

Деревков В.Ю. Использование математических моделей в землеустройстве // Академия педагогических идей «Новация». Серия: Студенческий научный вестник. – 2019. – №1 (январь). – АРТ 110-эл. – 0,3 п.л. - URL: <http://akademnova.ru/page/875550>

РУБРИКА: ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 519.6

Деревков Виталий Юрьевич

студент 2 курса, архитектурно-строительного факультета КубГАУ

Научный руководитель: Сергеев А.Э., канд. физ.-мат. наук,

доцент кафедр высшей математике

ФГБОУ ВО «Кубанский государственный аграрный университет

имени И.Т. Трубилина»

г. Краснодар, Российская Федерация

e-mail: vitalikderevko99@gmail.com

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ
В ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВЕ**

Аннотация: В статье рассмотрено использование математических моделей в землеустройстве. Особенности применения математических моделей в сельском хозяйстве.

Ключевые слова: землеустройство, математические модели, использование земельных ресурсов.

Derevko Vitaly Yurievich

2nd year student of the Faculty of Architecture and Construction of KubSAU

Scientific adviser: Sergeev AE, Ph.D. Phys.-Mat. sciences,

Associate Professor of Higher Mathematics

FSBEI HE "Kuban State Agrarian University

behalf of I.T. Trubilina

Krasnodar, Russian Federation

USE OF MATHEMATICAL MODELS IN LAND MANAGEMENT

Abstract: The article discusses the use of mathematical models in land management. Features of the use of mathematical models in agriculture.

Key words: land management, mathematical models, land use.

Использование математических методов в землеустройстве предоставляет возможность принимать наиболее рациональные решения по использованию земельных ресурсов.

Процесс построения математической модели землеустройства внутреннего хозяйства является установлением функции $f(x)$, т. е. зависимости между результатом и факторами, которыми он обуславливается. Построение моделей на основе статистического анализа данных по затратам на выращивание различных культур, затратам на строительство сельскохозяйственных построек или иных затрат связано с установлением существования или отсутствия зависимостей между экономическим показателем (Y) и факторами (X_1, X_2, \dots, X_n), а также выявлением тесноты данной связи, если такая имеется [1].

Задача.

Предположим, что основные факторы, влияющие на затраты по выращиванию пшеницы (Y) — это площадь посева (X_1), урожайность семян (X_2) и расходы на покупку минеральных удобрений (X_3). Тогда найдем зависимость между данными факторами и затратами по выращиванию пшеницы [4].

Таблица 1 - Данные по затратам на выращивание пшеницы

Затраты на выращивание тонны пшеницы (сот. руб.) Y	Площадь посева (га) X_1	Стоимость семян (руб./кг) X_2	Расходы на покупку удобрений (руб./кг) X_3
1,8	27	18,8	34,9
1,8	10,1	4,9	38,6
1,5	17,8	20	36,7
4,2	137,2	99,1	37,1
1,2	14,9	5,7	26,4
7	165,5	60,7	36,4
1,3	9,7	12,5	33
1,8	13,5	13,8	40,4
0,5	2,1	1,5	35,4
1,3	19,4	12,1	32,6
2,6	4,4	18,4	38,8
2,7	20,1	21,9	37,4
1,8	13,3	13,1	26,1
1,4	6,9	8,1	35,4

Решение. Рассмотрим зависимость затрат на выращивание от площади посева, урожайности семян и стоимости минеральных удобрений.

Рассчитаем коэффициент статической зависимости (k) между затратами на выращивание пшеницы (Y) и площадью посева (X_1), используя следующую формулу [3]:

$$k_{xy1} = \frac{n \sum x_1 y - \sum x_1 \sum y}{\sqrt{(n \sum x_1^2 - (\sum x_1)^2) \times (n \sum y^2 - (\sum y)^2)}}.$$

Высокий коэффициент статической зависимости $k_{xy1} = 0,9$ дает основание говорить о том, что данные факторы тесно взаимосвязаны. Форму связи между затратами на выращивание пшеницы (Y) и площадью посева (X_1) следует выбрать в виде прямой. Воспользуемся методом наименьших квадратов, где $Y_{x1} = ax_1 + b$ - искомая прямая.

