

*Журавлёв Ю.В. Примеры применение пакета макрокоманд tkz-euclide для построения чертежей при решении типовых стереометрических задач профильного ЕГЭ // Академия педагогических идей «Новация». Серия: Научный поиск. – 2019. – №1 (январь). – АРТ 12-эл. – 0,3 п.л. - URL: <http://akademnova.ru/series-scientific-search>*

**Рубрика: ПЕДАГОГИКА И ПСИХОЛОГИЯ**

**УДК 372.851**

**Журавлёв Юрий Вячеславович**

магистрант 3 курса, физико-математический факультет  
ФГБОУ ВО «Рязанский государственный университет имени С.А.  
Есенина»

Научный руководитель: д. пед. н., к. мат. н.,  
профессор А. Х. Назиев  
г. Рязань, Российская Федерация

[sazon@inbox.ru](mailto:sazon@inbox.ru)

**ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЕ ПАКЕТА МАКРОКОМАНД TKZ-  
EUCLIDE ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ЧЕРТЕЖЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ  
ТИПОВЫХ СТЕРЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ (ЗАДАНИЕ №14)  
ПРОФИЛЬНОГО ЕГЭ.**

*Аннотация:* В статье приведены примеры кода tkz-euclide для построения чертежей стереометрических фигур (пирамида, призма, конус, цилиндр) при решении различных вариантов задания №14 ЕГЭ профильного уровня.

*Ключевые слова:* LaTeX, tkz-euclide, ЕГЭ задание 14, стереометрическая задача, оформление чертежей, интеграция информатики и геометрии.

**Yuriy V. Zhuravlev**

3rd year student, faculty of Physics and Mathematics  
IN FGBOU "Ryazan State University"  
Ryazan, Russian Federation

**EXAMPLES OF TKZ-EUCLIDE CODE FOR CONSTRUCTING  
DRAWINGS WHEN SOLVING TYPICAL STEREOMETRIC TASKS  
(TASK NO. 14) OF THE ADVANCED UNIFIED STATE EXAM**

*Abstract:* The article provides examples of the TKZ-euclide code using for constructing drawings of stereometric figures (prism, cylinder, cone, pyramid) from typical task № 14 of the advanced Unified State Exam

*Keywords:* LaTeX, tkz-euclide, exam task 14, stereometric problem, drawing design, integration of Informatics and geometry.

Задание №14 профильного ЕГЭ по математике представляет собой традиционную задачу по стереометрии, связанную с вычислением длин, площадей (в том числе площадей сечений многогранников и тел вращения), углов (между двумя прямыми, между прямой и плоскостью, между двумя плоскостями), связанных с призмой, пирамидой, цилиндром, конусом или шаром.

Для решения задания №14 всегда требуется построение чертежа. Разумеется, для обучения решению стереометрических задач требуется обучить не только умению строить чертеж, но и развивать логическое мышление и возможность применения этих знаний и навыков к реальным вещам. Однако умение строить чертеж, возможность менять полученный чертеж и адаптировать его под условие задачи, является одним из трех

упомянутых компонентов, составляющих умение решать стереометрические задачи. Развитие только этого компонента способно значительно повысить уровень освоения учениками стереометрией и улучшить результаты решения задания №14 ЕГЭ профильного уровня.

С целью предоставления учителям и школьникам справочных материалов для построения чертежей в пакете tkz-euclide, сформируем код для построения типовых фигур используемых в задании №14 профильного ЕГЭ.

### ПРИЗМА

Задание №14 из демонстрационного варианта контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2017 года по математике.

**Условие задачи.** Все рёбра правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  имеют длину 6. Точки  $M$  и  $N$  – середины рёбер  $AA_1$  и  $A_1C_1$  соответственно.

