Всероссийское СМИ
«Академия педагогических идей «НОВАЦИЯ»
Свидетельство о регистрации ЭЛ №ФС 77-62011 от 05.06.2015 г.
(выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций)

Сайт: akademnova.ru
e-mail: akademnova@mail.ru

Савинкова М.М. Координатный метод в математике // Академия педагогических идей «Новация». Серия: Студенческий научный вестник. – 2018. – №12 (декабрь). – АРТ 582-эл. – 0,2 п.л. - URL: http: //akademnova.ru/page/875550

РУБРИКА: ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 514.1

Савинкова Марина Михайловна
Студентка 2 курса, факультет математики и информационных технологий
Научный руководитель: Шабаева А.Ф., к.ф.-м.н., доцент
Стерлитамакский филиал ФГБОУ ВПО «Башкирский Государственный университет»
г. Стерлитамак, Российская Федерация
e-mail savinkova26099@bk.ru

КООРДИНАТНЫЙ МЕТОД В МАТЕМАТИКЕ

Аннотации: в данной статье рассматриваются координатные методы на плоскости и в пространстве.

Ключевые слова: метод координат, координаты, ось абсцисс, ось ординат, проекция точки, вектор.

Savinkova Marina Mikhailovna
2nd year student, faculty of mathematics and information technology
Supervisor: Shabaeva A. F., candidate of pH.-M. D., Associate Professor
Sterlitamak branch of FGBOU VPO "Bashkir State University»
Sterlitamak, Russian Federation

Всероссийское СМИ
«Академия педагогических идей «НОВАЦИЯ»
Свидетельство о регистрации ЭЛ №ФС 77-62011 от 05.06.2015 г.
(выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций)

Сайт: akademnova.ru
e-mail: akademnova@mail.ru

COORDINATE METHOD IN MATHEMATICS

Abstract: this article discusses the coordinate methods on the plane and in space.

Keywords: coordinate method, coordinates, abscissa axis, ordinate axis, point projection, vector.

Метод координат применяется не только в научной и профессиональной деятельности, но и практически ежедневно жизни каждого человека. Первооткрывателямиданного метода в математике являются Ферма и Декарт. В 1637 году была опубликована знаменитая книга Декарта «Рассуждения о методе», в которой помимо философских рассуждений, большое внимание уделено универсальной математике. В разделе данной книги «Геометрия» Декартом был предложен метод координат, который позволяет переходить от точки, заданной на плоскости к числам, от графика функции к уравнению и постепенно от геометрической интерпретации к алгебраической. Основная работа Декарта - написание аналитической геометрии, в которой геометрические задачи переводятся на алгебраический язык с помощью метода координат. Декарт писал задачи на построение на языке алгебры, при этом самые трудные математические задачи становятся вполне решаемыми.

Метод координат представляет собой способ определения положения точки, используя числа или символы. Координаты в пространстве, а также и на плоскости можно представлять различными способами. Решая какую-либо математическую или физическую задачу данным методом, можно пользоваться различными координатными системами, выбирая такую, в которой данная задача решается намного проще.

Суть метода координат.

Суть данного метода как основного способа решения задач в геометрии состоит в том, что, задавая различные фигуры уравнениями и выражая в координатах геометрические соотношения, мы можем решить геометрическую задачу с помощью алгебры. Из ранее упомянутого следует, используя координаты, можно представлять арифметические соотношения и гипотезы геометрически и в итоге применять геометрию к решению алгебраических задач.

Метод координат – это один из универсальных методов. Он связывает алгебру и геометрию, которые, воссоединившись, преподносят нам «богатые плоды», какие они не могли бы дать, оставаясь разделенными.