Для нахождения параметров линейной зависимости воспользуемся следующими формулами:

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + bn = \sum_{i=1}^n y_i \end{cases}.$$

Подставим в эти формулы имеющиеся данные и решим систему уравнений. Отсюда получаем: $a = 0,03$; $b = 1,16$.

Линейная зависимость между затратами на выращивание пшеницы и площадью посева: $Y_{x1} = 0,03x_1 + 1,3$.

Доля влияния значения площади посева на затраты по выращиванию данной культуры равны квадрату коэффициента статической зависимости (k), отсюда: $k_{yx1}^2 = (0,9)^2 = 0,81$.

То есть затраты на выращивание пшеницы в данном случае на 81% зависят от площади посева

Коэффициент статической зависимости между затратами на выращивание пшеницы (Y) и стоимостью семян (X_2) будет равен

$k_{xy2} = 0,76$. Здесь зависимость будет линейной, также как и в первом случае, выраженная в виде $Y_{x2} = ax_2 + b$. Значения параметров линейной зависимости: $a = 0,05$; $b = 1,16$.

Здесь линейная зависимость между затратами на выращивание пшеницы и стоимостью семян выглядит следующим образом:

$$Y_{x2} = 0,05x_2 + 1,16.$$

Коэффициент статической зависимости: $k_{xy2}^2 = (0,76)^2 = 0,58$.

То есть затраты на выращивание пшеницы в данном случае на 58% зависят от стоимости семян

Коэффициент статической зависимости между затратами на выращивание пшеницы (Y) и расходами на покупку удобрений (X_3) будет равен $k_{xy3} = 0,23$. Это значит, что зависимость не будет линейной.

Следовательно, это квадратичная зависимость, которая имеет вид:

$$Y = ax^2 + bx + c.$$

Для определения данной зависимости воспользуемся следующими формулами:

$$\begin{cases} a\sum x_i^4 + b\sum x_i^3 + c\sum x_i^2 = \sum x_i^2 y_i \\ a\sum x_i^3 + b\sum x_i^2 + c\sum x_i = \sum x_i y_i \\ a\sum x_i^2 + b\sum x_i + cn = \sum y_i \end{cases}$$

Параметры зависимости: $a = -0,002$; $b = 0,2$; $c = -2,65$.

Для данного случая зависимость выглядит следующим образом:

$$Y_{x3} = -0,002x^2 + 0,2x - 2,65.$$

Коэффициента статической зависимости: $k_{yx3}^2 = (0,23)^2 = 0,053$.

То есть затраты на выращивание пшеницы в данном случае на 5,3% зависят от стоимости удобрений

Таблица 2 - Результаты анализа зависимости переменной (Y) от факторов (X₁, X₂, X₃)

Факторы	Вид связи	k_{xy}	$(k_{xy})^2$	t (теор.)	t (расч.)
Площадь посева (га) X_1	$Y_{x1} = 0,03x_1 + 1,3$	0,9	0,81	2,18	7,6
Стоимость семян (руб./кг) X_2	$Y_{x2} = 0,05x_2 + 1,16$	0,76	0,58	2,18	4,18
Расходы на покупку удобрений (руб./кг) X_3	$Y_{x3} = -0,002x^2 + 0,2x - 2,65$	0,23	0,053	2,18	0,8

Два последних столбца показывают 5%-ю точку распределения Стьюдента с (n-2) степенями свободы.

$$t = \frac{|k|\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-k^2}}$$

Из анализа данных видно, что наибольшее влияние на функцию (Y) оказывают такие факторы как площадь посева (X₁) и стоимость семян (X₂). Фактор расходов на покупку минеральных удобрений (X₃) несущественно влияет на затраты на выращивание пшеницы, t (расчетное) <

t (теоретическое), поэтому фактор расходов на минеральные удобрения в расчет не берем

Математический анализ и высокие статические коэффициенты позволяют выбрать форму уравнения множественной регрессии в следующем виде: $Y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$.