а) Докажите, что прямые  $BM$  и  $MN$  перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями  $BMN$  и  $ABB_1$

#### **Код программы создания чертежа**

```
\begin{tikzpicture}[scale=1]
% определим координаты вершин треугольника являющегося нижним
основанием призмы
\tkzDefPoints{5/2/A, 1/0/B, 0/3/C}
% соединим отрезками вершины основания призмы
\tkzDrawSegments(A,B B,C);
\tkzDrawSegments[dashed](A,C);
% отразим на чертеже точки A,B,C
\tkzDrawPoints(A,B,C);
```

```
% выведем на чертеж название точек
\tkzLabelPoints(A);
\tkzLabelPoints[below, left](B,C);
% определим координаты верхнего основания призмы путем поворота
на 90 градусов 6-сантиметрового отрезка относительно вершин
нижнего основания призмы
\tkzDefShiftPoint[A](90:6){A_1}
\tkzDefShiftPoint[B](90:6){B_1}
\tkzDefShiftPoint[C](90:6){C_1}
% соединим сплошной линией верхние и боковые грани призмы
\tkzDrawSegments(B,B_1 C,C_1 A,A_1 A_1,C_1 B_1,A_1 B_1,C_1);
% выведем на чертеж точки и их название
\tkzDrawPoints(A_1,B_1,C_1);
\tkzLabelPoints(A_1);
\tkzLabelPoints[below, left](B_1,C_1);
% найдем и выведем на чертеж точки M и N
\tkzDefMidPoint(A,A_1) \tkzGetPoint{M}
\tkzDefMidPoint(A_1,C_1) \tkzGetPoint{N}
% начертим треугольник образованный точками B, M и N
\tkzDrawSegments(B,M);%сплошная линия
\tkzDrawSegments[dashed](B,N M,N); %прерывистая[dashed] линия
\tkzDrawPoints(M,N);
\tkzLabelPoints(M);
\tkzLabelPoints[above](N);
% Опустим перпендикуляр из точки N на ребро B1A1
\tkzDefPointWith[linear,K=.75](B_1,A_1) \tkzGetPoint{P};% возьмем
точку P как 0,75 от длины отрезка B1A1
```

```
\tkzDrawSegments(N,P P,M);
\tkzDrawPoints(P);
\tkzLabelPoints(P);
% опустим из точки В перпендикуляр к стороне AC
\tkzDefMidPoint(A,C) \tkzGetPoint{H};
\tkzLabelPoints[above](H);
\tkzDrawSegments[dashed](B,H);
% обозначим на чертеже прямые углы
\tkzMarkRightAngle(B,M,N);
\tkzMarkRightAngle(N,P,A_1);
\tkzMarkRightAngle(B,H,A)
\end{tikzpicture}
```

Чертеж к задаче (Рисунок 1)

