Всероссийское СМИ
«Академия педагогических идей «НОВАЦИЯ»
Свидетельство о регистрации ЭЛ №ФС 77-62011 от 05.06.2015 г.
(выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций)

Сайт: akademnova.ru
e-mail: akademnova@mail.ru

Бежану Т.В. Различные подходы к решению геометрических задач с использованием дополнительных построений // Академия педагогических идей «Новация». – 2018. – №12 (декабрь). – АРТ 410-эл. – 0,2 п. л. – URL: http://akademnova.ru/page/875548

РУБРИКА: ОСНОВНОЕ ОБЩЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ

УДК 372.851

Бежану Т.В.
к. пед. н., доцент
Петрозаводский государственный университет
г. Петрозаводск, Российская Федерация
e-mail: tbezhanu@mail.ru

РАЗЛИЧНЫЕ ПОДХОДЫ К РЕШЕНИЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ПОСТРОЕНИЙ

Аннотация: Важнейшим средством активизации обучения и воспитания у обучающихся качеств, присущих творческой личности, является решение задач. Успешному усвоению различных методов решения способствует рассмотрение различных способов решения одной и той же задачи. В статье поднимаются вопросы, связанные с использованием различных видов дополнительных построений для решения одной и той же геометрической задачи, что приводит фактически к разным способам решения одной задачи.

Ключевые слова: прием дополнительного построения, различные способы решения задачи, методика преподавания геометрии.

Bezhanu T.V.
candidate of pedagogical sciences, associate professor
Petrozavodsk state University
Petrozavodsk, Russian Federation
e-mail: tbezhanu@mail.ru

DIFFERENT APPROACHES TO SOLVING GEOMETRIC PROBLEMS USING ADDITIONAL CONSTRUCTIONS

Abstract: The most important means of enhancing learning and education of students' qualities inherent in the creative personality is to solve problems. The successful assimilation of different methods of solution is facilitated by the consideration of different ways of solving the same problem. The article raises questions related to the use of different types of additional constructions to solve the same geometric problem, which actually leads to different ways of solving the same problem.

Keywords: method of additional construction, different ways to solve the problem, methods of teaching geometry.

В геометрии существует целый класс задач, решение которых предполагает преобразование геометрического чертежа, например, задачи, решаемые с помощью приема дополнительного построения. Зачастую обучающиеся испытывает трудности при построении новых линий на чертеже для решения геометрической задачи. Одной из возможностей преодоления этого барьера выступает выполнение решения одной и той же задачи разными способами, что будет способствовать лучшему пониманию специфики приема дополнительного построения. В данном сообщении речь пойдет о различных способах решения геометрической задачи в зависимости от используемых видов дополнительных построений. Рассмотрим примеры.

Задача 1. В треугольнике ABC проведена биссектриса BD. Докажите, что AD:DC=AB:BC (*свойство биссектрисы треугольника*).

Требуемое равенство можно установить, к примеру, из подобных треугольников. На чертеже таких треугольников нет. Построим их. Для получения подобных треугольников воспользуемся прямой, параллельной одной из имеющихся на чертеже. Проведем AF параллельно BC и биссектрису BD продолжим до пересечения с новой прямой (рис. 1). Тогда отрезки AD и DC будут сходственными сторонами подобных треугольников ADF и CDB. Используя их, а также полученный равнобедренный треугольник BAF, устанавливается требуемое равенство [7].

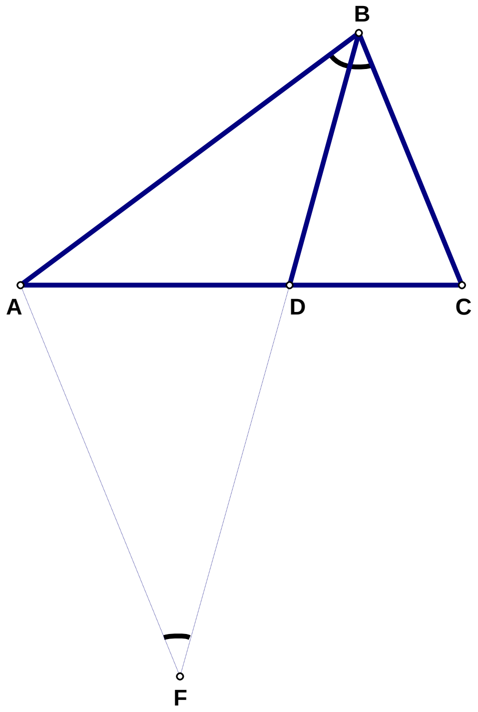

Рис. 1

Заметим, что прямую, параллельную одной из имеющихся на чертеже, можно провести по-разному, например, через вершину A (или C) параллельно биссектрисе BD заданного треугольника [5, 7]. Либо для получения вспомогательных подобных треугольников построить прямую, проходящую через точку D параллельно стороне AB (или BC) треугольника ABC. В каждом из этих случаев задача будет решена.

