



МАТЕМАТИКА

# ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

# 7—9

классы

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

МЕТОДИЧЕСКОЕ  
ПОСОБИЕ



к предметной линии учебников  
по вероятности и статистике  
И. Р. Высоцкого, И. В. Яценко  
под редакцией И. В. Яценко

МАТЕМАТИКА

# ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

# 7–9

КЛАССЫ

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

## МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

к предметной линии учебников по вероятности  
и статистике И. Р. Высоцкого, И. В. Яценко  
под редакцией И. В. Яценко

2-е издание, стереотипное

Москва  
«Просвещение»  
2023

УДК 373.5.016:519.2  
ББК 74.262.21  
М34

**М34**      **Математика. Вероятность и статистика : 7—9-е классы : базовый уровень : методическое пособие к предметной линии учебников по вероятности и статистике И. Р. Высоцкого, И. В. Яценко под ред. И. В. Яценко. — 2-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2023. — 38 с.**

ISBN 978-5-09-108881-6.

Пособие предназначено для учителей, которые преподают вероятность и статистику в 7—9 классах по учебнику «Математика. Вероятность и статистика. 7—9 классы» И. Р. Высоцкого, И. В. Яценко. В книге раскрываются содержательные и методические особенности курса теории вероятностей и статистики для 7—9 классов, приводятся общие методические рекомендации. Также в неё включена примерная рабочая программа по учебному предмету «Математика» для 7—9 классов и планирование изучения учебного курса.

**УДК 373.5.016:519.2**  
**ББК 74.262.21**

**ISBN 978-5-09-108881-6**

© АО «Издательство «Просвещение», 2022  
© Художественное оформление.  
АО «Издательство «Просвещение», 2022  
Все права защищены

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Математика является одним из опорных предметов основной школы. Она обеспечивает успешное изучение других школьных дисциплин: физики, химии, информатики и т. д. Математические знания, умения и навыки необходимы для подготовки школьников к жизни. Уроки математики приучают к продолжительной умственной деятельности. Учащиеся получают представление о математических моделях; овладевают математическими рассуждениями; учатся применять математические знания при решении различных задач и оценивать полученные результаты; овладевают умениями решения учебных задач; развивают математическую интуицию.

В современном цифровом мире вероятность и статистика приобретают всё большую значимость, как с точки зрения практических приложений, так и их роли в образовании, необходимом каждому человеку. Возрастает число профессий, при овладении которыми требуется хорошая базовая подготовка в области вероятности и статистики, такая подготовка важна для продолжения образования и для успешной профессиональной карьеры. Каждый человек постоянно принимает решения на основе имеющихся у него данных. А для обоснованного принятия решения в условиях недостатка или избытка информации необходимо, в том числе, хорошо сформированное вероятностное и статистическое мышление.

В содержание среднего образования России вносятся существенные изменения, в частности, в программу по математике основной школы включены теория вероятностей и элементы статистики. Это признание обществом необходимости формирования современного мировоззрения, для которого одинаково важны представления и о жёстких связях, и о случайном. Без знания понятий и методов теории вероятностей и статистики невозможна организация эффективного конкурентоспособного производства, внедрение новых лекарств и методов лечения в медицине, обеспечение страховой защиты граждан от непредвиденных обстоятельств, проведение обоснованной социальной политики.

Введение в школьную программу элементов теории вероятностей, статистики и комбинаторики началось с 2004 г. В 2013 году принята Концепция развития математического образования, где теория вероятностей прямо определяется как перспективное направление. Последние годы международные исследования математической и функциональной грамотности школьников содержат всё больше заданий на представление данных, оценку правдоподобности гипотез и вероятностей событий. Поэтому Приказом Министерства просвещения Российской Федерации №287 от 31.05.2021 г. утверждён новый ФГОС, в котором учебный предмет «Математика» в 7—9 классах разделён на три учебных курса: «Алгебра», «Геометрия» и «Вероятность и статистика».

В учебно-методический комплект «Вероятность и статистика» для 7 — 9 классов Высоцкого И. Р., Яценко И. В. входят:

- ✓ программа;
- ✓ учебник «Математика. Вероятность и статистика. 7—9 классы» в бумажной и электронной формах;
- ✓ методическое пособие для учителя.

Введение элементов комбинаторики и теории вероятностей, статистики поможет учащимся осознать, что многие законы природы и общества имеют вероятностный характер, что много реальных явлений и процессов описываются вероятностными моделями.

## ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

В настоящее время остро встала необходимость сформировать у обучающихся функциональную грамотность, включающую в себя в качестве неотъемлемой составляющей умение воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных процессов и зависимостей, производить простейшие вероятностные расчёты.

Знакомство с основными принципами сбора, анализа и представления данных из различных сфер жизни общества и государства приобщает обучающихся к общественным интересам. Изучение основ комбинаторики развивает навыки организации перебора и подсчёта числа вариантов, в том числе, в прикладных задачах. Знакомство с основами теории графов создаёт математический фундамент для формирования компетенций в области информатики и цифровых технологий.

Помимо этого, при изучении статистики и вероятности обогащаются представления учащихся о современной картине мира и методах его исследования, формируется понимание роли статистики как источника социально значимой информации, и закладываются основы вероятностного мышления. Целью изучения случайных величин является формирование представления о законе больших чисел, о его роли в природе и обществе.

## ОСНОВНЫЕ ЛИНИИ КУРСА

В соответствии с поставленными целями в структуре программы учебного курса «Вероятность и статистика» основной школы выделены следующие содержательно-методические линии: «Представление данных и описательная статистика»; «Вероятность»; «Элементы комбинаторики»; «Введение в теорию графов».

Содержание линии «Представление данных и описательная статистика» служит основой для формирования навыков работы с информацией: от чтения и интерпретации информации, представленной в таблицах, на диаграммах и графиках до сбора, представления и анализа данных с использованием статистических характеристик средних и рассеивания. Работая с данными, обучающиеся учатся считывать и интерпретировать данные, выдвигать, аргументировать и критиковать простейшие гипотезы, размышлять над факторами, вызывающими изменчивость, и оценивать их влияние на рассматриваемые величины и процессы.

Интуитивное представление о случайной изменчивости, исследование закономерностей и тенденций становится мотивирующей основой для изучения теории вероятностей. Большое значение здесь имеют практические задания, в частности опыты с классическими вероятностными моделями.

Понятие вероятности вводится как мера правдоподобия случайного события. При изучении курса обучающиеся знакомятся с простейшими методами вычисления вероятностей в случайных экспериментах с равновероятными элементарными исходами, вероятностными законами, позволяющими ставить и решать более сложные задачи. В курс входят начальные представления о случайных величинах и их числовых характеристиках.

