

Всероссийское СМИ

«Академия педагогических идей «НОВАЦИЯ»

Свидетельство о регистрации Эл №ФС 77-62011 от 05.06.2015 г.

(выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций)

Сайт: [akademnova.ru](http://akademnova.ru)

e-mail: [akademnova@mail.ru](mailto:akademnova@mail.ru)

*Азьманова А.В. Оценка эффективности прогнозирования динамики фондовых индексов на основе фрактальной модели // Академия педагогических идей «Новация». Серия: Студенческий научный вестник. – 2022. – №6 (июнь). – АРТ 32-эл. – 0,2 п.л. - URL: <http://akademnova.ru/page/875550>*

**РУБРИКА: ЭКОНОМИЧЕСКИЕ НАУКИ**

**УДК 336.76**

**Азьманова Алина Викторовна**

студентка 2 курса магистратуры, финансовый факультет

*Научный руководитель:* Путко Б.А., к.ф.-м.н, доцент

ФГБОУ ВО «Финансовый университет

при Правительстве Российской Федерации»

г. Москва, Российская Федерация

e-mail: [alinaazmanova@gmail.com](mailto:alinaazmanova@gmail.com)

## **ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ФОНДОВЫХ ИНДЕКСОВ НА ОСНОВЕ ФРАКТАЛЬНОЙ МОДЕЛИ**

*Аннотация:* В статье оценена эффективность прогнозирования динамики фондовых индексов на основе модели ARFIMA. Проведено сравнение с моделями ARIMA и GARCH.

*Ключевые слова:* фрактальные модели, ARFIMA, фондовые индексы.

**Azmanova Alina**

2nd year master's student, finance

Supervisor: B. Putko, Ph.D., Associate Professor

FGBOU VO " Financial University under  
the Government of the Russian Federation"

Moscow, Russian Federation

## **EVALUATION OF THE EFFICIENCY OF FORECASTING THE DYNAMICS OF STOCK INDICES ON THE BASIS OF THE FRACTAL MODEL**

*Abstract:* The article evaluates the effectiveness of predicting the dynamics of stock indices based on the ARFIMA model. A comparison with the ARIMA and GARCH models was made.

*Keywords:* fractal models, ARFIMA, stock indices.

Фондовый индекс – сводный индекс, который вычисляется на основе цен определённой группы ценных бумаг, или «индексной корзины». Именно индексы выступают бенчмарком, на который ориентируются не только инвесторы, но и аналитики различных областей, поскольку значения индекса позволяют выделить тренды, господствующие в том или ином сегменте экономики, а также дают возможность определить взаимозависимость различных сегментов рынка или оценить влияние тех или иных факторов на экономику.

К середине 20 века сформировались мнения, предполагающие отход от общепринятого распределения Гаусса в пользу устойчивых распределений Парето, которые имеют неопределенную, или бесконечную, дисперсию. Устойчивое распределение Парето характеризует склонность к трендам и циклам, резким и прерывистым изменениям; оно также может быть асимметричным.

Впервые концепция фракталов была применена к финансовым временным рядам Б. Мандельбротом (1963) [1]. Именно Мандельброта можно считать родоначальником фрактального анализа рынков. Описание применения теории содержится в его книге в соавторстве с Ричардом Л. Хадсоном «(Не)послушные рынки: фрактальная революция в финансах» [2].

Основываясь в том числе на разработках Мандельброта, Э. Петерс в 1991 году представил книгу «Фрактальный анализ рынка: применение теории хаоса к инвестициям и экономике». Петерс утверждал, что временные ряды цен на фондовом рынке проявляют фрактальные свойства в том смысле, что они имеют похожую структуру на выборках, полученных через разные интервалы времени. [3]

В математике фрактал – это термин, используемый для описания геометрических фигур, содержащих подробную структуру в произвольно малых масштабах. Фрактальная теория опирается на аксиому многомасштабности и аксиому самоподобия. Самоподобие означает, что часть объекта напоминает весь объект. Под многомасштабностью понимается то, что в каждом новом масштабе наблюдается одна и та же геометрия объекта.

Гипотеза фрактального рынка (Fractal Markets Hypothesis – FMH) объясняет рынки, используя концепцию фракталов. Анализ исходит из предположения, что история цен повторяется в разных масштабах. Следуя этой схеме, FMH изучает горизонты инвесторов, роль ликвидности и влияние

**Всероссийское СМИ**

**«Академия педагогических идей «НОВАЦИЯ»**

Свидетельство о регистрации Эл №ФС 77-62011 от 05.06.2015 г.

(выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций)

Сайт: [akademnova.ru](http://akademnova.ru)

e-mail: [akademnova@mail.ru](mailto:akademnova@mail.ru)

информации на бизнес-цикл. Как и любая гипотеза FMH имеет свои ограничения. Одна из проблем заключается в определении продолжительности времени, в течение которого повторяется «фрактальный» паттерн. Паттерн может повторяться с любой частотой (ежемесячно, ежедневно и др.)

В ходе исследования будет оценена эффективность прогнозирования динамики фондовых индексов на основе фрактальной модели ARFIMA путем сопоставления результатов, полученных с помощью моделей ARIMA и GARCH.

В качестве исходных данных для моделирования возьмем ряды цен нескольких фондовых индексов. Используем дневные цены закрытия следующих индексов: Индекс МосБиржи, S&P 500, DAX, Nikkei 225, FTSE 100 (Таблица 1 1):

Таблица 1 – Данные для исследования

	Индекс	История	Кол-во наблюдений
1	Индекс МосБиржи	03.01.2012-06.05.2022	2588
2	S&P 500	08.05.2012-06.05.2022	2559
3	DAX	08.05.2012-06.05.2022	2530
4	Nikkei 225	07.05.2012-06.05.2022	2463
5	FTSE 100 Index	09.05.2012-06.05.2022	2533

Источник: составлено автором на основании котировок индексов, полученных с официального сайта InvestFunds: <https://investfunds.ru/>

Предполагается делать краткосрочный прогноз глубиной 3 шага и долгосрочный в 20 шагов. При этом используем три обучающие выборки различной длины: 250 значений (что соответствует примерно 1 году), 1000 значений (4 года), 2500 значений (10 лет).

Программную реализацию методики осуществим на языке программирования R в среде разработки RStudio. Для реализации процедур были написаны пользовательские функции, а также были использованы некоторые библиотеки: аппроксимация моделей ARIMA и ARFIMA выполняется с использованием функций Arima() и arfima() из пакета forecast. Аппроксимация модели GARCH осуществляется через функцию garchFit() из пакета fGarch.

В рамках анализа выполним сравнение трех авторегрессионных моделей: ARFIMA (p, d, q); ARIMA (2, 1, 2), GARCH (1, 1). В качестве показателя точности прогнозирования рассчитаем квадраты отклонений прогнозных значений от фактических. Лучшей будет считаться та модель, сумма квадратов отклонений фактических значений от прогнозных которой будет меньше.

Нужно учесть тот факт, что реальные процессы могут не обладать свойством стационарности. Тем не менее, привести наблюдаемый ряд к стационарному процессу можно используя некоторые преобразования. К числу таких процедур можно отнести логарифмирование цепных индексов вида по формуле (1):

$$x_k = \ln \frac{y_t}{y_{t-1}}, \quad (1)$$

где  $y_t$  – значение цены в момент  $t$ ,

$y_{t-1}$  – значение цены в момент  $t - 1$ ,

Графическое изображение полученных данных для Индексов МосБиржи и DAX приведено на рисунках 1 и 2.