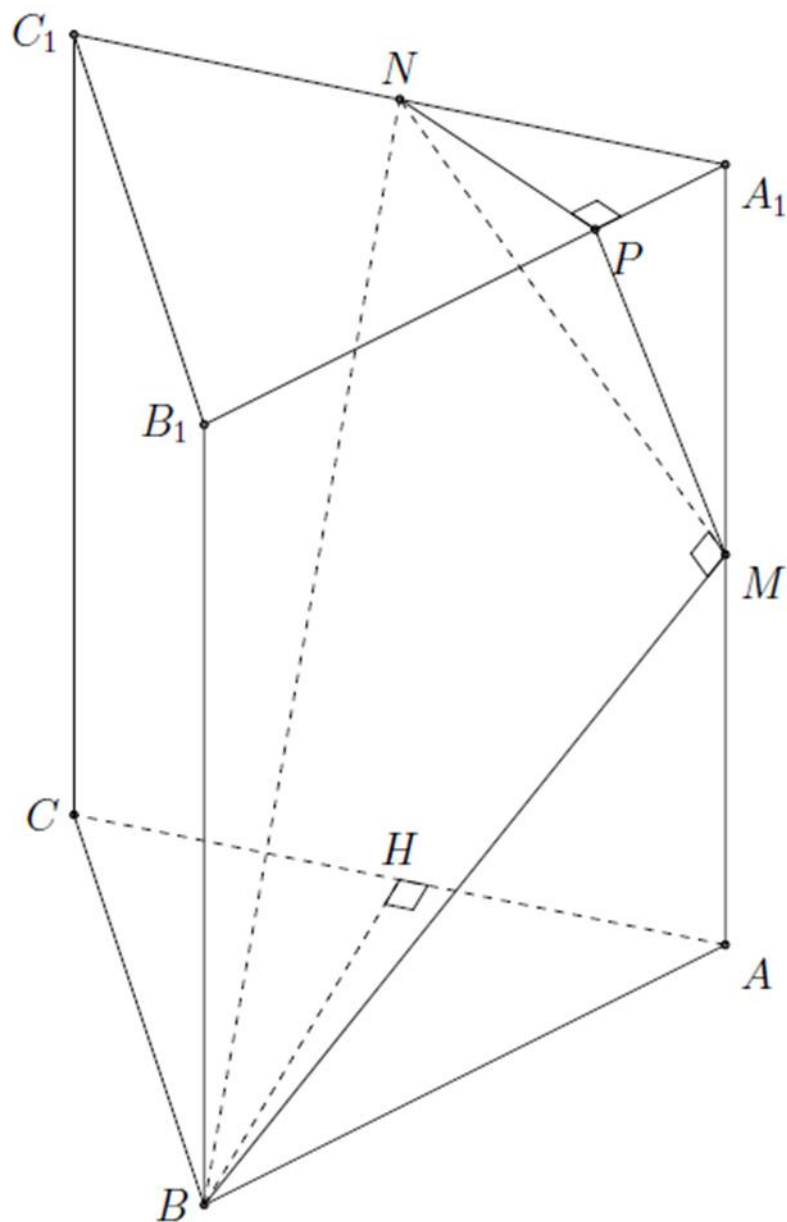


Рисунок 1 Чертеж к задаче на призму.

## ЦИЛИНДР

**Условие задачи.** В одном основании прямого кругового цилиндра с высотой 12 и радиусом основания 6 проведена хорда  $AB$ , равная радиусу основания, а в другом его основании проведён диаметр  $CD$ , перпендикулярный  $AB$ . Построено сечение  $ABNM$ , проходящее через прямую  $AB$  перпендикулярно прямой  $CD$  так, что точка  $C$  и центр основания цилиндра, в котором проведён диаметр  $CD$ , лежат с одной стороны от сечения.

- а) Докажите, что диагонали этого сечения равны между собой.
- б) Найдите объём пирамиды  $CABNM$ .

### Код программы построения чертежа

```
\begin{tikzpicture}[yscale=0.5]
\tkzDefPoint(0,0){R}
\tkzDefPoint(8,0){S}
\tkzDefMidPoint(R,S) \tkzGetPoint{O}
\tkzDrawArc[color=black, dashed](O,S)(R)
\tkzDefShiftPoint[S](90:15){S_1}
\tkzDefShiftPoint[R](90:15){R_1}
\tkzDefShiftPoint[O](90:15){O_1}
\tkzDrawCircle(O_1,S_1)
\tkzDrawSegments(R,R_1 S,S_1)
\tkzDrawArc[color=black](O,R)(S)
\tkzDefPointBy[rotation=center O angle 20](S) \tkzGetPoint{N}
\tkzDefPointBy[rotation=center O angle 270](S) \tkzGetPoint{M}
\tkzDefPointBy[rotation=center O angle 330](S) \tkzGetPoint{D}
\tkzDefPointBy[rotation=center O angle 180](D) \tkzGetPoint{C}
\tkzDefShiftPoint[M](90:15){A}
```

```
\tkzDefShiftPoint[N](90:15){B}
\tkzDrawSegments(A,B M,A)
\tkzDrawSegments[dashed](M,N B,N C,D M,C C,N C,A C,B B,M A,N)
\tkzInterLL(C,D)(M,N) \tkzGetPoint{H}
\tkzDrawPoints(A, B, H, C, D, N, M, O)
\tkzLabelPoints(H, D, M, O)
\tkzLabelPoints[below, left](C,A)
\tkzLabelPoints[below, right](N)
\tkzLabelPoints[above, right](B)
\tkzLabelSegment[left](R,R_1){$12$}
\tkzLabelSegment[above, left](A,B){$6$}
\tkzMarkRightAngle(C,H,N)
\end{tikzpicture}
```

