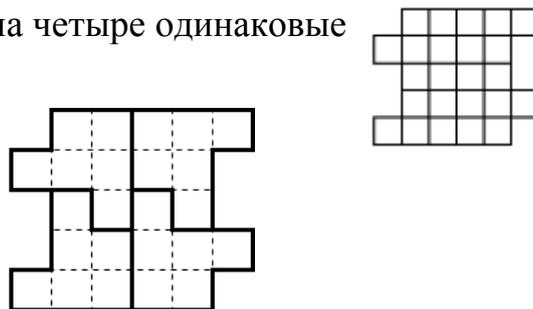


1. Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке, на четыре одинаковые по форме и размеру части.

Решение. См. рисунок.

Критерии.

Приведён верный пример разрезания – 7 баллов.



2. На прямой отмечены точки A , B , C и D . Известно, что $AB = 5$ см, $CD = 6$ см, $BD = 4$ см и $AC = 3$ см. Какие из этих четырёх точек расположены дальше всего друг от друга и чему равно расстояние между ними?

Ответ: точки A и D , $AD = 9$ см.

Решение. Поскольку не приведены длины ещё двух отрезков с концами в указанных точках – AD и BC , а самое большое расстояние между точками среди приведённых в условии – это расстояние между C и D , то достаточно проверить 3 случая:

а) когда наиболее удалённая пара точек C и D ;

б) когда наиболее удалённая пара точек B и C ;

в) когда наиболее удалённая пара точек A и D .

В первом случае точки A и B лежат между C и D , а так как $CD = 6$ см и $AC = 3$ см, то A – середина отрезка CD . Но тогда AB не должно быть больше 3 см, получаем противоречие, т.к. $AB = 5$ см.

Во втором случае точки A и D лежат между B и C . Тогда, с одной стороны, имеем равенство $BC = BA + AC = 5 + 3 = 8$ см, а с другой – $BC = BD + DC = 4 + 6 = 10$ см, получаем противоречие.

В третьем случае если точка B лежит между A и D , а точка C между A и B , то условие задачи выполняется: $AD = AC + CD = 3 + 6 = 9$ см и $AD = AB + BD = 5 + 4 = 9$ см.

Критерии.

Обоснованно получен верный ответ – 7 баллов.

Верный ответ без обоснования – 2 балла.

Получен верный ответ, при этом не рассмотрен один из случаев а) или б) – 4 балла.

3. В ряд через пробел записаны положительные однозначные числа в порядке возрастания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Во все пробелы между числами впишите знаки $+$, $-$, \cdot или скобки так, чтобы результат выполненных действий был равен 2018.

Ответ: например, $1 \cdot 2 + (-3 - 4 + 5 + 6) \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9$.

Возможны и другие варианты.

Критерии.

Получен верный ответ – 7 баллов.

4. На острове проживают рыцари, которые всегда говорят правду; лжецы, которые всегда лгут, а также туристы, каждый из которых поочередно отвечает на заданные ему вопросы то правду, то ложь. Приехавший на остров журналист задал каждому проживающему на острове два вопроса: первый – «Вы рыцарь?», второй – «Вы турист?». Ответ «Да» на первый вопрос дали 60 человек, а на второй вопрос – 28 человек. Сколько на острове рыцарей?

Ответ: 32 рыцаря.

Решение. Обозначим буквами R и L количество рыцарей и лжецов соответственно. Пусть T_1 – количество туристов, которые в первый раз солгали («лживых туристов»), и T_2 – количество туристов, которые в первый раз сказали правду («правдивых туристов»). Каждый рыцарь на вопросы журналиста даст комбинацию ответов (да, нет), каждый лжец – (да, да), каждый «лживый турист» ответит (да, да) и каждый «правдивый турист» ответит (нет, нет). Таким образом, имеем два уравнения:

$$R + L + T_1 = 60,$$

$$L + T_1 = 28.$$

Вычитая из первого второе, получим $R = 32$.

Критерии.

Обоснованно получен верный ответ – 7 баллов.

Верный ответ без обоснования – 0 баллов.

Рассмотрен только один из двух вариантов ответа туриста ((да, да) или (нет, нет)), при этом получен верный ответ – 3 балла.

5. Ученик написал на доске 600 последовательных (идуших по порядку) натуральных чисел. Оказалось, что количество всех цифр в этих числах равно 2018. Каким было наибольшее из написанных чисел?

Ответ: 1217.

Решение. Наибольшее из написанных чисел не могло содержать менее четырёх цифр, так как иначе каждое из написанных чисел содержало бы не более трёх цифр, а все написанные числа содержали бы не более $3 \cdot 600 = 1800$ цифр. Наибольшее из написанных чисел не могло содержать больше четырёх цифр. Действительно, так как количество четырёхзначных чисел равно $9999 - 999 = 9000 > 600$, а количество чисел, содержащих n цифр ($n \geq 5$), ещё больше, то, если бы наибольшее число содержало бы 5 цифр или больше, каждое из написанных чисел содержало бы не менее четырёх цифр; тогда все написанные числа содержали бы не менее $4 \cdot 600 = 2400 > 2018$ цифр. Таким образом, наибольшее из написанных чисел содержит 4 цифры. Поскольку количество трёхзначных чисел равно $999 - 99 = 900 > 600$, то наименьшее из написанных чисел не могло содержать менее трёх цифр. Также наименьшее из чисел не могло содержать более 3 цифр, так как иначе все числа содержали бы не менее $4 \cdot 600 = 2400 > 2018$ цифр. Следовательно, наименьшее из написанных чисел – трёхзначное, а наибольшее – четырёхзначное. Пусть наименьшее из чисел – число x . Так как самое большое трёхзначное число – это 999, то всего было написано $1000 - x$ трёхзначных чисел, тогда количество написанных четырёхзначных чисел равно $x - 400$. Поэтому все написанные числа содержат $3(1000 - x) + 4(x - 400)$ цифр. Получаем уравнение $3(1000 - x) + 4(x - 400) = 2018$, откуда $x = 618$, тогда наибольшее из чисел равно $617 + 600 = 1217$.

Критерии.

Обоснованно получен верный ответ – 7 баллов.

Получен верный ответ с помощью верных рассуждений, при этом в решении без обоснования используется то, что наименьшее из написанных чисел трёхзначное, а наибольшее – четырёхзначное, – 4 балла.

Получен неверный ответ из-за ошибки в составлении уравнения, отличающийся от верного на 1, – не более 2 баллов.