Нахождение параметров уравнения регрессии проводят через построение стандартизованного уравнения [3]

$$t_{y,x_1,x_2} = \beta_2 t_2 + \beta_3 t_3$$

Таблица 3 - Парные статические коэффициенты.

$k_{yx_1} = 0,9$	$k_{x_1x_1} = 1$	$k_{x_1x_2} = 0,81$
$k_{yx_2} = 0,76$	$k_{x_2x_2} = 1$	$k_{x_2x_1} = 0,81$

Выразим параметры уравнения регрессии в стандартизованном масштабе, используя следующую систему [2]

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{12} = \beta_2 + k_{23}\beta_3 + k_{24}\beta_4 + \dots + k_{2k}\beta_k \\ k_{13} = \beta_3 + k_{23}\beta_3 + k_{24}\beta_4 + \dots + k_{3k}\beta_k \\ \dots \\ k_{1k} = k_{2k}\beta_2 + k_{3k}\beta_3 + k_{4k}\beta_4 + \dots + \beta_k \end{array} \right.$$

Из системы: $\beta_2 = 0,83$; $\beta_3 = 0,096$. Тогда: $t_{y,x_1,x_2} = 0,83t_2 + 0,096t_3$.

Переход к уравнениям осуществим согласно формулам:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = \frac{\delta_y}{\delta_{x1}} \beta_2 = \frac{1,54}{48,98} \times 0,83 = 0,0262 \\ a_2 = \frac{\delta_y}{\delta_{x2}} \beta_3 = \frac{1,54}{25,28} \times 0,096 = 0,0059 \\ a_0 = y - \sum x_i a_i = 2,2 - 0,94 = 1,216 \end{array} \right.$$

Отсюда имеем конечное уравнение в натуральном масштабе:

$$Y = 1,216 + 0,0262x_1 + 0,0059x_2.$$

Это уравнение может использоваться для расчета затрат на выращивание пшеницы. Исходя из его коэффициентов, можно сделать следующие **выводы**:

- 1) увеличение площади посева на 1 гектар увеличивает затраты по выращивание пшеницы на 2,62 рубля за 1 тонну;
- 2) каждый новый килограмм семян увеличивает затраты по выращивание пшеницы на 59 копеек.

Список использованной литературы:

1. Соколова, И.В. Метод линейного программирования при решении землеустроительных задач / В сборнике: Качество современных образовательных услуг – основа конкурентоспособности вуза. Сборник статей по материалам межфакультетской учебнометодической конференции. 2016. С. 90-93.
2. Лисуненко К.Э., Соколова И.В. Оценка состояния почв сельскохозяйственных районов Краснодарского края // Научное обеспечение агропромышленного комплекса: сборник статей по материалам 72-й научно-практической конференции студентов по итогам НИР за 2016 год. 2017. С. 231–234.

3. Сергеев А.Э. Обусловленность систем линейных уравнений. В сборнике: Научное обеспечение агропромышленного комплекса. Сборник статей по материалам 72-й научно практической конференции преподавателей по итогам НИР за 2016год. 2017. С.44-45

4. Патов А.М., Сергеев А.Э. Экономико-математические модели и методы в землеустройстве. В сборнике: Студенческие научные работы инженерно-землеустроительного факультета. Сборник статей по материалам студенческой научно-практической конференции. 2017. С. 95-100.

Дата поступления в редакцию: 21.01.2019 г.

Опубликовано: 27.01.2019 г.

© Академия педагогических идей «Новация». Серия «Студенческий научный вестник», электронный журнал, 2019

© Деревков В.Ю., 2019