**Чертеж к задаче (Рисунок 2)**



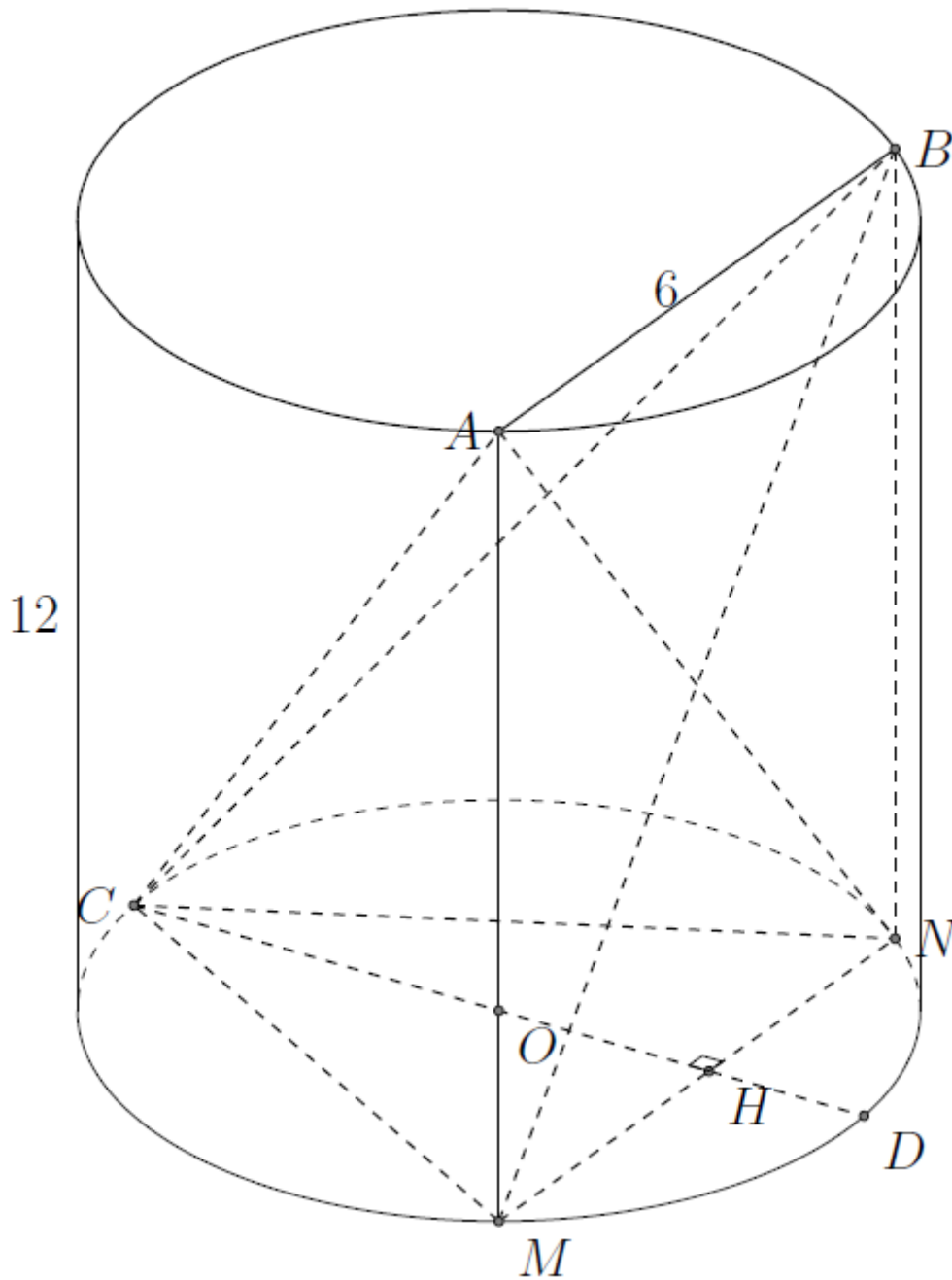


Рисунок 2 Чертеж к задаче на цилиндр.

