скоростью v_0, так как проекция силы $\vec{F}$ на ось x равна нулю, следовательно, время, в течение которого электрон пролетает между пластинами конденсатора,

$$t = l/v_0\ .$$

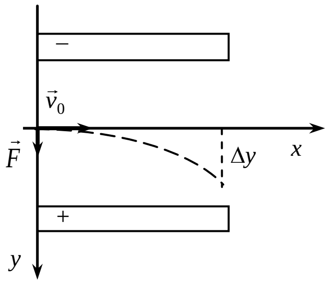

Рис.22

Движение электрона вдоль оси y – равноускоренное под действием силы $\vec{F}$, направленной вдоль этой оси. Ускорение $a_y = a = q_e E/m_e$. Начальная скорость

$$v_{0y} = 0\,,$$

смещение электрона вдоль оси y

$$\Delta y = at^2/2 = \frac{q_e E}{m_e}\frac{\left(l/v_0\right)^2}{2} = \frac{q_e E l^2}{2 m_e v_0^2}\ ;$$

$$\left[\Delta y\right] = \frac{\text{Êë}\cdot\left(\text{Í}\ /\text{Êë}\right)\cdot\text{ì}^{\ 2}}{\text{êã}\cdot\text{ì}^{\ 2}/\text{ñ}^2} = \text{ì}\quad .$$

Скорость электрона в момент вылета v направлена по касательной к траектории его движения, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, где $v_x = v_0$, $v_y = at$. Окончательно

$$v = \sqrt{v_0^2 + \left(qEl/m_e v_0\right)^2}\ ;$$

$$\left[v\right] = \sqrt{\frac{\text{ì}^{\ 2}}{\text{ñ}^2} + \left(\frac{\text{Êë}\cdot\left(\text{Í}\ /\text{Êë}\right)\cdot\text{ì}}{\text{êã}\cdot\text{ì}\ /\text{ñ}}\right)^2} = \text{ì}\ /\text{ñ}\,.$$

Вычислим согласно полученным расчетным формулам Δy и v:

$$\Delta y = \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 5\cdot 10^3\cdot 10^{-4}}{2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 10^{12}}\,\text{ì}\ = 4{,}4\cdot 10^{-2}\,\text{ì}\ \ ;$$

$$v = \sqrt{10^{12} + \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{3} \cdot 10^{-2}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{6}}}\ \text{ì}/\text{ñ} = 8{,}7 \cdot 10^{6}\ \text{ì}/\text{ñ}.$$

Ответы: v = 8,7·10^6 м/с; Δy = 4,4·10^{-2} м.

4. Найти емкость сферического конденсатора, радиусы обкладок которого a и b, причем $a < b$, если пространство между обкладками заполнено: а) однородным диэлектриком с проницаемостью ε; б) диэлектриком, проницаемость которого зависит от расстояния r от центра конденсатора как $\varepsilon = \alpha/r$, где α – постоянная.

Дано:
a
b
ε
$\varepsilon(r)$
C = ?

Решение. Пусть заряд конденсатора равен q. Тогда значение электрической индукции внутри конденсатора $D = q/4\pi r^2$, а напряженность поля $E = D/[\varepsilon_0 \varepsilon(r)]$. Разность потенциалов между сферами $U = \int_a^b E dr$; емкость $C = q/U$.

Таким образом, для емкости имеем следующее выражение:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \Big/ \int_a^b \frac{dr}{r^2 \varepsilon(r)}.$$

Произведем расчет:

а) если диэлектрическая постоянная не зависит от r и равна ε, имеем

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\int_a^b \frac{dr}{\varepsilon r^2}} = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}{-\frac{1}{r}\Big|_a^b} = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon ab}{(b-a)};$$

б) если $\varepsilon = \alpha/r$, имеем

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\int_a^b \frac{dr}{r^2 \alpha r^{-1}}} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\int_a^b \frac{dr}{\alpha r}} = \frac{4\pi\alpha\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}.$$

Ответы: а) $C = \dfrac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon ab}{(b-a)}$, б) $C = \dfrac{4\pi\alpha\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Конденсаторы емкостью $C_1 = 5$ мкФ и $C_2 = 10$ мкФ заряжены до напряжений $U_1 = 60$ В и $U_2 = 100$ В соответственно. Конденсаторы соединены обкладками, имеющими одноименные заряды. Определить напряжение на обкладках.

2. Конденсатор емкостью $C_1 = 10$ мкФ заряжен до напряжения $U = 10$ В. Определить заряд на обкладках этого конденсатора после того, как параллельно ему был подключен другой, незаряженный, конденсатор емкостью $C_2 = 20$ мкФ.

3. Конденсаторы емкостью $C_1 = 2$ мкФ, $C_2 = 5$ мкФ и $C_3 = 10$ мкФ соединены последовательно и находятся под напряжением $U = 850$ В. Определить напряжение и заряд на каждом из конденсаторов.

4. Два конденсатора емкостью $C_1 = 2$ мкФ и $C_2 = 5$ мкФ заряжены до напряжений $U_1 = 100$ В и $U_2 = 150$ В соответственно. Конденсаторы соединены обкладками, имеющими разноименные заряды. Определить напряжение на обкладках.

5. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора емкостью $C = 100$ пФ каждый соединены в батарею последовательно. Определить, на сколько изменится емкость C батареи, если пространство между пластинами одного из конденсаторов заполнить парафином.

6. Два конденсатора емкостью $C_1 = 5$ мкФ и $C_2 = 8$ мкФ соединены последовательно и присоединены к батарее с ЭДС $E = 80$ В. Определить заряды Q_1 и Q_2 конденсаторов и разности потенциалов U_1 и U_2 между их обкладками.

7. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом $R = 10$ см каждая. Расстояние между пластинами $d = 2$ мм. Конденсатор присоединен к источнику напряжений $U = 80$ В. Определить заряд Q и напряженность E поля конденсатора, если диэлектриком является: а) воздух; б) стекло.

8. Два металлических шарика радиусом $R_1 = 5$ см и $R_2 = 10$ см имеют заряды $Q_1 = 40$ нКл и $Q_2 = –20$ нКл соответственно. Найти энергию W, которая выделится при разряде, если шары соединить проводником.

9. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектрика: стекла толщиной d_1 = 0,2 см и парафина толщиной d_2 = 0,3 см. Разность потенциалов между обкладками U = 300 В. Определить напряженность E поля и падение потенциала в каждом из слоев. Диэлектрическую проницаемость стекла и парафина см. в прил.2.

10. Плоский конденсатор с площадью пластин S = 200 см^2 каждая заряжен до разности потенциалов U = 2 кВ. Расстояние между пластинами d = 2 см. Диэлектрик – стекло. Определить энергию W поля конденсатора и плотность энергии w поля.

11. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора S = 0,01 м^2, расстояние между ними d = 5 мм. К пластинам приложена разность потенциалов U_1 = 300 В. После отключения конденсатора от источника напряжения пространство между пластинами заполняется эбонитом. Какова будет разность потенциалов U_2 между пластинами после заполнения? Найти емкость конденсаторов C_1 и C_2 и поверхностные плотности зарядов σ_1 и σ_2 на пластинах до и после заполнения.

12. Дан плоский конденсатор, имеющий три диэлектрические прокладки толщиной 2 мм из стекла, слюды и парафина, заполняющие весь объем между обкладками. Площадь обкладки конденсатора 200 см^2. Определить емкость этого конденсатора и падение напряжения на каждом диэлектрике при подаче на конденсатор напряжения 50 В. Определить энергию поля, накопленную в конденсаторе, и поверхностную плотность зарядов на каждом диэлектрике.

13. Плоский конденсатор зарядили с помощью источника ЭДС E = 200 В. Затем конденсатор был отключен от источника. Определить напряжение между пластинами, если расстояние между ними увеличить с 0,2 до 0,7 мм, а пространство между пластинами заполнить слюдой. Найти поверхностную плотность связанных зарядов.

14. Электроемкость C плоского конденсатора равна 1,5 пФ, расстояние между пластинами d = 5 мм. Найти емкость конденсатора, если на нижнюю пластину положен лист эбонита толщиной d_1 = 3 мм (ε_1 = 3). Определить поверхностную плотность связанных зарядов в эбоните, если к конденсатору приложить напряжение U = 8,5 В.

15. В плоском горизонтально расположенном вакуумном конденсаторе капля ртути находится в равновесии. Определить радиус капли, если ее заряд равен $8 \cdot 10^{-16}$ Кл, напряжение на конденсаторе 600 В, расстояние между пластинами 2 см.

16. Одной из пластин плоского конденсатора площадью 0,2 м^2 сообщили заряд $3{,}14 \cdot 10^{-9}$ Кл. Расстояние между пластинами $d = 2$ мм. Между пластинами параллельно им находится стеклянная пластинка толщиной $d_1 = 0{,}5$ мм. Определить напряженность электрического поля в стекле ($\varepsilon_1 = 7$) и в воздухе ($\varepsilon_2 = 1$), поверхностную плотность связанных зарядов и напряжение на конденсаторе.

17. Пластины плоского конденсатора притягиваются с силой 0,3 Н. Пространство между пластинами заполнено слюдой ($\varepsilon = 7$). Площадь пластины 10 см^2. Найти: 1) заряды на пластинах; 2) напряженность электрического поля между пластинами; 3) поверхностную плотность связанных зарядов; 4) плотность энергии поля; 5) поток вектора электрического смещения через плоскость, перпендикулярную пластинам и по площади им равную.

18. Плоский конденсатор заполнен диэлектриком, и на его пластины подана некоторая разность потенциалов. Его энергия $2 \cdot 10^{-5}$ Дж. После того, как конденсатор отключили от источника напряжения, диэлектрик из конденсатора вынули. Работа, которую совершали против сил электрического поля, равна $7 \cdot 10^{-5}$ Дж. Найти диэлектрическую проницаемость диэлектрика.

19. Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии 2 мм друг от друга, помещен диэлектрик, полностью заполняющий пространство между пластинами. На конденсатор подано напряжение 600 В. Если, отключив источник напряжения, вынуть диэлектрик из конденсатора, разность потенциалов возрастет до 1800 В. Найти относительную диэлектрическую проницаемость диэлектрика и поверхностную плотность зарядов, накопленных на пластинах конденсатора.

20. Конденсатор с парафиновым диэлектриком заряжен до разности потенциалов 150 В. Напряженность поля в нем $6 \cdot 10^6$ В/м. Площадь пластин 6 см^2. Определить емкость конденсатора и поверхностную плотность заряда на обкладках ($\varepsilon = 2$).

21. Вычислить емкость батареи, состоящей из трех конденсаторов емкостью 1 мкФ каждый, при всех возможных случаях их соединения.

22. Заряд на каждом из двух последовательно заряженных конденсаторов емкостью 18 и 10 пФ равен 0,09 нКл. Определить напряжение: 1) на батарее конденсаторов; 2) на каждом конденсаторе.

23. Конденсатор емкостью 16 мкФ последовательно соединен с конденсатором неизвестной емкости, и они подключены к источнику постоянного напряжения 12 В. Определить емкость второго конденсатора, если заряд батареи 24 мкКл.

24. Два конденсатора емкостью по 3 мкФ заряжены, первый – до напряжения 100 В, второй – до 200 В. Определить напряжение между обкладками конденсатора, если они соединены параллельно: 1) одноименно заряженными обкладками; 2) разноименно заряженными обкладками.

25. Со скоростью $2 \cdot 10^7$ м/с электрон влетает в пространство между обкладками плоского конденсатора в середине зазора в направлении, параллельном обкладкам. При какой минимальной разности потенциалов на обкладках электрон не вылетит из конденсатора, если длина конденсатора 10 см, а расстояние между его обкладками 1 см?

5. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Основные формулы

Сила электрического тока численно равна количеству электричества, проходящему через поперечное сечение проводника в единицу времени. Для постоянного тока верно $I = \Delta Q / \Delta t$, где ΔQ – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время Δt.