Всероссийское СМИ

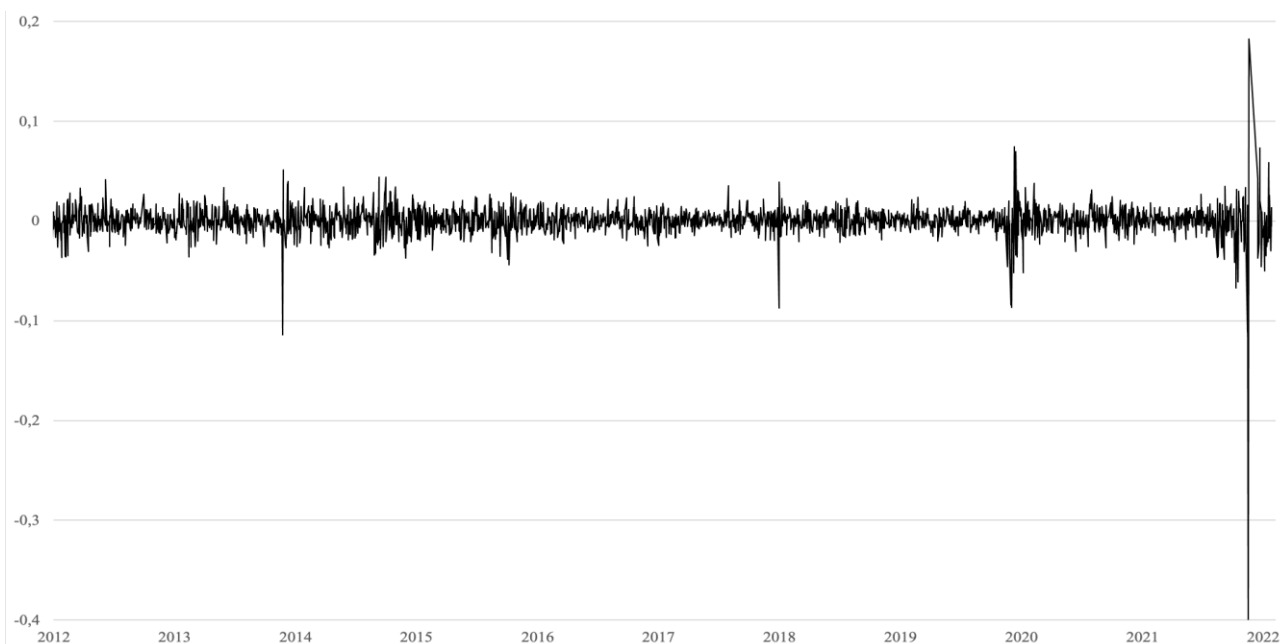
«Академия педагогических идей «НОВАЦИЯ»

Свидетельство о регистрации Эл №ФС 77-62011 от 05.06.2015 г.

(выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций)

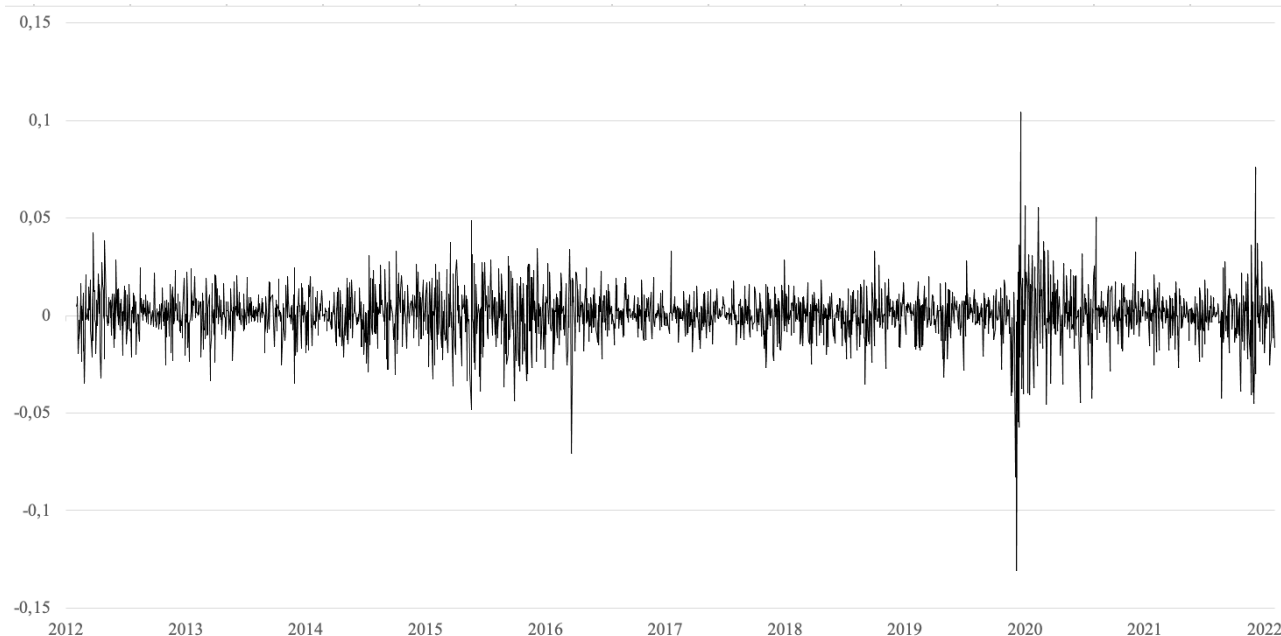
Сайт: [akademnova.ru](http://akademnova.ru)

e-mail: [akademnova@mail.ru](mailto:akademnova@mail.ru)



Источник: построено автором на основании котировок Индекса МосБиржи, полученных с официального сайта Московской биржи: <https://www.moex.com/>