## КОНУС

**Условие задачи.** Дан прямой круговой конус с вершиной  $M$ . Осевое сечение конуса – треугольник с углом  $120^\circ$  при вершине  $M$ . Образующая конуса равна 2,3. Через точку  $M$  проведено сечение конуса, перпендикулярное одной из образующих.

- а) Докажите, что полученный в сечении треугольник тупоугольный.
- б) Найдите площадь сечения.

### Код программы построения чертежа

```
\begin{tikzpicture}[xscale=2,yscale=1]
\tkzDefPoint(0,0){A}
\tkzDefPoint(6,0){B}
\tkzDefMidPoint(A,B)\tkzGetPoint{O}
\tkzDefPoint(3,12){M}
\tkzDrawArc[color=black,dashed](O,B)(A)
\tkzTangent[from=M](O,B)\tkzGetPoints{K}{L}
\tkzDrawSegments(M,K M,L)
\tkzDrawSegments[dashed](A,B)
\tkzDrawArc[color=black](O,K)(L)
\tkzDefPointBy[rotation=center O angle 100](B)\tkzGetPoint{D}
\tkzDefPointBy[rotation=center O angle 220](B)\tkzGetPoint{E}
\tkzInterLL(D,E)(B,A)\tkzGetPoint{H}
\tkzDrawPoints(O,A,B,H,D,E,M)
\tkzLabelPoints(B,O,D,H)
\tkzLabelPoints[below,left](E,A)
\tkzLabelPoints[above,right](M)
\tkzDrawSegments[dashed](D,E M,D M,H)
\tkzDrawSegments(M,E)
```

\end{tikzpicture}

Чертеж к задаче (Рисунок 3)

