

Всероссийская олимпиада школьников по математике,

муниципальный этап, 2017 г

11 класс

1. Известно, что для двух положительных чисел x и y выполнено равенство $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 7$. Чему может равняться выражение $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}}$?
2. Из деревень Антоновки и Борисовки одновременно навстречу друг другу вышли Антон и Борис соответственно и прошли весь путь между деревнями не останавливаясь с постоянными скоростями. Антон шёл на 2 км/ч медленнее Бориса, поэтому до места их встречи он прошёл на 2 км меньше, чем Борис. Найдите расстояние между деревнями, если путь Антона до Борисовки занял 2 часа 24 минуты.
3. Парабола с уравнением $y = x^2 + px + q$ пересекает ось абсцисс в точках A и B , а ось ординат в точке C . Найдите p и q , если ABC – прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 3.
4. Натуральное число назовём *симметричным*, если оно читается слева направо так же, как и справа налево. Например, число 27172 – симметричное. Сколько существует симметричных семизначных чисел, которые делятся нацело на 6?
5. На сторонах трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC как на диаметрах построены окружности S_1 , S_2 , S_3 и S_4 так, что отрезок AB является диаметром окружности S_1 , отрезки BC , CD и DA – диаметры окружностей S_2 , S_3 и S_4 соответственно. Пусть K – отличная от B точка пересечения окружностей S_1 и S_2 , точки L , M и N – отличные от точек C , D и A точки пересечения окружностей S_2 и S_3 , S_3 и S_4 , S_4 и S_1 соответственно (точки K , L , M , N различны). Докажите, что прямые LK и MN параллельны.

Все ответы необходимо обосновать!