

Всероссийская олимпиада школьников по математике,

муниципальный этап, 2017 г

8 класс

1. На столе «орлом» вверх лежат 2017 монет. Андрей перевернул 600 монет, затем Борис перевернул 717 монет, потом Владимир перевернул 800 монет. В результате все монеты на столе стали лежать «решкой» вверх. Сколько монет были перевернуты по три раза?
2. На Острове Рыцарей и Лжецов живут только рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут, причём все жители острова знают про каждого островитянина, кем он является. Однажды на остров приехал турист и на общем собрании жителей острова каждый житель сообщил приехавшему, кем является каждый из остальных жителей. Слово «лжец» было произнесено 11200 раз. Когда в следующий раз приехал другой турист, один из жителей острова не пришёл на подобное собрание, на котором каждый житель сообщил приехавшему, кем является каждый из остальных присутствующих жителей. В этом случае слово «лжец» было сказано 11060 раз. Сколько жителей на этом острове?
3. На круговой дорожке стадиона, имеющей длину 400 м, на расстоянии 100 м друг от друга находятся два бегуна (все расстояния измеряются вдоль окружности). Они одновременно стартуют, двигаясь по меньшей из двух дуг навстречу друг другу с постоянными скоростями. Через 10 секунд они встретились и продолжили бежать в тех же направлениях с теми же скоростями. К тому моменту, когда бегуны встретились во второй раз, первый пробежал на 100 м больше, чем второй. Найдите скорости бегунов.
4. На бумаге написаны три различных натуральных числа, не делящихся на 3, причём их сумма также не делится на 3. Петя и Вася делают ходы по очереди. За один ход можно написать рядом с написанными числами ещё одно число, которое уже было написано. Выигрывает тот игрок, после чьего хода сумма всех написанных чисел будет делиться на 3. Первый ход делает Петя. Кто из игроков может обеспечить себе выигрыш при правильной игре?
5. В параллелограмме $ABCD$ на стороне AD выбрана точка E так, что $BE = AB$, $CE = BC$ и CE – биссектриса угла $\angle BCD$. Найдите углы параллелограмма.

Все ответы необходимо обосновать!