Также в рамках этого курса осуществляется знакомство обучающихся с множествами и основными операциями над множествами, рассматриваются примеры применения их для решения задач, а также использования в других математических курсах и учебных предметах.

## МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

В 7—9 классах изучается курс «Вероятность и статистика», в который входят разделы: «Представление данных и описательная статистика»; «Вероятность»; «Элементы комбинаторики»; «Введение в теорию графов».

На изучение данного курса согласно учебному плану отводится 1 учебный час в неделю в течение каждого года обучения, т. е. не менее 34 учебных часов в учебном году. Всего за три года обучения не менее 102 часов.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

### 7 класс

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Заполнение таблиц, чтение и построение диаграмм (столбиковых (столбчатых) и круговых). Чтение графиков реальных процессов. Извлечение информации из диаграмм и таблиц, использование и интерпретация данных.

Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения набора числовых данных. Примеры случайной изменчивости.

Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей.

Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Представление о связности графа. Цепи и циклы. Пути в графах. Обход графа (эйлеров путь). Представление об ориентированном графе. Решение задач с помощью графов.

### 8 класс

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков.

Множество, элемент множества, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. Использование графического представления множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач.

Измерение рассеивания данных. Дисперсия и стандартное отклонение числовых наборов. Диаграмма рассеивания.

Элементарные события случайного опыта. Случайные события. Вероятности событий. Опыты с равновероятными элементарными событиями. Случайный выбор. Связь между маловероятными и практически достоверными событиями в природе, обществе и науке.

Дерево. Свойства деревьев: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер. Правило умножения. Решение задач с помощью графов.

Противоположные события. Диаграмма Эйлера. Объединение и пересечение событий. Несовместные события. Формула сложения вероятностей. Условная вероятность. Правило умножения. Независимые события. Представление эксперимента в виде дерева. Решение задач нахождение вероятностей с помощью дерева случайного эксперимента, диаграмм Эйлера.

### 9 класс

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков, интерпретация данных. Чтение и построение таблиц, диаграмм, графиков по реальным данным.

Перестановки и факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля. Решение задач с использованием комбинаторики.

Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка и из дуги окружности. Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Серия испытаний Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли. Случайная величина и распределение вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия. Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины «число успехов в серии испытаний Бернулли».

Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей с помощью частот. Роль и значение закона больших чисел в природе и обществе.

## ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА»

Освоение учебного предмета «Математика» обеспечивает достижение на уровне основного общего образования следующих личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов:

### ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

#### **Патриотическое воспитание:**

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах.

#### **Гражданское и духовно-нравственное воспитание:**

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.); готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного.

#### **Трудовое воспитание:**

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений; осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей.

#### **Эстетическое воспитание:**

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений; умению видеть математические закономерности в искусстве.

#### **Ценности научного познания:**

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; овладением простейшими навыками исследовательской деятельности.

### **Физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:**

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека.

### **Экологическое воспитание:**

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды; осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения.

### **Личностные результаты, обеспечивающие адаптацию обучающегося к изменяющимся условиям социальной и природной среды:**

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других; необходимостью в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее не известных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие; способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

## МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются овладением *универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями и универсальными регулятивными действиями.*

*1) Универсальные познавательные действия обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).*

### **Базовые логические действия:**

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно несложные доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные рассуждения;



- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

#### **Базовые исследовательские действия:**

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение; проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

#### **Работа с информацией:**

- выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;
- выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;
- оценивать надёжность информации по критериям, предложенным учителем или сформулированным самостоятельно.

2) *Универсальные коммуникативные действия обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.*

#### **Общение:**

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

#### **Сотрудничество:**

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и др.); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) *Универсальные регулятивные действия обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.*

#### **Самоорганизация:**

- самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

#### **Самоконтроль:**

- владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

### **ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

Предметные результаты освоения Примерной рабочей программы по математике представлены по годам обучения в следующих разделах программы в рамках отдельных курсов: в 5—6 классах — курса «Математика», в 7—9 классах — курсов «Алгебра», «Геометрия», «Вероятность и статистика».

Развитие логических представлений и навыков логического мышления осуществляется на протяжении всех лет обучения в основной школе в рамках всех названных курсов. Предполагается, что выпускник основной школы сможет строить высказывания и отрицания высказываний, распознавать истинные и ложные высказывания, приводить примеры и контрпримеры, овладеет понятиями: определение, аксиома, теорема, доказательство — и научится использовать их при выполнении учебных и внеучебных задач.

Предметные результаты освоения курса «Вероятность и статистика» в 7—9 классах характеризуются следующими умениями.

#### **7 класс**

- Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах; представлять данные в виде таблиц, строить диаграммы (столбиковые (столбчатые) и круговые) по массивам значений.
- Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках.
- Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах.
- Иметь представление о случайной изменчивости на примерах цен, физических величин, антропометрических данных; иметь представление о статистической устойчивости.

#### **8 класс**

- Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков; представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков.
- Описывать данные с помощью статистических показателей: средних значений и мер рассеивания (размах, дисперсия и стандартное отклонение).

- Находить частоты числовых значений и частоты событий, в том числе по результатам измерений и наблюдений.
- Находить вероятности случайных событий в опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями.
- Использовать графические модели: дерево случайного эксперимента, диаграммы Эйлера, числовая прямая.
- Оперировать понятиями: множество, подмножество; выполнять операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение; перечислять элементы множеств; применять свойства множеств.
- Использовать графическое представление множеств и связей между ними для описания процессов и явлений, в том числе при решении задач из других учебных предметов и курсов.

## **9 класс**

- Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в различных источниках в виде таблиц, диаграмм, графиков; представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков.
- Решать задачи организованным перебором вариантов, а также с использованием комбинаторных правил и методов.
- Использовать описательные характеристики для массивов числовых данных, в том числе средние значения и меры рассеивания.
- Находить частоты значений и частоты события, в том числе пользуясь результатами проведённых измерений и наблюдений.
- Находить вероятности случайных событий в изученных опытах, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями, в сериях испытаний до первого успеха, в сериях испытаний Бернулли. Иметь представление о случайной величине, и о распределении вероятностей.
- Иметь представление о законе больших чисел как о проявлении закономерности в случайной изменчивости и о роли закона больших чисел в природе и обществе.

## **ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» 7 — 9 КЛАССОВ**

Говоря о преподавании статистики и теории вероятностей в основной школе, приходится учитывать уровень математической культуры школьников и то, насколько они готовы к восприятию абстрактных понятий. Однако, на наш взгляд, это не является препятствием к изучению статистики и теории вероятностей, а лишь накладывает довольно жесткие требования на форму преподнесения материала.