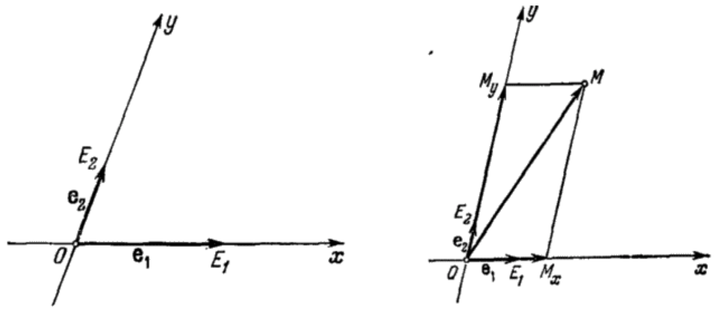
Во многих случаях с помощью метода координат вполне возможно писать доказательства и решать любые задачи наиболее легким способом, чем геометрическим.

Минус метода координат состоит в том, что одна и та же задача будет иметь разное аналитическое представление в зависимости от выбранной системы координат. И только достаточный опыт и навык дает возможность выбрать систему координат более рационально.

Рассмотрим некоторые координатные методы на плоскости.

Аффинная система координат на плоскости задается точкой O (начало координат) и парой приложенных к ней неколлинеарных векторов $\mathrm{e}_1 = \overrightarrow{\mathrm{OE}_1}$

и $\mathrm{e}_2 = \overrightarrow{\mathrm{OE}_2}$.



(Рисунок 1)

Векторы e_1 и e_2 представляют собой 2 оси , которые пересекаются в точке O, в нашем случае первую и вторую ось координат и представляют собой единичные векторы этих осей. Система координат обозначается $\mathrm{Oe}_1\mathrm{e}_2$ а так же Oxy.

Предположим на плоскости задана система координат $R= \{O, e_1, e_2\}$ и произвольная точка М. Вектор *OM* $= r_м$ представляет собой радиус-вектор точки *M* относительно данной точки *O*.

Координатами точки M в системе координат *R*= *{O, e₁, e₂}* будем называть координаты радиус-вектора *OM* в базисе e_1, e_2, а именно коэффициенты *x*, *y* в его разложении в линейную комбинацию векторов базиса: $M\ (x,\ y)_R \Leftrightarrow OM = xe_1 + ye_2$.

Векторы, *а* и *в* коллинеарные, когда координаты данных векторов пропорциональны.

Точке *M* нашей плоскости будем ставить в соответствие вектор *OM*. Координаты вектора *OM* называются координатами точки *M* в аффинной системе координат. Если *OM = (x, y)*, то будем записывать: *M (x, y)*.

Предположим прямые, которые были проведены через точку *M* параллельно осям, пересекаются с осями координат в точках M_1 и M_2. Тогда справедливо равенство ОМ = $OM_1 + OM_2$.Также, $OM = xe_1 + ye_2$.
Из вышесказанного имеем, $x = OM_1 / e,\ y = OM_2 / e_2$.
Координаты точек E_1 и E_2: E_1 (1; 0), E_2 (0;1).

Пусть на плоскости заданы две точки $C\ (x_1, y_1)$ и $D\ (x_2, y_2)$, тогда координаты вектора *CD* будут вычисляться следующим образом:

$$CD = OD - OC = (x_2 - x_1,\ y_2 - y_1).$$

Точка *C* делит отрезок *AB*: $\frac{\overrightarrow{AC}}{\overrightarrow{CB}} = \lambda$.

Следовательно, $C = \frac{\overrightarrow{A} + \lambda B}{1+\lambda}$. Координаты точки Е:

Всероссийское СМИ
«Академия педагогических идей «НОВАЦИЯ»
Свидетельство о регистрации ЭЛ №ФС 77-62011 от 05.06.2015 г.
(выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций)

Сайт: akademnova.ru
e-mail: akademnova@mail.ru

$x = \frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}$, $y = \frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}$.

Если E – середина отрезка CD, то верны равенства:

$x = \frac{x_1+x_2}{2}$, $y = \frac{y_1+y_2}{2}$.

Существуют различные задания прямой на плоскости. Рассмотрим некоторые из них.

Параметрическое уравнение прямой.