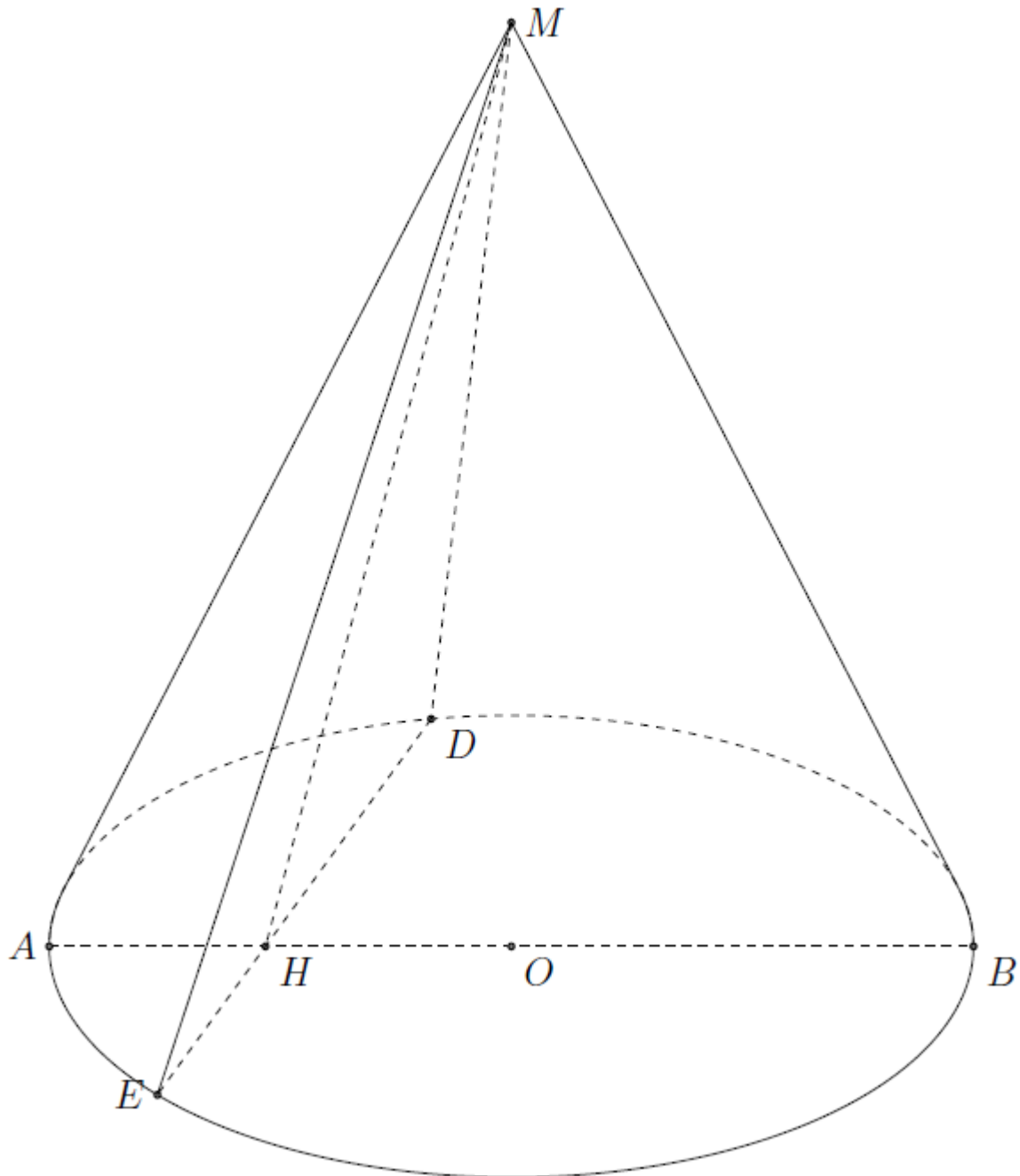


Рисунок 3 Чертеж к задаче на конус.

## ПИРАМИДА

**Условие задачи.** В правильной четырехугольной пирамиде  $MABCD$  с вершиной  $M$  стороны основания равны 3, а боковые ребра равны 8.

Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точку  $B$  и середину ребра  $MD$  параллельно прямой  $AC$

### Код программы построения чертежа

```
\begin{tikzpicture}[xscale=1]
\tkzDefPoints{0/0/A, 6/0/B}
\tkzDefShiftPoint[A](45:5){D}
\tkzDefShiftPoint[B](45:5){C}
\tkzInterLL(A,C)(B,D) \tkzGetPoint{O};
\tkzDefShiftPoint[O](90:11){M}
\tkzDefMidPoint(D,M)\tkzGetPoint{E}
\tkzInterLL(B,E)(M,O) \tkzGetPoint{P}
\tkzDefLine[parallel=through P](A,C) \tkzGetPoint{P'}
\tkzInterLL(P,P')(A,M) \tkzGetPoint{F}
\tkzInterLL(P,P')(C,M) \tkzGetPoint{G}
\tkzDrawSegments(B,A B,C M,A M,B M,C B,F B,G);
\tkzDrawSegments[dashed](A,D D,C M,D M,O A,C B,D F,G B,E F,E
E,G);
\tkzDrawPoints(A,B,C,D,E,F,G,P,M,O);
\tkzLabelPoints[below right](A,B,C);
\tkzLabelPoints[above left](F,E);
\tkzLabelPoints[above right](M,P,O,D,G)
\end{tikzpicture}
```

Чертеж к задаче. (Рисунок 4)