Одной из главных задач должно быть формирование общих представлений о случайной изменчивости, о случайности, вероятности, об их месте в окружающем мире, а не закрепление навыков манипулирования с числами, формулами и понятиями. Если у ребенка не создать первичные наглядные представления о случайности и изменчивости, то невозможно в дальнейшем их формализовать в ходе изучения теории вероятностей — она останется в памяти как набор непонятных, ни о чём не говорящих символов.

Был разработан общий подход к преподаванию статистики и теории вероятностей в школе.

- Дать цельное на начальном уровне представление о теории вероятностей и статистике и их взаимосвязи.
- Подчеркнуть связь математики с окружающим миром, как на этапе введения математических понятий, так и в ходе использования полученных результатов.

- Избегать математического формализма там, где это только возможно.
- Избегать классических примеров и задач, утративших актуальность для общества, в том числе задач, родившихся из азартных игр.
- Сопровождать рассказ яркими, доступными и запоминающимися примерами для формирования интереса учащихся и лучшего усвоения материала.

Принципы построения учебного курса следующие.

- ✓ Первичность статистики. В основе — наблюдение над случайной изменчивостью и закономерностями в случайном.
- ✓ Некомбинаторный подход. Теория вероятностей выступает как математическое описание случайности, а сама вероятность — как мера правдоподобия событий.
- ✓ Практическая направленность и ясное школьное содержание. Предусмотрено умение разумно представлять, описывать и использовать данные.
- ✓ Понимание закона больших чисел как фундаментального закона природы, имеющего математическое выражение.

Эти принципы нашли свое отражение в данном учебнике «Вероятность и статистика». Уроки по вероятности и статистике в седьмом или восьмом классе дают возможность учителю вернуться к изучению важных объектов — процентов и долей. Ведь что есть вероятность, как не доля достоверности? Причём вернуться не на формальном материале учебника математики, а содержательно. Точно так же уроки статистики позволяют предметно и понятно иллюстрировать смысл функциональной зависимости, смысл возрастания, убывания, идею линейной связи. Тогда изучение свойств функций в 7-м и 8-м классах превращается в изучение моделей, смысл которых уже известен и понятен благодаря урокам статистики.

Уроки статистики и вероятности предоставляют учителю широкие возможности использования коллективной работы в группах. Ведь любой статистический или вероятностный эксперимент (будь то бросание монет или сбор сведений) не под силу провести в одиночку. Требуется «рабочая группа». Опыт преподавания показывает, что школьники обычно с удовольствием и интересом выполняют практические работы, связанные с опросами, систематизацией и обработкой полученных данных с помощью компьютера. Не меньший интерес вызывают вероятностные эксперименты.

Наибольшую ценность представляют вводимые понятия, сложившаяся система взглядов, её связь с окружающим миром. Другими словами, мы показываем, как и какими математическими понятиями и простейшими моделями описывается окружающий нас изменчивый мир. При таком подходе математические доказательства в начале обучения отступают на второй план. Статистика и теория вероятностей, будучи частью школьной математики, не нагружены большим числом алгебраических преобразований, но наполнены простым материалом, очень важным с точки зрения формирования мировоззрения школьника. Этот же материал должен способствовать повышению интереса учащихся к математике.

Материал теории вероятностей необходим, прежде всего, для формирования у учащихся функциональной грамотности — умения воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных зависимостей, производить простейшие вероятностные расчёты.

Изложение теории вероятностей начинается со статистики. Обсуждается представление данных в виде таблиц и диаграмм; объясняется, как с помощью немногих числовых характеристик можно описать массивы данных. Изучая совокупности чисел, мы естественно приходим к понятию случайной изменчивости, подготавливая переход к изучению случайности, то есть к теории вероятностей.

Обсуждая вопросы статистики, авторы стремились в качестве учебного материала сообщать реальные сведения о народонаселении, об экономике и сельском хозяйстве

России, полагая, что знакомство с основными принципами сбора, анализа и представления данных об обществе и государстве приобщает школьников к общественным интересам. Одновременно обсуждаются различные данные, показывая, как статистика позволяет описывать мир, окружающий школьника, и явления в повседневной жизни. В этом же классе происходит знакомство с теорией графов, изучение которой будет продолжено в восьмом классе.

Статистическая часть курса отнесена к изучению в седьмом классе. Восьмой и девятый класс отведены для изучения теории вероятностей. В восьмом классе вводятся понятия случайного эксперимента, элементарных событий, событий и их вероятностей, объединения и пересечения событий, формулы сложения и умножения вероятностей, понятие о независимости экспериментов и событий.

В девятом классе изучаются случайные величины, их распределения и числовые характеристики — математическое ожидание и дисперсия. В эту часть курса включена и небольшая глава о комбинаторике. В 9 классе изучаются испытания Бернулли — одна из базовых схем теории вероятностей. Испытания Бернулли одновременно являются примером независимых испытаний, примером сложного случайного эксперимента и примером важной случайной величины — «числа успехов».

Вычисление математического ожидания и дисперсии для «числа успехов» дают нам возможность сформулировать один из основных законов теории вероятностей — закон больших чисел. Испытания Бернулли позволяют объяснить, как с помощью случайного выбора можно экспериментально изучать свойства больших совокупностей — выборочный метод исследования, а также объяснить статистическую основу социологических опросов, и какая при этом достигается точность выводов. Курс завершается законом больших чисел, который показывает одну из связей случайного с закономерным, одно из проявлений закономерности в случайном.

Особый акцент при изучении курса следует делать на прикладном характере предмета, развитии умений работать с данными, практических задачах и задачах из других учебных предметов. Это позволит сформировать необходимые навыки для выполнения заданий ОГЭ, ЕГЭ и международных исследований, для успешной жизни в современном цифровом мире и овладения современными профессиями.

## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Тематическое планирование учебных курсов и рекомендуемое распределение учебного времени для изучения отдельных тем, предложенные в настоящем пособии, надо рассматривать как примерные ориентиры в помощь составителю авторской рабочей программы и прежде всего учителю. Автор рабочей программы вправе увеличить или уменьшить предложенное число учебных часов на тему, чтобы углубиться в тематику, более заинтересовавшую учеников, или направить усилия на преодоление затруднений.

Допустимо также локальное перераспределение и перестановка элементов содержания внутри данного класса. Количество проверочных работ (тематический и итоговый контроль качества усвоения учебного материала) и их тип (самостоятельные и контрольные работы, тесты) остаются на усмотрение учителя.

Также учитель вправе увеличить или уменьшить число учебных часов, отведённых в Примерной рабочей программе на обобщение, повторение, систематизацию знаний обучающихся. Единственным, но принципиально важным критерием, является достижение результатов обучения, указанных в настоящей программе.