Рисунок 1 – Динамика логдоходностей цен Индекса МосБиржи



Источник: построено автором на основании котировок индекса DAX, полученных с официального сайта InvestFunds: <https://investfunds.ru/>

Рисунок 2 – Динамика логдоходностей цен индекса DAX

В первую очередь выясним, обладают ли полученные ряды логдоходностей свойством стационарности. Оценку стационарности временного ряда осуществим с при помощи расширенного теста Дики-Фуллера (ADF-тест). Для тестирования воспользуемся тестом `adf.test` из библиотеки `tseries` для R. Установим количество лагов равное 0. Нулевая гипотеза для теста состоит в том, что данные нестационарны. Мы хотим отклонить нулевую гипотезу для этого теста, поэтому необходимо, чтобы р-значение было меньше 0,05. Для логдоходностей индексов были получены следующие результаты (Таблица 2):

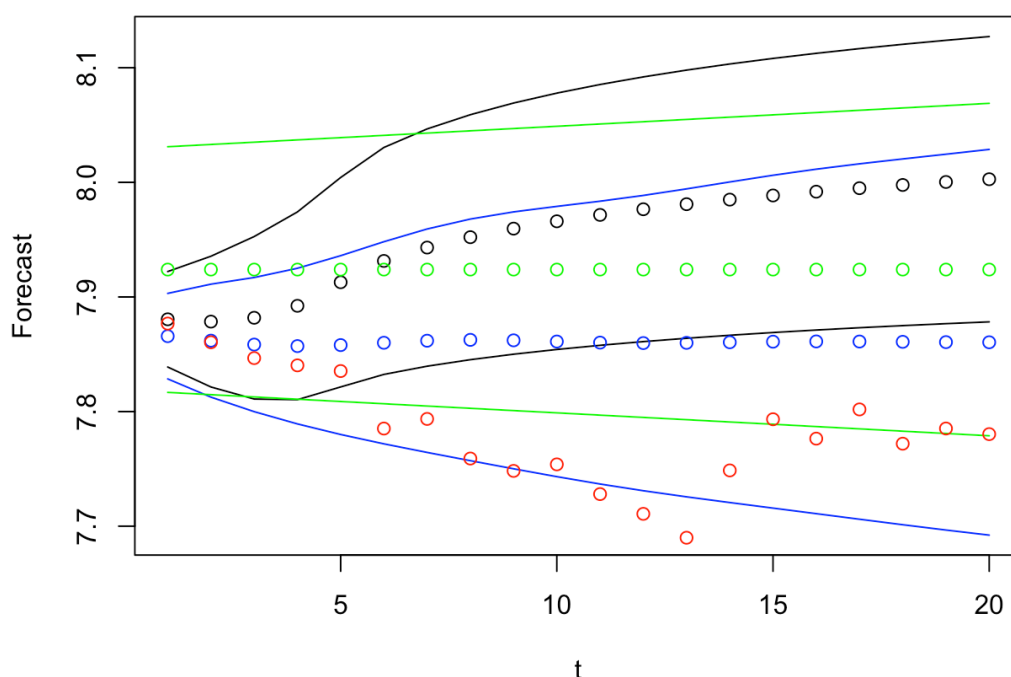
Таблица 2 – Результаты теста ADF для ряда логдоходностей индексов

	Индекс	Dickey-Fuller	p-value	H0
1	Индекс МосБиржи	-49,83	< 0,01	отклоняется
2	S&P 500	-59,622	< 0,01	отклоняется
3	DAX	-50,879	< 0,01	отклоняется
4	Nikkei 225	-51,225	< 0,01	отклоняется
5	FTSE 100 Index	-51,359	< 0,01	отклоняется

Источник: составлено автором на основании расчетов

Для прогнозирования возьмем 20 последних значений каждого ряда, что выпадает на период с 7-11 апреля 2022 г. по 06 мая 2022 г. Также исследуем более короткий период прогноза в 3 значения, который будет охватывать период с 7-11 апреля 2022 по 10-14 апреля 2022. Таким образом будет возможно проверить точность моделей при различных горизонтах, используя одинаковые обучающие выборки. Как указывалось ранее в качестве обучающих выборок используем 250, 1000 и 2500 значений.