Мгновенное значение силы переменного тока

$$I(t) = dQ / dt .$$

Плотность тока $j = I / S$, где I – ток в проводнике; S – поперечное сечение. Связь плотности тока со средней скоростью $\langle v \rangle$ направленного движения носителей заряда выражается формулой $j = nQ\langle v\rangle$, где Q – заряд частицы; n – концентрация носителей заряда.

Закон Ома. А. Для участка цепи, не содержащего ЭДС,

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R},$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2) = U$ – разность потенциалов (напряжение) на концах участка цепи; R – сопротивление участка.

Б. Для участка цепи, содержащего ЭДС,

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon}{R},$$

где ε – ЭДС источника тока; R – полное сопротивление участка (сумма внешних и внутренних сопротивлений); знак плюс берется в том случае, если действие ЭДС направлено от более высокого потенциала к более низкому, а знак минус, если действие ЭДС направлено от более низкого потенциала к более высокому.

В. Для замкнутой (полной) цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R + R_i},$$

где R – внешнее сопротивление цепи; R_i – внутреннее сопротивление цепи.

Правила Кирхгофа. Первое правило Кирхгофа

$$\sum_i I_i = 0;$$

второе правило Кирхгофа

$$\sum_i I_i R_i = \sum_i \varepsilon_i .$$

Здесь $\sum_i I_i$ – алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле; $\sum_i I_i R_i$ – алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивление участков.

Токи, направленные против направления обхода контуров, выбранного за положительное, учитываются в этой сумме со знаком минус. Алгебраическая сумма ЭДС $\sum_i \varepsilon_i$. ЭДС входит в эту сумму с положительным знаком, если направление ее действия совпадает с направлением обхода контура, и с отрицательным знаком, если направление ее действия противоположно направлению обхода контура.

Сопротивление и проводимость проводника соответственно

$$R = \rho \frac{l}{S} \text{ и } G = \gamma \frac{S}{l},$$

где ρ – удельное сопротивление; l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения проводника; γ – удельная проводимость.

Сопротивление системы проводников при последовательном и параллельном соединении соответственно

$$R = \sum_i R_i \text{ и } \frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i},$$

где R_i – сопротивление i-го проводника.

Работа тока

$$A = UIt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t.$$

Первая формула справедлива для любого участка цепи, на концах которого поддерживается напряжение U, две последние – для участка, не содержащего ЭДС.

Мощность тока

$$P = UI; \;\; P = I^2R; \;\; P = \frac{U^2}{R}.$$

Закон Джоуля – Ленца

$$Q = UIt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t.$$

Закон Ома в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \gamma \cdot \vec{E},$$

где $\vec{j}$ – плотность тока; γ – удельная проводимость; $\vec{E}$ – напряженность электрического поля.

Связь удельной проводимости γ с подвижностью b заряженных частиц (ионов)

$$\gamma = Qn(b_+ + b_-),$$

где Q – заряд иона; n – концентрация ионов; b_+ и b_- – подвижность положительных и отрицательных ионов.

Примеры решения задач

1. В цепи (рис.23) амперметр показывает силу тока I = 1,5 А. Через сопротивление R_1 протекает ток силой I_1 = 0,5 А. Сопротивление R_2 = 2 Ом, R_3 = 6 Ом. Определить сопротивление R_1, а также силу токов I_2 и I_3, протекающих через сопротивление R_2 и R_3.

Дано:
I = 1,5 А
I_1 = 0,5 А
R_2 = 2 Ом
R_3 = 6 Ом

R_1 = ?
I_2 = ?
I_3 = ?

Решение. Рассмотрим контур *ABCD*. Выберем направление по часовой стрелке как положительное направление обхода контура (показано стрелками). Поскольку электродвижущие силы в этом контуре отсутствуют, второе правило Кирхгофа для него будет иметь вид $I_3R_3 - I_1R_1 = 0$.

Аналогично для контура *ABFE* имеем $I_2R_2 - I_1R_1 = 0$ и для контура *CDEF* $I_3R_3 - I_2R_2 = 0$. Токи, текущие против направления обхода контуров, берутся со знаком минус.

По первому правилу Кирхгофа $I = I_1 + I_2 + I_3$. Падение напряжения U на концах каждого сопротивления одинаковое, поэтому можно написать

$$U = I_1R_1 = I_2R_2 = I_3R_3.$$

Отсюда получим

$$I_2 = \frac{I_1R_1}{R_2}, \quad I_3 = \frac{I_1R_1}{R_3}.$$

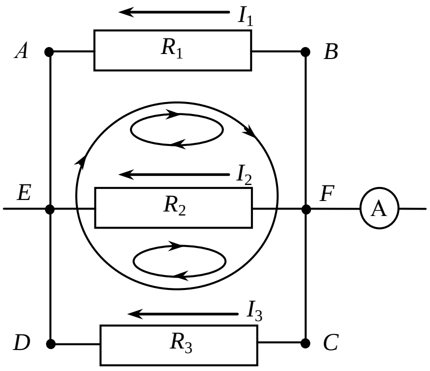

Рис.23

Подставим эти выражения в первое правило Кирхгофа и найдем

$$I = I_1 + \frac{I_1 R_1}{R_2} + \frac{I_1 R_1}{R_3}.$$

Преобразуем это выражение к виду

$$I = I_1 + R_1\left(\frac{I_1}{R_2} + \frac{I_1}{R_3}\right),$$

откуда

$$R_1 = \frac{I - I_1}{\left(\dfrac{I_1}{R_2} + \dfrac{I_1}{R_3}\right)} = \frac{(I - I_1)}{I_1}\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$

Для I_2 и I_3 получим соответственно

$$I_2 = \frac{I_1 R_1}{R_2} = (I - I_1)\frac{R_3}{(R_2 + R_3)} \text{ и } I_3 = \frac{I_1 R_1}{R_3} = (I - I_1)\frac{R_2}{(R_2 + R_3)}.$$

Подставляя численные значения, получим

$$R_1 = \frac{(1{,}5 - 0{,}5)}{0{,}5}\frac{2 \cdot 6}{2 + 6} = 3\ \text{Îì} \quad ; \; I_2 = (1{,}5 - 0{,}5) \cdot \frac{6}{2 + 6} = 0{,}75\ \text{A};$$

$$I_3 = (1{,}5 - 0{,}5)\frac{2}{2 + 6} = 0{,}25\ \text{A}.$$

Ответы: R_1 = 3 Ом; I_2 = 0,75 А; I_3 = 0,25 А.

2. Определить ток короткого замыкания источника ЭДС, если при внешнем сопротивлении R_1 = 50 Ом ток в цепи I_1 = 0,2 А, а при внешнем сопротивлении R_2 = 110 Ом ток в цепи I_2 = 0,1 А.

Дано:
R_1 = 50 Ом
I_1 = 0,2 А
R_2 = 110 Ом
I_2 = 0,1 А
$I_{кз}$ = ?

Решение. Ток короткого замыкания дается соотношением $I_{\hat{e}ç} = \varepsilon / r$, где ε – электродвижущая сила источника тока; r – его внутреннее сопротивление.

В то же время, когда к источнику подключены сопротивления R_1 и R_2, выполняется закон Ома для замкнутой цепи

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}\ ;\ I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}.$$

Решая эти уравнения относительно ε и r, получим

$$r = \frac{I_2R_2 - I_1R_1}{I_1 - I_2}\ ;\ \varepsilon = I_1\left(R_1 + \frac{I_2R_2 - I_1R_1}{I_1 - I_2}\right),$$

откуда

$$I_{\text{êç}} = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{I_1\left(R_1 + \dfrac{I_2R_2 - I_1R_1}{I_1 - I_2}\right)}{\dfrac{I_2R_2 - I_1R_1}{I_1 - I_2}} = I_1\left(\frac{R_1(I_1 - I_2)}{I_2R_2 - I_1R_1} + 1\right).$$

Подставляя численные значения, найдем

$$I_{\text{êç}} = 0{,}2\left(\frac{50(0{,}2 - 0{,}1)}{0{,}1\cdot 110 - 0{,}2\cdot 50} + 1\right) = 1{,}2\ \text{А}.$$

Ответ: $I_{кз}$ = 1,2 А.

3. На схеме, представленной на рис.24, батареи имеют ЭДС E_1 = 2 В, E_2 = 4 В, E_3 = 6 В, R_1 = 4 Ом, R_2 = 6 Ом, R_3 = 8 Ом. Найти токи во всех участках цепи.

Дано:
E_1 = 2 В
E_2 = 4 В
E_3 = 6 В
R_1 = 4 Ом
R_2 = 6 Ом
R_3 = 8 Ом
I_1 = ?
I_2 = ?
I_3 = ?

Решение. Выберем направление искомых токов и направление обхода контуров *ABCD* и *CDEF*, как указано на рис.24.

Тогда первое правило Кирхгофа для узла *C* имеет вид $I_1 + I_2 - I_3 = 0$. Токи, входящие в узел, берутся со знаком плюс; токи, выходящие из узла, берутся со знаком минус.

Запишем второе правило Кирхгофа для контура *ABCD*: $I_1R_1 - I_2R_2 = E_1 - E_2$. Ток I_1 совпадает с направлением обхода контура, поэтому он учитывается со знаком плюс, а ток I_2, наобо-

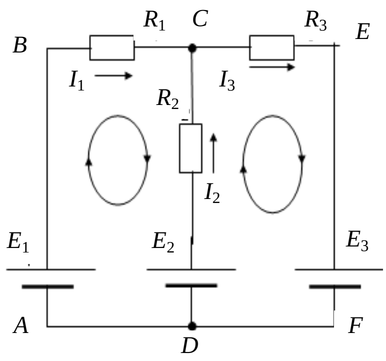

Рис.24

рот, направлен против обхода контура и берется со знаком минус. Направление действия ЭДС E_1 совпадает с направлением обхода контура, поэтому она учитывается со знаком плюс, а направление действия E_2 противоположно направлению обхода контура *ABCD* и учитывается со знаком минус.

Аналогично можно написать второе правило Кирхгофа и для контура *CDEF*: $I_2R_2 + I_3R_3 = E_2 - E_3$. Выпишем все уравнения:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0;$$

$$I_1R_1 - I_2R_2 = E_1 - E_2;$$

$$I_2R_2 + I_3R_3 = E_2 - E_3.$$

Выразим ток I_3 из первого уравнения: $I_3 = I_1 + I_2$. Подставим это выражение в третье уравнение: $I_2R_2 + (I_1 + I_2)R_3 = E_2 - E_3$. Решая полученное выражение относительно I_2, получим

$$I_2 = \frac{E_2 - E_3 - I_1R_3}{(R_2 + R_3)}.$$

Подставляя выражение для I_2 во второе уравнение, найдем

$$I_1 = \frac{(E_1 - E_2)(R_2 + R_3) + (E_2 - E_3)R_2}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_3R_2}.$$

Подставляя численные значения, получим

$$I_1 = \frac{(2-4)(6+8) + (4-6)6}{4\cdot 6 + 4\cdot 8 + 6\cdot 8} = -0{,}384\ \text{А}.$$

Знак минус означает, что ток течет против направления, выбранного нами для решения задачи.

Ответы: I_1 = –384 мА, I_2 = 77 мА, I_3 = –307 мА.

Задачи для самостоятельного решения

1. Катушка и амперметр соединены последовательно и подключены к источнику тока. К клеммам катушки присоединен вольтметр с сопротивлением $r = 4$ кОм. Амперметр показывает силу тока $I = 0{,}3$ А, напряжение $U = 120$ В. Определить сопротивление R катушки и относительную погрешность ε, которая будет допущена при измерении сопротивления, если пренебречь силой тока, текущего через вольтметр.

2. ЭДС батареи $E = 80$ В, внутреннее сопротивление $R_i = 5$ Ом. Внешняя цепь потребляет мощность $P = 100$ Вт. Определить силу тока I в цепи, напряжение U, под которым находится внешняя цепь, и ее сопротивление R.