Представленное тематическое планирование реализует один из возможных подходов к распределению изучаемого материала по учебно-методическому комплексу, оно не носит обязательного характера и не исключает возможностей иного распределения содержания. В данном планировании представлено распределение часов из расчёта 1 урок в неделю в каждом классе.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

7 класс (не менее 34 ч)

Название раздела (темы)	Количество часов	Основное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
Представление данных	7	<p>Представление данных в таблицах.                      Практические вычисления по табличным данным. Извлечение и интерпретация табличных данных.                      Практическая работа «Таблицы».                      Графическое представление данных в виде круговых, столбиковых (столбчатых) диаграмм. Чтение и построение диаграмм.                      Примеры демографических диаграмм.                      Практическая работа «Диаграммы»</p>	<p><b>Осваивать способы</b> представления статистических данных и числовых массивов с помощью таблиц и диаграмм с использованием актуальных и важных данных (демографические данные, производство промышленной и сельскохозяйственной продукции, общественные и природные явления).  <b>Изучать методы</b> работы с табличными и графическими представлениями данных с помощью цифровых ресурсов в ходе практических работ</p>
Описательная статистика	8	<p>Числовые наборы. Среднее арифметическое. Медиана числового набора. Устойчивость медианы.                      Практическая работа «Средние значения».                      Наибольшее и наименьшее значения числового набора. Размах</p>	<p><b>Осваивать понятия:</b> числовой набор, мера центральной тенденции (мера центра), в том числе среднее арифметическое, медиана.  <b>Описывать</b> статистические данные с помощью среднего арифметического и медианы. Решать задачи.  <b>Изучать свойства</b> средних, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практических работ.  <b>Осваивать понятия:</b> наибольшее и наименьшее значения числового массива, размах.  <b>Решать задачи</b> на выбор способа описания данных в соответствии с</p>

			природой данных и целями исследования
Случайная изменчивость	6	Случайная изменчивость (примеры). Частота значений в массиве данных. Группировка. Гистограммы. Практическая работа «Случайная изменчивость»	<b>Осваивать понятия:</b> частота значений в массиве данных, группировка данных, гистограмма. <b>Строить и анализировать</b> гистограммы, <b>подбирать</b> подходящий шаг группировки. <b>Осваивать</b> графические представления разных видов случайной изменчивости, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы
Введение в теорию графов	4	Граф, вершина, ребро. Представление задачи с помощью графа. Степень (валентность) вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Цепь и цикл. Путь в графе. Представление о связности графа. Обход графа (эйлеров путь). Представление об ориентированных графах	<b>Осваивать понятия:</b> граф, вершина графа, ребро графа, степень (валентность вершины), цепь и цикл. <b>Осваивать понятия:</b> путь в графе, эйлеров путь, обход графа, ориентированный граф. <b>Решать задачи</b> на поиск суммы степеней вершин графа, на поиск обхода графа, на поиск путей в ориентированных графах. <b>Осваивать способы</b> представления задач из курса алгебры, геометрии, теории вероятностей, других предметов с помощью графов (карты, схемы, электрические цепи, функциональные соответствия) на примерах
Вероятность и частота случайного события	4	Случайный опыт и случайное событие. Вероятность и частота события. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей. Практическая работа «Частота выпадения орла»	<b>Осваивать понятия:</b> случайный опыт и случайное событие, маловероятное и практически достоверное событие. <b>Изучать</b> значимость маловероятных событий в природе и обществе на важных примерах (аварии, несчастные случаи, защита персональной информации, передача данных).

			<p><b>Изучать</b> роль классических вероятностных моделей (монета, игральная кость) в теории вероятностей.</p> <p><b>Наблюдать и изучать</b> частоту событий в простых экспериментах, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы</p>
Обобщение, контроль	5	Представление данных. Описательная статистика. Вероятность случайного события	<p><b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать</b> систему знаний.</p> <p><b>Решать задачи</b> на представление и описание данных с помощью изученных характеристик.</p> <p><b>Обсуждать примеры</b> случайных событий, маловероятных и практически достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека</p>

**8 класс (не менее 34 ч)**

<b>Название раздела (темы)</b>	<b>Количество часов</b>	<b>Основное содержание</b>	<b>Характеристика деятельности обучающихся</b>
Повторение курса 7 класса	4	Представление данных. Описательная статистика. Случайная изменчивость. Средние числового набора. Случайные события. Вероятности и частоты. Классические модели теории вероятностей: монета и игральная кость	<p><b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать</b> систему знаний.</p> <p><b>Решать задачи</b> на представление и описание данных с помощью изученных характеристик.</p> <p><b>Решать задачи</b> на представление группированных данных и описание случайной изменчивости.</p> <p><b>Решать задачи</b> на определение частоты случайных событий, обсуждение примеров случайных событий, маловероятных и практически</p>



			достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека
Описательная статистика. Рассеивание данных	4	Отклонения. Дисперсия числового набора. Стандартное отклонение числового набора. Диаграммы рассеивания	<b>Осваивать понятия:</b> дисперсия и стандартное отклонение, использовать эти характеристики для описания рассеивания данных. <b>Выдвигать гипотезы</b> об отсутствии или наличии связи по диаграммам рассеивания. <b>Строить</b> диаграммы рассеивания по имеющимся данным, в том числе с помощью компьютера
Множества	4	Множество, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. Графическое представление множеств	<b>Осваивать понятия:</b> множество, элемент множества, подмножество. <b>Выполнять операции</b> над множествами: объединение, пересечение, дополнение. <b>Использовать</b> свойства: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. <b>Использовать</b> графическое представление множеств при описании реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов и курсов
Вероятность случайного события	6	Элементарные события. Случайные события. Благоприятствующие элементарные события. Вероятности событий. Опыты с равновероятными элементарными событиями. Случайный выбор. Практическая работа «Опыты с равновероятными элементарными событиями»	<b>Осваивать понятия:</b> элементарное событие, случайное событие как совокупность благоприятствующих элементарных событий, равновероятные элементарные события. <b>Решать задачи</b> на вычисление вероятностей событий по вероятностям элементарных событий случайного опыта. <b>Решать задачи</b> на вычисление

