

**Государственное бюджетное профессиональное
образовательное учреждение «Усольский аграрно-
промышленный техникум»,
п. Тайтурка, Иркутская область**

**Автор:
Савинская Наталья Александровна,
преподаватель**

**Открытый урок по математике на тему: «Площадь
криволинейной трапеции и интеграл»**

Тип урока: изучение нового материала

Цели урока:

воспитательные: формировать культуру умственного труда, создавать для каждого студента ситуацию успеха, формировать положительную мотивацию к учению; развивать умение говорить и слушать других.

развивающие: формирование самостоятельности мышления студента по применению знаний в различных ситуациях, умения анализировать и делать выводы, развитие логики, развитие умения правильно ставить вопросы и находить на них ответы.

Совершенствование формирования вычислительных, расчётных навыков, развитие мышления студентов в ходе выполнения предложенных заданий, развитие алгоритмической культуры.

образовательные: сформировать понятия о криволинейной трапеции, об интеграле, овладеть навыками вычисления площадей плоских фигур

1. Организационный момент

2. Мотивационное начало урока

Здравствуйте, тема нашего сегодняшнего урока: Площадь криволинейной трапеции и интеграл.

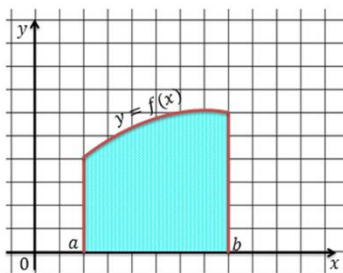
Цель нашего урока – узнать какая фигура называется криволинейной трапецией, как находится площадь криволинейной трапеции, познакомиться с формулой Ньютона – Лейбница, научиться вычислять площадь криволинейной трапеции.

3. Повторение ранее изученного материала

Задачу нахождения площади фигур люди ставили перед собой с древних времен, это связано с сугубо практическим характером.

Современная школа так же решает такие задачи. Вычисление площадей простейших фигур (прямоугольников, многоугольников, кругов) не составляет труда: надо в известные формулы подставить исходные данные. А как быть если фигура имеет сложные формы?

Итак, задача: Дана фигура сложной формы. Вычислить её площадь.



Например, в начальной школе вас учили использовать палетку: на фигуру накладывается клетчатая прозрачная бумага или плёнка (палетка), и подсчитывается количество квадратиков, попавших в фигуру. В этой модели предполагается, что чем меньше клетки, тем точнее будет результат, независимо от того, каким образом наложить палетку на фигуру.

Сегодня вы узнаете, что представляет собой такая фигура как криволинейная трапеция, а также будем учиться с помощью интеграла и формулы Ньютона – Лейбница вычислять площади криволинейных трапеций.

Но сначала нам необходимо проверить умения находить первообразные элементарных функций. Проверка домашнего задания.

$$1. \int 7x^5 dx = 7 \int x^5 dx = 7 * x^6 / 6 + C$$

$$2. \int (x^3 + 5x) dx = \int (x^3) dx + \int (5x) dx = x^4 / 4 + 5 * x^2 / 2 + C = x^4 / 4 + 5x^2 / 2 + C \\ = x^4 + 10x^2 / 4 + C$$

$$3. \int (x^4 - x^2 + 4) dx = \int (x^4) dx - \int (x^2) dx + \int 4 dx = x^5 / 5 - x^3 / 3 + 4x + C$$

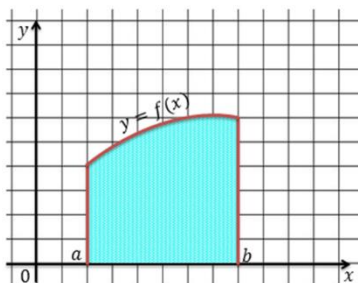
4. Изучение нового материала

Переходим к теме нашего занятия «Площадь криволинейной трапеции и интеграл».

Работа учащихся по изучению нового материала по учебнику.

Учащиеся открывают учебник на странице 283, читают текст учебника

Рассмотрим фигуру, изображенную на доске



Фигура, ограниченная графиком непрерывной и неотрицательной функции, осью абсцисс и прямыми - называется криволинейной трапецией.

Отрезок $[a; b]$ называют основанием этой криволинейной трапеции.

$$S = F(b) - F(a)$$

$F(x)$ — любая первообразная функции $f(x)$

Разность $F(b) - F(a)$ — называется интегралом от функции $f(x)$ на отрезке $[a; b]$ и

обозначается: $\int_a^b f(x) dx$,

т.е. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ — формула Ньютона-Лейбница

где $f(x) dx$ — подынтегральное выражение

$f(x)$ — подынтегральная функция.

При вычислении интегралов вводится:

$$F(b) - F(a) = F(x) \Big|_a^b \Rightarrow$$

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b \quad \text{формула Ньютона-Лейбница}$$

Алгоритм нахождения площади криволинейной трапеции:

1. Построить графики функций
2. Спроецировать точки пересечения графиков на ось абсцисс
3. Заштриховать фигуру, полученную при пересечении графиков
4. используя формулу Ньютона-Лейбница

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a), \text{ найдем}$$
$$S = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \quad \text{кв.ед.}$$

5. Закрепление изученного материала

Решим задачу на вычисление площади криволинейной трапеции:

Найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции $y = x^2 + 2$, прямыми $y = 0$, $x = -2$, $x = 1$

1. Построить графики функций:

$$y = x^2 + 2, y = 0, x = -2, x = 1$$

2. Спроецировать точки пересечения графиков на ось абсцисс
3. Заштриховать фигуру, полученную при пересечении графиков
4. используя формулу Ньютона-Лейбница

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a), \text{ найдем}$$
$$S = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \quad \text{кв.ед.}$$

$$S = \int_{-2}^1 (x^2 + 2) dx = \left(\frac{x^3}{3} + 2x \right) \Big|_{-2}^1 =$$
$$\left(\frac{1^3}{3} + 2 \right) - \left(\frac{-2^3}{3} + 2 \cdot (-2) \right) = \frac{1}{3} + 2 - \left(-\frac{8}{3} - 4 \right) = \frac{1}{3} + 2 + \frac{8}{3} + 4 = \frac{27}{3} = 9$$
$$S = 9 \text{ кв.ед.}$$

6. Домашнее задание: Проработать конспект

Задача: Найти площадь криволинейной трапеции $y=(x-1)^2$, ограниченной линиями $x=2$ и $x=1$, осью Ox

7. Подведение итогов. Рефлексия

Таблица интегралов

$$1. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$2. \int dx = x + C$$

$$3. \int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C$$

$$4. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$5. \int e^x dx = e^x + C$$

$$6. \int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$7. \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$8. \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$$

$$9. \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$$

$$10. \int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$

$$11. \int \frac{dx}{1 + x^2} = \operatorname{arctg} x + C$$

$$12. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$13. \int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C$$

$$14. \int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C$$

$$15. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln |x + \sqrt{x^2 \pm a^2}| + C$$

$$16. \int \operatorname{sh} x dx = \operatorname{ch} x + C$$

$$17. \int \operatorname{ch} x dx = \operatorname{sh} x + C$$

$$18. \int \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 x} = \operatorname{th} x + C$$

$$19. \int \frac{dx}{\operatorname{sh}^2 x} = -\operatorname{cth} x + C$$