3. От батареи, ЭДС которой $E = 600$ В, требуется передать энергию на расстояние $l = 1$ км. Потребляемая мощность $P = 5$ кВт. Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных подводящих проводов $d = 0{,}5$ см.

4. При внешнем сопротивлении $R_1 = 8$ Ом сила тока в цепи $I_1 = 0{,}8$ А, при сопротивлении $R_2 = 15$ Ом сила тока $I_2 = 0{,}5$ А. Определить силу тока $I_{кз}$ короткого замыкания источника ЭДС.

5. ЭДС батареи $E = 24$ В. Наибольшая сила тока, которую может дать батарея, $I_{max} = 10$ А. Определить максимальную мощность P_{max}, которая может выделяться во внешней цепи.

6. Аккумулятор с ЭДС $E = 12$ В заряжается от сети постоянного тока с напряжением $U = 15$ В. Определить напряжение на клеммах аккумулятора, если его внутреннее сопротивление $R_i = 10$ Ом.

7. От источника с напряжением $U = 800$ В необходимо передать потребителю мощность $P = 10$ кВт на некоторое расстояние. Какое наибольшее сопротивление может иметь линия передачи, чтобы потери энергии в ней не превышали 10 % от передаваемой мощности?

8. При включении электромотора в сеть с напряжением $U = 220$ В он потребляет ток $I = 5$ А. Определить мощность, потребляемую мотором, и его КПД, если сопротивление R обмотки мотора равно 6 Ом.

9. В сеть с напряжением $U = 100$ В подключили катушку с сопротивлением $R_1 = 2$ кОм и вольтметр, соединенные последовательно. Показание вольтметра $U_1 = 80$ В. Когда катушку заменили другой, вольтметр показал $U_2 = 60$ В. Определить сопротивление R_2 другой катушки.

10. ЭДС батареи $E = 12$ В. При силе тока $I = 4$ А КПД батареи $\eta = 0{,}6$. Определить внутреннее сопротивление R_i батареи.

11. За время $t = 20$ с при равномерно возраставшей силе тока от нуля до некоторого максимума в проводнике сопротивлением $R = 5$ Ом выделилось количество теплоты $Q = 4$ кДж. Определить скорость нарастания силы тока, если сопротивление проводника $R = 5$ Ом.

12. Сила тока в проводнике изменяется со временем по закону $I = I_0 e^{-\alpha t}$, где $I_0 = 20$ А; $\alpha = 10^2$ с$^{-1}$. Определить количество теплоты, выделившееся в проводнике за время $t = 10^{-2}$ с.

13. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом за время $t = 50$ с равномерно нарастает от $I_1 = 5$ А до $I_2 = 10$ А. Определить количество теплоты Q, выделившееся за это время в проводнике.

14. В проводнике за время $t = 10$ с при равномерном возрастании силы тока от $I_1 = 1$ А до $I_2 = 2$ А выделилось количество теплоты $Q = 5$ кДж. Найти сопротивление R проводника.

15. Сила тока в проводнике изменяется со временем по закону $I = I_0 \sin \omega t$. Найти заряд Q, проходящий через поперечное сечение проводника за время t, равное половине периода T, если начальная сила тока $I_0 = 10$ А, циклическая частота $\omega = 50\pi$ с$^{-1}$.

16. За время $t = 10$ с при равномерно возрастающей силе тока от нуля до некоторого максимума в проводнике выделилось количество теплоты $Q = 40$ кДж. Определить среднюю силу тока ©I™ в проводнике, если его сопротивление $R = 25$ Ом.

17. За время $t = 8$ с при равномерно возраставшей силе тока в проводнике сопротивлением $R = 8$ Ом выделилось количество теплоты $Q = 500$ Дж. Определить заряд q, проходивший в проводнике, если сила тока в начальный момент времени равна нулю.

18. Определить количество теплоты Q, выделившееся за время $t = 10$ с в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом, если сила тока в нем, равномерно уменьшаясь, изменилась от $I_1 = 10$ А до $I_2 = 0$.

19. Сила тока в цепи изменяется по закону $I = I_0 \sin \omega t$. Определить количество теплоты, которое выделится в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом за время, равное четверти периода (от $t_1 = 0$ до $t_2 = T/4$, где $T = 10$ с).

20. Сила тока в цепи изменяется со временем по закону $I = I_0 e^{-\alpha t}$. Определить количество теплоты, которое выделится в проводнике сопротивлением $R = 20$ Ом за время, в течение которого ток уменьшится в e раз. Принять коэффициент $\alpha = 2 \cdot 10^{-2}$ с$^{-1}$.

21. Плотность тока в никелиновом проводнике длиной 25 м равна 1 МА/м^2. Определить напряжение на концах проводника. Удельное сопротивление никелина см. в прил.3.

22. Определить плотность тока в нихромовом проводнике длиной 5 м, если на концах его поддерживается разность потенциалов 2 В.

23. Напряжение на концах проводника сопротивлением 5 Ом за 0,5 с равномерно возрастает от 0 до 20 В. Определить, какой заряд проходит через проводник за это время?

24. Температура вольфрамовой нити электролампы 2000 °С, диаметр 0,02 мм, сила тока в ней 4 А. Определить напряженность поля в нити. Удельное сопротивление вольфрама см. в прил.3.

25. На концах никелинового проводника длиной 5 м поддерживается разность потенциалов 12 В. Определить плотность тока в проводнике, если его температура 540 °С.

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

6. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Основные формулы

Связь магнитной индукции $\vec{B}$ с напряженностью $\vec{H}$ магнитного поля следующая:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H},$$

где μ – магнитная проницаемость изотропной среды; μ_0 – магнитная постоянная (см.прил.1).

В вакууме $\mu = 1$, и тогда магнитная индукция

$$\vec{B} = \mu_0\vec{H}.$$

Магнитный момент плоского контура с током

$$\vec{p}_m = \vec{n}IS,$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор нормали (положительной) к плоскости контура; I – сила тока, протекающего по контуру; S – площадь контура.

Закон Био – Савара – Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]\frac{I}{r^3} \quad \text{или} \quad dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I\sin\alpha}{r^2}dl,$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемого элементом провода длиной $d\vec{l}$ с током I (направление $d\vec{l}$ совпадает с направлением тока); $\vec{r}$ – радиус-вектор, направленный от элемента проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция; α – угол между радиусом-вектором и направлением тока в элементе провода.

Теорема о циркуляции напряженности магнитного поля (закон полного тока)

$$\oint_L H_l dl = \sum_k I_k,$$

где k – индекс суммирования, т.е. интеграл от напряженности магнитного поля по произвольному контуру L равен сумме всех токов, пронизывающих этот контур. Ток учитывается в сумме со знаком плюс, если его направление образует правовинтовую систему с направлением обхода контура интегрирования, и со знаком минус в противном случае. Каждый ток учитывается столько раз, сколько его охватывает контур.

Магнитная индукция в центре кругового тока

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R},$$

где R – радиус кругового витка.

Магнитная индукция поля тороида

$$B = \frac{\mu_0 \mu N I}{2\pi r},$$

где N – число витков тороида; r – его средний радиус.

Магнитная индукция поля соленоида

$$B = \mu\mu_0 n I,$$

где n – отношение числа витков соленоида к его длине.

Магнитная индукция на оси кругового тока

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2R} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + h^2)^{3/2}},$$

где h – расстояние от центра витка до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля прямого тока

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0},$$

где r_0 – расстояние от оси провода до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком провода с током (рис.25),

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right).$$

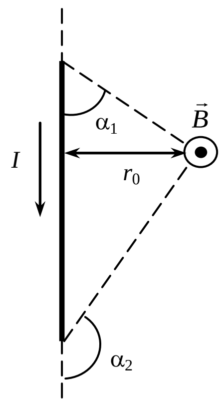

Рис.25

Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ направлен к читателю перпендикулярно плоскости чертежа. При симметричном расположении концов провода относительно точки, в которой определяется магнитная индукция, $\cos\alpha_2 = \cos\alpha_1 = \cos\alpha$, тогда

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0}\cos\alpha.$$

Принцип суперпозиции магнитных полей

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n}\vec{B}_i\ .$$

Модуль результирующего вектора магнитной индукции двух полей

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha},$$

где α – угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

Примеры решения задач

1. По тонкому проволочному кольцу течет ток. Определить, во сколько раз изменится индукция в центре контура, если проводнику придать форму квадрата, не изменяя силы тока в проводнике.

Решение. Вектор $\vec{B}_1$ в центре кругового тока направлен, согласно правилу правого винта, перпендикулярно плоскости витка и по модулю

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 I}{2R},$$

где R – радиус кругового витка.

Сторона квадрата, изготовленного из данного проводника, $a = \pi R/2$, так как длина окружности $2\pi R$, а сторон у квадрата четыре. Вектор $\vec{B}_2$ в центре квадрата также направлен перпендикулярно плоскости квадрата и равен сумме магнитных индукций, создаваемых каждой стороной квадрата. Учитывая, что расстояние от стороны квадрата до его центра равно $a/2$, на основе закона Био – Савара – Лапласа получим

$$B_2 = 4\frac{\mu_0\mu I}{4\pi a/2}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha d\alpha = \frac{\mu_0\mu I}{\pi a/2}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}\sin\alpha d\alpha = \frac{8\mu_0\mu I}{\pi^2 R}\cos\frac{\pi}{4}.$$

Таким образом,

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{16\cos\pi/4}{\pi^2}.$$

Подставляя численные значения, получим

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{16\cdot 0{,}7}{3{,}14^2} = 1{,}14.$$

Ответ: в 1,14 раза.

2. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам в вакууме, расстояние между которыми 15 см, текут в одном направлении токи 70 и 50 А. Определить магнитную индукцию в точке, удаленной на 10 см от первого и на 20 см от второго проводника (рис.26).

Дано:
$\mu = 1$
$d = 15$ см
$I_1 = 70$ А
$I_2 = 50$ А
$r_1 = 10$ см
$r_2 = 20$ см
$B = ?$

Решение. Согласно принципу суперпозиции, магнитная индукция в искомой точке $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, где $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ – магнитные индукции полей, создаваемые проводниками с токами соответственно I_1 и I_2. По теореме косинусов модуль искомого вектора

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha},$$

где

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi r_1};\ B_2 = \frac{\mu\mu_0 I_2}{2\pi r_1};\ \cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}.$$

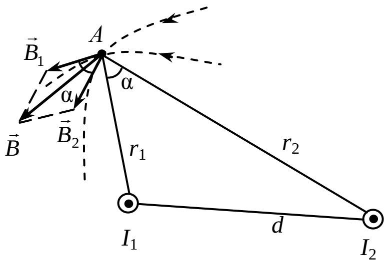

Рис.26

Подставляя эти формулы в предыдущую, получим

$$B=\frac{\mu_0}{2\pi}\sqrt{\frac{I_1^2}{r_1^2}+\frac{I_2^2}{r_2^2}+\frac{2I_1I_2}{r_1^2r_2^2}\left(r_1^2+r_2^2-d^2\right)}.$$

Подставим численные значения:

$$B=\frac{4\cdot 3{,}14\cdot 10^{-7}}{2\cdot 3{,}14}\times$$

$$\times\sqrt{\frac{70^2}{0{,}1^2}+\frac{50^2}{0{,}2^2}+\frac{2\cdot 70\cdot 50}{0{,}1^2\cdot 0{,}2^2}\left(0{,}1^2+0{,}2^2-0{,}15^2\right)}=1{,}78\cdot 10^{-4}\ \text{Òë}.$$

Ответ: $B = 1{,}78\cdot 10^{-4}$ Тл.

3. Круговой виток (рис.27) радиусом 15 см расположен в воздухе относительно бесконечного длинного провода так, что его плоскость параллельна проводу. Перпендикуляр, восстановленный на провод из центра витка, является нормалью к плоскости витка. Сила тока в проводе 1 А, сила тока в витке 5 А. Расстояние от центра витка до провода 20 см. Определить магнитную индукцию в центре витка.