			<p>вероятностей событий в опытах с равновероятными элементарными событиями, в том числе с помощью компьютера.</p> <p><b>Проводить и изучать опыты</b> с равновероятными элементарными событиями (с использованием монет, игральные кости, других моделей) в ходе практической работы</p>
Введение в теорию графов	4	<p>Дерево. Свойства дерева: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер.</p> <p>Правило умножения</p>	<p><b>Осваивать понятия:</b> дерево как граф без цикла, висячая вершина (лист), ветвь дерева, путь в дереве, диаметр дерева.</p> <p><b>Изучать свойства</b> дерева: существование висячей вершины, единственность пути между двумя вершинами, связь между числом вершин и числом рёбер.</p> <p><b>Решать задачи</b> на поиск и перечисление путей в дереве, определение числа вершин или рёбер в дереве, обход бинарного дерева, в том числе с применением правила умножения</p>
Случайные события	8	<p>Противоположное событие. Диаграмма Эйлера. Объединение и пересечение событий.</p> <p>Несовместные события.</p> <p>Формула сложения вероятностей.</p> <p>Правило умножения вероятностей.</p> <p>Условная вероятность.</p> <p>Независимые события.</p> <p>Представление случайного эксперимента в виде дерева</p>	<p><b>Осваивать понятия:</b> взаимно противоположные события, операции над событиями, объединение и пересечение событий, диаграмма Эйлера (Эйлера—Венна), совместные и несовместные события.</p> <p><b>Изучать теоремы</b> о вероятности объединения двух событий (формулы сложения вероятностей).</p> <p><b>Решать задачи</b>, в том числе текстовые задачи на определение вероятностей объединения и пересечения событий с</p>

			<p>помощью числовой прямой, диаграмм Эйлера, формулы сложения вероятностей.</p> <p><b>Осваивать понятия:</b> правило умножения вероятностей, условная вероятность, независимые события дерево случайного опыта.</p> <p><b>Изучать свойства</b> (определения) независимых событий.</p> <p><b>Решать задачи</b> на определение и использование независимых событий.</p> <p><b>Решать задачи</b> на поиск вероятностей, в том числе условных, с использованием дерева случайного опыта</p>
Обобщение, контроль	4	Представление данных. Описательная статистика. Графы. Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики	<p><b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать систему</b> знаний.</p> <p><b>Решать задачи</b> на представление и описание данных с помощью изученных характеристик.</p> <p><b>Решать задачи</b> с применением графов.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятности случайного события по вероятностям элементарных событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых, с использованием графических представлений и дерева случайного опыта.</p> <p><b>Решать задачи</b> на перечисление комбинаций (числа перестановок, числа сочетаний), на нахождение вероятностей</p>

			событий с применением комбинаторики, в том числе с использованием треугольника Паскаля
--	--	--	--

**9 класс (не менее 34 ч)**

<b>Название раздела (темы)</b>	<b>Количество часов</b>	<b>Основное содержание</b>	<b>Характеристика деятельности обучающихся</b>
Повторение курса 8 класса	4	Представление данных. Описательная статистика. Операции над событиями. Независимость событий	<p><b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать систему</b> знаний.</p> <p><b>Решать задачи</b> на представление и описание данных.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых, с использованием графических представлений и дерева случайного опыта.</p> <p><b>Решать задачи</b> на перечисление комбинаций (числа перестановок, числа сочетаний), на нахождение вероятностей событий с применением комбинаторики, в том числе с использованием треугольника Паскаля</p>
Элементы комбинаторики	4	Комбинаторное правило умножения. Перестановки. Факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля. Практическая работа «Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных функций электронных таблиц»	<p><b>Осваивать понятия:</b> комбинаторное правило умножения, упорядоченная пара, тройка объектов, перестановка, факториал числа, сочетание, число сочетаний, треугольник Паскаля.</p> <p><b>Решать задачи</b> на перечисление упорядоченных пар, троек, перечисление перестановок и сочетаний элементов различных множеств.</p>

			<p><b>Решать задачи</b> на применение числа сочетаний в алгебре (сокращённое умножение, бином Ньютона).</p> <p><b>Решать, применяя</b> комбинаторику, задачи на вычисление вероятностей, в том числе с помощью электронных таблиц в ходе практической работы</p>
Геометрическая вероятность	4	Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности	<p><b>Осваивать понятие</b> геометрической вероятности.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей в опытах, представимых как выбор точек из многоугольника, круга, отрезка или дуги окружности, числового промежутка</p>
Испытания Бернулли	6	Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Испытания Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли. Практическая работа «Испытания Бернулли»	<p><b>Осваивать понятия:</b> испытание, элементарное событие в испытании (успех и неудача), серия испытаний, наступление первого успеха (неудачи), серия испытаний Бернулли.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха, в том числе с применением формулы суммы геометрической прогрессии.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей элементарных событий в серии испытаний Бернулли, на нахождение вероятности определённого числа успехов в серии испытаний Бернулли.</p> <p><b>Изучать в ходе практической работы,</b> в том числе с помощью цифровых ресурсов, свойства вероятности в серии испытаний</p>

<p>Случайная величина</p>	<p>6</p>	<p>Случайная величина и распределение вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины. Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей с помощью частот. Применение закона больших чисел</p>	<p>Бернулли</p> <p><b>Освоить понятия:</b> случайная величина, значение случайной величины, распределение вероятностей.</p> <p><b>Изучать и обсуждать</b> примеры дискретных и непрерывных случайных величин (рост, вес человека, численность населения, другие изменчивые величины, рассматривавшиеся в курсе статистики), модельных случайных величин, связанных со случайными опытами (бросание монеты, игральной кости, со случайным выбором и т. п.).</p> <p><b>Осваивать понятия:</b> математическое ожидание случайной величины как теоретическое среднее значение, дисперсия случайной величины как аналог дисперсии числового набора.</p> <p><b>Решать задачи</b> на вычисление математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины по заданному распределению, в том числе задач, связанных со страхованием и лотереями.</p> <p><b>Знакомиться</b> с математическим ожиданием и дисперсией некоторых распределений, в том числе распределения случайной величины «число успехов» в серии испытаний Бернулли.</p> <p><b>Изучать</b> частоту события в повторяющихся случайных опытах как случайную величину.</p>
---------------------------	----------	--	--

			<p><b>Знакомиться</b> с законом больших чисел (в форме Бернулли): при большом числе опытов частота события близка к его вероятности.</p> <p><b>Решать задачи</b> на измерение вероятностей с помощью частот.</p> <p><b>Обсуждать</b> роль закона больших чисел в обосновании частотного метода измерения вероятностей.</p> <p><b>Обсуждать</b> закон больших чисел как проявление статистической устойчивости в изменчивых явлениях, роль закона больших чисел в природе и в жизни человека</p>
Обобщение, контроль	10	Представление данных. Описательная статистика. Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики. Случайные величины и распределения	<p><b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать систему</b> знаний.</p> <p><b>Решать задачи</b> на представление и описание данных.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями, вероятностей объединения и пересечения событий, вычислять вероятности в опытах с сериями случайных испытаний</p>

## ПЛАНИРОВАНИЕ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

### Вероятность и статистика. 7 класс (34 ч)

*Курсивом* выделены темы, предназначенные для ознакомительного изучения. Они не включаются в итоговый контроль, могут быть исключены из мероприятий промежуточного контроля