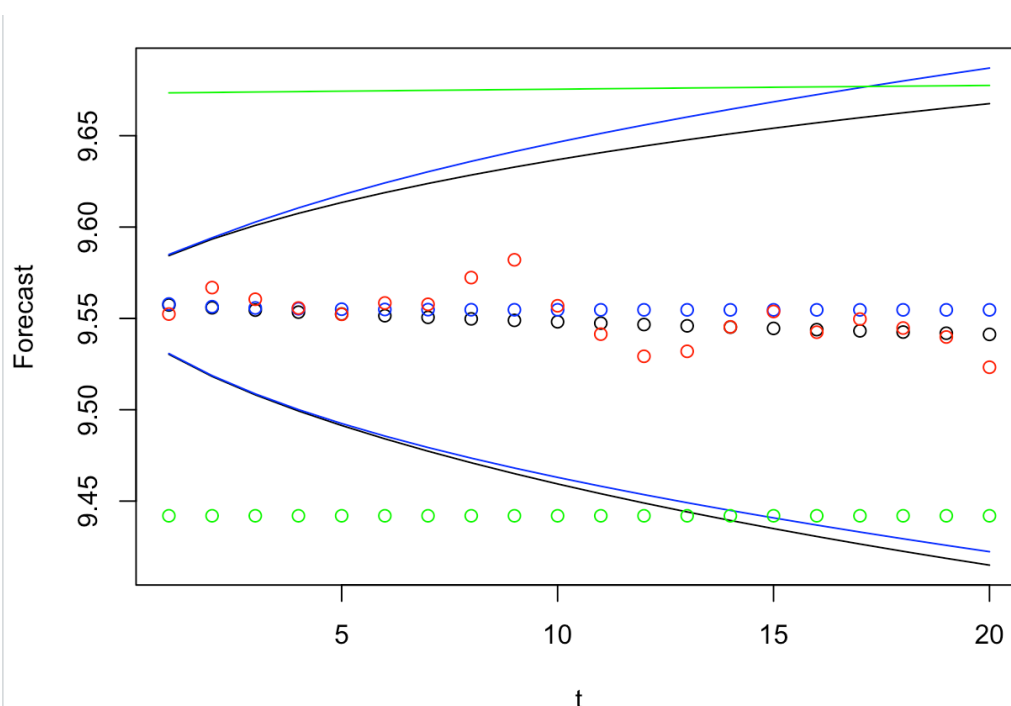
В качестве примера приведем прогноз на 20 шагов для Индекса МосБиржи и DAX, полученных на обучающей выборке в 1000 значений по трем моделям с доверительным интервалом 95% (ARFIMA – черные графики, ARIMA – синие, GARCH – зеленые). Результаты представлены на рисунках 3-4:



Источник: построено автором на основании котировок Индекса МосБиржи, полученных с официального сайта InvestFunds: <https://investfunds.ru/>

Рисунок 3 – Прогноз логдоходностей Индекса МосБиржи на 20 шагов





Источник: построено автором на основании котировок индекса DAX, полученных с официального сайта InvestFunds: <https://investfunds.ru/>

Рисунок 4 – Прогноз логдоходностей индекса DAX на 20 шагов

По результатам исследования была рассчитана сумма квадратов отклонений фактических значений от прогнозных по каждой модели. Для Индекса Московской биржи были получены следующие данные (таблица 3):

Таблица 3 – Сумма квадратов ошибок, полученная по результатам тестов для прогноза на 20 шагов и 3 шага по Индексу МосБиржи

	Прогноз на 20 шагов, обуч. 250	Прогноз на 3 шага, обуч. 250	Прогноз на 20 шагов, обуч. 1000	Прогноз на 3 шага, обуч. 1000	Прогноз на 20 шагов, обуч. 2500	Прогноз на 3 шагов, обуч. 2500
ARFIMA	0,48451	0,00215	0,71995	0,00158	0,52771	<b>0,00021</b>
ARIMA	<b>0,19963</b>	<b>0,00079</b>	<b>0,16287</b>	<b>0,00026</b>	<b>0,18874</b>	0,00062
GARCH	4,36694	0,45159	0,43609	0,01221	0,87037	0,23564

Источник: составлено автором на основании проведенных тестов

Как можно видеть почти во всех случаях наилучшим образом показала себя модель короткой памяти ARIMA. При этом она значительно превзошла другие модели при прогнозе на 20 значений. Однако лучшие прогнозы модель давала при прогнозе на 3 шага и при выборке в 1000 значений. Тем не менее именно фрактальная модель ARFIMA дала самый точный прогноз на 3 шага при максимальной обучающей выборке в 2500 значений.