Дано:
R = 15 см
d = 20 см
I_1 = 1 А
I_2 = 5 А
μ = 1

B = ?

Решение. Согласно принципу суперпозиции, магнитная индукция в искомой точке $\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2$. Векторы магнитных индукций $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей, создаваемые проводниками с токами I_1 и I_2, на основании закона Био – Савара – Лапласа являются взаимно перпендикулярными, поэтому $B=\sqrt{B_1^2+B_2^2}$. Индукции этих магнитных полей

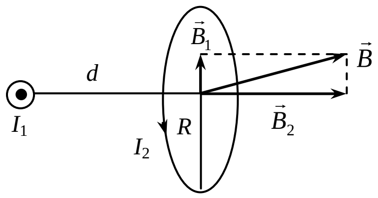

Рис.27

$$B_1=\frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi d};\quad B_2=\frac{\mu_0\mu I_2}{2R}.$$

Таким образом,

$$B = \mu_0\mu\sqrt{\frac{I_1^2}{(2\pi d)^2} + \frac{I_2^2}{(2R)^2}}\ ;$$

$$B = 4\cdot 3{,}14\cdot 10^{-7}\sqrt{\frac{1}{\left(2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}2\right)^2} + \frac{5^2}{\left(2\cdot 0{,}15\right)^2}} = 21{,}2\cdot 10^{-6}\ \text{Òë}.$$

Ответ: $B = 21{,}2\cdot 10^{-6}$ Тл.

4. Показать, что на оси бесконечно длинного соленоида, по которому пропущен ток I, напряженность поля $H = In$, где n – число витков на единицу длины соленоида.

Дано:
I
H = ?

Решение. Воспользуемся теоремой о циркуляции напряженности магнитного поля. Выберем в качестве контура интегрирования прямоугольник $ABCD$ (рис.28). Отрезок AB лежит на оси соленоида и имеет длину L. Отрезок CD лежит в области, бесконечно удаленной от соленоида. Напряженность магнитного поля соленоида направлена вдоль оси симметрии соленоида. Поскольку соленоид бесконечно длинный, все магнитное поле сосредоточено внутри него. Поэтому интеграл по контуру $ABCD$ от напряженности поля будет иметь вид

$$\oint\limits_{ABCD} H_l\,dl = \int\limits_A^B H\,dl = HL\,.$$

По теореме о циркуляции этот интеграл $\sum\limits_k I_k$, т.е. равен сумме всех токов, пронизывающих контур $ABCD$. Ток в соленоиде I. Соленоид пронизывает контур N раз, где N – число витков соленоида на длине L. Тогда теорема о циркуляции примет вид

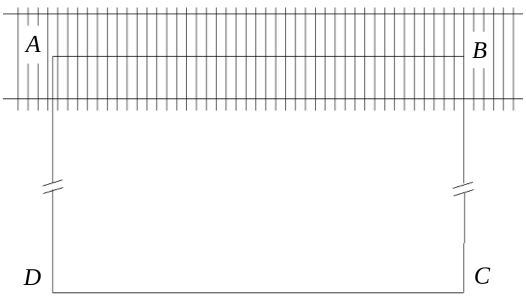

Рис.28

$$\oint\limits_{ABCD} H_l dl = \int\limits_A^B H dl = HL = NI ,$$

откуда $H = NI / L$. Отношение $N / L = n$ – число витков на единицу длины соленоида. Окончательно получим $H = nI$. Поскольку $B = \mu_0 H$, найдем $H = nI$, что и требовалось доказать.

Ответ: $H = nI$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Бесконечно длинный провод с током I = 100 А изогнут так, как это показано на рис.29. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке O. Радиус дуги R = 10 см.

2. Магнитный момент тонкого проводящего кольца p_m = = 5 А·м^2. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке A, находящейся на оси кольца и удаленной от точек кольца на расстояние r = 20 см (рис.30).

3. По двум скрещенным под прямым углом бесконечно длинным проводам текут токи I и $2I$ (I = 100 А). Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке A (рис.31). Расстояние d = 10 см.

4. По бесконечно длинному проводу, изогнутому так, как это показано на рис.32, течет ток I = 200 А. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке O. Радиус дуги R = 10 см.

5. По тонкому кольцу радиусом R = 20 см течет ток I = 100 А. Определить магнитную индукцию B на оси кольца в точке A (рис.33). Угол $\beta = \pi/3$.

6. По двум бесконечно длинным проводам, скрещенным под прямым углом, текут токи I_1 и $I_2 = 2I_1$ (I_1 = 100 А). Определить магнитную индукцию в точке A, равноудаленной от проводов на расстояние d = 10 см (рис.34).

7. По бесконечно длинному проводу, изогнутому так, как это показано на рис.35, течет ток I = 200 А. Определить магнитную индукцию B в точке O. Радиус дуги R = 10 см.

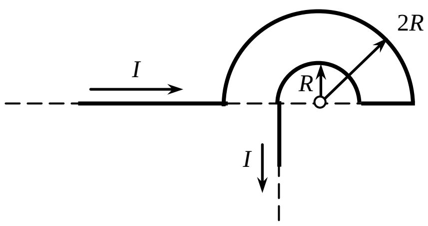

Рис.29

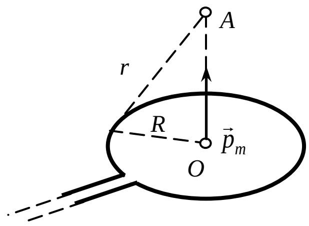

Рис.30

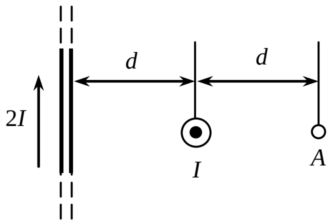

Рис.31

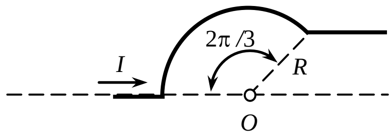

Рис.32

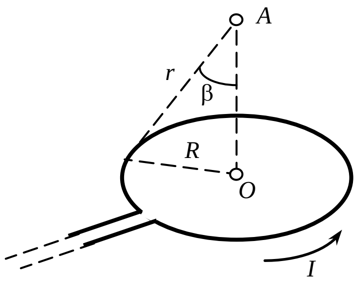

Рис.33

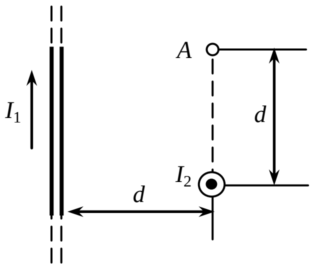

Рис.34

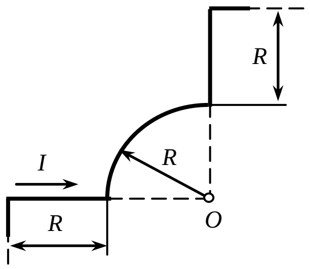

Рис.35

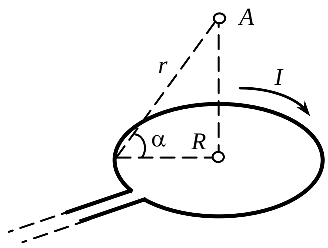

Рис.36

8. По тонкому кольцу течет ток $I = 80$ А. Определить магнитную индукцию B в точке A, равноудаленной от точек кольца на расстояние $r = 10$ см (рис.36). Угол $\alpha = \pi/6$.

9. По двум параллельным проводам длиной $l = 3$ м каждый текут одинаковые токи $I = 500$ А. Расстояние d между проводами равно 10 см. Определить силу F взаимодействия проводов.

10. По трем параллельным прямым проводам, находящимся на одинаковом расстоянии $d = 20$ см друг от друга, текут одинаковые токи $I = 400$ А. В двух проводах направления токов совпадают. Вычислить для каждого из проводов отношение силы, действующей на него, к его длине.

11. Ток $I = 15$ А, протекая по проволочному кольцу из алюминиевой проволоки (удельное сопротивление $\rho = 26$ нОм·м) сечением 0,5 мм^2, создает в центре кольца напряженность магнитного поля $H = 10$ кА/м. Определить разность потенциалов, приложенную к концам проволоки, образующей кольцо.

12. Определить магнитную индукцию поля, создаваемого отрезком бесконечного длинного провода, в точке, равноудаленной от концов отрезка и находящейся на расстоянии $R = 4$ см от его середины. Длина отрезка провода $l = 20$ см, а сила тока в проводе $I = 10$ А.

13. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут одинаковые токи $I = 60$ А. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке A (рис.37), равноудаленной от проводов на расстояние $d = 10$ см. Угол $\beta = \pi/3$.

14. Бесконечно длинный провод с током $I = 50$ А изогнут так, как это показано на рис.38. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ в

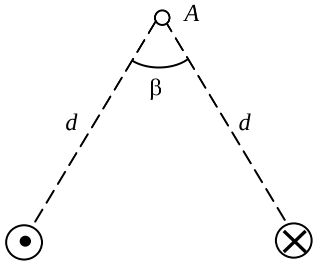

Рис.37

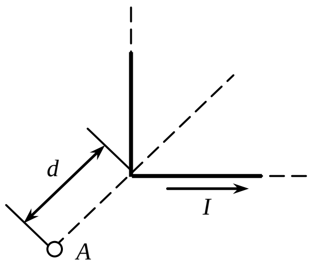

Рис.38

точке A, лежащей на биссектрисе прямого угла на расстоянии $d = 10$ см от его вершины.

15. Тонкий провод длиной $l = 20$ см изогнут в виде полукольца и помещен в магнитное поле ($B = 10$ мТл) так, что площадь полукольца перпендикулярна линиям магнитной индукции. По проводу пропустили ток $I = 50$ А. Определить силу F, действующую на провод. Подводящие провода направлены вдоль линий магнитной индукции.

16. По тонкому кольцу радиусом $R = 10$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 50$ нКл/м. Кольцо вращается относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр, с частотой $n = 10$ с$^{-1}$. Определить магнитный момент p_m, обусловленный вращением кольца.

17. Диск радиусом $R = 8$ см несет равномерно распределенный по поверхности заряд ($\sigma = 100$ нКл/м^2). Определить магнитный момент p_m, обусловленный вращением диска, относительно оси, проходящей через его центр и перпендикулярной плоскости диска. Угловая скорость вращения диска $\omega = 60$ рад/с.

18. Стержень длиной $l = 20$ см заряжен равномерно распределенным зарядом с линейной плотностью $\tau = 0{,}2$ мкКл/м. Стержень вращается с частотой $n = 10$ с$^{-1}$ относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец. Определить магнитный момент p_m, обусловленный вращением стержня.

19. Протон движется по окружности радиусом $R = 0{,}5$ см с линейной скоростью $v = 10^6$ м/с. Определить магнитный момент p_m, создаваемый эквивалентным круговым током.

20. Тонкое кольцо радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный заряд $Q = 80$ нКл. Кольцо вращается с угловой скоростью $\omega = 50$ рад/с относительно оси, совпадающей с одним из диаметров кольца. Найти магнитный момент p_m, обусловленный вращением кольца.

21. Заряд $Q = 0{,}1$ мкКл равномерно распределен по стержню длиной $l = 50$ см. Стержень вращается с угловой скоростью $\omega = 20$рад/с относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину. Найти магнитный момент p_m, обусловленный вращением стержня.

22. Электрон в атоме водорода движется вокруг ядра (протона) по окружности радиусом R = 53 пм. Определить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока.

23. Сплошной цилиндр радиусом R = 4 см и высотой h = 15 см несет равномерно распределенный по объему заряд (ρ = 0,1 мкКл/м^3). Цилиндр вращается с частотой n = 10 с$^{-1}$ относительно оси, совпадающей с его геометрической осью. Найти магнитный момент p_m цилиндра, обусловленный его вращением.

