

Всероссийская олимпиада школьников по математике,

муниципальный этап, 2017 г

10 класс

1. Даны три различные ненулевые цифры. Из них составляются все возможные трёхзначные, двузначные и однозначные натуральные числа (ни в одном числе нет повторяющихся цифр). На какую цифру может оканчиваться сумма всех составленных чисел? Найдите все варианты и докажите, что других вариантов нет.
2. Из деревень Антоновка и Богдановка навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и проехали весь путь между деревнями не останавливаясь с постоянными скоростями. Известно, что после их встречи первый прибывает в Богдановку через 36 минут, а второй прибывает в Антоновку через 49 минут. Найдите время, потраченное автомобилями на путь до места встречи.
3. К числу  $a$  справа приписали двузначное число  $b$  ( $a$  и  $b$  – натуральные). Получилось число, которое делится нацело на произведение чисел  $a$  и  $b$ . Найдите все такие пары  $(a, b)$ .
4. Парабола с уравнением  $y = x^2 + px + q$  пересекает ось абсцисс в точках  $A$  и  $B$ , а ось ординат в точке  $C$ , при этом угол  $\angle ACB$  – прямой. Найдите  $q$ .
5. На окружности отмечены пять различных точек  $A, B, C, D, E$  так, что  $C$  – середина меньшей дуги  $AB$ , а точки  $D$  и  $E$  лежат на большей дуге  $AB$ . Пусть  $G$  и  $F$  – точки пересечения прямых  $CD$  и  $CE$  соответственно с хордой  $AB$ . Докажите, что четырёхугольник  $DEFG$  – вписанный.

***Все ответы необходимо обосновать!***