	Тема	Количество часов	Предметное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
<b>Глава 1. Представление данных (7 ч)</b>				
1	Таблицы. Упорядочивание данных и поиск информации.	2	Представление данных в таблицах. Практические вычисления по табличным данным. Извлечение и интерпретация табличных данных. Практическая работа «Таблицы».	<b>Осваивать способы</b> представления статистических данных и числовых массивов с помощью таблиц и диаграмм с использованием актуальных и важных данных (демографические данные, производство промышленной и сельскохозяйственной продукции, общественные и природные явления). <b>Изучать методы</b> работы с табличными и графическими представлениями данных с помощью цифровых ресурсов в ходе практических работ
2	Подсчёты и вычисления в таблицах	1	Графическое представление данных в виде круговых, столбиковых (столбчатых) диаграмм. Чтение и построение диаграмм.	
3	Столбиковые диаграммы. Круговые диаграммы.	2	Примеры демографических диаграмм. Практическая работа «Диаграммы»	
4	<i>Возрастно-половые диаграммы</i>	1	Темы §1—4	
	Повторение и промежуточный контроль. Контрольная работа № 1	1		Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
<b>Глава 2. Описательная статистика (6 ч)</b>				
5	Среднее арифметическое числового набора	1	Числовые наборы. Среднее арифметическое. Медиана числового	<b>Осваивать понятия:</b> числовой набор, мера центральной тенденции (мера



6	Медиана числового набора	2	набора. Устойчивость медианы. Практическая работа «Средние значения». Наибольшее и наименьшее значения числового набора. Размах	центра), в том числе среднее арифметическое, медиана. <b>Описывать</b> статистические данные с помощью среднего арифметического и медианы. Решать задачи. <b>Изучать свойства</b> средних, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практических работ. <b>Осваивать понятия:</b> наибольшее и наименьшее значения числового массива, размах. <b>Решать задачи</b> на выбор способа описания данных в соответствии с природой данных и целями исследования
7	Наибольшее и наименьшее значение. Размах	1		
8	<i>Обозначения в статистике. Свойства среднего арифметического</i>	1		
	Повторение и промежуточный контроль. Контрольная работа № 2	1	Темы §5—8	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
<b>Глава 3. Случайная изменчивость (7 ч)</b>				
9	Примеры случайной изменчивости. Точность и погрешность измерений	1	Случайная изменчивость (примеры). Частота значений в массиве данных. Группировка. Гистограммы. Практическая работа «Случайная изменчивость»	<b>Осваивать понятия:</b> частота значений в массиве данных, группировка данных, гистограмма. <b>Строить и анализировать</b> гистограммы, <b>подбирать</b> подходящий шаг группировки. <b>Осваивать</b> графические представления разных видов случайной изменчивости, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы
10	Тенденции и случайные отклонения	1		
11	Частоты значений в массиве данных. <i>Связь между частотами и средним арифметическим</i>	2		
12	Группировка данных и гистограммы. Выборка. Рост человека	1		

13	<i>Статистическая устойчивость и оценка с помощью выборки</i>	1		
	Повторение и промежуточный контроль. Контрольная работа № 3	1	Темы §9—13	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
<b>Глава 4. Введение в теорию графов (3 ч)</b>				
14	Графы. Вершины и рёбра графа. Степень вершины.	1	Граф, вершина, ребро. Представление задачи с помощью графа. Степень (валентность) вершины.	<b>Осваивать понятия:</b> граф, вершина графа, ребро графа, степень (валентность вершины), цепь и цикл. <b>Осваивать понятия:</b> путь в графе, эйлеров путь, обход графа, ориентированный граф. <b>Решать задачи</b> на поиск суммы степеней вершин графа, на поиск обхода графа, на поиск путей в ориентированных графах. <b>Осваивать способы</b> представления задач из курса алгебры, геометрии, теории вероятностей, других предметов с помощью графов (карты, схемы, электрические цепи, функциональные соответствия) на примерах
15	Пути в графе. Связный граф.	1	Число рёбер и суммарная степень вершин.	
16	<i>Задача о Кенигсбергских мостах, эйлеровы пути и эйлеровы графы</i>	1	Цепь и цикл. Путь в графе. Представление о связности графа. Обход графа (эйлеров путь). Представление об ориентированных графах	
<b>Глава 5. Логика (4 ч)</b>				
17	Утверждения и высказывания. Отрицание	1	Истинность и ложность высказывания. Сложные и простые высказывания.	<b>Оперировать</b> понятиями: высказывание, истинность и ложность высказывания, сложные и простые высказывания, отрицание высказываний, условные высказывания (импликации).
18	Условные утверждения	1	Условные высказывания (импликации). Определение. Утверждения. Аксиомы и теоремы. Доказательство. Доказательство от противного. Теорема, обратная данной.	
19	Обратные и равносильные утверждения. Признаки и свойства. Необходимые и	1		

	достаточные условия		Пример и контрпример.	<b>Строить</b> высказывания, отрицания высказываний, цепочки умозаключений на основе использования правил логики. <b>Оперировать</b> понятиями: определение, аксиома, теорема, доказательство; <b>Приводить</b> примеры и контрпримеры для подтверждения своих высказываний.
20	<i>Противоположные утверждения. Доказательство от противного.</i>	1		
<b>Глава 6. Случайные опыты и случайные события (3 ч)</b>				
21	Примеры случайных опытов и случайных событий. Вероятности и частоты событий	1	Случайный опыт и случайное событие. Вероятность и частота события. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе.	<b>Осваивать понятия:</b> случайный опыт и случайное событие, маловероятное и практически достоверное событие. <b>Изучать</b> значимость маловероятных событий в природе и обществе на важных примерах (аварии, несчастные случаи, защита персональной информации, передача данных).
22	Монета и игральная кость в теории вероятностей. Как и зачем узнать вероятность события	1	Монета и игральная кость в теории вероятностей. Практическая работа «Частота выпадения орла»	<b>Изучать</b> роль классических вероятностных моделей (монета, игральная кость) в теории вероятностей.
23	Вероятностная защита информации от ошибок	1		<b>Наблюдать и изучать</b> частоту событий в простых экспериментах, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы
<b>Итоговое повторение и контроль (4 ч)</b>				
	Итоговое повторение и обобщение.	3	Представление данных. Описательная статистика. Вероятность случайного события	<b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать</b> систему знаний. <b>Решать задачи</b> на представление и

				описание данных с помощью изученных характеристик. <b>Обсуждать примеры</b> случайных событий, маловероятных и практически достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека
	Итоговая контрольная работа	1	Повторение и обобщение основных понятий и методов курса 7 класса	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения

### Вероятность и статистика. 8 класс (34 ч)

	Тема	Количество часов	Предметное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
<b>Повторение курса 7 класса (3 ч)</b>				
	Повторение по темам «Представление данных», «Описательная статистика», «Случайная изменчивость», «Введение в теорию графов», «Логика», «Случайные опыты и случайные события»	3	Представление данных. Описательная статистика. Случайная изменчивость. Средние числового набора. Случайные события. Вероятности и частоты. Классические модели теории вероятностей: монета и игральная кость	<b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать</b> систему знаний. <b>Решать задачи</b> на представление и описание данных с помощью изученных характеристик. <b>Решать задачи</b> на представление группированных данных и описание случайной изменчивости. <b>Решать задачи</b> на определение частоты случайных событий, обсуждение примеров случайных событий, маловероятных и практически достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека

<b>Глава 7. Множества (5 ч)</b>				
24	Множество, подмножество, примеры множеств	1	Множество, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. Графическое представление множеств	<p><b>Осваивать понятия:</b> множество, элемент множества, подмножество.</p> <p><b>Выполнять операции</b> над множествами: объединение, пересечение, дополнение.</p> <p><b>Использовать</b> свойства: переместительное, сочетательное, распределительное, включения.</p> <p><b>Использовать</b> графическое представление множеств при описании реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов и курсов</p>
25	Операции над множествами. Диаграммы Эйлера	2		
26	Множества решений неравенств и систем	1		
27	Правило умножения	1		
<b>Глава 8. Математическое описание случайных событий (5 ч)</b>				
28	Случайные опыты и элементарные события. Вероятности элементарных событий. Равновозможные элементарные события	1	Элементарные события. Случайные события. Благоприятствующие элементарные события. Вероятности событий. Опыты с равновозможными элементарными событиями. Случайный выбор. Практическая работа «Опыты с равновозможными элементарными событиями»	<p><b>Осваивать понятия:</b> элементарное событие, случайное событие как совокупность благоприятствующих элементарных событий, равновозможные элементарные события.</p> <p><b>Решать задачи</b> на вычисление вероятностей событий по вероятностям элементарных событий случайного опыта.</p> <p><b>Решать задачи</b> на вычисление вероятностей событий в опытах с равновозможными элементарными событиями, в том числе с помощью компьютера.</p> <p><b>Проводить и изучать опыты с</b></p>
29	Благоприятствующие элементарные события	1		
30	Вероятности событий	1		
31	Опыты с равновозможными элементарными событиями	1		

				равновозможными элементарными событиями (с использованием монет, игральных костей, других моделей) в ходе практической работы
	Повторение и промежуточный контроль. Контрольная работа № 1	1	Темы §24—31	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
<b>Глава 9. Описательная статистика. Рассеивание данных (4 ч)</b>				
32	Рассеивание числовых данных и отклонения	1	Отклонения. Дисперсия числового набора. Стандартное отклонение числового набора. Диаграммы рассеивания	<b>Осваивать понятия:</b> дисперсия и стандартное отклонение, использовать эти характеристики для описания рассеивания данных. <b>Выдвигать гипотезы</b> об отсутствии или наличии связи по диаграммам рассеивания. <b>Строить</b> диаграммы рассеивания по имеющимся данным, в том числе с помощью компьютера
33	Дисперсия числового массива. <i>Обозначения и формулы</i>	1		
34	<i>Стандартное отклонение числового набора</i>	1		
35	<i>Диаграммы рассеивания</i>	1		
<b>Глава 10. Введение в теорию графов (3 ч)</b>				
36	Деревья.	1	Дерево. Свойства дерева: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер. Правило умножения	<b>Осваивать понятия:</b> дерево как граф без цикла, висячая вершина (лист), ветвь дерева, путь в дереве, диаметр дерева. <b>Изучать свойства</b> дерева: существование висячей вершины, единственность пути между двумя вершинами, связь между числом вершин и числом рёбер. <b>Решать задачи</b> на поиск и перечисление путей в дереве, определение числа вершин или рёбер в
37	<i>Свойства дерева.</i>	1		
38*	Дерево случайного эксперимента	1		

				дереве, обход бинарного дерева, в том числе с применением правила умножения
<b>Глава 11. Математические рассуждения (3 ч)</b>				
39	Логические союзы «и» и «или».	1	Сложные и простые высказывания. Операции над высказываниями с использованием логических связок: и, или, не.	<b>Выполнять</b> операции над высказываниями: и, или, не.
40	<i>Отрицание сложных утверждений</i>	1		<b>Строить</b> высказывания, отрицания высказываний, цепочки умозаключений на основе использования правил логики.
	Повторение и промежуточный контроль. Контрольная работа № 2	1	Темы §32—40	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
<b>Глава 12. Операции над случайными событиями (4 ч)</b>				
41	Определение случайного события. Взаимно противоположные случайные события	1	Противоположное событие. Диаграмма Эйлера. Объединение и пересечение событий. Несовместные события.	<b>Осваивать понятия:</b> взаимно противоположные события, операции над событиями, объединение и пересечение событий, диаграмма Эйлера (Эйлера—Венна), совместные и несовместные события. <b>Изучать теоремы</b> о вероятности объединения двух событий (формулы сложения вероятностей). <b>Решать задачи</b> , в том числе текстовые задачи на определение вероятностей объединения и пересечения событий с помощью числовой прямой, диаграмм Эйлера, формулы сложения вероятностей.
42	Объединение и пересечение событий. Несовместные события	1	Формула сложения вероятностей.	
43	<i>Формула сложения вероятностей. Решение задач при помощи координатной прямой.</i>	2		
<b>Глава 13. Условная вероятность и независимые события (4 ч)</b>				

44	Условная вероятность и правило умножения вероятностей	1	Правило умножения вероятностей. Условная вероятность. Независимые события. Представление случайного эксперимента в виде дерева	<p><b>Осваивать понятия:</b> правило умножения вероятностей, условная вероятность, независимые события</p> <p>дерево случайного опыта.</p> <p><b>Изучать свойства</b> (определения) независимых событий.</p> <p><b>Решать задачи</b> на определение и использование независимых событий.</p> <p><b>Решать задачи</b> на поиск вероятностей, в том числе условных, с использованием дерева случайного опыта</p>
45	Дерево случайного опыта	1		
46	Независимые события	1		
47	<i>Об ошибке Эдгара По</i>	1		
<b>Итоговое повторение и контроль (3 ч)</b>				
	Итоговое повторение и обобщение	2	Представление данных. Описательная статистика. Графы. Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики	<p><b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать систему</b> знаний.</p> <p><b>Решать задачи</b> на представление и описание данных с помощью изученных характеристик.</p> <p><b>Решать задачи</b> с применением графов.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятности случайного события по вероятностям элементарных событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых, с использованием графических представлений и дерева случайного опыта.</p>



				<b>Решать задачи</b> на перечисление комбинаций (числа перестановок, числа сочетаний), на нахождение вероятностей событий с применением комбинаторики, в том числе с использованием треугольника Паскаля
	Итоговая контрольная работа	1	Повторение и обобщение основных понятий и методов курса 8 класса	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения

