

Всероссийская олимпиада школьников по математике,

муниципальный этап, 2017 г

9 класс

1. Пусть  $a$  и  $b$  – корни уравнения  $x^2 + 2017x + 2017 = 0$ . Вычислите  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ . В записи ответа не должны присутствовать корни и степени с дробным показателем.
2. У Андрея в дневнике только четвёрки и пятёрки. В конце первой четверти пятёрок среди них было 90%. Во второй четверти Андрей получил четвёрок вдвое больше, чем пятёрок, и количество пятёрок во всём дневнике составило 56%. Зато в третьей и четвёртой четверти Андрей получал только пятёрки, и к концу учебного года пятёрок во всём дневнике снова стало 90%. Во сколько раз увеличилось количество пятёрок в дневнике у Андрея с конца первой четверти?
3. На столе «орлом» вверх лежат 2017 монет. Андрей перевернул 600 монет, затем Борис перевернул 700 монет, потом Владимир перевернул 800 монет. Докажите, что после последнего переворачивания хотя бы одна монета на столе лежит «орлом» вверх.
4. Натуральное число назовём *современным*, если в его десятичной записи присутствует комбинация цифр 2, 0, 1, 7 (цифры расположены именно в таком порядке и между ними нет других цифр). Например, числа 720178 и 532017 – современные. Сколько существует шестизначных современных чисел, делящихся нацело на 3?
5. В треугольнике  $ABC$  на высоте  $CH$  ( $H$  лежит на отрезке  $AB$ ) выбрана точка  $O$  и проведена окружность с центром в точке  $O$ , проходящая через вершину  $C$  и пересекающая стороны  $AC$  и  $BC$  в точках  $D$  и  $E$  соответственно. Докажите, что четырёхугольник  $ABED$  является вписанным.

***Все ответы необходимо обосновать!***