Задача 2. Дан треугольник ABC. Точка N принадлежит AC, точка M принадлежит BC. Известно, что AN:NC=1:5 и BM:MC=1:2. AM пересекает BN в точке Q. Определите BQ:QN.

Решение данной задачи также основывается на использовании вспомогательных подобных треугольников [3, 6]. Реализовать их на чертеже можно различными способами - имеем 6 точек, через которые может проходить вспомогательная линия и 5 отрезков, параллельно которым можно построить новую линию. В результате будем иметь 16 различных случаев использования одного и того же дополнительного построения, и при этом каждый раз можно получить верное решение.

Всероссийское СМИ
«Академия педагогических идей «НОВАЦИЯ»
Свидетельство о регистрации ЭЛ №ФС 77-62011 от 05.06.2015 г.
(выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций)

Сайт: akademnova.ru
e-mail: akademnova@mail.ru

Среди найденных решений будут как рациональные, так и менее рациональные решения. Наиболее рациональное решение (без лишних алгебраических выкладок и изучения большего числа фигур) достигается путем построения дополнительной прямой таким образом, чтобы *искомые отрезки являлись сходственными сторонами во вспомогательных подобных треугольниках*. Такое построение иллюстрирует рисунок 2.

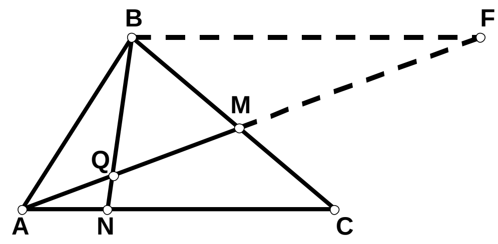

Рис. 2

Задачи 1 и 2 демонстрируют возможность выполнить один и тот же вид дополнительного построения по-разному, что фактически приводит к решению геометрической задачи различными способами. Приведем еще один пример.

Задача 3. В треугольнике против большей стороны лежит больший угол (*теорема о соотношениях между сторонами и углами треугольника*).

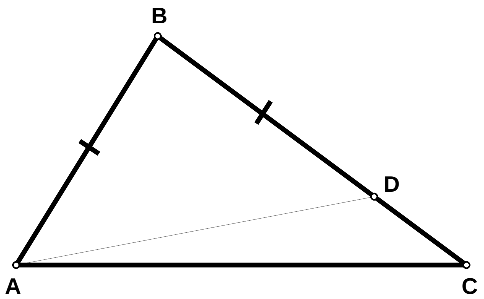

Рис. 3

Для доказательства данного факта производится построение отрезка, соответствующего меньшей из данных сторон, на отрезке, соответствующем большей из данных сторон, что диктуется условием теоремы (рис. 3). Для доказательства требуемого изучаются полученные треугольники [1, 5, 7].

Всероссийское СМИ
«Академия педагогических идей «НОВАЦИЯ»
Свидетельство о регистрации ЭЛ №ФС 77-62011 от 05.06.2015 г.
(выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций)

Сайт: akademnova.ru
e-mail: akademnova@mail.ru

Традиционно сравнение отрезков выполняется наложением меньшего отрезка на больший (рис. 3). Заметим, что в данном случае удачным будет также построение отрезка, равного большему, на продолжении меньшего, другими словами, больший отрезок наложить на меньший (рис. 4). Такая реализация дополнительного построения также приведет к успешному доказательству теоремы [2].

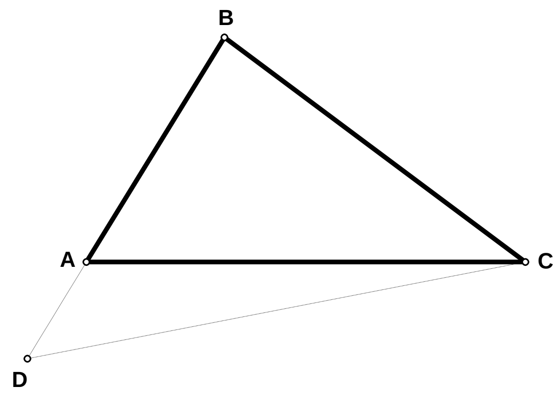

Рис. 4

Использование разных видов дополнительных построений для решения одной и той же задачи можно продемонстрировать на примере следующей задачи.