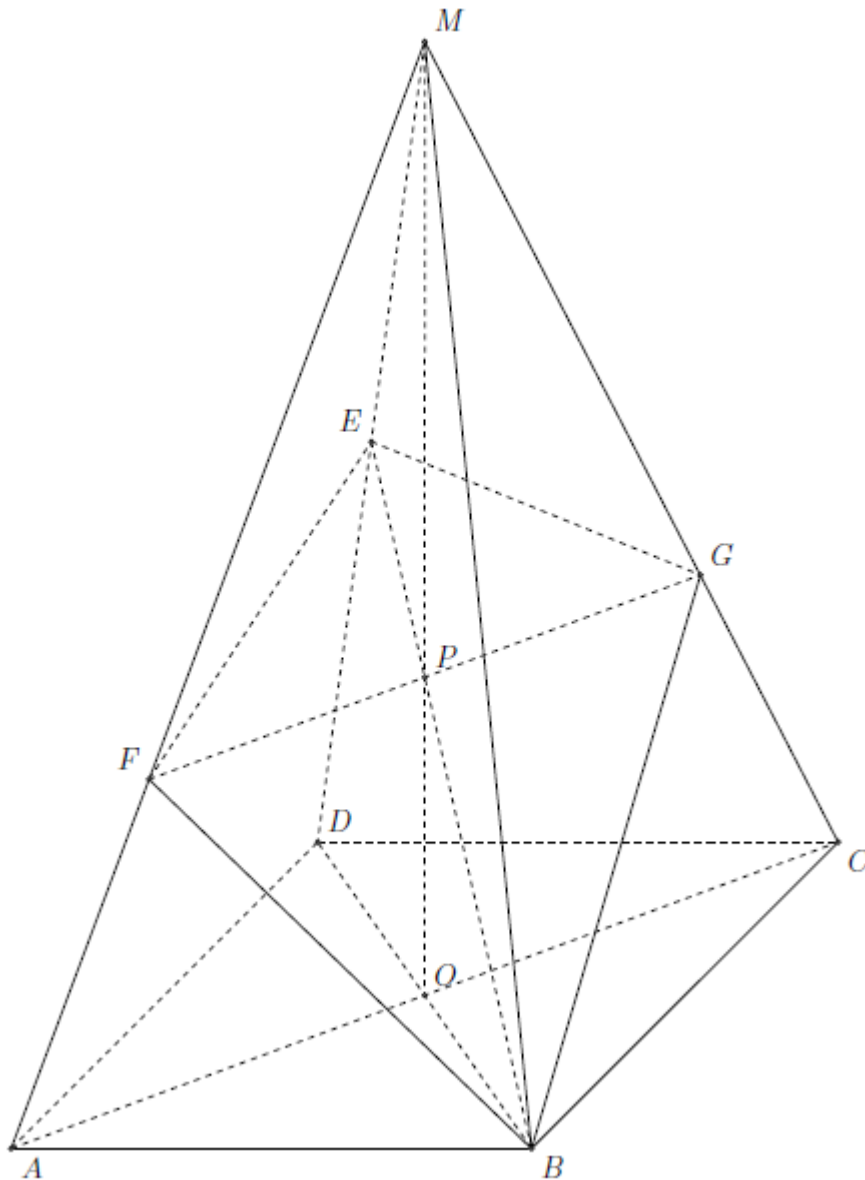


Рисунок 4 Чертеж к задаче с пирамидой.

**Список использованной литературы:**

1. Matthes, A. (2011). *tkz-euclide 1.16 c. <http://texdoc.net/texmf-dist/doc/latex/tkz-euclide/tkz-euclide-screen.pdf>*.
2. Прокофьев Александр Александрович, К. А. (2017). ЕГЭ. Математика. Задание 14. Многогранники. Типы задач и методы их решения.

*Дата поступления в редакцию: 11.01.2019 г.*

*Опубликовано: 18.01.2019 г.*

*© Академия педагогических идей «Новация». Серия: «Научный поиск»,  
электронный журнал, 2019*

*© Журавлёв Ю.В., 2019*