Предположим необходима написать уравнение прямой, которая задана в аффинной системе координат. Пусть нам даны точка M_1 (x_1, y_1) и ненулевой вектор $\vec{a}=(\alpha, \beta)$, который параллелен прямой l . Допустим M (x, y) – произвольная точка прямой l. По условию, OM = OM_1 + ta,(t- параметр)

Запишем следующее соотношение:

$$\begin{cases} x = x_1 + \alpha t \\ y = y_1 + \beta t \end{cases}$$

Данная система является параметрическим уравнением прямой. $\frac{x-x_1}{\alpha} = \frac{y-y_1}{\beta}$

Если $\alpha \neq 0$ и $\beta \neq 0$ то ,

Если прямую задать двумя различными точками: C (x_1, y_1) и D (x_2, y_2), тогда вектор C D = $(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ будет направляющим вектором прямой l. Таким образом, при $x_1 \neq x_2$ и $y_1 \neq y_2$ уравнение примет вид:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y}$$

которое называется уравнением прямой, проходящей через две точки.

Декартовой или *прямоугольной* системой координат на плоскости обычно с взаимно перпендикулярными осями и одинаковыми соотношениями величины масштаба по осям-прямоугольные декартовы координаты.

Для решения задач в основном применяется прямоугольная система координат.

N= *{O, i, j};* так что $|i| = |j| = 1$, i перпендикулярен j.

Пусть даны две точки: *A* (x_1, y_1) и *B* (x_2, y_2). Тогда, можно найти расстояние между двумя точками: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

При решении задач в основном используют уравнение прямой с угловым коэффициентом k, проходящей через точку *A* (x_1, y_1): $y - y_1 = k(x - x_1)$.

Из вышеизложенного справедливо, что угловой коэффициент прямой, заданной точками *A* (x_1, y_1) и *B* (x_2, y_2), будет равен: $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Геометрический смысл углового коэффициента в прямоугольной системе координат: $k = tg\alpha$, где – α величина угла от оси абсцисс до прямой l.

Всероссийское СМИ
«Академия педагогических идей «НОВАЦИЯ»
Свидетельство о регистрации ЭЛ №ФС 77-62011 от 05.06.2015 г.
(выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций)

Сайт: akademnova.ru
e-mail: akademnova@mail.ru

Предположим прямые l_1 и l_2 задаются уравнениями с угловыми коэффициентами: $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$.

$l_1 \parallel l_2$, то $\alpha_1 = \alpha_2$, следовательно $k_1 = k_2$. Напишем формулу для угла φ между прямыми l_1 и l_2.

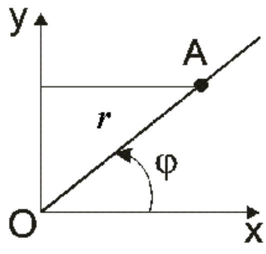
$\varphi = \alpha_1 - \alpha_2$, $k = tg\alpha_1$, $k = tg\alpha_2$, следует :

$$tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}$$

Условие $k_1k_2 = -1$ выражает признак перпендикулярности прямых l_1 и l_2.

Решения геометрические задачи, нужно рационально выбирать систему координат. Следует, чтобы точки были расположены на осях координат, тогда среди координат будут нули. Благодаря этому намного упростится вычисления в задаче.

Полярная система координат на плоскости



(Рисунок 2)

Уравнения кривых очень удобно можно задавать не только в декартовой системе, но многих других системах координат. Полярную систему координат можно задать точкой O и

Сайт: akademnova.ru
e-mail: akademnova@mail.ru

лучом OA с началом в этой точке. Точка O является полюсом, ось OA – полярная ось.

Полярные координаты точки M это расстояние r от полюса и угол, который образует с полярной осью отрезок OM.

Координата r является полярным радиусом, а φ – полярным углом точки M. Согласно определению полярных координат, что $r \geq 0$. Координата φ не определяется однозначно , координатам (r, φ) и $(r, \varphi + 2\pi)$, будет соответствовать одна и та же точка. Предположим что существует условие $0 \leq \varphi < 2\pi$, φ координата будет являться однозначной. При r=0 точка M совпадает с полюсом, а координата φ неопределенная.