Для DAX были получены следующие данные (таблица 4):

Таблица 4 – Сумма квадратов ошибок, полученная по результатам тестов для прогноза на 20 шагов по индексу DAX

	Прогноз на 20 шагов, обуч. 250	Прогноз на 3 шага, обуч. 250	Прогноз на 20 шагов, обуч. 1000	Прогноз на 3 шага, обуч. 1000	Прогноз на 20 шагов, обуч. 2500	Прогноз на 3 шагов, обуч. 2500
ARFIMA	0,03454	0,00018	<b>0,00297</b>	0,00018	<b>0,00361</b>	0,00029
ARIMA	<b>0,00569</b>	<b>0,00008</b>	0,00416	<b>0,00016</b>	0,00470	<b>0,00014</b>
GARCH	0,21517	0,02645	0,24101	0,04184	0,37633	0,06364

Источник: составлено автором на основании проведенных тестов

По данным DAX можно видеть, что вновь модель ARIMA показала хорошую предсказательную способность. Модель показала себя хорошо на коротких выборках и при прогнозировании на короткий период 3 шага. Тем не менее фрактальная модель ARFIMA справилась лучше при прогнозе на 20 значений с большими обучающими выборками (1000 и 2500) значений. При этом такие прогнозы дали меньшую ошибку, чем модель ARIMA при прогнозе на 20 значений.

В целом, можно отменить, что аналогичная тенденция наблюдается остальных исследуемых индексов: Nikkei 225 и FTSE 100, S&P 500.

Таким образом единственный рынок, который не подтверждает статистику – российский. Это может быть в первую очередь связано с экстремальными данными, которые наблюдались в феврале 2022 года. Кроме того, российский фондовый рынок имеет некоторые особенности:

- фондовый рынок не выступает в качестве стабильного источника финансирования развития народного хозяйства, института накоплений;
- существует высокая степень всех рисков, связанных с ценными бумагами;
- развитие рынка происходит в сложных экономических условиях, которые связаны с высокими темпами инфляции, финансовой нестабильностью, дефицитом бюджетов.

По результатам исследования можно сделать следующие выводы:

1) Фрактальная модель ARFIMA показала наилучшую прогностическую способность для четырех из пяти исследуемых индексов при использовании обучающей выборки из 1000 и 2500 значений и при прогнозе на 20 шагов. Это значит, что в данных рядах присутствует эффект длинной памяти. Цены отдалённых прошлых периодов оказывают существенное влияние на текущие цены. Тем не менее нужно отменить, что относительно модели ARIMA качество прогноза выше, но не существенно.

2) Лучшие результаты модель ARFIMA показала при использовании обучающей выборки из 1000 и 2500 значений. При этом наблюдалась более низкая ошибка при использовании обучающей выборки в 1000 точек. Данная выборка соответствует периоду примерно 4 года. Нужно отметить, что некоторые исследователи находили именно такой фрактальный цикл при анализе фондовых индексов разных стран.

3) При росте длины прогноза точность прогноза модели ARFIMA снижается. На горизонте прогнозирования 3 шага модель ARFIMA показала результат менее точный, чем модель ARIMA.

В целом, фрактальную модель ARFIMA можно рекомендовать для получения надежной оценки границ доходности. Однако нужно учитывать тот факт, что для адекватной оценки требуется большая выборка (не менее 1000 значений). Кроме того, прогноз будет более точным, если он долгосрочный (20 шагов). Таким образом будет учтен эффект долгой памяти ряда и модель будет давать наилучший результат.

#### Список использованной литературы:

1. Mandelbrot B., New methods in statistical economics, Journal of Political Economy 71 (1963) 421-440
2. Mandelbrot, Benoit and Hudson, Richard. (2004). The (Mis) Behaviour of markets: a Fractal view of risk, ruin, and reward. Profile Books LTD, Great Britain. isbn 861977654.
3. Peters, E. (1991). Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics, p. 336. London: Wiley Finance. John Wiley Science.
4. Московская биржа: официальный сайт. – 2022. – URL: <https://www.moex.com/> (дата обращения 07.05.2022). – Текст : электронный.
5. InvestFunds: официальный сайт. – 2022. – URL: <https://investfunds.ru/> (дата обращения 07.05.2022). – Текст: электронный.

*Дата поступления в редакцию: 04.06.2022 г.*

*Опубликовано: 04.06.2022 г.*

© Академия педагогических идей «Новация».

Серия «Студенческий научный вестник», электронный журнал, 2022

© Азьманова А.В., 2022