24. Определить напряженность магнитного поля на оси тонкого проводящего кольца радиусом R = 10 см в точке, расположенной на расстоянии, равном радиусу кольца при токе I = 10 А в кольце.

25. Железный тороид сечением S = 400 мм^2 и средним диаметром D = 30 мм имеет поперечную прорезь шириной $a = 2$ мм. На тороид нанесена обмотка с числом витков N = 1800. Когда по обмотке пустили ток силой I = 1 А, индукция магнитного поля в зазоре стала равной 0,65 Тл. Определить магнитную проницаемость μ железа.

7. СИЛА, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА ПРОВОДНИК С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Основные формулы

Сила, действующая на элемент тока $d\vec{l}$ в магнитном поле (закон Ампера),

$$d\vec{F} = I\,[d\vec{l}, \vec{B}],$$

модуль силы

$$dF = IBdl\sin\alpha,$$

где α – угол между направлением тока и вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

Механический (вращательный) момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле,

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}] \text{ или } M = p_m B\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

Потенциальная «механическая» энергия – часть полной энергии, которая обусловлена существованием механического (вращательного) момента контура с током в магнитном поле:

$$П_{мех} = -\vec{p}_m \times \vec{B} \text{ или } П_{мех} = -p_m B \cos\alpha .$$

Отношение магнитного момента p_m к механическому L (моменту импульса) заряженной частицы, движущейся по круговой орбите,

$$\frac{p_m}{L} = \frac{1}{2}\frac{Q}{m},$$

где Q – заряд частицы; m – масса частицы.

Примеры решения задач

1. По прямому горизонтальному проводу пропускают ток 100 А. Под этим проводом на расстоянии 1 см в воздухе расположен второй, параллельный ему медный провод, по которому пропускают ток 50 А. Какова должна быть площадь поперечного сечения второго провода, чтобы он удерживался в состоянии равновесия незакрепленным? Плотность меди 8,93 г/см^3.

Дано:
I_1 = 100 А
I_2 = 50 А
R = 1 см
ρ = 8,93 г/см^3
μ = 1

S = ?

Решение. Сила взаимодействия двух параллельных прямолинейных проводников в вакууме, приходящаяся на отрезок dl проводника,

$$dF = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{R} dl .$$

Вес этого участка $dP = dmg = \rho g dV = \rho g S dl$. По условию $dF = dP$. Приравнивая приведенные выше выражения и находя из полученного выражения искомую площадь, получим $S = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R \rho g}$. Подставляя численные значения, найдем

$$S = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot 50}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}01 \cdot 8930} = 1{,}14 \cdot 10^{-6}\ м^2 .$$

Ответ: S = 1,14·10^{-6} м^2.

2. Используя определение единицы силы тока, вычислить значение магнитной постоянной.

Дано:
$I = 1$ А
$\mu_0 = ?$

Решение. Сила взаимодействия двух параллельных прямолинейных бесконечных проводников в вакууме, приходящаяся на отрезок dl проводника, $dF = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{R}dl$, где R – расстояние между проводниками. В Международной системе (СИ) 1 А определяется таким образом, что при $I_1 = I_2 = 1$ А и $R = 1$ м в вакууме ($\mu = 1$) значение $df/dl = 2\cdot 10^{-7}$ Í/ì . Подставляя указанные значения в предыдущую формулу, найдем μ_0:

$$\mu_0 = \frac{dF}{dl}\frac{2\pi R}{I_1 I_2 \mu} = 2\cdot 10^{-7}\cdot 2\cdot 3{,}14 = 4\cdot 3{,}14\cdot 10^{-7}\ \text{Ãí/ì} .$$

Ответ: $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Ãí/ì .

3. В одной плоскости с бесконечным прямым проводником с током $I = 10$ А в вакууме расположена прямоугольная проволочная рамка (стороны $a = 25$ см, $b = 10$ см), по которой течет ток $I_1 = 2$ А. Длинные стороны рамки параллельны прямому току, причем ближайшая из сторон, параллельная проводнику, находится от него на расстоянии $c = 10$ см и ток в ней сонаправлен с током I. Определить силы, действующие на каждую из сторон рамки.

Дано:
$I = 10$ А
$I_1 = 2$ А
$a = 25$ см
$b = 10$ см
$c = 10$ см
$\mu = 1$
$F_1, F_2, F_3, F_4 = ?$

Решение. Прямоугольная рамка находится в неоднородном поле прямого тока с индукцией $B = \mu_0 I/(2\pi r)$, где r – расстояние от прямолинейного проводника с током до рассматриваемой точки (рис.39). Сила, с которой действует поле прямого тока, может быть найдена суммированием элементарных сил $d\vec{F} = I\,[d\vec{l}, \vec{B}]$, определяемых законом Ампера. В пределах каждой стороны рамки вектор $\vec{B}$ перпендикулярен плоскости чертежа, следовательно, в данном случае элементарные силы $d\vec{F}$ параллельны друг другу и сложение векторов можно заменить сложением их модулей:

$F = \int\limits_l dF = \int\limits_l I_1 B dl$, где интегрирование ведется по соответствующей стороне рамки. Короткие стороны рамки расположены одинаково относительно провода, поэтому действующие на них силы равны по модулю, но противоположны по значению (направление всех действующих в данной задаче сил проще всего определить по правилу левой руки). При расчете сил, действующих на короткие стороны, учтем, что вдоль каждой из этих сторон магнитная индукция зависит от координаты:

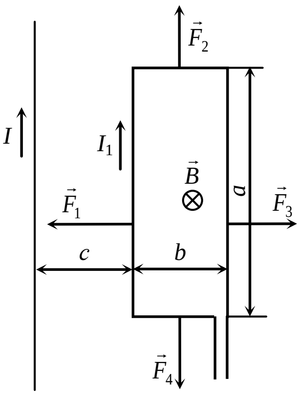

Рис.39

$$F_2 = F_4 = \int\limits_c^{c+b} \frac{\mu_0 I_1 I}{2\pi l} dl = \frac{\mu_0 I_1 I}{2\pi} \ln \frac{c+b}{c}.$$

Длинные стороны рамки параллельны прямому току, находятся от него на расстояниях c и $c + b$ в магнитном поле, индукция которого не зависит от выбранной точки на стороне рамки. Поэтому

$$F_1 = \int\limits_0^a I_1 B_1 dl = \int\limits_0^a \frac{\mu_0 I_1 I}{2\pi c} dl = \frac{\mu_0 I_1 I a}{2\pi c};$$

$$F_3 = \int\limits_0^a I_1 B_2 dl = \int\limits_0^a \frac{\mu_0 I_1 I}{2\pi(c+b)} dl = \frac{\mu_0 I_1 I a}{2\pi(c+b)}.$$

Подставим численные значения и получим:

$$F_2 = F_4 = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10}{2 \cdot 3{,}14} \ln\left(\frac{0{,}1 + 0{,}1}{0{,}1}\right) = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Í};$$

$$F_1 = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10 \cdot 0{,}25}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}1} = 16 \cdot 10^{-6} \text{ Í};$$

$$F_3 = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10 \cdot 0{,}25}{2 \cdot 3{,}14(0{,}1 + 0{,}1)} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ Í}.$$

Ответы: F_1 = 16 мкН, $F_2 = F_4$ = 5 мкН, F_3 = 10 мкН.

Задачи для самостоятельного решения

1. Шины генератора длиной $l = 4$ м находятся на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Найти силу взаимного отталкивания шин при коротком замыкании, если ток $I_{кз}$ короткого замыкания равен 5 кА.

2. Квадратный контур со стороной $a = 10$ см, по которому течет ток $I = 50$ А, свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 10$ мТл). Определить изменение $\Delta П$ потенциальной энергии контура при повороте вокруг оси, лежащей в плоскости контура, на угол 180°.

3. Тонкое проводящее кольцо с током $I = 40$ А помещено в однородное магнитное поле ($B = 80$ мТл). Плоскость кольца перпендикулярна линиям магнитной индукции. Радиус R кольца равен 20 см. Найти силу F, растягивающую кольцо.

4. Квадратная рамка из тонкого провода может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, совпадающей с одной из сторон. Масса m рамки равна 20 г. Рамку поместили в однородное магнитное поле ($B = 0{,}1$ Тл), направленное вертикально вверх. Определить угол α, на который отклонилась рамка от вертикали, когда по ней пропустили ток $I = 10$ А.

5. По круговому витку радиусом $R = 5$ см течет ток $I = 20$ А. Виток расположен в однородном магнитном поле ($B = 40$ мТл) так, что нормаль к плоскости контура составляет угол $\upsilon = \pi/6$ с вектором B. Определить изменение $\Delta П$ потенциальной энергии контура при его повороте на угол $\varphi = \pi/2$ в направлении увеличения угла υ.

6. По тонкому стержню длиной $l = 40$ см равномерно распределен заряд $Q = 60$ нКл. Стержень вращается с частотой $n = 12\ с^{-1}$ относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через стержень на расстоянии $a = l/3$ от одного из его концов. Определить магнитный момент p_m, обусловленный вращением стержня.

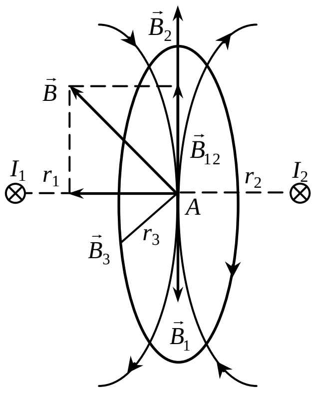

Рис.40

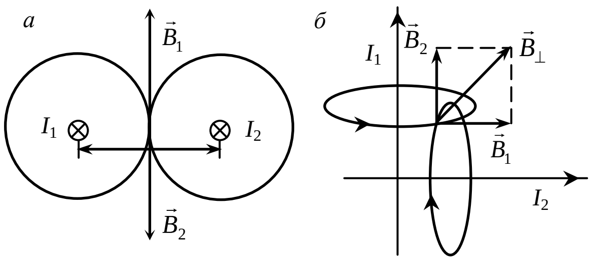

Рис.41

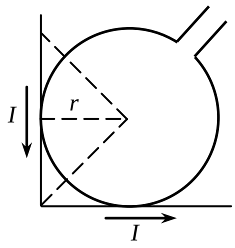

Рис.42

7. По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам, находящимся на расстоянии 50 см друг от друга, в одном направлении текут токи I_1 и I_2 силой по 5 А. Между проводниками на расстоянии r_1 = 30 см от первого расположен кольцевой проводник, сила тока I_3 в котором равна 5 А (рис.40). Радиус кольца r_3 = 20 см. Определить индукцию и напряженность магнитного поля, создаваемого токами в центре кольцевого проводника.

8. По каждому из двух бесконечно длинных прямолинейных проводников, находящихся на расстоянии 10 см друг от друга, текут токи I_1 и I_2 силой 5 А. Определить индукцию магнитного поля, создаваемого токами в точке, лежащей посередине между проводниками, в случаях, когда: проводники параллельны и токи текут в одном направлении (рис.41, *а*); проводники перпендикулярны, направления токов показаны на рис.41, *б*.

9. Изолированный проводник изогнут в виде прямого угла со сторонами 20 см каждая. В плоскости угла помещен кольцевой проводник радиусом r = 10 см так, что стороны угла являются касательными к кольцу (рис.42). Найти индукцию в центре кольца. Сила тока в проводнике равна 2 А. Влияние подводящих проводов не учитывать.

10. По поверхности диска радиусом R = 15 см равномерно распределен заряд Q = 0,2 мкКл. Диск вращается с угловой скоростью ω = 30 рад/с относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр. Определить магнитный момент p_m, обусловленный вращением диска.

