Уважаемые учащиеся 9-х, 10-х, 11-х классов!

Кафедра высшей математики ОТИ НИЯУ МИФИ приглашает вас принять участие **в олимпиаде по математике.**

Что требуется от участников олимпиады? Умение и желание решать задачи.
Что дает участие в олимпиаде? Победителей и призеров ждут приятные сюрпризы – интеллектуальные призы. Участники олимпиады, не ставшие победителями или призерами, но показавшие достойные результаты, получат сертификат участников.
Что нужно делать? Вам предлагается решить задачи, соответствующие классу, в котором вы обучаетесь (у каждой задачи указан соответствующий класс). Итоги будут подводиться по классам. Всем участникам олимпиады будут высланы либо сертификаты участника, либо дипломы победителя или призёра. Победители и призёры олимпиады, поступившие в ОТИ НИЯУ МИФИ, будут награждены интеллектуальными призами.

Решения должны выполнятся либо на бумаге от руки разборчиво качественной шариковой или гелевой ручкой, либо в электронном виде в формате текстового документа.

Скан-копию выполненной работы в формате единого PDF-файла или фотографии листов работы, собранные в единый PDF-файл, или работу в формате текстового документа DOC, DOCX следует выслать
либо по электронному адресу OTIkafVM@mephi.ru (с темой «Олимпиада»).

Также можно выслать работу в бумажном виде по адресу 456783, Челябинская область, г. Озерск, проспект Победы, д. 48 (с пометкой «Для кафедры высшей математики. Олимпиада»).

Срок отправки работ – до 10 июня 2024 года (по почтовому штемпелю, либо по дате электронного письма).

Вместе с работой необходимо выслать анкету участника:

Анкета участника

Фамилия	
Имя	
Отчество	
Домашний адрес (с индексом)	
Телефон	
Адрес электронной почты	
Место учебы	
Класс	

Приглашаем к участию и желаем успеха!

Олимпиада для абитуриентов
2024 год

1. (9-11) Решите неравенство $18f(x) \geq g(x)$, если $f(x)$ и $g(x)$ удовлетворяют системе уравнений:

$$\begin{cases} f(3x-1)+2g(x+1)-2x^2=0, \\ 2f(3x-1)-5x-g(x+1)=0. \end{cases}$$

2. (10-11) Решите уравнение: $\left(\sin x+\sqrt{3}\cos x\right)\cdot\sin 3x=2$.

3. (10-11) Решите неравенство:

$$\frac{9}{3x+2}>\frac{1+\log_3(6+x)}{x}.$$

4. (9-11) Решите уравнение: $x\sqrt{y-1}+y\sqrt{x-1}=xy$.

5. (9-11) Из пункта A в пункт B вышел пешеход. Вслед за ним через два часа из A выехал велосипедист, а ещё через 30 минут – мотоциклист. Пешеход, велосипедист и мотоциклист двигались без остановок и равномерно. Через некоторое время оказалось, что все трое преодолели одинаковую часть пути от A до B. На сколько минут раньше пешехода велосипедист прибыл в пункт B, если пешеход прибыл в B на 1 час позже мотоциклиста?

6. (9-11) Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} xy+x+y=1, \\ yz+y+z=5, \\ xz+x+z=2. \end{cases}$$

7. (9-11) При каких значениях параметра a на плоскости существует круг, содержащий все точки (x,y), координаты которых удовлетворяют системе неравенств:

$$\begin{cases} 2y-x\leq 1, \\ y+2x\leq 2, \\ y+ax\geq -1. \end{cases}$$

8. (10-11) Решите уравнение:

$$\arcsin\left(\frac{6x-7}{2x-1}\right)=2\pi-\pi x.$$

9. (9-11) В четырёхугольнике $ABCD$ стороны AB и CD лежат на перпендикулярных прямых. Расстояние между серединами сторон BC и AD равно 1. Найти расстояние между серединами диагоналей четырёхугольника $ABCD$.

10. (10-11) В призме $KLMK_1L_1M_1$ с основанием KLM грань KLL_1K_1 – прямоугольник со сторонами $KL=1$, $KK_1=d$. Известно, что $KL\perp KM$, угол между плоскостями LMM_1 и KMM_1 равен 60°, а $tg\angle K_1KM=\sqrt{3}$. При каком d в призму $KLMK_1L_1M_1$ можно поместить шар, касающийся всех её граней?