Задача 4. На плоскости даны пять точек A, B, C, D, E (рис. 5). Известно, что AE=AD, AC=AB, $\angle DAC = \angle AEB + \angle ABE$. Докажите, что DC в 2 раза больше медианы AK треугольника ABE.

В задаче требуется сравнить отрезки DC и 2AK. Отрезок 2AK отсутствует на чертеже. Построим его. Новую точку F соединим с вершиной B (рис. 5). Полученный треугольник ABF оказывается равным треугольнику CAD. Использование данного факта позволяет установить требуемое задачи.

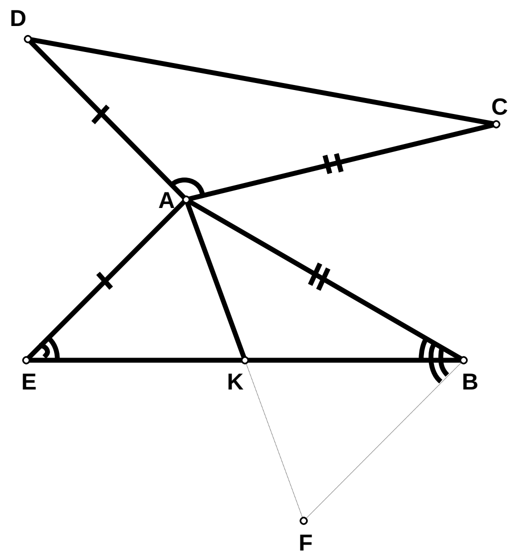

Рис. 5

С другой стороны, в условии задачи говорится о сумме углов $\angle AEB + \angle ABE$. Построим ее. Для этого проведем через точку B прямую, параллельную стороне AE, и продолжим медиану AK до пересечения с новой прямой. В этом случае преобразованный чертеж будет выглядеть аналогичным образом (рис. 5). Решение задачи также основывается на равенстве треугольников ABF и CAD.

В результате применения разных дополнительных построений мы имеем один и тот же чертеж (рис. 5). Отличие между способами решения задачи заключается в построении различных цепочек умозаключений. Заметим, что при указанных отличиях уровень сложности решения является одинаковым [4].

Итак, для решения задачи зачастую один и тот же вид дополнительного построения можно выполнить по-разному. Также для решения одной и той же задачи возможно использование различных видов дополнительных построений. И в том, и в другом случае мы имеем разные способы решения.

Всероссийское СМИ
«Академия педагогических идей «НОВАЦИЯ»
Свидетельство о регистрации ЭЛ №ФС 77-62011 от 05.06.2015 г.
(выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций)

Сайт: akademnova.ru
e-mail: akademnova@mail.ru

В заключение заметим, что в психолого-педагогической науке установлено, что решение задач разными способами способствует повышению уровня математических знаний и умений обучающихся, развитию их исследовательских способностей, пробуждает интерес к изучению математики.

Список использованной литературы:

1. Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. - М.: Просвещение, 2014. – 383 с.
2. Бежану Т.В. Действия над отрезками и углами как дополнительное построение / Т.В. Бежану // Математика. - 2010. - №21. - С. 27-29.
3. Бежану Т.В. К вопросу о геометрических решениях геометрических задач (статья) // В научном журнале «Вестник Поморского университета», №5/2009, серия «Гуманитарные и социальные науки». – Архангельск, Издательство им. В.Н. Булатова Поморского государственного университета им. М.В.Ломоносова, 2009. - С. 131-134.
4. Бежану Т.В. Об общеизвестном приеме увеличения медианы в 2 раза (статья) // В журнале «Математика в школе», №4/2010. – Москва, Издательство «Schoolpress». - С. 28-30.
5. Мерзляк А.Г. Геометрия : 8 класс : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений // А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. М.: Вентана-Граф, 2013. 208 С.
6. Устинкова Т.В. Формирование умения решать задачи с помощью дополнительных построений у учащихся 7-9 классов / Т.В. Устинкова // Дисс. на соискание ученой степени канд. пед. наук: 13.00.02. – СПб, 2006. – 155 с.
7. Шарыгин И.Ф. Геометрия 7-9 кл. - М.: Дрофа, 2012. - 462 с.

Дата поступления в редакцию: 04.12.2018 г.
Опубликовано: 11.12.2018 г.