Прямоугольные координаты точки M устанавливаются посредством полярных координат такими соотношениями:

$$\begin{cases} r = cos\varphi \\ r = sin\varphi \end{cases}$$

Кривые можно задавать в полярных координатах уравнениями абсолютно так же, как и уравнениями в декартовой системе координат.

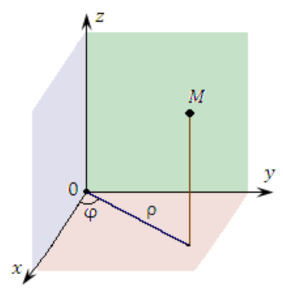
Методом координат можно воспользоваться и в пространстве. Таковыми являются: декартовая прямоугольная система координат в пространстве, цилиндрическая, сферическая и многие другие. Рассмотрим один из них.

Всероссийское СМИ
«Академия педагогических идей «НОВАЦИЯ»
Свидетельство о регистрации ЭЛ №ФС 77-62011 от 05.06.2015 г.
(выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций)

Сайт: akademnova.ru
e-mail: akademnova@mail.ru

Цилиндрическая система координат в пространстве

Цилиндрическая система - трёхмерная систему координат, которая является объединением полярной системы координат с третьей координатой, с помощью которой будет возможно смещение произвольной точки M вдоль оси $0z$ относительно координатной плоскости $0xy$.Координаты точки M в цилиндрической системе координат определятся тройкой чисел (ρ, φ, z),ρ – расстояние от точки M до оси $0z$ $(0 \leq \rho \leq \infty)$;φ – угол, образованный проекцией радиус-вектора точки M на плоскость $0xy$ с положительным направлением оси $0x(0 \leq \varphi \leq 2\pi)$; z –проекция точки M на ось 0z $(0 \leq \varphi \leq \infty)$.



(Рисунок 3). Цилиндрические координаты точки M.

Связь между декартовыми и цилиндрическими координатами:

$$x = \rho cos\varphi \ ;y = \rho sin\varphi; \ \rho = \sqrt{x^2 + y^2};tg\varphi = \frac{y}{x}.$$

В цилиндрической системе координатные линии, которые проходят через любую точку М пространства, пересекаются под прямым углом. Данные системы координат называются **ортогональными**.

Формулы, которые применятся в решении задач с помощью цилиндрического метода координат:

Элемент длины дуги: $dl = \sqrt{(dp)^2 + p^2(d\varphi)^2 + (dz)^2}$

Элемент площади поверхности: $dS = \sqrt{\rho^2(drd\varphi)^2 + p^2(drdz)^2 + (dzd\varphi)^2}$

Якобиан перехода от декартовой системы координат к цилиндрической:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial p} & \frac{\partial x}{\partial \varphi} & \frac{\partial x}{\partial z} \\ \frac{\partial y}{\partial p} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} & \frac{\partial y}{\partial z} \\ \frac{\partial z}{\partial p} & \frac{\partial z}{\partial \varphi} & \frac{\partial z}{\partial z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} cos\varphi & -\rho sin\varphi & 0 \\ sin\varphi & -\rho cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \rho$$

Таким образом, мною было рассмотрены несколько координатных методов на плоскости и в пространстве. С помощью метода координат можно быстро решить различные геометрические задачи, имеет ряд преимуществ, даёт наглядное представление на координатной плоскости и в пространстве различных зависимостей, которые выражены сложными формулами, а также уравнениями.

Сайт: akademnova.ru
e-mail: akademnova@mail.ru

Список использованной литературы:

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия, ч.1,М:, Просвещение 1986
2. Выгодский М.Я., Справочник по высшей математике, М., 1972.
3. Веленкин Н.Я. За страницами учебника математики: Арифметика. Алгебра. Геометрия – 1996
4. Атанасян Л.С., Геометрия, часть 1, Учебное пособие для студентов математических факультетов педагогических институтов, М., Просвещение, 1973.

Дата поступления в редакцию: 13.12.2018 г.
Опубликовано: 19.12.2018 г.