

Всероссийская олимпиада школьников по математике,

муниципальный этап, 2018 г

9 класс

1. На клетчатой бумаге нарисован четырёхугольник, все вершины которого лежат в вершинах клеток со стороной 1. Известно, что каждая из трёх его сторон имеет длину 5. Может ли четвёртая его сторона иметь длину $\sqrt{5}$?
2. Мальчик, отправляясь на теплоходе от пристани A до пристани B , расположенной ниже по течению, бросил в реку бутылку с запиской. Путь от A до B теплоход проходит за 4 часа, а обратный путь он проходит за 5 часов. За какое время бутылка доплывёт до пристани B ? Собственная скорость теплохода и скорость течения постоянны.
3. У Коли есть по 100 монет каждого из трёх видов: достоинством в 1 рубль, 2 рубля и 5 рублей. Он хочет купить книгу стоимостью 100 рублей. Сколькими способами он сможет набрать необходимую сумму для покупки (без сдачи)?
4. Два простых (возможно, совпадающих) числа p и q обладают следующим свойством: $5p + 1$ делится на q , а $5q + 1$ делится на p . Найдите все такие пары p и q и докажите, что других нет.
5. В трапеции $ABCD$ биссектрисы углов $\angle ABC$ и $\angle BCD$ пересекаются в точке F на основании AD , причём $\angle ADC = 30^\circ$ и $\angle BFC = 45^\circ$. Докажите, что $CD = AB + BC$.

Все ответы необходимо обосновать!