

Всероссийская олимпиада школьников по математике,

муниципальный этап, 2017 г

7 класс

1. Предприятие занимается изготовлением фруктового напитка, разбавляя концентрированный сок водой. Первоначально производимый напиток содержал 23% сока, но затем для увеличения прибыли стал выпускаться напиток с 20%-м содержанием сока. Определите, на сколько процентов возрастёт выпуск напитка при неизменном количестве ежедневно используемого концентрированного сока.

Ответ: на 15%.

Решение. Пусть ежедневно используется $23x$ литров концентрированного сока, где x – коэффициент пропорциональности. Поскольку первоначально производимый напиток содержал 23% сока, то из $23x$ литров концентрата производилось $100x$ литров напитка. Так как после снижения содержания сока в напитке сок стал составлять 20% или пятую часть от объёма напитка, то количество производимого сока стало составлять $5 \cdot 23x = 115x$ литров. Увеличение производства составило $15x$ литров, что составляет 15% от $100x$ литров.

Критерии.

Обоснованно получен верный ответ – 7 баллов.

Верный ответ без обоснования – 0 баллов.

Если в решении вместо литров присутствуют условные единицы (у.е.), то при верном решении и правильном ответе баллы не снижаются. Если в решении присутствует фиксированное число литров, килограммов и т.п., например, 23 литра концентрированного сока, то при верном решении и правильном ответе оценка снижается на 1 балл.

2. На чашечных весах одна чашка тяжелее другой, поэтому в ненагруженном состоянии они не находятся в равновесии. Имеются две монеты – серебряная и золотая. На одну чашу весов кладут монеты, а на другую – гирьки с известными массами, пока не наступит равновесие, при этом массу положенных гирек мы называем показанием весов. Если на лёгкую чашу положить золотую монету, то весы покажут 16 г. Если на тяжёлую чашу положить серебряную монету, то весы покажут 21 г. Если на лёгкую чашу положить обе монеты, весы покажут 33 г. Сколько покажут весы, если обе монеты положить на тяжёлую чашу?

Ответ: 41 г.

Решение. Пусть золотая монета весит x г, серебряная весит y г, и пусть одна чаша на z г тяжелее другой. Из результата первого взвешивания следует, что масса золотой монеты равна $16 + z$ г, т.е. $x = 16 + z$. Из результата второго взвешивания следует, что масса серебряной монеты равна $21 - z$, т.е. $y = 21 - z$. Сложив эти два равенства, получим, что $x + y = 37$, т.е. масса двух монет равна 37. Поскольку при третьем взвешивании весы показали 33 г, то тяжёлая чаша весит на 4 г больше лёгкой, т.е. $z = 4$. Поэтому, если обе монеты положить на тяжёлую чашу, то понадобится $37 + 4 = 41$ г для того, чтобы уравновесить весы.

Критерии.

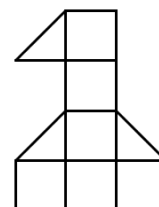
Обоснованно получен верный ответ – 7 баллов.

В решении без обоснования утверждается, что суммарный вес монет равен сумме 21 г и 16 г, при этом получен верный ответ – 4 балла.

В решении без обоснования утверждается, что суммарный вес монет равен сумме 21 г и 16 г, при этом получен неверный ответ – 0 баллов.

В решении имеется верное обоснование того, что суммарный вес монет равен сумме 21 г и 16 г, при этом получен неверный ответ – 3 балла.

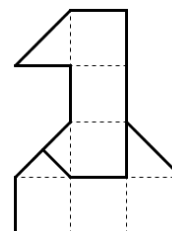
3. Из клетчатого листа бумаги вырезали фигуру, изображённую на рисунке. Покажите, как можно разрезать её на две равные фигуры. Фигуры считаются равными, если они совпадают при наложении, при этом фигуры можно поворачивать и переворачивать. **Разрезы можно делать не только по сторонам клеток!**



Решение. См. рисунок.

Критерии.

Приведён правильный чертёж – 7 баллов.



4. В ряд через пробел записаны восемь однозначных чисел:

1 3 1 1 2 0 1 7

Расставьте рядом с этими числами символы из набора

+ - · ()

так, чтобы каждый пробел между числами был заполнен одним или несколькими символами и в результате выполненных действий получилось число 100. Каждый символ можно использовать несколько раз или вообще не использовать. Переставлять записанные числа, убирать пробелы между ними и использовать другие символы нельзя.

Ответ: $(1 + 3 + 1) \cdot (-1 + (2 + 0 + 1) \cdot 7)$ или $(1 + 3) \cdot (1 + (1 + 2 + 0) \cdot (1 + 7))$. Возможно, что есть и другие решения.

Критерии.

Получен правильный ответ (хотя бы один пример) – 7 баллов.

5. На Острове Рыцарей и Лжецов живут только рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды 12 жителей острова собрались вместе и каждый по очереди сделал заявление. После того, как первые двое высказались, третий заявил: «Из двух предыдущих выступавших только один сказал правду», и эту же фразу произнесли шестой, девятый и двенадцатый выступавшие. Четвёртый выступавший сказал: «Два последних выступивших передо мной солгали», эту же фразу произнесли седьмой и десятый. Пятый выступавший произнёс: «Два последних выступивших передо мной сказали правду», и эту же фразу произнесли восьмой и

одиннадцатый. Сколько рыцарей могло быть среди этих 12 жителей? Приведите все возможные варианты и обоснуйте, что других вариантов нет.

Ответ: 4.

Решение. Каждый вариант распределения рыцарей и лжецов среди выступавших будем описывать двенадцатибуквенной комбинацией букв Р и Л, где n -я слева буква – Р, если n -й выступавший – рыцарь, и Л, если этот человек лжец. Первые две буквы могут образовывать одну из четырёх комбинаций:

ЛЛ, РР, РЛ, ЛР.

В первом случае третья буква – Л, так как третий сказал, что один из первых двух сказал правду, а так как они оба лжецы, то третий солгал. Четвёртая буква – Р, так как четвёртый сказал, что второй и третий солгали, и это правда, следовательно, четвёртый – рыцарь. Рассуждая дальше подобным образом, получаем следующую комбинацию: ЛЛЛРЛРЛЛЛРЛР, следовательно, в этом случае будет 4 рыцаря. Во втором случае имеем комбинацию РРЛЛЛЛРЛРЛЛЛ, в третьем – РЛРЛЛЛЛРЛРЛЛЛ, в четвёртом – ЛРРЛЛЛЛРЛРЛЛЛ. Во всех случаях количество рыцарей равно четырём.

Критерии.

Рассмотрены все случаи и получен верный ответ – 7 баллов.

Рассмотрен только один случай из четырёх и получен неверный ответ – 0 баллов.

Рассмотрен только один случай из четырёх и получен верный ответ – 3 балла.

Рассмотрены только два случая из четырёх и получен верный ответ – 4 балла.

Рассмотрены только два случая из четырёх и только в одном получен верный ответ – 3 балла.

Рассмотрены только три случая из четырёх и получен верный ответ – 5 баллов.

Рассмотрены только три случая из четырёх и только в одном получен верный ответ – 3 балла.

Рассмотрены только три случая из четырёх и только в двух получен верный ответ – 4 балла.

Рассмотрены все случаи и получен верный ответ:

только в одном случае – 3 балла;

только в двух случаях – 4 балла;

только в трёх случаях – 5 баллов.