**Вероятность и статистика. 9 класс (34 ч)**

	Тема	Количество часов	Предметное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
<b>Повторение курса 8 класса (4 ч)</b>				
	Повторение по темам «Представление данных», «Описательная статистика», «Операции над событиями», «Независимость событий», «Элементы комбинаторики», «Элементы теории множеств»		Представление данных. Описательная статистика. Операции над событиями. Независимость событий	<b>Повторять</b> изученное, и <b>выстраивать систему</b> знаний. <b>Решать задачи</b> на представление и описание данных. <b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых, с использованием графических представлений и дерева случайного опыта. <b>Решать задачи</b> на перечисление комбинаций (числа перестановок, числа сочетаний), на нахождение вероятностей событий с применением комбинаторики, в том числе с использованием треугольника Паскаля

<b>Глава 14. Элементы комбинаторики (4 ч)</b>				
48	Комбинаторное правило умножения.	1	Комбинаторное правило умножения. Перестановки. Факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля. Практическая работа «Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных функций электронных таблиц»	<p><b>Осваивать понятия:</b> комбинаторное правило умножения, упорядоченная пара, тройка объектов, перестановка, факториал числа, сочетание, число сочетаний, треугольник Паскаля.</p> <p><b>Решать задачи</b> на перечисление упорядоченных пар, троек, перечисление перестановок и сочетаний элементов различных множеств.</p> <p><b>Решать задачи</b> на применение числа сочетаний в алгебре (сокращённое умножение, бином Ньютона).</p> <p><b>Решать, применяя</b> комбинаторику, задачи на вычисление вероятностей, в том числе с помощью электронных таблиц в ходе практической работы</p>
49	Перестановки. Факториал.	1		
50	Число сочетаний. Треугольник Паскаля	2		
<b>Глава 15. Геометрическая вероятность (4 ч)</b>				
51	Выбор точки из фигуры на плоскости.	2	Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности	<p><b>Осваивать понятие</b> геометрической вероятности.</p> <p><b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей в опытах, представимых как выбор точек из многоугольника, круга, отрезка или дуги окружности, числового промежутка</p>
52	<i>Выбор точки из отрезка и дуги окружности</i>	1		
	Повторение и промежуточный контроль. Контрольная работа № 1	1	Темы §48—52	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
<b>Глава 16. Испытания Бернулли (6 ч)</b>				

53	Успех и неудача. Испытания до первого успеха.	2	Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Испытания Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли. Практическая работа «Испытания Бернулли»	<b>Осваивать понятия:</b> испытание, элементарное событие в испытании (успех и неудача), серия испытаний, наступление первого успеха (неудачи), серия испытаний Бернулли. <b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха, в том числе с применением формулы суммы геометрической прогрессии. <b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей элементарных событий в серии испытаний Бернулли, на нахождение вероятности определённого числа успехов в серии испытаний Бернулли. <b>Изучать в ходе практической работы,</b> в том числе с помощью цифровых ресурсов, свойства вероятности в серии испытаний Бернулли
54	Серия испытаний Бернулли	1		
55	Число успехов в испытаниях Бернулли	1		
56	<i>Вероятности событий в испытаниях Бернулли</i>	2		
<b>Глава 17. Случайные величины (6 ч)</b>				
57	Примеры случайных величин. <i>Распределение вероятностей случайной величины</i>	1	Случайная величина и распределение вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины. Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей с помощью частот. Применение закона больших чисел	<b>Освоить понятия:</b> случайная величина, значение случайной величины, распределение вероятностей. <b>Изучать и обсуждать</b> примеры дискретных и непрерывных случайных величин (рост, вес человека, численность населения, другие изменчивые величины, рассматривающиеся в курсе
58	<i>Математическое ожидание случайной величины</i>	2		
59	<i>Дисперсия и стандартное отклонение</i>	1		
60	<i>Математическое ожидание, дисперсия числа успехов и частоты успеха в серии</i>	1		

	<i>испытаний Бернулли</i>			
61	<i>Закон больших чисел и его применение</i>	1		<p>статистики), модельных случайных величин, связанных со случайными опытами (бросание монеты, игральной кости, со случайным выбором и т. п.).</p> <p><b>Осваивать понятия:</b> математическое ожидание случайной величины как теоретическое среднее значение, дисперсия случайной величины как аналог дисперсии числового набора.</p> <p><b>Решать задачи</b> на вычисление математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины по заданному распределению, в том числе задач, связанных со страхованием и лотереями.</p> <p><b>Знакомиться</b> с математическим ожиданием и дисперсией некоторых распределений, в том числе распределения случайной величины «число успехов» в серии испытаний Бернулли.</p> <p><b>Изучать</b> частоту события в повторяющихся случайных опытах как случайную величину.</p> <p><b>Знакомиться</b> с законом больших чисел (в форме Бернулли): при большом числе опытов частота события близка к его вероятности.</p> <p><b>Решать задачи</b> на измерение вероятностей с помощью частот.</p> <p><b>Обсуждать</b> роль закона больших чисел в обосновании частотного</p>

				метода измерения вероятностей. <b>Обсуждать</b> закон больших чисел как проявление статистической устойчивости в изменчивых явлениях, роль закона больших чисел в природе и в жизни человека
	Повторение и промежуточный контроль. Контрольная работа № 2		Темы §53—61	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
<b>Итоговое повторение и контроль (10 ч)</b>				
	Итоговое повторение и обобщение материала по всем темам курса 7—9 классов		Представление данных. Описательная статистика. Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики. Случайные величины и распределения	<b>Повторять</b> изученное и <b>выстраивать систему</b> знаний. <b>Решать задачи</b> на представление и описание данных. <b>Решать задачи</b> на нахождение вероятностей событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями, вероятностей объединения и пересечения событий, вычислять вероятности в опытах с сериями случайных испытаний
	Итоговая контрольная работа за курс 7—9 классов		Повторение и обобщение основных понятий и методов курса 7—9 классов	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения

Учебное издание

**МАТЕМАТИКА  
ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА**

7—9 классы  
Базовый уровень

Методическое пособие к предметной линии  
учебников по вероятности и статистике  
И. Р. Высоцкого, И. В. Яценко под ред. И. В. Яценко

Центр математики  
Ответственный за выпуск *М. В. Кузнецова*  
Редактор *М. В. Кузнецова*

Подписано в печать 03.02.2023. Формат 60 × 90/16.  
Гарнитура «Школьная». Усл. печ. л. 3.  
Тираж экз. Заказ №

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».  
Российская Федерация,  
127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская,  
д. 16, стр. 3, этаж 4, помещение 1.

Адрес электронной почты «Горячей линии» — [vopros@prosv.ru](mailto:vopros@prosv.ru)