11. Два бесконечно длинных прямых проводника, сила тока в которых 6 и 8 А, расположены перпендикулярно друг другу

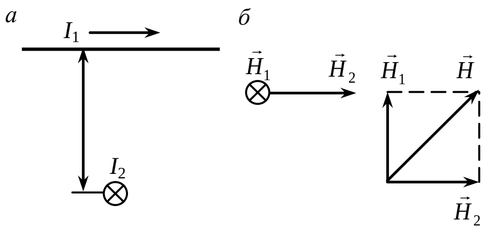

Рис.43

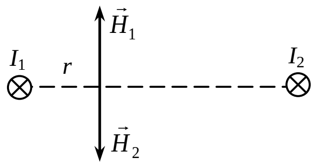

Рис.44

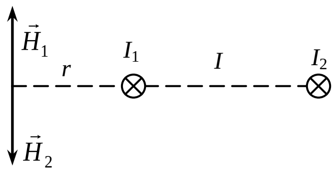

Рис.45

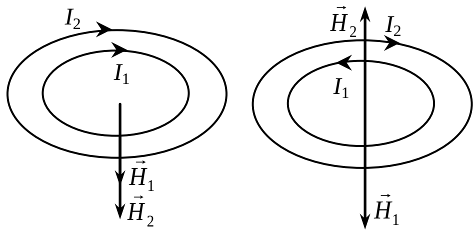

Рис.46

(рис.43, *а*). Определить индукцию и напряженность магнитного поля на середине кратчайшего расстояния между проводниками, равного 2 см.

12. По двум бесконечно длинным прямым проводникам, расстояние между которыми 15 см, в одном направлении (рис.44) текут токи $I_1 = 4$ А и $I_2 = 6$ А. Определить расстояние от проводника с меньшей силой тока до геометрического места точек, в котором напряженность магнитного поля равна нулю.

13. По двум бесконечно длинным прямым проводникам, расстояние между которыми 15 см, в противоположных направлениях (рис.45) текут токи $I_1 = 4$ А и $I_2 = 6$ А. Определить расстояние от проводника с меньшей силой тока до геометрического места точек, в котором напряженность магнитного поля равна нулю.

14. Два круговых витка с током лежат в одной плоскости и имеют общий центр (рис.46). Радиус большего витка 12 см, а меньшего 2 см. Напряженность поля в центре витков равна 50 А/м, если токи текут в одном направлении, и равна нулю, если направления токов противоположные. Определить силу тока в витках.

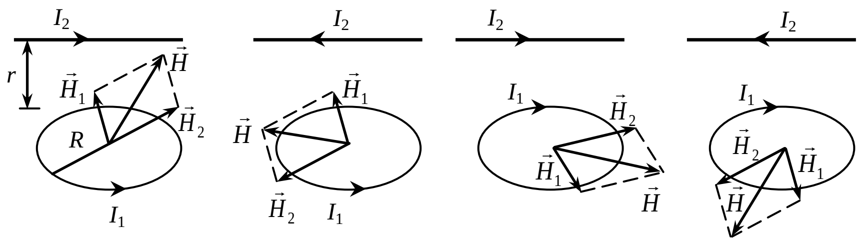

Рис.47

15. В кольцевом проводнике (рис.47) радиусом 10 см сила тока 4 А. Параллельно плоскости проводника на расстоянии 2 см над его центром проходит бесконечно длинный проводник, сила тока в котором 2 А. Определить напряженность и индукцию магнитного поля в центре кольца. Рассмотреть все возможные случаи.

16. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи $I = 200$ А. Определить силу F, действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится от него на расстоянии, равном ее длине.

17. По квадратной рамке (рис.48) со стороной 0,2 м течет ток 4 А. Определить напряженность и индукцию магнитного поля в центре рамки.

18. Тонкое кольцо массой 15 г и радиусом 10 см несет заряд, равномерно распределенный с линейной плотностью 15 нКл/м. Определить отношение магнитного момента кругового тока, создаваемого кольцом, к его механическому орбитальному моменту, если кольцо равномерно вращается относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр.

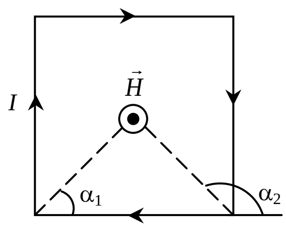

Рис.48

19. Короткая катушка площадью поперечного сечения $S = 250$ см^2, содержащая $N = 500$ витков провода, по которому течет ток $I = 5$ А, помещена в однородное магнитное поле напряженностью $H = 1000$ А/м. Найти: 1) магнитный момент p_m катушки; 2) вращающий момент M, действующий на катушку, если ось катушки составляет угол $\varphi = 30°$ с линиями поля.

20. Контур из провода, изогнутого в форме квадрата со стороной $a = 0{,}5$ м, расположен в одной плоскости с бесконечным прямолинейным проводом с током $I = 5$ А так, что две его стороны параллельны проводу. Сила тока в контуре $I_1 = 1$ А. Определить силу, действующую на контур, если ближайшая к проводу сторона контура находится на расстоянии $b = 10$ см. Рассмотреть различные направления токов.

21. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ мТл в плоскости, перпендикулярной линиям магнитной индукции, расположено тонкое проволочное полукольцо длиной $l = 50$ см, по которому течет ток $I = 5$ А. Определить результирующую силу, действующую на полукольцо.

22. На каркас длиной $l = 10$ см и диаметром $d = 5$ см намотано $N = 150$ витков проволоки. Через середину каркаса в направлении одного из его диаметров проходит медный проводник с током $I_1 = 5$ А. Считая магнитное поле внутри средней части соленоида однородным, определить силу, с которой оно действует на участок проводника внутри каркаса, если ток в соленоиде $I_2 = 1$ А.

23. Чему равна механическая мощность, развиваемая при перемещении прямолинейного проводника длиной 20 см со скоростью 5 м/с в однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл, если угол между направлением движения проводника и направлением магнитных силовых линий 90°, а сила тока в проводнике 50 А?

24. Тонкий магнит длиной 12 см, магнитный момент которого 6 А·м^2, помещен в однородное магнитное поле напряженностью 16 кА/м. Ось магнита образует с направлением магнитного поля угол 90°. Определить момент сил, действующих на магнит.

25. Какой вращающий момент испытывает рамка с током 10 А при помещении ее в однородное магнитное поле с индукцией 0,5 Тл, если рамка содержит 50 витков площадью 20 см^2, а ее нормаль образует угол 30° с направлением поля?

8. СИЛА, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА ЗАРЯД, ДВИЖУЩИЙСЯ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Основные формулы

Сила Лоренца

$$\vec{F} = Q[\vec{v}, \vec{B}],$$

модуль силы

$$F = QvB\sin\alpha,$$

где $\vec{v}$ – скорость заряженной частицы; α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Если частица находится одновременно в электрическом и магнитном полях, то под силой Лоренца понимают выражение

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q[\vec{v}, \vec{B}].$$

Примеры решения задач

1. Покоящийся в начальный момент протон ускоряется однородным электрическим полем. Через 0,05 с он влетает в магнитное поле с индукцией 1 мТл, которое перпендикулярно электрическому. Во сколько раз отличаются в этот момент нормальная и тангенциальная составляющие ускорения?

Дано:
$m = 1{,}67\cdot10^{-27}$ кг
$e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
$t = 0{,}05$ с
$B = 1$ мТл
$\dfrac{a_n}{a_\tau} = ?$

Решение. В скрещенных электрическом и магнитном полях на движущийся протон действуют две силы: 1) кулоновская сила $\vec{F} = e\vec{E}$, сонаправленная с вектором напряженности электрического поля; 2) сила Лоренца $\vec{F}_{\text{Ё}} = \mathring{a}\left[\vec{v}, \vec{B}\right]$, направленная перпендикулярно векторам скорости и индукции магнитного поля. Тангенциальная составляющая ускорения, создаваемая электрическим полем, $a_\tau = eE/m$, а нормальная составляющая ускорения, создаваемая магнитным полем, $a_n = evB/m$, поэтому $a_n / a_\tau = vB/E$. Скорость протона $v = a_\tau t = (eE/m)t$. Подставляя последнюю формулу в предыдущую, получим

$$\frac{a_n}{a_\tau} = \frac{eBt}{m}.$$

После подстановки численных значений

$$\frac{a_n}{a_\tau} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}05}{1{,}67 \cdot 10^{-27}} = 4790.$$

Ответ: $\frac{a_n}{a_\tau}$ = 4790.

2. Определить угловую скорость вращения протона по окружности, которую он описывает в однородном магнитном поле с индукцией 0,03 Тл, влетев в него перпендикулярно его силовым линиям.

Дано:
m = 1,67·10^{-27} кг
Q = 1,6·10^{-19} Кл
B = 0,03 Тл
α = 90°
ω = ?

Решение. Угловая скорость вращения $\omega = 2\pi / T$; скорость вращения v, окружность радиуса R, период вращения $T = 2\pi R / v$. На заряд Q, движущийся со скоростью $\vec{v}$ в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, действует сила Лоренца $F_{\text{Ë}} = QvB\sin\alpha$. Вектор силы Лоренца перпендикулярен вектору скорости и, следовательно, сообщает протону нормальное ускорение $a_n = v^2 / R$. По второму закону Ньютона, с учетом того, что α = 90°, получим $mv^2 / R = QvB$. Из полученного выражения найдем скорость $v = QBR/m$, которую подставим в формулу для периода $T = 2\pi m / QB$. Подставив последнее выражение в первое, получим $\omega = QB/m$.

Проверим размерность:

$$[\omega] = \frac{\text{Êë} \cdot \text{Ãí/ì} \cdot \text{À/ì}}{\text{êã}} = \frac{\text{Í}}{\text{ì /ñ} \cdot \text{êã}} = \frac{\text{êã} \cdot \text{ì /ñ}^2}{\text{ì /ñ} \cdot \text{êã}} = \frac{1}{\text{ñ}}.$$

Подставим численные значения:

$$\omega = \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 0{,}03}{1{,}67\cdot 10^{-27}} = 2{,}87\cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\text{ñ}}\,.$$

Ответ: $\omega = 2{,}87\cdot 10^{-6}\ \text{ñ}^{-1}$.

3. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 0,5 кВ, движется в вакууме параллельно прямолинейному длинному проводнику на расстоянии 1 см от него. Определить силу, действующую на электрон, если через проводник пропустить ток 10 А.

Дано:
$m = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ кг
$e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл
$U = 0{,}5$ кВ
$R = 1$ см
$I = 10$ А
$\mu = 1$

F = ?

Решение. По закону сохранения энергии работа электростатической силы, действующей на электрон в процессе его ускорения, пойдет на увеличение кинетической энергии электрона. Поэтому $eE = mv^2/2$, т.е. приобретенная электроном скорость $v = \sqrt{2eU/m}$. Индукция магнитного поля, создаваемая протекающим током, $B = \mu_0\mu I/(2\pi R)$. Силовые линии магнитного поля в данном случае представляют собой концентрические окружности, охватывающие провод. Поэтому в формуле для силы Лоренца, действующей на электрон, угол α равен нулю. С учетом предыдущих выражений

$$F = evB = \frac{\mu_0\mu eI\sqrt{eU}}{\pi R\sqrt{2m}}\,.$$

Подставим численные значения:

$$F = \frac{4\cdot 3{,}14\cdot 10^{-7}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 10\cdot\sqrt{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 500}}{3{,}14\cdot 0{,}1\cdot\sqrt{2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}}} = 4{,}24\cdot 10^{-16}\ \text{Í}\ \ .$$

Ответ: $F = 4{,}24\cdot 10^{-16}$ Н.

Задачи для самостоятельного решения

1. Два иона с разной массой и одинаковыми зарядами влетели в однородное магнитное поле, стали двигаться по окружностям с радиусами R_1 = 3 см и R_2 = 1,73 см. Определить отношение масс ионов, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов.

2. Однозарядный ион натрия прошел ускоряющую разность потенциалов U = 1 кВ и влетел перпендикулярно линиям магнитной индукции в однородное поле (B = 0,5 Тл). Определить относительную атомную массу A иона, если он описал окружность радиусом R = 4,37 см.

3. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов U = 800 В и, влетев в однородное магнитное поле B = 47 мТл, стал двигаться по винтовой линии с шагом h = 6 см. Определить радиус R винтовой линии.

4. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов U = 300 В и, попав в однородное магнитное поле, стала двигаться по винтовой линии с радиусом R = 1 см и шагом h = 4 см. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ поля. Массу альфа-частицы смотри в прил.4.

5. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов U = 100 В и, влетев в однородное магнитное поле (B = = 0,1 Тл), стала двигаться по винтовой линии с шагом h = 6,5 см и радиусом R = 1 см. Определить отношение заряда частицы к ее массе.

6. Электрон влетел в однородное магнитное поле (B = = 200 мТл) перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определить силу эквивалентного кругового тока $I_{экв}$, создаваемого движением электрона в магнитном поле.

7. Протон прошел ускоряющую разность потенциалов U = = 300 В и влетел в однородное магнитное поле (B = 20 мТл) под углом $\alpha = 30°$ к линиям магнитной индукции. Определить шаг h и радиус R винтовой линии, по которой будет двигаться протон в магнитном поле. Массу протона смотри в прил.4.

8. Альфа-частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов U, стала двигаться в однородном магнитном поле (B = 50 мТл) по винтовой линии с шагом h = 5 см и радиусом R = 1 см. Определить ускоряющую разность потенциалов, которую прошла альфа-частица.

9. Ион с кинетической энергией $T = 1$ кэВ попал в однородное магнитное поле ($B = 21$ мТл) и стал двигаться по окружности. Определить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока.

10. Ион, попав в магнитное поле ($B = 0{,}01$ Тл), стал двигаться по окружности. Определить кинетическую энергию T иона в электрон-вольтах, если магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока равен $1{,}6 \cdot 10^{-14}$ А·м^2.

11. Протон влетел в скрещенные под углом $\alpha = 120°$ магнитное ($B = 50$ мТл) и электрическое ($E = 20$ кВ/м) поля. Определить ускорение (ускорение определяется в момент вхождения заряженной частицы в область пространства, где локализованы однородные магнитное и электрическое поля) протона, если его скорость $\vec{v}$ ($|\vec{v}| = 4 \cdot 10^5$ м/с) перпендикулярна векторам $\vec{E}$ и $\vec{B}$.

12. Ион, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 645$ В, влетел в скрещенные под прямым углом однородные магнитное ($B = 1{,}5$ мТл) и электрическое ($E = 200$ В/м) поля. Определить отношение заряда иона к его массе, если ион в этих полях движется прямолинейно.

13. Альфа-частица влетела в скрещенные под прямым углом магнитное ($B = 5$ мТл) и электрическое ($E = 30$ кВ/м) поля. Определить ускорение a (ускорение a определяется в момент вхождения заряженной частицы в область пространства, где локализованы однородные магнитное и электрическое поля) альфа-частицы, если ее скорость $\vec{v}$ ($|\vec{v}| = 2 \cdot 10^6$ м/с) перпендикулярна векторам $\vec{B}$ и $\vec{E}$, причем силы, действующие со стороны этих полей, противонаправлены.

14. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 1{,}2$ кВ, попал в скрещенные под прямым углом однородные магнитное и электрическое поля. Определить напряженность $\vec{E}$ электрического поля, если магнитная индукция $\vec{B}$ поля равна 6 мТл.

15. Однородные магнитное ($B = 2{,}5$ мТл) и электрическое ($E = 10$ кВ/м) поля скрещены под прямым углом. Электрон, скорость которого равна $4 \cdot 10^6$ м/с, влетает в эти поля так, что силы, действующие на него со стороны магнитного и электрического полей, сонаправлены. Определить ускорение (ускорение определяется в момент вхождения заряженной частицы в область пространства, где локализованы однородные магнитное и электрическое поля) электрона.

16. Однозарядный ион лития массой $m = 7$ а.е.м. прошел ускоряющую разность потенциалов $U = 300$ В и влетел в скрещенные под прямым углом однородные магнитное и электрическое поля. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ поля, если траектория иона в скрещенных полях прямолинейна. Напряженность $\vec{E}$ электрического поля равна 2 кВ/м.

17. Альфа-частица, имеющая скорость $v = 2$ Мм/с, влетает под углом $\alpha = 30°$ к сонаправленному магнитному ($B = 1$ мТл) и электрическому ($E = 1$ кВ/м) полям. Определить ускорение (ускорение определяется в момент вхождения заряженной частицы в область пространства, где локализованы однородные магнитное и электрическое поля) альфа-частицы.

18. Протон прошел некоторую ускоряющую разность потенциалов U и влетел в скрещенные под прямым углом однородные поля: магнитное ($B = 5$ мТл) и электрическое ($E = 20$ кВ/м). Определить разность потенциалов U, если протон в скрещенных полях движется прямолинейно.

19. Магнитное ($B = 2$ мТл) и электрическое ($E = 1{,}6$ кВ/м) поля сонаправлены. Перпендикулярно векторам $\vec{B}$ и $\vec{E}$ влетел электрон со скоростью $v = 0{,}8$ Мм/с. Определить ускорение (ускорение определяется в момент вхождения заряженной частицы в область пространства, где локализованы однородные магнитное и электрическое поля) электрона.

20. В скрещенные под прямым углом однородные магнитное ($H = 1$ МА/м) и электрическое ($E = 50$ кВ/м) поля влетел ион. При какой скорости v иона (по модулю и направлению) он будет двигаться в скрещенных полях прямолинейно?

21. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов 88 кВ, влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно его линиям индукции. Индукция поля равна 0,01 Тл. Определить радиус траектории электрона.

22. Момент импульса протона в однородном магнитном поле напряженностью 20 кА/м равен $6{,}6 \cdot 10^{-23}$ кг$\cdot$м^2/с. Найти кинетическую энергию протона, если он движется перпендикулярно линиям индукции магнитного поля.

23. Два параллельных бесконечно длинных проводника с токами 10 А взаимодействуют с силой 1 мН на 1 м их длины. На каком расстоянии находятся проводники?

24. Найти радиус траектории протона в магнитном поле с индукцией 0,5 Тл, если он движется перпендикулярно вектору индукции и обладает кинетической энергией 3 МэВ.

25. Электрон с энергией 300 эВ движется перпендикулярно линиям индукции магнитного поля напряженностью 465 А/м. Определить силу Лоренца, скорость и радиус траектории электрона.

9. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ. ИНДУКТИВНОСТЬ

Основные формулы

Магнитный поток: а) в случае однородного магнитного поля и плоской поверхности

$$\Phi = BS\cos\alpha \text{ или } \Phi = B_n S,$$

где S – площадь контура; α – угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции;

б) в случае неоднородного поля и произвольной поверхности

$$\Phi = \int_S B n dS$$

(интегрирование ведется по всей поверхности).

Потокосцепление (полный поток)

$$\Psi = N\Phi .$$

Эта формула верна для соленоида и тороида с равномерной намоткой плотно прилегающих друг к другу N витков.

Работа по перемещению замкнутого контура в магнитном поле

$$A = I\Delta\Phi.$$

ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}.$$

Разность потенциалов на концах провода, движущегося со скоростью v в магнитном поле,

$$U = Blv\sin\alpha,$$

где l – длина провода; α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Заряд, протекающий по замкнутому контуру при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур,

$$Q = \Delta\Phi/R \text{ или } Q = N\Delta\Phi/R = \Delta\Psi/R,$$

где R – сопротивление контура.

Индуктивность контура

$$L = \Phi/I.$$

ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_S = -L\frac{dI}{dt}.$$

Индуктивность соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где n – отношение числа витков соленоида к его длине; V – объем соленоида.

Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением R и индуктивностью L: а) при замыкании цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R}(1 - \mathrm{e}^{-\frac{Rt}{L}}),$$

где ε – ЭДС источника тока; t – время, прошедшее после замыкания цепи;

б) при размыкании цепи

$$I = I_0\,\mathrm{e}^{-\frac{Rt}{L}},$$

где I_0 – сила тока в цепи при $t = 0$; t – время, прошедшее с момента размыкания цепи.

Энергия магнитного поля

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля (отношение энергии магнитного поля соленоида к его объему)

$$w = BH/2, \text{ или } w = B^2/(2\mu\mu_0), \text{ или } w = \mu\mu_0 H^2/2,$$

где B – магнитная индукция; H – напряженность магнитного поля.

Примеры решения задач

1. Круговой проводящий контур радиусом 6 см и током 2 А установился в магнитном поле так, что плоскость контура перпендикулярна направлению магнитного поля с индукцией 10 мТл. Определить работу, которую следует совершить, чтобы медленно повернуть контур на 90° относительно оси, совпадающей с диаметром контура.

Дано:
B = 10 мТл
R = 6 см
I = 2 А
α = 90°
$A_{\text{вн}}$ = ?

Решение. Работа сил поля по перемещению замкнутого проводника с током $A = I(\Phi_2 - \Phi_1)$, где Φ_2 и Φ_1 – потоки магнитной индукции, пронизывающие контуры в начальном и конечном положениях. Ток в контуре считаем постоянным, так как при медленном повороте контура в магнитном поле индукционными токами можно пренебречь. Сквозь плоский контур площадью S в однородном магнитном поле с индукцией B поток магнитной индукции $\Phi = BS\cos\alpha$, где α – угол между вектором нормали к плоскости контура и вектором магнитной индукции. В начальном положении α = 0, в конечном – α = 90°. Поэтому, с учетом того, что $S = \pi R^2$, $A = -\pi IBR^2$. Работа внешних сил направлена против сил поля, поэтому $A_{\text{âí}} = \pi IBR^2$. Подставим численные значения:

$$A_{\text{âí}} = 3{,}14 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 36 = 226 \text{ мкДж}.$$

Ответ: $A_{\text{вн}}$ = 226 мкДж.

2. Поток магнитной индукции через площадь поперечного сечения соленоида без сердечника равен 1 мкВб. Длина соленоида 12,5 см. Определить магнитный момент соленоида.

Дано:
Φ = 1 мкВб
l = 12,5 см
p_m = ?

Решение. Магнитная индукция в соленоиде $B = \mu_0 I(N/l)$, где I – сила тока в обмотке соленоида; N – число витков соленоида. Магнитный поток в соленоиде $\Phi = BS = \mu_0 I(N/l)S$.

Выражая из последней формулы силу тока и пользуясь определением магнитного момента, получим $p_m = ISN = \Phi l / \mu_0$. Подставим численные значения:

$$p_m = \frac{10^{-6} \cdot 0{,}125}{3{,}14 \cdot 10^{-7}} = 0{,}1 \text{ А·м}^2.$$

Ответ: p_m = 0,1 А·м^2

3. В магнитное поле, изменяющееся по закону $B = B_0 \cos\omega t$ (B_0 = 0,1 Тл, ω = 4 с$^{-1}$), помещена квадратная рамка со стороной a = 50 см, причем нормаль к рамке образует с направлением поля угол 45°. Определить ЭДС индукции в рамке через 5 с после начала изменения поля.

Дано:
B_0 = 0,1 Тл
ω = 4 с$^{-1}$
a = 50 см
α = 45°
t = 5 с
ε_i = ?

Решение. По закону электромагнитной индукции $B = B_0 \cos\omega t$, $\varepsilon_i = -d\Phi/dt$, где Φ – магнитный поток, $\Phi = BS\cos\alpha$; S – площадь рамки, $S = a^2$. Поэтому

$$\varepsilon_i = -\frac{d}{dt}(B_0 a^2 \cos\omega t \cos\alpha) = B_0 a^2 \omega \sin\omega t \cos\alpha.$$

Подставим численные значения:

$$\varepsilon_i = 0{,}1 \cdot 0{,}5^2 \cdot 4 \cdot 0{,}91 \cdot 0{,}7 = 0{,}0637\,\text{Â} \approx 64\,\text{ìÂ}.$$

Ответ: ε_i = 64 мВ.

4. Соленоид без сердечника с однослойной обмоткой из проволоки диаметром 0,5 мм имеет длину 0,4 м и поперечное сечение

50 см^2. Ток какой силы течет по обмотке при напряжении 10 В, если за 0,5 мс в обмотке выделяется количество теплоты, равное энергии поля внутри соленоида?

Дано:
l = 0,4 м
d = 0,5 мм
S = 50 см^2
t = 0,5 мс
U = 10 В

I = ?

Решение. Количество выделившегося тепла $Q = IUt$. Энергия магнитного поля (с учетом μ = 1)

$$W = \frac{B^2}{2\mu_0} V,$$

где V – объем соленоида, $V = Sl$; l – его длина, $l = Nd$; N – число витков.

Магнитная индукция в соленоиде

$$B = \mu_0 I \frac{N}{l},$$

где I – сила тока в его обмотке.

С учетом приведенных выражений получим $W = \dfrac{\mu_0 I^2 Sl}{2d^2}$, откуда $IUt = \dfrac{\mu_0 I^2 Sl}{2d^2}$. Выражая силу тока, окончательно найдем

$$I = \frac{2Utd^2}{\mu_0 Sl}.$$

Подставив численные значения, получим

$$I = \frac{2 \cdot 10 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot \left(0{,}5 \cdot 10^{-3}\right)^2}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}4} = 995\,\text{ìÀ}.$$

Ответ: I = 995 мА.

Задачи для самостоятельного решения

1. Магнитный поток Ф сквозь сечение соленоида равен 50 мкВб. Длина соленоида l = 50 см. Найти магнитный момент p_m соленоида, если его витки плотно прилегают друг к другу.

2. В средней части соленоида, содержащего $n = 8$ витков/см, помещен круговой виток диаметром $d = 4$ см. Плоскость витка расположена под углом $\varphi = 60°$ к оси соленоида. Определить магнитный поток Ф, пронизывающий виток, если по обмотке соленоида течет ток $I = 1$ А.

3. На длинный картонный каркас диаметром $d = 5$ см уложена однослойная обмотка (виток к витку) из проволоки диаметром $d = 0{,}2$ мм. Определить магнитный поток Ф, создаваемый таким соленоидом при силе тока $I = 0{,}5$ А.

4. Квадратный контур со стороной $a = 10$ см, в котором течет ток $I = 6$ А, находится в магнитном поле ($B = 0{,}8$ Тл) под углом $\alpha = 50°$ к линиям индукции. Какую работу A нужно совершить, чтобы при неизменной силе тока в контуре изменить его форму на окружность?

5. Виток, в котором поддерживается постоянная сила тока $I = 60$ А, свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 20$ мТл). Диаметр витка $d = 10$ см. Какую работу A нужно совершить для того, чтобы повернуть виток относительно оси, совпадающей с диаметром, на угол $\alpha = \pi/3$?

6. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции расположен плоский контур площадью $S = 100$ см^2. Поддерживая в контуре постоянную силу тока $I = 50$ А, контур переместили из поля в область пространства, где поле отсутствует. Определить магнитную индукцию B поля, если при перемещении контура была совершена работа $A = 0{,}4$ Дж.

7. Определить магнитный поток Ф, пронизывающий соленоид, если его длина $l = 50$ см и магнитный момент $p_m = 0{,}4$ Вб.

8. В однородном магнитном поле ($B = 0{,}1$ Тл) равномерно с частотой $n = 5$ с$^{-1}$ вращается стержень длиной $l = 50$ см так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям напряженности, а ось вращения проходит через один из его концов. Определить индуцируемую на концах стержня разность потенциалов U.

9. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}5$ Тл вращается с частотой $n = 10$ с$^{-1}$ стержень длиной $l = 20$ см. Ось вращения параллельна линиям индукции и проходит через один из концов стержня перпендикулярно его оси. Определить разность потенциалов U на концах стержня.

10. В проволочное кольцо, присоединенное к баллистическому гальванометру, вставили прямой магнит. При этом по цепи прошел заряд Q = 50 мкКл. Определить изменение магнитного потока $\Delta\Phi$ через кольцо, если сопротивление цепи гальванометра R = 10 Ом.

11. Тонкий медный провод массой m = 5 г согнут в виде квадрата, и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле (B = 0,2 Тл) так, что его плоскость перпендикулярна линиям поля. Определить заряд Q, который потечет по проводнику, если, потянув за противоположные вершины, квадрат вытянуть в линию.

12. Рамка из провода сопротивлением R = 0,04 Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле (B = 0,6 Тл). Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Площадь рамки S = 200 см^2. Определить заряд Q, который потечет по рамке при изменении угла между нормалью к рамке и линиями индукции: 1) от 0 до 45°; 2) от 45 до 90°.

13. Проволочный виток диаметром D = 5 см и сопротивлением R = 0,02 Ом находится в однородном магнитном поле (B = 0,3 Тл). Плоскость витка составляет угол φ = 40° с линиями индукции. Какой заряд Q протечет по витку при выключении магнитного поля?

14. Рамка, содержащая N = 200 витков тонкого провода, может свободно вращаться относительно оси, лежащей в плоскости рамки. Площадь рамки S = 50 см^2. Ось рамки перпендикулярна линиям индукции однородного магнитного поля (B = 0,05 Тл). Определить максимальную ЭДС ε_{max}, которая индуцируется в рамке при ее вращении с частотой n = 40 с$^{-1}$.

15. Прямой проводящий стержень длиной l = 40 см находится в однородном магнитном поле (B = 0,1 Тл). Концы стержня замкнуты гибким проводом, находящимся вне поля. Сопротивление всей цепи R = 0,50 Ом. Какая мощность P потребуется для равномерного перемещения стержня перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью v = 10 м/с?

16. Проволочный контур площадью S = 500 см^2 и сопротивлением R = 0,1 Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле (B = 0,5 Тл). Ось вращения лежит в плоскости кольца и перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить максимальную мощность P_{max}, необходимую для вращения контура с угловой скоростью ω = 50 рад/с.

17. Кольцо из медного провода массой $m = 10$ г помещено в однородное магнитное поле ($B = 0{,}5$ Тл) так, что плоскость кольца составляет угол $\beta = 60°$ с линиями магнитной индукции. Определить заряд Q, который пройдет по кольцу, если снять магнитное поле. Плотность меди считать равной 8800 кг/м^3.

18. Соленоид сечением $S = 10$ см^2 содержит $N = 10^3$ витков. При силе тока $I = 5$ А магнитная индукция B поля внутри соленоида равна 0,05 Тл. Определить индуктивность L соленоида.

19. На картонный каркас длиной $l = 0{,}8$ м и диаметром $D = 4$ см намотан в один слой провод диаметром $d = 0{,}25$ мм так, что витки плотно прилегают друг к другу. Вычислить индуктивность L получившегося соленоида.

20. Катушка, намотанная на магнитный цилиндрический каркас, имеет $N = 250$ витков и индуктивность $L_1 = 36$ мГн. Чтобы увеличить индуктивность катушки до $L_2 = 100$ мГн, обмотку катушки сняли и заменили обмоткой из более тонкой проволоки с таким расчетом, чтобы длина катушки осталась прежней. Сколько витков оказалось в катушке после перемотки?

21. Соленоид содержит $N = 800$ витков. Сечение сердечника (из немагнитного материала) $S = 10$ см^2. По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией $B = 8$ мТл. Определить среднее значение ЭДС $\langle\varepsilon_s\rangle$ самоиндукции, которая возникает на зажимах соленоида, если сила тока уменьшается практически до нуля за время $\Delta t = 0{,}8$ мс.

22. По катушке индуктивностью $L = 8$ мкГн течет ток $I = 6$ А. Определить среднее значение ЭДС $\langle\varepsilon_s\rangle$ самоиндукции, возникающей в контуре, если сила тока изменится практически до нуля за время $\Delta t = 5$ мс.

23. В электрической цепи, содержащей резистор сопротивлением $R = 20$ Ом и катушку индуктивностью 0,06 Гн, течет ток $I = 20$ А. Определить силу тока I в цепи через $\Delta t = 0{,}2$ мс после ее размыкания.

24. Цепь состоит из катушки индуктивностью $L = 0{,}1$ Гн и источника тока. Источник тока отключили, не разрывая цепи. Время, через которое сила тока уменьшится до 0,001 первоначального значения, $t = 0{,}07$ с. Определить сопротивление катушки.

25. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением $R = 20$ Ом. Через время $t = 0{,}1$ с сила тока I в катушке достигла 0,95 предельного значения. Определить индуктивность L катушки.

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Волькенштейн В.С.* Сборник задач по общему курсу физики. СПб: Книжный мир, 2005.

2. *Гладской В.М.* Сборник задач по физике с решениями: Пособие для студентов / В.М.Гладской, П.И.Самойленко. М.: Дрофа, 2007.

3. *Джанколи Д.* Физика. М.: Мир, 1989. Т.2.

4. *Иродов И.Е.* Задачи по общей физике. СПб, М.: Лань, 2006.

5. *Иродов И.Е.* Задачи по квантовой физике. М.: Высш. шк., 1991.

6. *Калитиевский Н.И.* Волновая оптика. СПб, М.: Лань, 2006.

7. *Козел С.М.* Сборник задач по физике / С.М.Козел, Э.И.Рашба, С.А.Славатинский. М.: Наука, 1987.

8. *Савельев И.В.* Сборник вопросов и задач по общей физике. М.: Лань, 2006.

9. Сборник качественных вопросов и задач по общей физике / Е.И.Бабаджан, В.И.Гервидс, В.М.Дубовик, Э.А.Нерсесов. М.: Наука, 1990.

10. *Сена Л.А.* Сборник вопросов и задач по физике. М.: Высш. шк., 1986.

11. *Трофимова Т.И.* Сборник задач по курсу физики с решениями. М.: Высш. шк., 2006.

12. *Чертов А.Г.* Задачник по физике / А.Г.Чертов, А.А.Воробьев. М.: Физ.-мат. лит., 2003.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Числовое значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная	G	$6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/(кг·с)^2
Молярная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(К·моль)
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	e	$1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	m_e	$9{,}1\cdot10^{-31}$ кг
Скорость света в вакууме	c	$3\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная Планка	h	$6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с
	$\hbar = h/2\pi$	$1{,}05\cdot10^{-34}$ Дж·с
Боровский радиус	a	$0{,}529\cdot10^{-10}$ м
Атомная единица массы	а. е. м.	$1.66\cdot10^{-27}$ кг
Энергия, соответствующая 1 а. е. м.	–	931,50 МэВ
Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м
Постоянная Авогадро	N_A	$6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Масса покоя протона	m_p	$1.67\cdot10^{-27}$ кг
Магнетон Бора	$\mathrm{M_Б}$	$9{,}27\cdot10^{-24}$ Дж/Тл
Ядерный магнетон	μ	$5{,}05\cdot10^{-27}$ Дж/Тл
Постоянная Фарадея	F	9,65 Кл/моль

2. Диэлектрическая проницаемость (относительная) вещества

Бакелит 4,0
Парафин...2,2
Вода.. 81,0
Слюда 6,0
Масло трансформаторное 2,2
Стекло..7,0

3. Удельное сопротивление, 10^{-8} Ом·м

Вольфрам...5,5
Железо 9,8
Медь... 1,75
Никелин...40,0
Нихром 110,0
Серебро.. 1,6

4. Масса m и энергия E_0 покоя некоторых элементарных частиц и легких ядер

Частица	m		E_0	
	а. е. м.	10^{27}, кг	МэВ	10^{10}, Дж
Электрон	$5{,}486 \cdot 10^{-4}$	0,00091	0,511	0,00082
Протон	1,00728	1,6726	938,28	1,50
Нейтрон	1,00867	1,675	939,57	1,51
Дейтрон	2,01355	3,3325	1876,5	3,00
α-частица	4,0015	6,6444	3726,2	5,96

ОГЛАВЛЕНИЕ